

Конспект по алгебре

Содержание

1	Вопрос 1	3
---	--------------------	---

1 Вопрос 1

Группа, подгруппа, гомоморфизм групп. Ядро и образ гомоморфизма.

Определение. $\langle G, *, e \rangle$ - группа, $*$: $G \times G \rightarrow G, e \in G$

1. $\forall a, b, c \in G (ab)c = a(bc)$
2. $\forall g \in G eg = ge = g$
3. $\forall g \in G \exists g^{-1} \in G gg^{-1} = g^{-1}g = e$

Если $\forall a, b \in G ab = ba$ то группу называют *абелевой*

Теорема. $\exists! e \in G eg = ge = g$

Определение. G - группа, тогда $H \subset G$ называют *подгруппой*, если

1. $e \in H$
2. $\forall h_1, h_2 \in H h_1 h_2 \in H \mid HH \subset H$
3. $\forall h \in H h^{-1} \in H \mid H^{-1} \subset H$

Определение. G, W - группы.

$f : G \rightarrow W$ называют *гомоморфизмом (групп)*, если $\forall g_1, g_2 \in G f(g_1 g_2) = f(g_1) * f(g_2)$

Теорема. $f : G \rightarrow W$ - гомоморфизм
 $f(e_G) = e_W$

Определение. $f : G \rightarrow W$ - гомоморфизм, тогда
 $\ker f = \{g \in G \mid f(g) = e_W\}$ - называют *ядром гомоморфизма f*

Теорема. $\ker f$ - подгруппа G

Определение. $f : G \rightarrow W$ - гомоморфизм, тогда
 $\text{Im} f = \{w \in W : \exists g \in G f(g) = w\}$ - называют *образом гомоморфизма f*