

# 2021-CUPT

## 5. 同步蜡烛

Synchronised Candles

---

2021-CUPT

# Contents

## 结构大纲

01  
**问题陈述与分析**  
Analysis of the problem

02  
**预实验与模拟**  
Pre-Experiment and Simulation

03  
**理论模型**  
Theory and Model

04  
**实验研究**  
Experiment and Result

05  
**总结与拓展**  
Summary and Prospect

06  
**参考文献与致谢**  
Reference and Thanks



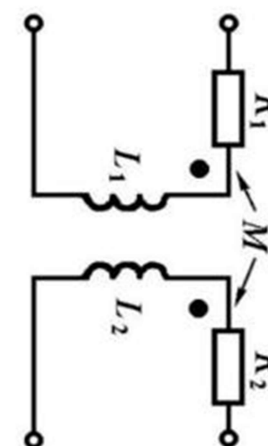
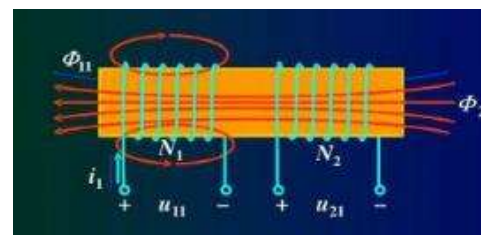
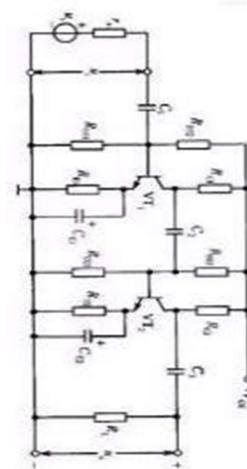
当几支**彼此邻近**的蜡烛燃烧时，可以观察到振荡的火焰。**两个**这样的振荡可以相互耦合，导致同相或反相同步（取决于蜡烛组之间的距离）。解释并探究这种现象。

## 题目分析：

- 1、解释：什么是耦合？
- 2、条件：燃烧的蜡烛要彼此临近
- 3、现象：随蜡烛间距的改变，耦合方式也发生改变

## Coupling

物理学上指两个或两个以上的体系或两种运动形式间通过相互作用而彼此影响以至联合起来的现象。如放大器级与级之间信号的逐级放大量通过阻容耦合或变压器耦合；两个线圈之间的互感是通过磁场的耦合。

