Конспект по алгебре

Содержание

1 Вопрос 1

Группа, подгруппа, гомоморфизм групп. Ядро и образ гомоморфизма.

Определение. $< G, *, e >$ - группа, $* : G \times G \to G, e \in G$

1. $\forall a, b, c \in G \ (ab)c = a(bc)$
2. $\forall g \in G \ eg = ge = g$
3. $\forall g \in G \ \exists g^{-1} \in G \ gg^{-1} = g^{-1}g = e$

Если $\forall a, b \in G \ ab = ba$ то группу называют *абелевой*

Теорема. $\exists! e \in G \ eg = ge = g$

Определение. G - группа, тогда $H \subset G$ называют *подгруппой*, если

1. $e \in H$
2. $\forall h_1, h_2 \in H \ h_1 h_2 \in H \mid HH \subset H$
3. $\forall h \in H \ h^{-1} \in H \mid H^{-1} \subset H$

Определение. G, W - группы.
$f : G \to W$ называют *гомоморфизмом (групп)*, если $\forall g_1, g_2 \in G \ f(g_1 g_2) = f(g_1) * f(g_2)$

Теорема. $f : G \to W$ *- гомоморфизм*
$f(e_G) = e_W$

Определение. $f : G \to W$ - гомоморфизм, тогда
$ker f = g \in G | f(g) = e_W$ - называют *ядром гомоморфизма* f

Теорема. $ker f$ *- подгруппа* G

Определение. $f : G \to W$ - гомоморфизм, тогда
$Im f = \{w \in W : \exists g \in G \ f(g) = w\}$ - называют *образом гомоморфизма* f