

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования

”Новосибирский национальный исследовательский государственный университет”

(Новосибирский государственный университет)

Структурное подразделение Новосибирского государственного университета –

Высший колледж информатики НГУ

КАФЕДРА ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

## Создание модуля для параллельного решения бигармонического уравнения методом Монте-Карло

Дипломный проект  
на квалификацию техник

Студент IV курса  
гр. 903а2

Семенов С.А.  
”\_\_\_”\_\_\_\_\_2013

Научный руководитель  
к.ф-м.н., н.с ИВМиМГ СО РАН

Лукинов В.Л.  
”\_\_\_”\_\_\_\_\_2013

Новосибирск  
2013

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	<b>3</b>
<b>СПИСОК УСЛОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ</b> .....	<b>5</b>
<b>ГЛАВА 1 Постановка задачи</b> .....	<b>6</b>
1.1 Конкретизации требований и задачи .....	6
1.2 Формулировка задачи .....	7
1.3 Аналогии .....	7
<b>ГЛАВА 2 Методы решения и алгоритмы</b> .....	<b>8</b>
2.1 Блуждание по решетке .....	8
2.1.1 Оценка решения уравнения $(\Delta + c)(\Delta + b)u = -g$ .....	9
2.2 Блуждание по сферам .....	11
2.2.1 Оценки решения метагармонического уравнения $(\delta + c)^p u = g$ .....	12
2.3 Алгоритмы распределения траекторий .....	13
<b>ГЛАВА 3 Выполнение задачи</b> .....	<b>15</b>
3.1 Используемые программные средства .....	15
<b>ГЛАВА 4 Итоги работы</b> .....	<b>17</b>
4.1 Схема приложения .....	17
4.2 Численные результаты .....	18
<b>ГЛАВА 5 Руководство пользователя</b> .....	<b>19</b>
5.1 Установка .....	19
5.2 Запуск приложения .....	19
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b> .....	<b>20</b>
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ</b> .....	<b>21</b>
<b>ГЛАВА Приложение</b> .....	<b>22</b>
<b>ГЛАВА А Диаграммы программ</b> .....	<b>22</b>
А.1 Основной аналог - Biharmon2 измененная .....	22

## ВВЕДЕНИЕ

Дипломная работа посвящена созданию эффективной библиотеки для численного решения первой краевой задачи для бигармонического уравнения методами Монте-Карло.

Официальной датой рождения метода Монте-Карло принято считать 1949 год, когда была опубликована статья С. Улама и Н. Метрополиса [1]. Сам термин был предложен еще во время Второй мировой войны выдающимися учеными XX века математиком Дж. фон Нейманом и физиком Энрико Ферми в Лос-Аламосе (США) в процессе работ по ядерной тематике. Хотя методы Монте-Карло были известны и до 40-х годов, интенсивное развитие статистическое моделирование получило несколько позже в связи с появлением компьютеров, что позволило проводить вычисления больших объемов. С другой стороны, более широкое распространение получает статистическое описание тех или иных сложных физических процессов в связи с чем методы Монте-Карло все более активно используются во многих научных областях (теория переноса, теория массового обслуживания, теория надежности, статистическая физика и др.).

Основными преимуществами данных методов являются:

- физическая наглядность и простота реализации,
- малая зависимость трудоемкости задачи от размерности,
- возможность решения задач со сложной геометрией,
- оценивание отдельных функционалов от решения без запоминания значений решения во всей области,
- вероятностные представления позволяют строить обобщенные решения уравнений,
- одновременное оценивание вероятностной погрешности оценки искомого функционала,
- простое распараллеливание методов.

Бигармонические уравнения используются при решении задач теории упругости. Например, уравнение изгиба тонких пластин имеет вид  $\Delta\Delta u = g$ , где  $u$  – нормальный прогиб пластины. Если пластина лежит на упругом основании, то  $u$  удовлетворяет уравнению  $\Delta\Delta u + cu = g$ .

В настоящей работе использовались алгоритмы, основанные на двух принципиально разных подходах к решению краевых задач методом Монте-Карло.

Первый подход заключается в сведении исходной дифференциальной задачи к некоторому интегральному уравнению, что дает возможность использовать развитый аппарат методов Монте-Карло для решения интегральных уравнений второго рода. На этой основе строятся алгоритмы "блуждания по сферам".

Во втором подходе дифференциальная задача заменяется соответствующей разностной, которую после приведения её к специальному виду возможно решить методом Монте-Карло. В рамках этого подхода получаются простые и универсальные алгоритмы "блуждания по решетке".

Несмотря на то, что рассматриваемые в дипломе алгоритмы хорошо изучены, новой и неисследованной является задача изучения данных алгоритмов при вычислениях на кластерах. Основная задача дипломной работы состоит в построении библиотеки для кластерных вычислений.

