

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

”Новосибирский национальный исследовательский государственный университет”
(Новосибирский государственный университет)

Структурное подразделение Новосибирского государственного университета –
Высший колледж информатики НГУ

КАФЕДРА ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Создания модуля для параллельного решения бигармонического уравнения методом Монте-Карло

Дипломный проект
на квалификацию техник

Студент IV курса
гр. 903а2

Семенов С.А.
”___”_____2013

Научный руководитель
к.ф-м.н., н.с ИВМиМГ СО РАН

Лукинов В.Л.
”___”_____2013

Новосибирск 2013

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
ТЕЗАУРУС	6
ГЛАВА 1 Постановка задачи	7
1.1 Конкретизации требований и задачи	7
1.2 Формулировка задачи	8
1.3 Аналогии	8
ГЛАВА 2 Методы решения и алгоритмы	9
2.1 Блуждание по сферам	9
2.1.1 Оценки решения метагармонического уравнения $(\delta + c)^p u = g$	10
2.2 Алгоритмы распределения задачи	10
ГЛАВА 3 Выполнение задачи	12
3.1 Используемые программные средства	12
ГЛАВА 4 Итоги работы	14
4.1 Численные результаты	14
ГЛАВА 5 Руководство пользователя	15
5.1 Установка	15
5.2 Запуск приложения	15
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	16
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ	17
ГЛАВА Приложение	18
ГЛАВА А Исходные коды и диаграммы программ	18
А.1 Основной аналог - Biharmon2 измененная	18

ВВЕДЕНИЕ

Дипломная работа посвящена созданию эффективной библиотеки для численного решения первой краевой задачи для бигармонического уравнения методами Монте-Карло.

Официальной датой рождения метода Монте-Карло принято считать 1949 год, когда была опубликована статья С. Улама и Н. Метрополиса [1]. Сам термин был предложен еще во время Второй мировой войны выдающимися учеными XX века математиком Дж. фон Нейманом и физиком Энрико Ферми в Лос-Аламосе (США) в процессе работ по ядерной тематике. Хотя методы Монте-Карло были известны и до 40-х годов, интенсивное развитие статистическое моделирование получило несколько позже в связи с появлением компьютеров, что позволило проводить вычисления больших объемов. С другой стороны, более широкое распространение получает статистическое описание тех или иных сложных физических процессов в связи с чем методы Монте-Карло все более активно используются во многих научных областях (теория переноса, теория массового обслуживания, теория надежности, статистическая физика и др.).

Основными преимуществами данных методов являются:

- физическая наглядность и простота реализации,
- малая зависимость трудоемкости задачи от размерности,
- возможность решения задач со сложной геометрией,
- оценивание отдельных функционалов от решения без запоминания значений решения во всей области,
- вероятностные представления позволяют строить обобщенные решения уравнений,
- одновременное оценивание вероятностной погрешности оценки искомого функционала,
- простое распараллеливание методов.

Бигармонические уравнения используются при решении задач теории упругости. Например, уравнение изгиба тонких пластин имеет вид $\Delta\Delta u = g$, где u – нормальный прогиб пластины. Если пластина лежит на упругом основании, то u удовлетворяет уравнению $\Delta\Delta u + cu = g$.

В настоящей работе использовались алгоритмы, основанные на двух принципиально разных подходах к решению краевых задач методом Монте-Карло.

Первый подход заключается в сведении исходной дифференциальной задачи к некоторому интегральному уравнению, что дает возможность использовать развитый аппарат методов Монте-Карло для решения интегральных уравнений второго рода. На этой основе строятся алгоритмы “блуждания по сферам”.

Во втором подходе дифференциальная задача заменяется соответствующей разностной, которую после приведения её к специальному виду возможно решить методом Монте-Карло. В рамках этого подхода получаются простые и универсальные алгоритмы “блуждания по решетке”

Несмотря на то, что рассматриваемые в дипломе алгоритмы хорошо изучены, новой и неисследованной является задача изучения данных алгоритмов при вычисления на кластерах. Основная задача дипломной работы состоит в построении масштабируемой вычислительной библиотеки для кластерных вычислений.

ТЕЗАУРУС

API - Интерфейс программирования приложений (иногда интерфейс прикладного программирования) (англ. application programming interface) — набор готовых классов, процедур, функций, структур и констант, предоставляемых приложением (библиотекой, сервисом) для использования во внешних программных продуктах.

MPI - Message Passing Interface (интерфейс передачи сообщений) — API для передачи информации, который позволяет обмениваться сообщениями между процессами, выполняющими одну задачу.

