

ИДЗ № 3, Шуплецов Александр Андреевич, группа НФИбд-01–22,
студенческий №1132226455, вариант 15

Задание № 1. Часть 1. Для выбранной зависимости определить индекс корреляции и среднюю ошибку аппроксимации. Выяснить вопрос о возможности замены выбранной зависимости. Оценить адекватность выбора линейной зависимости при уровне значимости $\alpha = 0,05$.

$$1) \ln y = a + b \cdot x$$

Составим расчетную таблицу:

№	x	y	X	Y	X ²	XY
1	2	8,9	2	2,18605	4	4,3721
2	3	12,6	3	2,5337	9	7,60109
3	4	16	4	2,77259	16	11,0904
4	5	19	5	2,94444	25	14,7222
5	6	21,8	6	3,08191	36	18,4915
6	7	24,3	7	3,19048	49	22,3333
7	8	26,7	8	3,28466	64	26,2773
8	9	28,8	9	3,36038	81	30,2434
9	10	30,8	10	3,42751	100	34,2751
10	11	32,6	11	3,48431	121	38,3274
S	65	221,5	65	30,266	505	207,734

По полученным значениям найдем расчетные значения и запишем в таблицу

№	x	y	X	Y	X ²	XY	y(x _i)
1	2	8,9	2	2,18605	4	4,3721	11,3175
2	3	12,6	3	2,5337	9	7,60109	12,93245
3	4	16	4	2,77259	16	11,0904	14,77785
4	5	19	5	2,94444	25	14,7222	16,88657
5	6	21,8	6	3,08191	36	18,4915	19,2962
6	7	24,3	7	3,19048	49	22,3333	22,04967
7	8	26,7	8	3,28466	64	26,2773	25,19604
8	9	28,8	9	3,36038	81	30,2434	28,79139
9	10	30,8	10	3,42751	100	34,2751	32,89977
10	11	32,6	11	3,48431	121	38,3274	37,5944
S	65	221,5	65	30,266	505	207,734	221,7418

Найдем значения квадратов ошибок предсказаний.

№	x	y	X	Y	X ²	XY	y(x _i)	(y _i - y(x _i)) ²	(y _i - ysr) ²
1	2	8,9	2	2,1861	4	4,3721	11,3175	5,844328	175,56
2	3	12,6	3	2,5337	9	7,6011	12,9325	0,110526	91,203
3	4	16	4	2,7726	16	11,09	14,7778	1,493654	37,823
4	5	19	5	2,9444	25	14,722	16,8866	4,466579	9,9225
5	6	21,8	6	3,0819	36	18,491	19,2962	6,269021	0,1225
6	7	24,3	7	3,1905	49	22,333	22,0497	5,063999	4,6225
7	8	26,7	8	3,2847	64	26,277	25,196	2,261893	20,703
8	9	28,8	9	3,3604	81	30,243	28,7914	7,42E-05	44,223
9	10	30,8	10	3,4275	100	34,275	32,8998	4,40903	74,823
10	11	32,6	11	3,4843	121	38,327	37,5944	24,944	109,2
S	65	221,5	65	30,266	505	207,73	221,742	54,8631	568,21

Определим индекс корреляции и среднюю ошибку аппроксимации.

№	x	y	X	Y	X ²	XY	y(x _i)	(y _i - y(x _i)) ²	(y _i - ysr) ²	abs((y _i -y(x _i))/y(x _i))*100%
1	2	8,9	2	2,1861	4	4,3721	11,3175	5,844328	175,56	21,36075552
2	3	12,6	3	2,5337	9	7,6011	12,9325	0,110526	91,203	2,570696212
3	4	16	4	2,7726	16	11,09	14,7778	1,493654	37,823	8,270156624
4	5	19	5	2,9444	25	14,722	16,8866	4,466579	9,9225	12,51543709
5	6	21,8	6	3,0819	36	18,491	19,2962	6,269021	0,1225	12,9756198
6	7	24,3	7	3,1905	49	22,333	22,0497	5,063999	4,6225	10,20574656
7	8	26,7	8	3,2847	64	26,277	25,196	2,261893	20,703	5,969029519
8	9	28,8	9	3,3604	81	30,243	28,7914	7,42E-05	44,223	0,029917756
9	10	30,8	10	3,4275	100	34,275	32,8998	4,40903	74,823	6,382321207
10	11	32,6	11	3,4843	121	38,327	37,5944	24,944	109,2	13,28494963
S	65	221,5	65	30,266	505	207,73	221,742	54,8631	568,21	93,56462993

$$R^2 \approx 0,903$$

Вычислим значения коэффициентов.