## СПИСОК УСЛОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ

API - Интерфейс программирования приложений (иногда интерфейс прикладного программирования) (англ. application programming interface) – набор готовых классов, процедур, функций, структур и констант, предоставляемых приложением (библиотекой, сервисом) для использования во внешних программных продуктах.

MPI - Message Passing Interface (интерфейс передачи сообщений) – API для передачи информации, который позволяет обмениваться сообщениями между процессами, выполняющими одну задачу.

# 1 Постановка задачи

## 1.1 Конкретизации требований и задачи

Основная задача дипломной работы – написание библиотеки для вычисления бигармонического уравнения

$$(\Delta + c)^2 u = -g, (\Delta + c)^k u|_{\Gamma} = \phi_k,$$

входными параметрами которой являются:

- граничные функции;
- правая часть уравнения;
- точка в которой вычисляется решение;
- количество траекторий;
- правая часть уравнения;
- функция границ области.

Функция границ области возвращает единицу если точка с некоторой погрешностью находится на границе.

Рассмотрим возможные пути задания функциональных параметров.

- Использование функций обратного вызова;
- парсинг функций;
- скрипт.

Первый наиболее скор в разработки, но заставляет компилировать программу каждый раз когда мы меняем вычисляемое уравнение. Непреемлимым недостатком второго и третьего является чрезмерное увеличение исполняемой программы. В связи с этим в дипломной работе использовался первый вариант. Для уменьшения времени компиляции и обхехчения разработки готового приложения функционал вынесен в отдельную библиотеку.

Вывод осуществляется на экран и возвращается значениями из функций.

Конкретизируем задачу:

- а) Создание статической библиотеки класса для вычисления бигармонического уравнения.
- б) Создание примера приложения.
- в) Возврат значений дисперсии и решения уравнения.

- г) Печать на экран с разными форматами.
- д) Создание справки.

## **1.2 Формулировка задачи**

Создать библиотеку параллельного вычисления выше оговоренной задачи с удобным интерфейсом. Снабдить библиотеку примером и сопутствующей документацией(описание интерфейса и методов запуска).

В связи с трудностью задания условий задачи скриптовыми методами и ориентирование на малый объем и неделимость готовой программы, использовать функции обратного вызова.

Для быстрого изменения работы программы без изменения ее структуры обеспечить выбор методов решения и алгоритмов распределения задач флагами.

Обеспечить отказоустойчивость.

## **1.3 Аналоги**

Для решения данного класса задач инженерами и математиками используются самописные программы последовательного и параллельного вычисления, а также математические пакеты такие как MatLab, Matematica, Wolfram Alfa. В этих пакетах отсутствуют данные методы решения.

Самописные программы требуют дополнительных ресурсов, при этом возможны проблемы связанные с тестированием, поддержкой, оптимизацией требуемых решений. Создание библиотеки снижает этот уровень этих проблем.

Главным аналогом на основе которого и разрабатывается приложение является последовательная программа Biharmon2. Все сравнительные тесты проводились именно с ней. Численные результаты полученные приложение являющийся эталонными. Алгоритм этой программы приведен в приложении. Первый прямоугольник представляет собой вычисление в точке, второй же полный проход по траектории до границы. Недостатком данной реализации алгоритмов является:

- необходимость изменять алгоритм и функции основной программы(малая степень защиты от дурака);
- последовательность вычислений;
- при изменении алгоритма вычисления меняется и часть программы.

## 2 Методы решения и алгоритмы

В работе рассматриваются два метода решения (блуждание по сферам и блуждание по решетке) и два алгоритма распределения траекторий (статический и динамический).

### 2.1 Блуждание по решетке

В вычислительной математике для нахождения приближенного решения классическим подходом является замена дифференциальных уравнений соответствующей разностной задачей. Полученную систему линейных уравнений возможно решить методом Монте-Карло, используя случайные "блуждания по решетке", после приведения ее к специальному виду:

$$u = Au + f, p(A) < 1, \quad (2.1)$$

где  $p(A)$  спектральный радиус матрицы  $A$ . Воспользуемся данным подходом применительно к рассматриваемым ниже задачам.

В этой главе допускается, что функции  $c, g, \phi, u$  могут быть комплексными, причем  $\bar{u} = Re(u)$ .