1 Постановка задачи

1.1 Конкретизации требований и задачи

Входными условиями вычисления (пользовательскими функциями) является определение:

- функции ϕ ;
- функций u, g ;
- границ области.

Функции ϕ, u, g соответствуют функциям в уравнении: $(\Delta + c)^{p+1}u = -g, (\Delta + c)^k u|_{\Gamma} = \phi_k$. Функция границ области возвращает единицу если точка с некоторой погрешностью находится на границе. Входными данными является:

- количество путей;
- начальная точка.

Для задания пользовательских функций мы можем использовать программный код, прессинг функций или скрип. Первый наиболее скор в разработки, но заставляет компилировать программу каждый раз когда мы меняем вычисляемое уравнение. Для борьбы с этим недостатком сделаем вычисление в классе, который вынесем в отдельный модуль. Получаемый модуль параллельного вычисления скомпилируем как статическую библиотеку. Определение пользовательских функций проходит как задания функций обратного вызова. Так-же сделаем шаблон программы для облегчения определения пользователем своих функций. В комплект необходимо вести реализацию под конкретные условия.

С учетом того, что конечный программный продукт будет запускается как с изменением предыдущих параметров так и для частного конкретного случая ввод данных следует сделать с помощью аргументов и(или) файлов данных.

Вывод осуществляется на экран.

Конкретизируем задачу:

- а) Создание статической библиотеки класса с функциями обратного вызова.
- б) Создание приложения под конкретные условия.
- в) Создание файла данных под программу созданную по предыдущим условиям.
- г) Создание справки.

Интерфейс программы смотреть приложение "Справка".

1.2 Формулировка задачи

Создать библиотеку параллельного вычисления вышеоговоренной задачи с удобным интерфейсом. Снабдить библиотеку примером и сопутствующей документацией (описание интерфейса и методов запуска).

В связи с трудностью задания условий задачи скриптовыми методами и ориентировании на малый объем и неделимость готовой программы, использовать функции обратного вызова.

Для быстрого изменения работы программы без изменения ее структуры обеспечить выбор методов решения и алгоритмов распределения задач флагами.

Обеспечить отказоустойчивость и защищенность от дурака создание отдельного класса с необходимым интерфейсом.

1.3 Аналоги

Для решения данного класса задач инженерами и математиками используются самописные программы последовательного и параллельного вычисления, а также скриптовые математические пакеты. Последние в силу своей структуры не позволяют решить задачу методами представленными в данной дипломной работе. Самописные программы же требуют изучения языка хотя бы высокого уровня. Что заставляет людей изучать в принципе не нужные им вещи на достаточном высоком уровне. Создание же библиотеки снижает этот уровень.

Главным аналогом на основе которого и разрабатывается приложение является программа Viharmon2. Все сравнительные тесты проводились именно с ней. Численные результаты полученные приложением являются эталонными. Алгоритм этой программы приведен в приложении. Недостатком данной реализации алгоритмов является:

- необходимость изменять алгоритм и функции основной программы (малая степень защиты от дурака);
- последовательность вычислений;
- при изменении алгоритма вычисления меняется и часть программы.

2 Методы решения и алгоритмы

В работе рассматриваются два метода решения (блуждание по сферам и блуждание по решетке) и два алгоритма распределения задачи (статический и динамический).

2.1 Блуждание по сферам

Рассмотрим задачу Дирихле для уравнения Гельмгольца

$$\Delta u + cu = g, u|_{\Gamma} = \phi \quad (2.1)$$

в области $D \subset R^n$ с границей Γ , причем $c < c^*$, где c^* первое собственное число оператора Лапласа для области D , $r = (x_1; \dots; x_n) \in D$. Предполагаются выполненными сформулированные условия регулярности функций g , ϕ и границы Γ , обеспечивающие существование и единственность решения задачи, а также его вероятностное представление и интегральное представление с помощью шаровой функции Грина.

Введем следующие обозначения:

- \bar{D} – замыкание области D ;
- $d(P)$ – расстояние от точки P до границы Γ ;
- $\epsilon > 0$ – числовой параметр;
- Γ_ϵ – ϵ – окрестность границы Γ , т. е. $\Gamma_\epsilon = \{P \in \bar{D} : d(P) < \epsilon\}$;
- $S(P)$ максимальная из сфер (точнее - из гиперсфер) с центром в точке P , целиком лежащих в \bar{D} , $S(P) = \{Q \in \bar{D} : |Q - P| = d(P)\}$.