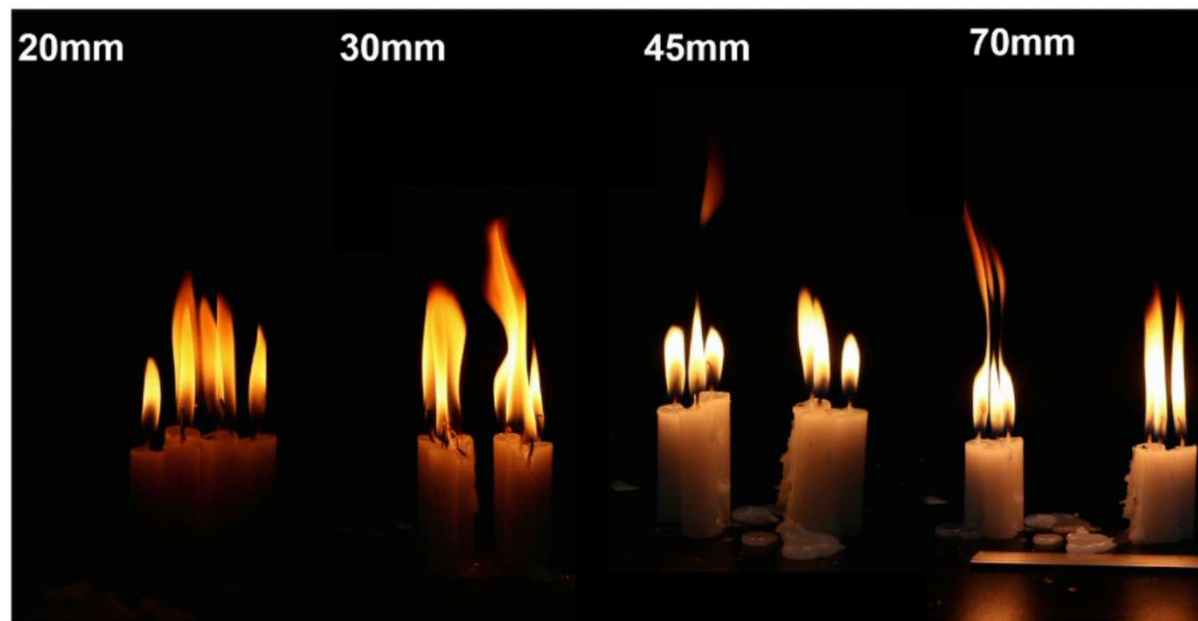


- 1948年, *Chamberlin*等人首次利用成像技术对蜡烛火焰的**非线性振荡**行为进行了介绍和分析。
- 2009年, *Kitahata*根据燃烧振子距离的不同发现了两种同步模式。并提出了**以热辐射为主导作用的耦合理论**模型。
- 2016年, *Okamoto*等人基于**涡流和分岔理论**对这些模式形成的机制给出了解释。发现了 4 种同步模式, 即完全同步 (*in - phase*)、部分同步 (*partial in - phase*)、锁相同步 (*Rotation*) 和振幅死亡 (*death*)



## 2 预实验——对蜡烛振荡行为的探究

2021-CUPT



### 研究材料与器材：

实验小蜡烛（直径1.2cm，高9.5cm）、摄像机

### 实验注意事项：

实验是在室内环境中进行的，没有环境光和外部空气流动；视频要等火焰稳定振荡后再进行录制；后期调整时都统一将速度改为20%，方便对比。

2021-CUPT

## 3.1 理论模型——涡流理论

2021-CUPT

### 单振子周期性震荡的解释：

Kitahata 等人认为，火焰振荡是火焰供氧有限的结果。

Nagamine 等人<sup>11</sup>在振荡开始时观察到冷石蜡蒸汽在火焰正上方下降，并假设其在引发火焰振荡中起作用。[4]



对于单个振子的振荡，我们有以下类比研究：在燃烧器火焰的示例中下，喷嘴的加热射流以及随后在火焰表面附近形成了大旋涡。从火焰中心到周围静止空气的流速的空间不均匀性导致火焰表面的不稳定性，在明亮火焰的正外部形成环形涡流。

漩涡将火焰垂直拉伸，形成一个分离的气泡。火焰尖端喷烟的周期性分离，随后主火焰从喷嘴重新生长，导致燃烧器火焰的震荡闪烁。



推测，基于旋涡的情况也适用于蜡烛火焰闪烁。

将灯芯相互移动来熔化几个小蜡烛火焰会导致大火焰，从而在向上的方向上产生加热的射流。然后，流速的空间不均匀性在火焰表面附近产生环形涡流，导致喷烟从主火焰周期性分离

2021-CUPT

\*[4] Nagamine Y, Otaka K, Zuiki H, et al. Mechanism of Candle Flame Oscillation: Detection of Descending Flow above the Candle Flame[J]. Journal of the Physical Society of Japan, 2017, 86(7):074003.