В области  $D$  строится равномерная сетка с шагом  $h$  и в качестве оценки решения задачи для  $L = \Delta$  в узлах сетки  $r = (i_1 h, \dots, i_n h)$  рассматривается решение разностной задачи:

$$\begin{cases} (\Delta_h + c^h + \lambda)u^h = -g^h \\ u^h|_{\Gamma_h} = \phi^h. \end{cases} \quad (2.2)$$

Здесь  $\Delta_h$  – стандартный разностный оператор Лапласа;  $D_h$  – сеточная область (множество внутренних узлов);  $\Gamma_h$  – сеточная граница;  $u^h$  – сеточная функция, определенная на  $D_h \cup \Gamma_h$ ;  $g^h, c^h, M^h, \phi^h$  – значения соответствующих функций в узлах сетки. Для простоты изложения здесь рассматривается вариант, когда все граничные узлы сетки лежат на исходной границе, то есть область  $D_h$  является объединением "координатных" параллелепипедов.

Свойства разностной аппроксимации оператора Лапласа позволяют предположить, что при достаточно малых  $h$  все собственные значения оператора  $\Delta_h$  для области  $D_h$  отрицательны. Обозначим через  $-c_h^*$  то из них, которое



имеет наименьшую абсолютную величину. Тогда для  $M^h + \lambda_0 < c_h^*$  задача имеет единственное решение.

Уравнение 2.2 можно представить в виде:

$$u_i^h = s_i \sum_{j=1}^L p_{ij} u_j^h + f_i^h \quad (2.3)$$

где  $i, j = (1; \dots; L)$  – номера узлов сетки, причем  $p_{ij} = 1/(2n)$ , если  $i$  номер внутреннего узла, а  $j$  соседнего с ним;  $p_{ij} = 0$  для граничных узлов. Для граничных узлов полагаем  $s_i = 0$ ; для остальных узлов

$$s_i = \left[ 1 - \frac{(c_i^h + \lambda)h^2}{2n} \right]^{-1} \quad (2.4)$$

Свободный элемент  $f^h$  определяется соотношениями:

$$f_i^h = \begin{cases} \frac{h^2}{2n} s_i g_i^h, & r_i \in D_h \\ \phi_i^h, & r_i \in \Gamma_h \end{cases} \quad (2.5)$$

### 2.1.1 Оценка решения уравнения $(\Delta + c)(\Delta + b)u = -g$

Рассмотрим следующую задачу Дирихле для бигармонического уравнения:

$$\begin{cases} (\Delta + c)(\Delta + b)u = -g, \\ \Delta u + bu|_{\Gamma} = \phi, \\ u|_{\Gamma} = \psi, \end{cases} \quad (2.6)$$

и эквивалентную ей систему уравнений

$$\begin{cases} \Delta u + bu = v, \\ u|_{\Gamma} = \psi, \\ \Delta v + cv = -g, \\ v|_{\Gamma} = \phi, \end{cases} \quad (2.7)$$

в области  $D \in R^n$  с границей  $\Gamma$ , которая предполагается односвязной и кусочно гладкой, причем

$$M = \max [Re(b), Re(c)] < c^*, \quad (2.8)$$

где  $c^*$  первое собственное значение оператора Лапласа для области  $D$ , произвольная точка  $r = (x_1; \dots; x_n) \in D$ . Будем полагать также что функции  $c, b, g$  удовлетворяют условию Гельдера в  $D$ , а функции  $\psi, \phi$  непрерывны на границе  $\Gamma$ . Условия регулярности, обеспечивающие существование и единственность решения данной задачи, предполагаются выполненными в том числе и после замены всех параметрических функций их модулями.

В области  $D$  строится равномерная сетка с шагом  $h$  и в качестве оценки решения исходной задачи в узлах сетки  $r = (i_1 h; \dots; i_n h)$  рассматривается решение разностной задачи:

$$\begin{cases} \Delta_h u^h + b^h u^h = v^h, \\ u^h|_{\Gamma_h} = \psi^h, \end{cases} \quad (2.9)$$

$$\begin{cases} \Delta_h v^h + c^h v^h = -g^h, \\ v^h|_{\Gamma_h} = \phi^h, \end{cases} \quad (2.10)$$

где  $v^h$  – сеточная функция, определенная на  $D^h \cup \Gamma_h$ ;  $b^h, \psi^h$  – значения функций  $b(r), \psi(r)$  в узлах сетки. Остальные обозначения и условия примем такими же как в 2.1. Тогда для  $M^h < c_h^*$  задача 2.9 и 2.10 имеет единственное решение. Соотношения 2.9, 2.10 перепишем в виде:

$$v_i^h = q_i \sum_{j=1}^L p_{ij} v_j^h + f_i^h, \quad (2.11)$$

$$u_i^h = q_i \sum_{j=1}^L p_{ij} u_j^h + f_i^h, \quad (2.12)$$

где  $i, j = (1, \dots, L)$  – номера узлов сетки, причем  $p_{ij} = 1/(2n)$ , если  $i$  – номер внутреннего узла, а  $j$  – соседнего с ним;  $p_{ij} = 0$  для граничных узлов. Для