В процессе блуждания по сферам очередная точка P_{k+1} выбирается равномерно по поверхности сферы $S(P_k)$; процесс обрывается, если точка попадает в Γ_ϵ . Дадим точное определение процесса блуждания по сферам. Зададим цепь Маркова $\{R_m\}_{m=1,2,\dots,N}$ следующими характеристиками:

- $\pi(r) = \delta(r - r_0)$ - плотность начального распределения (т.е. цепь выходит из точки r_0);
- $p(r, r') = \delta_r(r')$ плотность перехода из r в r' , представляющая собой обобщенную плотность равномерного распределения вероятностей на сфере $S(r)$;

– $p_0(r)$ вероятность обрыва цепи, определяемая выражением

$$p_0(r) = \begin{cases} 0, r \notin \Gamma_\epsilon \\ 1, r \in \Gamma_\epsilon \end{cases} \quad (2.2)$$

– N - номер последнего состояния.

Как уже указывалось, данная цепь называется процессом блуждания по сферам. Ее можно, очевидно, записать в виде $r_m = r_{m-1} + \omega_m d(r_{m-1})$; $m = 1; 2; \dots$; ω_m – последовательность независимых изотропных векторов единичной длины.

2.1.1 Оценки решения метагармонического уравнения $(\delta + c)^p u = g$

Для случая $L = \delta, \lambda = 0, c = \text{const} < c^*$ вероятностное представление задачи имеет вид

$$u(r_0) = E \int_0^\gamma e^{ct} g(\xi(t)) dt + E[e^{c\tau} \Phi(\xi(\tau))], \quad (2.3)$$

где $\xi(t)$ начинающийся в точке r_0 соответствующий оператору Лапласа диффузионный процесс, τ момент первого выхода процесса из области D . На основе строго марковского свойства процесса отсюда имеем

$$u(r_0) = \sum_{i=0}^{\infty} E[e^{c\tau_i} \int_0^{\tau_{i+1}-\tau_i} e^{ct} g(\xi(t + \tau_i)) dt + E[\Phi(\xi(\tau)) \prod_{i=0}^{\infty} e^{c(\tau_{i+1}-\tau_i)}], \quad (2.4)$$

где τ_i - момент первого выхода процесса $\xi(t)$ на поверхность i -й сферы соответствующего блуждания по сферам.

2.2 Алгоритмы распределения задачи

В библиотеке используется два метода статический (равное распределение задачи при равных вычислительных узлах) и динамический (предполагает разные вычислительные мощности отдельных узлов).

Статический метод распределяет задачи в равных долях плюс процесс для не нулевого и вычет общего числа процессов на нулевом. Это связано с общим суммированием результата на нулевом процессе.

Динамический распаралеливает половину задачи в равных долях между не нулевыми процессами (в дальнейшем – считоводах). Нулевой процесс выполняет роль менеджера распределения задач (МРЗ). При окончании расчетов первым считоводом МПЗ получает коэффициент производительности (КП) вы-

раженный в секундах на проход. Этой велечене присваевается единичный статус и назад отправляется количество проходов равное первоначальным условиям, но от оставшегося числа. Если остается меньше необходимого минимума он отправляется полностью, а МРЗ переходит к сбору данных. При приходе последующих КП они сравниваются с единичным. Если он меньше, то текущей становится единичным. Назад отправляем

$$nWay = \frac{N}{2size \frac{Kp_i}{Kp_1}}, \quad (2.5)$$

где Kp - коэффициент производительности, $size$ - общее количество прочесов. Если $nWay$ меньше необходимого минимума отправляется N полностью, а МРЗ переходит к сбору данных.

3 Выполнение задачи

3.1 Используемые программные средства

При создании требуемой библиотеки были использованы следующие программные средства и технологии.

Message Passing Interface (MPI, интерфейс передачи сообщений) – программный интерфейс (API)¹ для передачи информации, который позволяет обмениваться сообщениями между процессами, выполняющими одну задачу. Разработан Уильямом Гроуппом, Эвином Ласком и другими.

MPI является наиболее распространённым стандартом интерфейса обмена данными в параллельном программировании. Существуют его реализации для большого числа компьютерных платформ. MPI используется при разработке программ для кластеров и суперкомпьютеров. Основным средством коммуникации между процессами в MPI является передача сообщений друг другу. Стандартизацией MPI занимается MPI Forum. В стандарте MPI описан интерфейс передачи сообщений, который должен поддерживаться как на платформе, так и в приложениях пользователя. В настоящее время существует большое количество бесплатных и коммерческих реализаций MPI. Существуют реализации для языков Фортран 77/90, Java, Си и Си++.