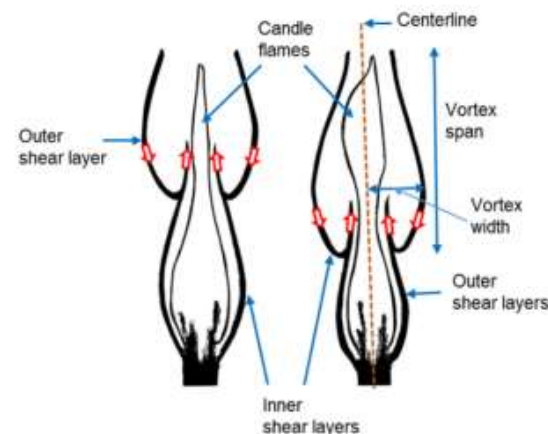
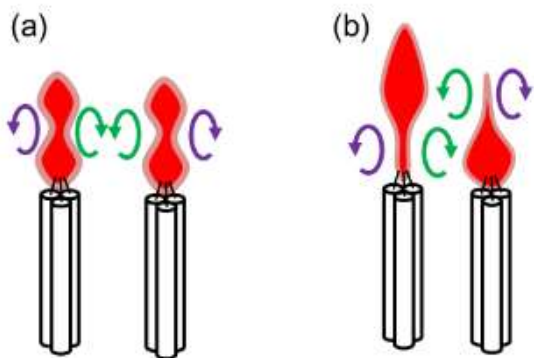
## 3.1 理论模型——涡流理论

2021-CUPT

### 振子耦合现象的解释：

如果蜡烛彼此足够靠近，即使是细蜡烛(未捆扎)也能显示出火焰振荡，这进一步佐证了涡流假设的合理性。

根据基于涡流的理解，进一步推断成对蜡烛火焰的同步振荡是涡流和火焰表面之间相互作用的结果。一个火焰产生的涡流扰动另一个火焰的表面，反之亦然；因此，两个相邻火焰之间的交替扰动将导致耦合蜡烛火焰的同步。



我们标记振荡器之间的空间中形成的剪切层为内部剪切层，振荡器外部的剪切层为外部剪切层。

这些不稳定剪切层的卷起导致火焰周围形成涡流。当漩涡向上运动时，由于它们的自诱导速度和浮力的作用，它们在形状和大小上都呈现出增长。[6]

2021-CUPT

\*[6] Dange S , Pawar S A , Manoj K , et al. Role of buoyancy-driven vortices in inducing different modes of g coupled behaviour in candle-flame oscillators[J]. AIP Advances, 2019, 9(1):015119.



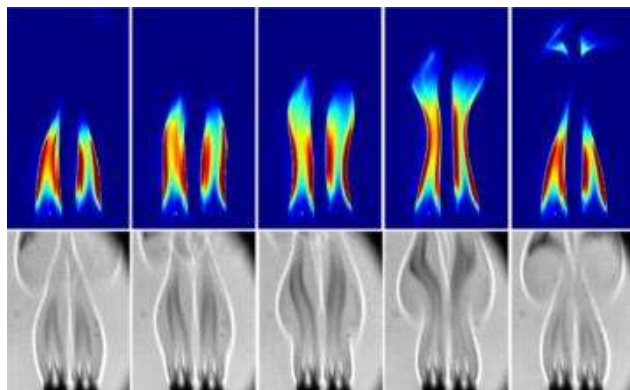
## 3.1 理论模型——涡流理论

2021-CUPT

### 同向耦合：

当两个蜡烛火焰振荡器彼此非常接近时，我们注意到它们的振荡是同相耦合模式，相位差大约为0度，这是由于它们的火焰动力学相似。

由于蜡烛火焰振荡器之间的距离小，我们观察到两个浮力诱导流的聚结，特别是内部剪切层合并，涡流在这些振荡器中的火焰周围产生。



2021-CUPT

## 3.1 理论模型——涡流理论

2021-CUPT

### 振幅死亡：

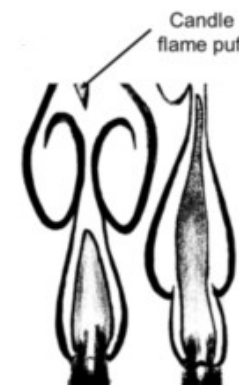
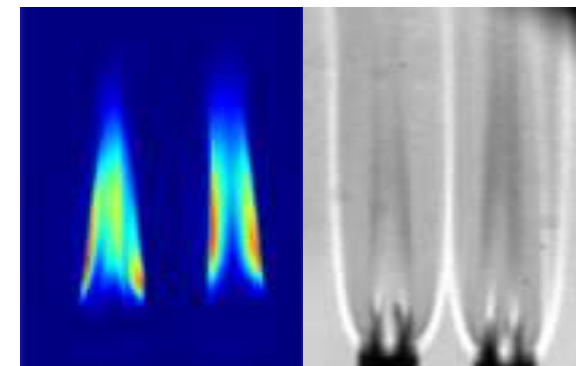
在逐渐增加振子之间的距离时，我们观察到两个振荡器的振荡停止。这种现象被称为振幅死亡（*Amplitude death*）