B	A	Dost	b	a	ysr
0,133389	2,159572	6,857888	1,142695	8,667426	22,15

Вывод: данная модель имеет отличную точность предсказания.

$$2) y = a + b \cdot \ln x$$

Составим расчетную таблицу:

№	x	y	X	Y	X ²	XY	y(x _i)	(y _i - y(x _i)) ²	(y _i - ysr) ²	abs((y _i - y(x _i))/y(x _i))*100%
1	2	8,9	0,6931	8,9	0,4805	6,169	7,12367	3,155354	175,56	24,93563232
2	3	12,6	1,0986	12,6	1,2069	13,843	12,8873	0,082548	91,203	2,229417112
3	4	16	1,3863	16	1,9218	22,181	16,9767	0,953908	37,823	5,753080529
4	5	19	1,6094	19	2,5903	30,579	20,1486	1,319383	9,9225	5,700851078
5	6	21,8	1,7918	21,8	3,2104	39,06	22,7403	0,884213	0,1225	4,135058879
6	7	24,3	1,9459	24,3	3,7866	47,286	24,9316	0,39887	4,6225	2,533180638
7	8	26,7	2,0794	26,7	4,3241	55,521	26,8297	0,016821	20,703	0,483405117
8	9	28,8	2,1972	28,8	4,8278	63,28	28,504	0,087634	44,223	1,038558752
9	10	30,8	2,3026	30,8	5,3019	70,92	30,0017	0,63735	74,823	2,660992504
10	11	32,6	2,3979	32,6	5,7499	78,171	31,3565	1,546336	109,2	3,965743763
S	65	221,5	17,502	221,5	33,4	427,01	221,5	9,082418	568,21	53,4359207

$$R^2 \approx 0,984$$

Вычислим значения коэффициентов.

B	A	Dost	b	a	ysr
14,21489	-2,72935	1,135302	14,21489	-2,72935	22,15

Вывод: данная модель имеет отличную точность предсказания.

$$3) y = ax / (b + x)$$

Составим расчетную таблицу:

№	x	y	X	Y	X ²	XY	y(x _i)	(y _i - y(x _i)) ²	(y _i - ysr) ²	abs((y _i - y(x _i))/y(x _i))*100%
1	2	8,9	0,5	0,1124	0,25	0,0562	8,88941	0,000112	175,56	0,119163118
2	3	12,6	0,3333	0,0794	0,1111	0,0265	12,6301	0,000903	91,203	0,237973869
3	4	16	0,25	0,0625	0,0625	0,0156	15,9955	2,03E-05	37,823	0,028153552
4	5	19	0,2	0,0526	0,04	0,0105	19,0395	0,001559	9,9225	0,207389036
5	6	21,8	0,1667	0,0459	0,0278	0,0076	21,806	3,58E-05	0,1225	0,027422019
6	7	24,3	0,1429	0,0412	0,0204	0,0059	24,3313	0,000978	4,6225	0,128515422
7	8	26,7	0,125	0,0375	0,0156	0,0047	26,6456	0,002961	20,703	0,204227184
8	9	28,8	0,1111	0,0347	0,0123	0,0039	28,7743	0,000661	44,223	0,089323218
9	10	30,8	0,1	0,0325	0,01	0,0032	30,7389	0,003736	74,823	0,19883267
10	11	32,6	0,0909	0,0307	0,0083	0,0028	32,5576	0,001797	109,2	0,130199257
S	65	221,5	2,0199	0,5292	0,558	0,1369	221,408	0,012763	568,21	1,371199345

$$R^2 \approx 0,999$$

Вычислим значения коэффициентов.

B	A	Dost	b	a	ysr
0,199903	0,012542	0,001595	15,93903	79,73369	22,15

Вывод: данная модель имеет отличную точность предсказания.

$$4) y = a + b \cdot x^2$$

Создадим расчетную таблицу:

№	x	y	X	Y	X ²	XY	y(x _i)	(y _i - y(x _i)) ²	(y _i - ysr) ²	abs((y _i -y(x _i))/y(x _i))*100%
1	2	8,9	4	8,9	16	35,6	13,358205	19,87559	175,56	33,37428007
2	3	12,6	9	12,6	81	113,4	14,303559	2,902113	91,203	11,9100356
3	4	16	16	16	256	256	15,627055	0,139088	37,823	2,386533841
4	5	19	25	19	625	475	17,328693	2,793268	9,9225	9,644738676
5	6	21,8	36	21,8	1296	784,8	19,408472	5,719404	0,1225	12,32208048
6	7	24,3	49	24,3	2401	1190,7	21,866394	5,92244	4,6225	11,12943605
7	8	26,7	64	26,7	4096	1708,8	24,702457	3,990179	20,703	8,086415453
8	9	28,8	81	28,8	6561	2332,8	27,916661	0,780287	44,223	3,164198258
9	10	30,8	100	30,8	10000	3080	31,509008	0,502692	74,823	2,250175512
10	11	32,6	121	32,6	14641	3944,6	35,479496	8,291498	109,2	8,115944485
S	65	221,5	505	221,5	39973	13922	221,5	50,91656	568,21	102,3838384

$$R^2 \approx 0,910$$

Вычислим значения коэффициентов.

B	A	Dost	b	a	ysr
0,189071	12,60192	6,36457	0,189071	12,60192	22,15

Вывод: данная модель имеет отличную точность предсказания.

5) $y = a + b \cdot \sqrt{x}$

Создадим расчетную таблицу:

№	x	y	X	Y	X ²	XY	y(x _i)	(y _i - y(x _i)) ²	(y _i - ysr) ²	abs((y _i -y(x _i))/y(x _i))*100%
1	2	8,9	1,414214	8,9	2	12,5865	8,7261132	0,030237	175,56	1,992718231
2	3	12,6	1,732051	12,6	3	21,82384	12,735043	0,018237	91,203	1,060407993
3	4	16	2	16	4	32	16,114728	0,013163	37,823	0,711944809
4	5	19	2,236068	19	5	42,48529	19,09229	0,008517	9,9225	0,483387968
5	6	21,8	2,44949	21,8	6	53,39888	21,784212	0,000249	0,1225	0,072476702
6	7	24,3	2,645751	24,3	7	64,29176	24,259689	0,001625	4,6225	0,16616455
7	8	26,7	2,828427	26,7	8	75,519	26,563807	0,018548	20,703	0,512700413
8	9	28,8	3	28,8	9	86,4	28,727882	0,005201	44,223	0,251036857
9	10	30,8	3,162278	30,8	10	97,39815	30,774716	0,000639	74,823	0,082159591
10	11	32,6	3,316625	32,6	11	108,122	32,72152	0,014767	109,2	0,37137582
S	65	221,5	24,785	221,5	65	594,03	221,5	0,111183	568,21	5,704372936

$R^2 \approx 0,999$

Вычислим значения коэффициентов.

B	A	Dost	b	a	ysr
12,61315	-9,11158	0,013898	12,61315	-9,11158	22,15

Вывод: данная модель имеет отличную точность предсказания.

Задание 2. Сравнить результаты, полученные вручную, с результатами gretl.

$$1) \ln y = a + b \cdot x$$

Модель 1: МНК, использованы наблюдения 1-10

Зависимая переменная: $\ln y$

	<i>Коэффициент</i> <i>t</i>	<i>Ст. ошибка</i>	<i>t-</i> <i>статистика</i>	<i>p-значение</i>	
const	2,15957	0,100117	21,57	<0,0001	***
x	0,133389	0,0140884	9,468	<0,0001	***
Среднее завис. перемен	3,026603	Ст. откл. завис. перемен		0,421492	
Сумма кв. остатков	0,130999	Ст. ошибка модели		0,127964	
R-квадрат	0,918070	Исправ. R-квадрат		0,907828	
F(1, 8)	89,64377	P-значение (F)		0,000013	
Лог. правдоподобие	7,486387	Крит. Акаике		-10,97277	
Крит. Шварца	-10,36760	Крит. Хеннана-Куинна		-11,63664	

Коэффициент а немного больше в gretl, коэффициент b аналогичен.
Коэффициент детерминации незначительно выше в gretl.

$$2) y = a + b \cdot \ln x$$

Модель 2: МНК, использованы наблюдения 1-10

Зависимая переменная: y

	<i>Коэффициент</i> <i>t</i>	<i>Ст. ошибка</i>	<i>t-</i> <i>статистика</i>	<i>p-значение</i>	
const	-2,72935	1,17063	-2,332	0,0480	**
$\ln x$	14,2149	0,640539	22,19	<0,0001	***
Среднее завис. перемен	22,15000	Ст. откл. завис. перемен		7,945684	
Сумма кв. остатков	9,082418	Ст. ошибка модели		1,065506	
R-квадрат	0,984016	Исправ. R-квадрат		0,982018	
F(1, 8)	492,4879	P-значение (F)		1,80e-08	
Лог. правдоподобие	-13,70816	Крит. Акаике		31,41632	
Крит. Шварца	32,02149	Крит. Хеннана-Куинна		30,75245	