В первую очередь MPI ориентирован на системы с распределенной памятью, то есть когда затраты на передачу данных велики, в то время как OpenMP² ориентирован на системы с общей памятью (многоядерные с общим кэшем). Обе технологии могут использоваться совместно, дабы оптимально использовать в кластере многоядерные системы. Более подробно об этом [3].

При разработке прикладного кода использовалась распределённая система управления версиями файлов – Git

Git — распределённая система управления версиями файлов. Проект был создан Линусом Торвальдсом для управления разработкой ядра Linux, первая версия выпущена 7 апреля 2005 года. На сегодняшний день поддерживается Джунио Хамано.

Система управления версиями (от англ. Version Control System, VCS или

¹ см. сокращение

² <http://openmp.org/wp/>

Revision Control System) — программное обеспечение для облегчения работы с изменяющейся информацией. Система управления версиями позволяет хранить несколько версий одного и того же документа, при необходимости возвращаться к более ранним версиям, определять, кто и когда сделал то или иное изменение, и многое другое.

Такие системы наиболее широко используются при разработке программного обеспечения для хранения исходных кодов разрабатываемой программы. Однако они могут с успехом применяться и в других областях, в которых ведётся работа с большим количеством непрерывно изменяющихся электронных документов. В частности, системы управления версиями применяются в САПР, обычно в составе систем управления данными об изделии (PDM). Управление версиями используется в инструментах конфигурационного управления (Software Configuration Management Tools). Программа является свободной и выпущена под лицензией GNU GPL 2.

Язык для написания приложения был выбран C++ как наиболее подходящий для разработки статической библиотеки.

Статическая библиотека в программировании — сборник подпрограмм или объектов, используемых для разработки программного обеспечения (ПО) выполненных в виде исходного текста, подключаемого программистом к своей программе на этапе написания, либо в виде объектных файлов, присоединяемых (линкуемых) к исполняемой программе на этапе компиляции. В результате программа включает в себя все необходимые функции, что делает её автономной, но увеличивает размер. Без статических библиотек объектных модулей (файлов) невозможно использование большинства современных компилирующих языков и систем программирования: Fortran, Pascal, C, C++ и других.

Статическая библиотека присоединяется во время компиляции программы в то время как присоединение динамической происходит во время выполнения.

4 Итоги работы

4.1 Численные результаты

Рассмотрим численные результаты для следующей задачи Дихиле:

$$\begin{cases} (\Delta + 2)(\Delta + 8)u = 40e^x e^y \\ (\Delta + 8)u|_{\Gamma} = 10e^x e^y \\ u|_{\Gamma} = e^x e^y \end{cases} \quad (4.1)$$

в единичном квадрате. Решение данной задачи дано в [2].

Таблица 4.1 — Время выполнения и расхождения

Metot	N	t_{cp}	ΔN
Par1	100003	1 sec	+/- 200
Par1	1000030	10 sec	+/- 250
Par2	100003	1 sec	+/- 10
Par2	1000030	12 sec	+/- 10
Pos	100003	2 sec	—
Pos	1000030	25 sec	—

В таблице представлены результаты производительности, оценки точности и численные результаты совпадают для всех методов. Используются следующие сокращения для таблицы: Pos - результаты получены в аналоге, Par1 - статичный метод расчета, Par2 - динамичный метод расчета.

5 Руководство пользователя

5.1 Установка

Для сборки приложения под Windows необходимо MPICH2, набор утилит для компиляции: компилятор GNU GCC и GNU Make данные утилиты представлены в пакете MinGW. Для Linux GNU GCC не обязателен, компиляция происходит силами пакета MPICH2.

- а) Скачайте необходимую версию библиотеки с тестовым примером.
- б) Запустите консоль в папке проекта или перейдите в нее с помощью команды `cd`.
 - нажмите Пуск -> Выполнить -> `cmd` - Это откроет консоль Windows;
 - в консоли наберите имя диска на котором располагается проект с двоиточием на конце (C:);
 - там же напечатайте `cd <путь к проекту> (cd C: project)`.
- в) Запустите `make`.

Результатом станет скомпилированный тестовый пример и статическая библиотека находящиеся в папке с проектом.

5.2 Запуск приложения

Для запуска приложения набрать в консоли:

linux

`mpirun -n <Кол. процессов> <Имя программы> [опции]`

windows

`mpiexec -n <Кол. процессов> <Имя программы> [опции]`

Опции

`-n<Кол.Путей>` - Задаёт количество путей

`-f` - Печать в файл

Пример:

`mpirun -n 100 ./main -n3000 -f`

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформируем основные результаты работы:

- а) Создана статическая библиотека класса с функциями обратного вызова.
- б) .
- в) Создана приложение под конкретные условия.
- г) Оценено оптимизация для двух алгоритмов и двух методов решения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. S. Ulam and N. Metropolis. The Monte Carlo method: Journal of American Statistical /Association, 1949. – 335 с.
2. Лукинов В. Л. Скалярные Алгоритмы метода Монте-Карло для решения мета-гармонических уравнений: дисертация кандидата физико-математических наук/ИВМиМГ СО РАН –Новосибирск, 2005. – 82 с.
3. Официальный сайт MPICH. ”Документация MPICH” [Электронный ресурс] Электрон. ст. М. 2013 – URL:<http://www.mpich.org/> (дата обращения: 10.06.2013).