граничных узлов полагаем  $q_i = s_i = 0$ ; для остальных узлов

$$q_i = [1 - c_i^h h^2 / (2n)]^{-1} \quad s_i = [1 - b_i^h h^2 / (2n)]^{-1}, \quad (2.13)$$

Свободные элементы  $f_h$  и  $\bar{f}_h$  определяются соотношениями:

$$f_i^h = \begin{cases} \frac{h^2}{2n} q_i g_i^h, r_i \in D_h \\ \phi_i^h, r_i \in \Gamma_h \end{cases} \quad \bar{f}_i^h = \begin{cases} -\frac{h^2}{2n} s_i v_i^h, r_i \in D_h \\ \psi_i^h, r_i \in \Gamma_h \end{cases} \quad (2.14)$$

Согласно теореме 5 из [2]:

$$\xi_{i_0} = \frac{-h^2}{2n} \sum_{j=0}^N f_{i_j}^h \sum_{l=0}^j \left( \prod_{k=0}^l s_{i_k} \right) \left( \prod_{k=l}^{j-1} q_{i_k} \right) + \left( \prod_{k=0}^{N-1} s_{i_k} \right) \psi_{i_N}^h \prod_{k=j}^{j-1} = \begin{cases} 1, j < N \\ 0, j = N \end{cases} \quad (2.15)$$

Здесь  $i_0, \dots, i_n$  – номера узлов случайной цепи Маркова с начальным распределением  $\delta_{i_0}$  и вероятностями перехода  $p_{ij}$ ,  $N$  – случайный номер первого попадания на границу сеточной области.

## 2.2 Блуждание по сферам

Рассмотрим задачу Дирихле для уравнения Гельмгольца

$$\Delta u + cu = g, u|_{\Gamma} = \phi \quad (2.16)$$

в области  $D \subset R^n$  с границей  $\Gamma$ , причем  $c < c^*$ , где  $c^*$  первое собственное число оператора Лапласа для области  $D$ ,  $r = (x_1; \dots; x_n) \in D$ . Предполагаются выполненными сформулированные условия регулярности функций  $g$ ,  $\phi$  и границы  $\Gamma$ , обеспечивающие существование и единственность решения задачи, а также его вероятностное представление и интегральное представление с помощью шаровой функции Грина.

Введем следующие обозначения:

- $\bar{D}$  – замыкание области  $D$ ;
- $d(P)$  – расстояние от точки  $P$  до границы  $\Gamma$ ;
- $\epsilon > 0$  – числовой параметр;
- $\Gamma_\epsilon$  –  $\epsilon$  – окрестность границы  $\Gamma$ , т. е.  $\Gamma_\epsilon = \{P \in \bar{D} : d(P) < \epsilon\}$ ;
- $S(P)$  максимальная из сфер (точнее - из гиперсфер) с центром в точке  $P$ , целиком лежащих в  $\bar{D}$ ,  $S(P) = \{Q \in \bar{D} : |Q - P| = d(P)\}$ .

В процессе блуждания по сферам очередная точка  $P_{k+1}$  выбирается равномерно по поверхности сферы  $S(P_k)$ ; процесс обрывается, если точка попадает в  $\Gamma_\epsilon$ . Дадим точное определение процесса блуждания по сферам. Зададим цепь Маркова  $\{R_m\}_{m=1,2,\dots,N}$  следующими характеристиками:

- $\pi(r) = \delta(r - r_0)$  - плотность начального распределения (т.е. цепь выходит из точки  $r_0$ );
- $p(r, r') = \delta_r(r')$  плотность перехода из  $r$  в  $r'$ , представляющая собой обобщенную плотность равномерного распределения вероятностей на сфере  $S(r)$ ;
- $p_0(r)$  вероятность обрыва цепи, определяемая выражением

$$p_0(r) = \begin{cases} 0, r \notin \Gamma_\epsilon \\ 1, r \in \Gamma_\epsilon \end{cases} \quad (2.17)$$

- $N$  - номер последнего состояния.

Как уже указывалось, данная цепь называется процессом блуждания по сферам. Ее можно, очевидно, записать в виде  $r_m = r_{m-1} + \omega_m d(r_{m-1})$ ;  $m = 1; 2; \dots$ ;  $\omega_m$  – последовательность независимых изотропных векторов единичной длины.