在这种状态下，两个振子的火焰形状呈现细长的几何形状。单个蜡烛火焰振子的浮力诱导流不再合并，观察到它们的内部剪切层相邻。沿着内部剪切层不再形成涡流。由于火焰周围形成的旋涡的环形特性，这种效应随后被传递到外剪切层，导致两个振子的火焰表面的振荡完全停止。

### 反向耦合：

随着振子间距的进一步增加，我们观察到火焰在两个蜡烛火焰振子中从振幅死亡状态恢复其振荡行为。但其具有180度的相位差，称为反相耦合。

由于同一火焰的内部和外部剪切层涡流的边界之间的联合，形成了这种火焰喷射，因为其间距相比于之前“同相”与“死亡”较大，故其一火焰振动时内剪切层与其外剪切层可单独形成涡流，并产生对另一火焰的抑制。



2021-CUPT

## 3.2 理论模型——对单振子进行数学建模

2021-CUPT

- 2009年, Kitahata根据燃烧振子距离的不同发现了两种同步模式。并提出了以热辐射为主导作用的耦合理论模型, 并给出了振子的数学模型进行求解。[1]

- Kitahata几点假设:**
- 蜡烛燃烧时石蜡由固态变成气态, 并与空气相中的氧气反应
  - 我们认为石蜡的量充足, 石蜡气体的供应速率恒定
  - 氧气从蜡烛燃烧的周围空气中供应, 热量通过对流而不是扩散传送。

构造以下方程:

$$C \frac{dT}{dt} = \omega_1 \left[ \underbrace{h(T_0 - T)}_{\text{对流传热}} + \underbrace{\beta a n \exp\left(-\frac{E}{RT}\right)}_{\text{燃烧产热}} \right] - \underbrace{\sigma T^4}_{\text{辐射能量损失}} \quad (1)$$

$$\frac{dn}{dt} = \omega_2 \left[ \underbrace{k(n_0 - n)}_{\text{氧气流动}} - \underbrace{a n \exp\left(-\frac{E}{RT}\right)}_{\text{燃烧消耗}} \right] \quad (2)$$

我们并不认为这个数值模拟是完全正确的!

其中 $T(t)$  是火焰的温度,  $n(t)$  是空气中氧的浓度

$C, R, E, T_0, n_0, h, k, \beta, \sigma$ 均为常量, 分别对应于比热、气体常数、活化能、外部温度、外部氧气浓度、对流热流、对流供氧速率、单位体积石蜡燃烧产生的热量和Stefan - Boltzmann常数

2021-CUPT

\*[1] Oscillation and synchronization in the combustion of candles.[J]. Journal of Physical Chemistry A, 2009, 113(29):8164-8.

## 3.2 理论模型——对单振子进行数学建模

2021-CUPT

无量纲化:  $u = c \frac{T - T_0}{T_0} \quad v = \frac{n}{n_0} \quad \tau = \omega_2 k t \quad c = \frac{E}{RT_0} \quad \varepsilon = \frac{Ck\omega_2}{h\omega_1} \quad a_v = \frac{a}{k} \exp(-c) \quad \sigma_0 = \frac{\sigma c T_0^3}{G\omega_2 k} \quad a_u = \frac{\beta c n_0 a}{T_0 h} \exp(-c)$