А Диаграммы программ

А.1 Основной аналог - Biharmon2 измененная

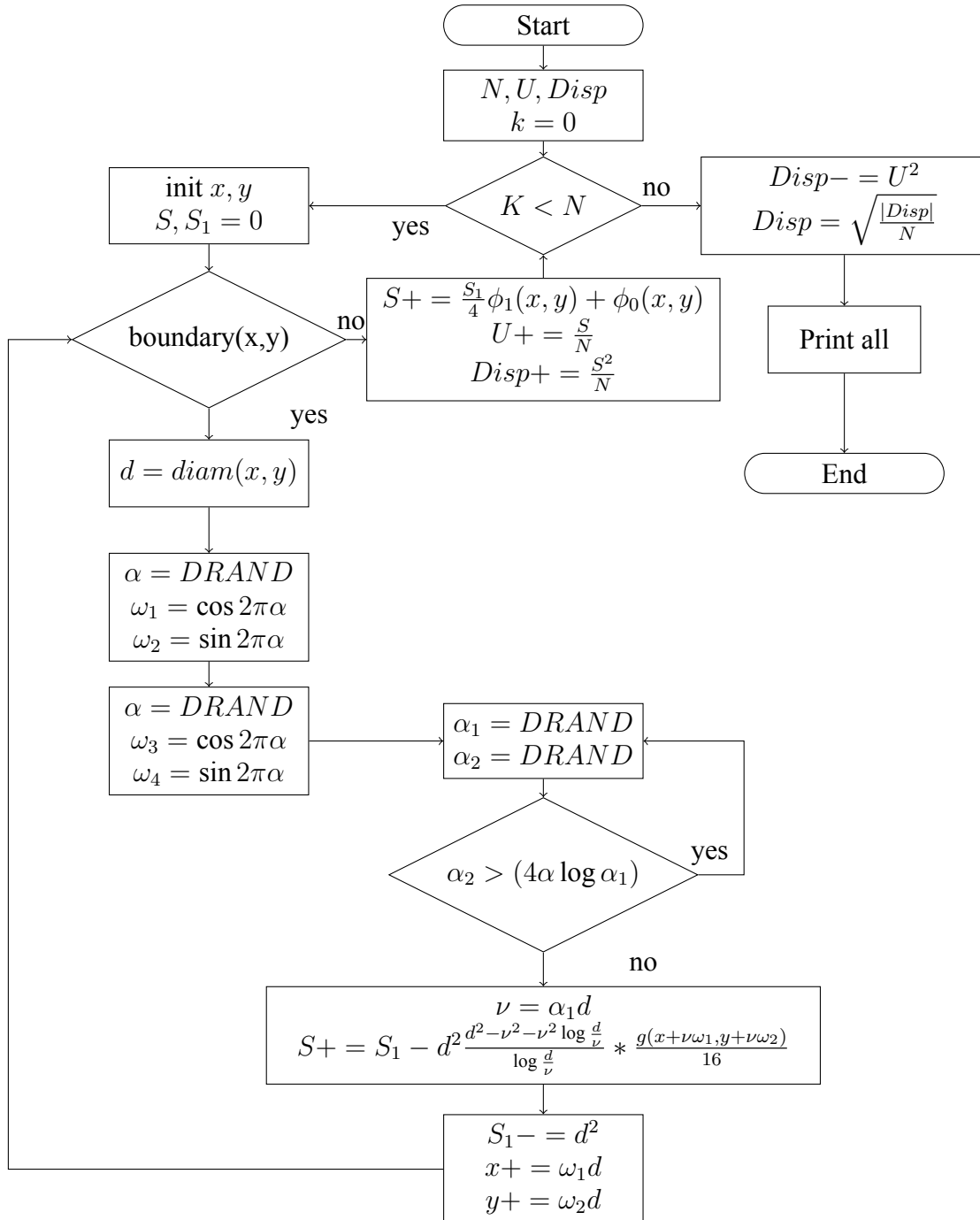


Рисунок А.1 — Принцип действия программы