### 2.2.1 Оценки решения метагармонического уравнения $(\delta + c)^p u = g$

Для случая  $L = \delta, \lambda = 0, c = \text{const} < c^*$  вероятностное представление задачи имеет вид

$$u(r_0) = E \int_0^\gamma e^{ct} g(\xi(t)) dt + E[e^{c\tau} \Phi(\xi(\tau))], \quad (2.18)$$

где  $\xi(t)$  начинающийся в точке  $r_0$  соответствующий оператору Лапласа диффузионный процесс,  $\tau$  момент первого выхода процесса из области  $D$ . На основе строго марковского свойства процесса отсюда имеем

$$u(r_0) = \sum_{i=0}^{\infty} E[e^{c\tau_i} \int_0^{\tau_{i+1}-\tau_i} e^{ct} g(\xi(t + \tau_i)) dt + E[\Phi(\xi(\tau)) \prod_{i=0}^{\infty} e^{c(\tau_{i+1}-\tau_i)}], \quad (2.19)$$

где  $\tau_i$  - момент первого выхода процесса  $\xi(t)$  на поверхность  $i$ -й сферы соответствующего блуждания по сферам.

### 2.3 Алгоритмы распределения траекторий

В библиотеке используется два алгоритма аспределения траекторий: статический (равное распределение задачи при равных вычислительных узлах) и динамический (предполагает разные вычислительные мощности отдельных узлов).

Статический метод распределяет траектории в равных долях плюс процесс для не нулевого и вычит общего числа процессов на нулевом. Это связано с общим суммированием результата на нулевом процессе.

Динамический распределяет половину траекторий в равных долях между не нулевыми процессами(в дальнейшем – вычислители). Нулевой процесс выполняет роль менеджера распределения траекторий (МРТ). При окончании расчетов первым вычислителем МПТ получает коэффициент производительности (КП) выраженный в секундах на проход. Этой величине присваивается единичный статус и назад отправляется количество проходов равное первоначальным условиям, но от оставшегося числа. Если остается меньше необходимого минимума он отправляется полностью, а МРТ переходит к сбору данных. При приходе последующих КП они сравниваются с единичным. Если он меньше, то текущей становится единичным. Назад отправляем

$$nWay = \frac{N}{2aP \frac{Kp_i}{Kp_1}}, \quad (2.20)$$

где  $Kp$  - коэффициент производительности,  $size$  - общее количество процессов,  $aP = size - 1$ . Если  $nWay$  меньше необходимого минимума отправляется  $N$  полностью, а МРЗ переходит к сбору данных. В графическом представлении алгоритм можно просмотреть на рисунке 2.1