得无量纲方程: 
$$\frac{du}{d\tau} = \frac{1}{\varepsilon} \left[ -u + a_u v \exp\left(\frac{u}{1 + u/c}\right) \right] - \sigma_0 \left(1 + \frac{u}{c}\right)^4 \quad (3)$$

$$\frac{dv}{d\tau} = 1 - v - a_v v \exp\left(\frac{u}{1 + u/c}\right) \quad (4)$$

**我们并不认为这个数值模拟是完全正确的！**

原因：

- 1、此模拟对所有变量进行无量纲化处理，但对一些无量纲常数的取值的合理性还有待商榷，这一模拟不能完全反映真实的物理过程；
- 2、真实情况中，蜡烛的燃烧受到周围很多因素的干扰（包括地面气流、蜡烛本身质量等等），使用数学模型这一做法本身就是脱离实际的。

**但我们仍对文献中给出的方程进行了计算，此结果虽无法与实际实验定量比较，但可以较为直观地看到蜡烛振荡依赖的定性关系**

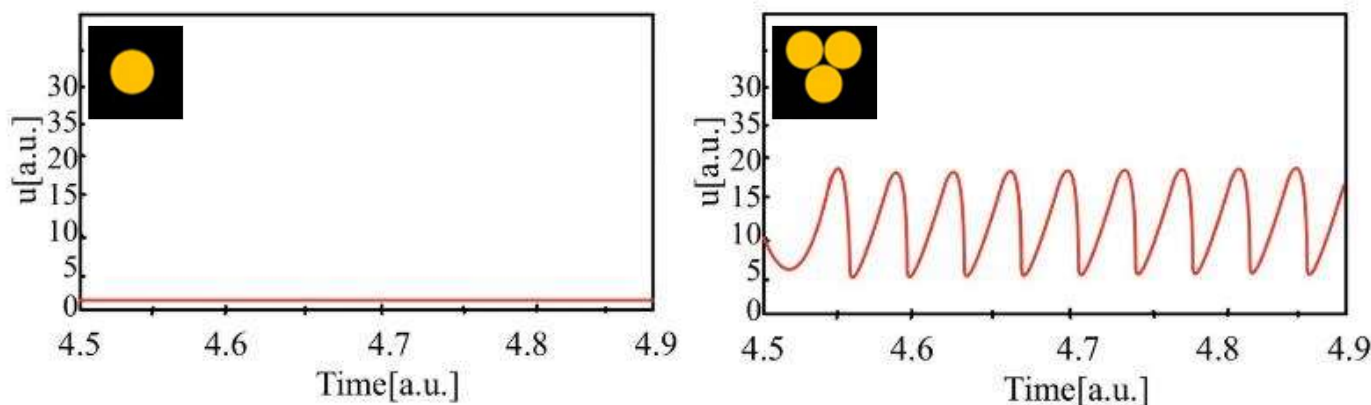
2021-CUPT

\*数学方程来自参考文献：[1] Oscillation and synchronization in the combustion of candles.[J]. Journal of Physical Chemistry A, 2009, 113(29):8164-8.