Коэффициенты а и b аналогичны. Коэффициент детерминации также совпал.

$$3) y = ax / (b + x)$$

Модель 3: МНК, использованы наблюдения 1-10
Зависимая переменная: у4

	<i>Коэффициент</i> <i>m</i>	<i>Ст. ошибка</i>	<i>t-</i> <i>статистика</i>	<i>p-значение</i>	
const	0,0125418	6,14983e-05	203,9	<0,0001	***
x4	0,199903	0,000260336	767,9	<0,0001	***
Среднее завис. перемен	0,052920	Ст. откл. завис. перемен		0,025811	
Сумма кв. остатков	8,14e-08	Ст. ошибка модели		0,000101	
R-квадрат	0,999986	Исправ. R-квадрат		0,999985	
F(1, 8)	589620,9	P-значение (F)		9,27e-21	
Лог. правдоподобие	78,94593	Крит. Акаике		-153,8919	
Крит. Шварца	-153,2867	Крит. Хеннана-Куинна		-154,5557	

Коэффициент а совпал в gretl, коэффициент b также аналогичен.
Коэффициент детерминации незначительно выше в gretl.

$$4) y = a + b \cdot x^2$$

Модель 4: МНК, использованы наблюдения 1-10
Зависимая переменная: у

	<i>Коэффициент</i> <i>m</i>	<i>Ст. ошибка</i>	<i>t-</i> <i>статистика</i>	<i>p-значение</i>	
const	12,6019	1,32595	9,504	<0,0001	***
x2	0,189071	0,0209721	9,015	<0,0001	***
Среднее завис. перемен	22,15000	Ст. откл. завис. перемен		7,945684	
Сумма кв. остатков	50,91656	Ст. ошибка модели		2,522810	
R-квадрат	0,910391	Исправ. R-квадрат		0,899189	
F(1, 8)	81,27626	P-значение (F)		0,000018	
Лог. правдоподобие	-22,32740	Крит. Акаике		48,65480	
Крит. Шварца	49,25997	Крит. Хеннана-Куинна		47,99093	

Коэффициент а совпал в gretl, коэффициент b также аналогичен.
Коэффициент детерминации также совпал.

$$5) y = a + b \cdot \sqrt{x}$$

Модель 5: МНК, использованы наблюдения 1-10
Зависимая переменная: y

	<i>Коэффициент</i> <i>t</i>	<i>Ст. ошибка</i>	<i>t-</i> <i>статистика</i>	<i>p-значение</i>	
const	-9,11158	0,159054	-57,29	<0,0001	***
x3	12,6132	0,0623862	202,2	<0,0001	***
Среднее завис. перемен	22,15000	Ст. откл. завис. перемен	7,945684		
Сумма кв. остатков	0,111183	Ст. ошибка модели	0,117889		
R-квадрат	0,999804	Исправ. R-квадрат	0,999780		
F(1, 8)	40876,19	P-значение (F)	4,01e-16		
Лог. правдоподобие	8,306415	Крит. Акаике	-12,61283		
Крит. Шварца	-12,00766	Крит. Хеннана-Куинна	-13,27670		

Коэффициент а совпал в gretl, коэффициент b также аналогичен.
Коэффициент детерминации также совпал.

Задание № 3. Можно ли в принципе заменить лучшую нелинейную модель обычной линейной

Модель 7: МНК, использованы наблюдения 1-10
Зависимая переменная: y

	<i>Коэффициент</i> <i>t</i>	<i>Ст. ошибка</i>	<i>t-</i> <i>статистика</i>	<i>p-значение</i>	
const	5,19879	0,738091	7,044	0,0001	***
x	2,60788	0,103864	25,11	<0,0001	***
Среднее завис. перемен	22,15000	Ст. откл. завис. перемен	7,945684		
Сумма кв. остатков	7,119879	Ст. ошибка модели	0,943390		
R-квадрат	0,987470	Исправ. R-квадрат	0,985903		
F(1, 8)	630,4435	P-значение (F)	6,78e-09		
Лог. правдоподобие	-12,49091	Крит. Акаике	28,98183		
Крит. Шварца	29,58700	Крит. Хеннана-Куинна	28,31796		

Лучшая нелинейная модель оказалась под номером 3) $y = ax / (b + x)$, в принципе, ее замена возможна заменой обычной линейной моделью, тем не менее, R^2 и P-значение лучшей нелинейной модели более приемлемы.