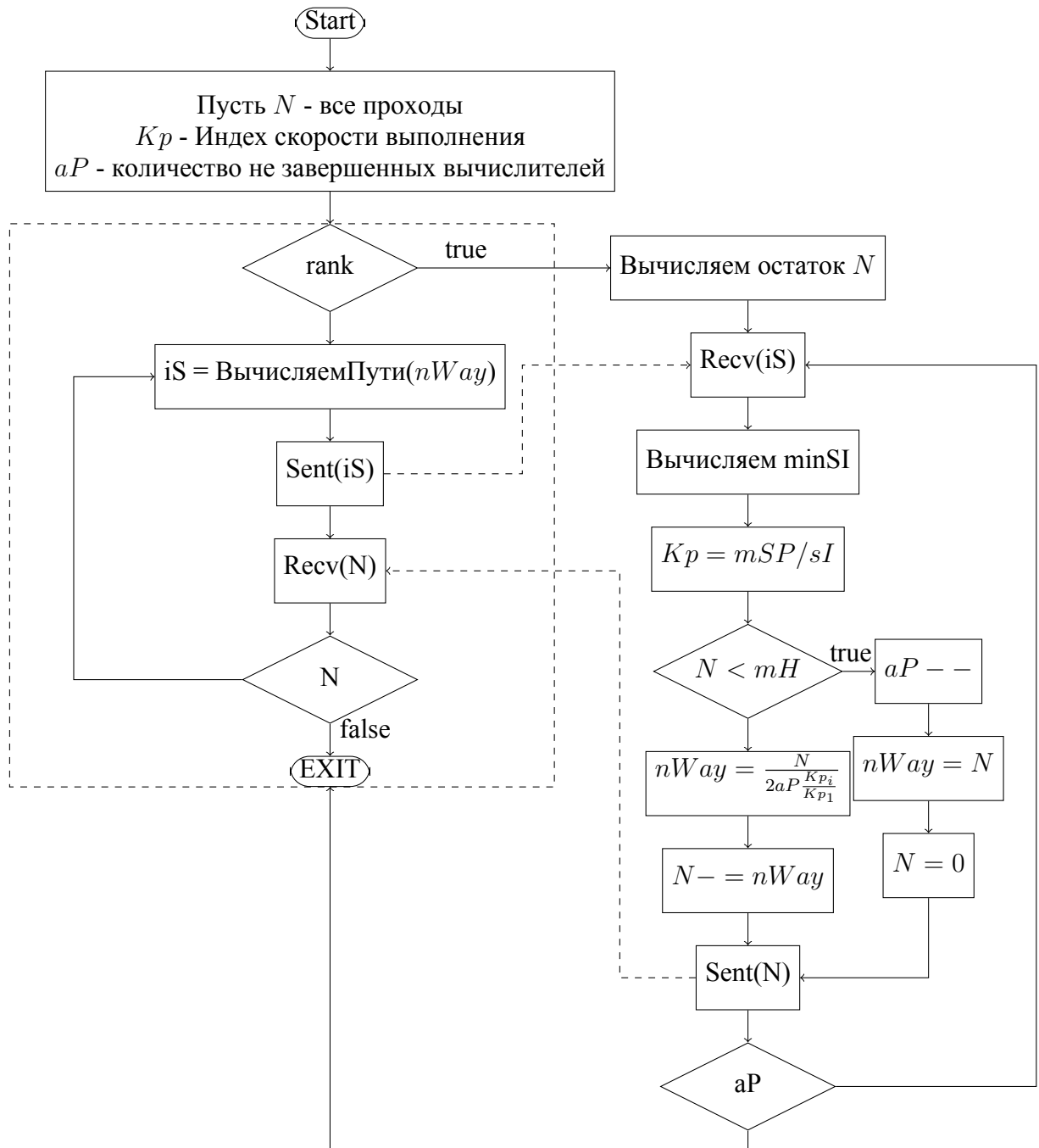


Рисунок 2.1 — Динамический алгоритм

## 3 Выполнение задачи

### 3.1 Используемые программные средства

При создании требуемой библиотеки были использованы следующие программные средства и технологии.

Message Passing Interface (MPI, интерфейс передачи сообщений) – программный интерфейс (API)<sup>1</sup> для передачи информации, который позволяет обмениваться сообщениями между процессами, выполняющими одну задачу. Разработан Уильямом Гроуппом, Эвином Ласком и другими.

MPI является наиболее распространённым стандартом интерфейса обмена данными в параллельном программировании. Существуют его реализации для большого числа компьютерных платформ. MPI используется при разработке программ для кластеров и суперкомпьютеров. Основным средством коммуникации между процессами в MPI является передача сообщений друг другу. Стандартизацией MPI занимается MPI Forum. В стандарте MPI описан интерфейс передачи сообщений, который должен поддерживаться как на платформе, так и в приложениях пользователя. В настоящее время существует большое количество бесплатных и коммерческих реализаций MPI. Существуют реализации для языков Фортран 77/90, Java, Си и Си++.

В первую очередь MPI ориентирован на системы с распределенной памятью, то есть когда затраты на передачу данных велики, в то время как OpenMP<sup>2</sup> ориентирован на системы с общей памятью (многоядерные с общим кэшем). Обе технологии могут использоваться совместно, дабы оптимально использовать в кластере многоядерные системы. Более подробно об этом [3].

При разработке прикладного кода использовалась распределённая система управления версиями файлов – Git

Git — распределённая система управления версиями файлов. Проект был создан Линусом Торвальдсом для управления разработкой ядра Linux, первая версия выпущена 7 апреля 2005 года. На сегодняшний день поддерживается Джунио Хамано.

Система управления версиями (от англ. Version Control System, VCS или

---

<sup>1</sup> Application programming interface

<sup>2</sup> <http://openmp.org/wp/>

Revision Control System) – программное обеспечение для облегчения работы с изменяющейся информацией. Система управления версиями позволяет хранить несколько версий одного и того же документа, при необходимости возвращаться к более ранним версиям, определять, кто и когда сделал то или иное изменение, и многое другое.

Такие системы наиболее широко используются при разработке программного обеспечения для хранения исходных кодов разрабатываемой программы. Однако они могут с успехом применяться и в других областях, в которых ведётся работа с большим количеством непрерывно изменяющихся электронных документов. В частности, системы управления версиями применяются в САПР, обычно в составе систем управления данными об изделии (PDM). Управление версиями используется в инструментах конфигурационного управления (Software Configuration Management Tools). Программа является свободной и выпущена под лицензией GNU GPL 2.

Язык для написания приложения был выбран C++ как наиболее подходящий для разработки статической библиотеки.

Статическая библиотека в программировании – сборник подпрограмм или объектов, используемых для разработки программного обеспечения (ПО) выполненных в виде исходного текста, подключаемого программистом к своей программе на этапе написания, либо в виде объектных файлов, подключающихся к исполняемой программе на этапе компиляции. В результате программа включает в себя все необходимые функции, что делает её автономной, но увеличивает размер. Без статических библиотек объектных модулей (файлов) невозможно использование большинства современных компилирующих языков и систем программирования: Fortran, Pascal, C, C++ и других.