## 3.2 理论模型——对单振子进行数学建模

2021-CUPT

代入参数得以下图像：



我们使用无量纲方程进行计算，以上参数为：

$$\varepsilon = 10^{-3}, a_u = a_v = 3.7, c = 5, \text{ and } \sigma_0 = 1$$

最终所得数据显示：

当 $a$ 较小时，即1根蜡烛时，温度的时间序列保持恒定，蜡烛恒定燃烧。此时 $a = 0.5$ 。

当 $a$ 较大时，即3根蜡烛时，时间序列表现出振荡行为。此时 $a = 37$ 。

此时的模拟定性结果与预实验符合情况较好！

## 3.2 理论模型——两个相同振荡器

2021-CUPT

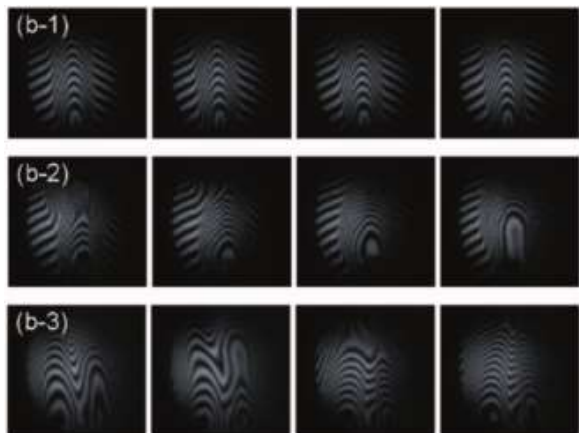
为什么两个振子的耦合相位会随距离的改变而改变？

### 相互作用的主要因素？

扩散、对流、辐射

#### 首先考虑对流

数据表明，通过气流的相互作用不会引起同步。对流很可能只是通过带走燃烧区域的热量来降低温度。



Mach-Zehnder干涉仪测量的气流剖面 [1]

#### 考虑扩散

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \Delta u + f(t, \vec{x}), \quad a = \sqrt{\frac{\kappa}{c\rho}} \quad (5)$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{[k]}{[c] \cdot [\rho]}} = \sqrt{\frac{J / (s \cdot m \cdot K)}{J / (kg \cdot K) \cdot kg / m^3}} = m / \sqrt{s}$$

$$\Rightarrow \frac{[\partial u]}{[\partial t]} = [a^2] \cdot \frac{[u]}{[x^2]}$$

$$\Rightarrow [a^2] = m^2 / s \Rightarrow x \propto \sqrt{a^2 \cdot t}$$

通常空气的扩散常数  $a = 10 mm^2 \cdot s^{-1}$ , 对于实验中相距  $20 mm \sim 30 mm$  的尺度, 其扩散所需的特征时间约为  $10 s$ 。相比于振荡的特征时间  $t = 0.1 s$ , 热扩散不占重要作用。

#### 考虑辐射

$$j^* = \epsilon \sigma T^4$$

2021-CUPT

\* [1] Oscillation and synchronization in the combustion of candles.[J]. Journal of Physical Chemistry A, 2009, 113(29):8164-8.

热辐射作为一个重要因素，采用辐射耦合，进行数学建模，探究其定性影响

引入耦合项：

$$C \frac{dT}{dt} = \omega_1 \left[ h(T_0 - T) + \beta a n \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \right] - \sigma T^4 \quad (1)$$

$$\frac{dn}{dt} = \omega_2 \left[ k(n_0 - n) - a n \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \right] \quad (2)$$



$$C \frac{dT_i}{dt} = \omega_1 \left[ h(T_0 - T_i) + \beta a n_i \exp\left(-\frac{E}{RT_i}\right) \right] - \sigma \left( \frac{\mu}{L^2} T_j^4 - T_i^4 \right) \quad (5)$$

$$\frac{dn_i}{dt} = \omega_2 \left[ k(n_0 - n_i) - a n_i \exp\left(-\frac{E}{RT_i}\right) \right] \quad (6)$$

$\mu$ 是常数对应于气体中的光吸收率

$$\frac{du_i}{dt} = \frac{1}{\varepsilon} \left[ -u_i + a_u v_i \exp\left(\frac{u_i}{1 + u_i / c}\right) \right] - \sigma_0 \left( 1 + \frac{u_i}{c} \right)^4 + \sigma_0 \mu_0 \left( 1 + \frac{u_j}{c} \right)^4 \quad (7)$$

$$\frac{dv_i}{dt} = 1 - v_i - a_v v_i \exp\left(\frac{u_i}{1 + u_i / c}\right) \quad (8)$$