Статическая библиотека присоединяется во время компиляции программы в то время как присоединение динамической происходит во время выполнения.



## 4 Итоги работы

Библиотека содержит один класс, полностью реализующий функционал дипломной работы.

### 4.1 Схема приложения

```
#ifndef RESHOTKA
#define RESHOTKA

#include <mpi.h>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <cmath>
#define DRAND double (rand())/ double(RAND_MAX)
#define DINAMIC_ALG 0x01000000
class POINT_ON_RESHOTKA{
    int rank, size; // mpi
    int flag; // flag
    int porColDrave; // количествопроходов
    int N; //количество дляодногопроцесса
    int N_2; //
    double porX, porY; // =0.5e-00;
    double timeRun;

    static const double PI=3.141592e-00;

    double (*u) (double , double);
    double (*g) (double , double);
    double (*phi0) (double , double);
    double (*phi1) (double , double);
    int (*boundary) (double &, double &);
    double U, Disp;

    double voidSphere(int &N);
    double diam(double , double );
    void staticSphere();
    void dinamicSphere();
public :
    POINT_ON_RESHOTKA(int *, char***, double , double );
    ~POINT_ON_RESHOTKA();

    void setU(double (*use) (double , double ));
    void setG(double (*use) (double , double ));
    void setPhi_0(double (*use) (double , double ));
    void setPhi_1(double (*use) (double , double ));
    void setBoundary(int (*use) (double &, double &));
    void printDebag();
    void printResult();
    int init(double , double );
    void mainRun();
    void setFlag(int fl){ flag=flag | fl;};};
#endif
```

## 4.2 Численные результаты

Рассмотрим численные результаты для следующей задачи Дихиле:

$$\begin{cases} (\Delta + 2)(\Delta + 8)u = 40e^xe^y \\ (\Delta + 8)u|_{\Gamma} = 10e^xe^y \\ u|_{\Gamma} = e^xe^y \end{cases} \quad (4.1)$$

в единичном квадрате. Решение данной задачи дано в [2].

Таблица 4.1 — Время выполнения и расхождения

Metot	N	Кол.	$t_{cp}$	$\Delta$ проходов
Par1	100003	4	0.6 sec	+ / - 200
Par1	1000030	4	6 sec	+ / - 250
Par2	100003	4	1 sec	+ / - 10
Par2	1000030	4	12 sec	+ / - 10
Par2	1000030	5	8 sec	+ / - 10
Pos	100003	1	2 sec	—
Pos	1000030	1	25 sec	—

В таблице 4.1 представлены результаты производительности, оценки точности и численные результаты совпадают для всех методов. Используются следующие сокращения для таблицы: Pos - результаты получены в аналоге, Par1 - статичный метод расчета, Par2 - динамичный метод расчета. Измерения проводились на однопроцессорной машине.

Как видим статический алгоритм обеспечил лудшую производительность на однопроцессорной машине.

## 5 Руководство пользователя

### 5.1 Установка

Для сборки приложения под Windows необходимо MPICH2, набор утилит для компиляции: компилятор GNU GCC и GNU Make данные утилиты представлены в пакете MinGW. Для Linux GNU GCC не обязателен, компиляция происходит силами пакета MPICH2.

- а) Скачайте необходимую версию библиотеки с тестовым примером.
- б) Запустите консоль в папке проекта или перейдите в нее с помощью команды `cd`.
  - нажмите Пуск -> Выполнить -> `cmd` - Это откроет консоль Windows;
  - в консоли наберите имя диска на котором располагается проект с двоеточием на конце (C:);
  - там же напечатайте `cd <путь к проекту> (cd C: project)`.
- в) Запустите `make`.

Результатом станет скомпилированный тестовый пример и статическая библиотека находящиеся в папке с проектом.

### 5.2 Запуск приложения

Для запуска приложения набрать в консоли:

linux

`mpirun -n <Кол. процессов> <Имя программы> [опции]`

windows

`mpiexec -n <Кол. процессов> <Имя программы> [опции]`

Опции

`-n<Кол.Путей>` - Задаёт количество путей

`-l` - Печать заголовка таблицы

`-f` - Печать в общем виде (иначе табличный)

Пример:

`mpirun -n 100 ./main -n3000 -l`

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Сформируем основные результаты работы:

- а) Создана статическая библиотека класса с функциями обратного вызова.
- б) .
- в) Создана приложение под конкретные условия.
- г) Оценено оптимизация для двух алгоритмов и двух методов решения.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. S. Ulam and N. Metropolis. The Monte Carlo method: Journal of American Statistical /Association, 1949. – 335 с.
2. Лукинов В. Л. Скалярные Алгоритмы метода Монте-Карло для решения мета-гармонических уравнений: дисертация кандидата физико-математических наук/ИВМиМГ СО РАН –Новосибирск, 2005. – 82 с.
3. Официальный сайт MPICH. ”Документация MPICH” [Электронный ресурс] Электрон. ст. М. 2013 – URL:<http://www.mpich.org/> (дата обращения: 10.06.2013).

# ПРИЛОЖЕНИЕ А Диаграммы программ

## А.1 Основной аналог - Biharmon2 измененная

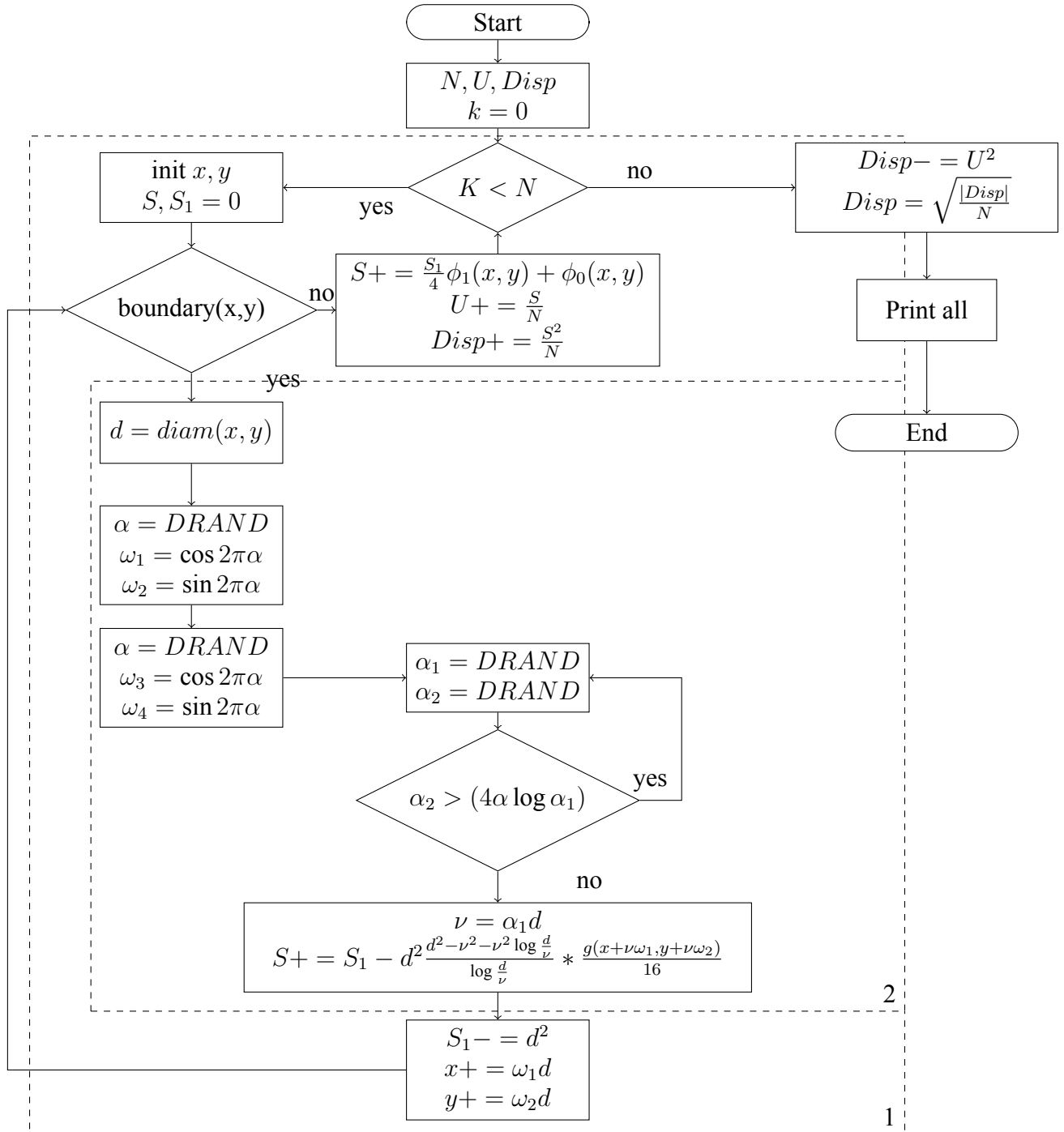


Рисунок А.1 — Принцип действия программы