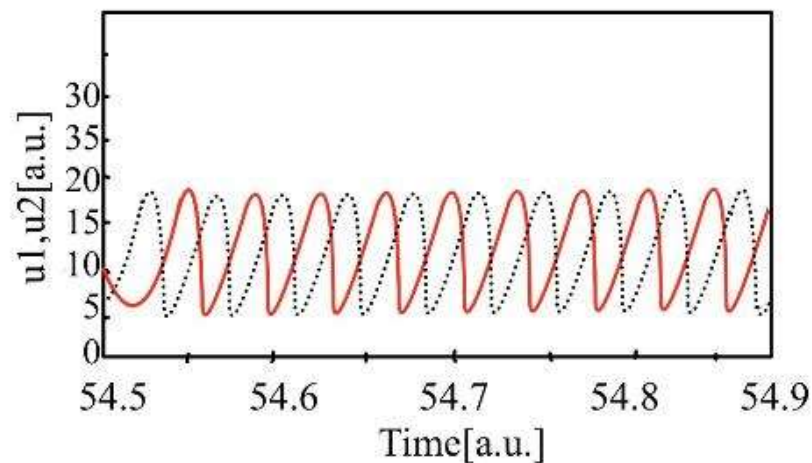
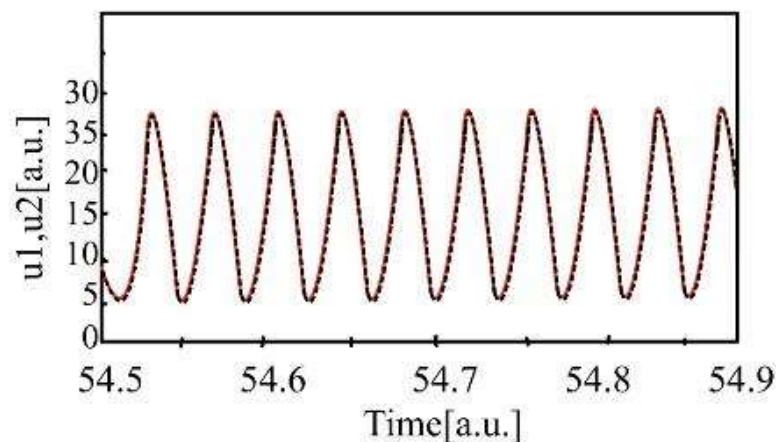
$$\mu_0 = \mu / L^2$$

无量纲化

## 3.2 两个相同振荡器

2021-CUPT

代入参数得以下图像



我们使用无量纲方程进行计算，最终所得数据显示：

当两个振子 $L$ 之间的距离较小时，两个振荡器呈现同相耦合，此时 $\frac{\mu}{L^2} = 0.5$ 。

当 $L$ 较大时，它们表现出反相耦合，此时 $\frac{\mu}{L^2} = 0.5$ 。

此时的模拟定性结果与预实验符合情况较好！

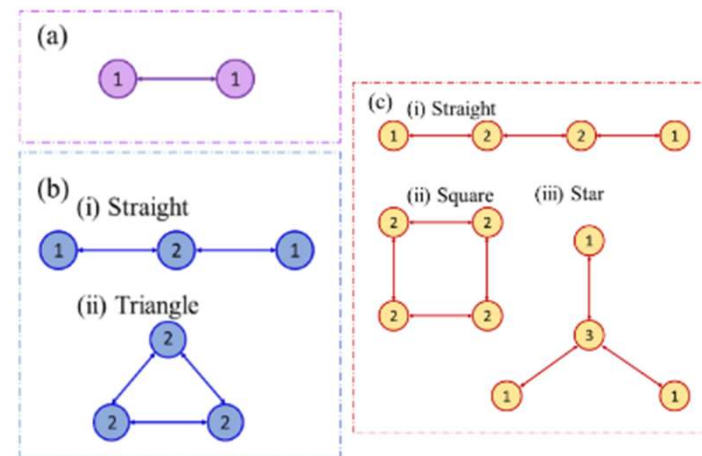


### 我们在题目的基础上进行拓展研究：

将振荡器数量从2个增加到4个，对于给定的振子数，我们研究了两种**拓扑结构**，如**闭环**(三角形、正方形和环形)和**开环**(线性和星形)网络——我们尝试通过改变网络中振子的数量并将它们置于不同的拓扑排列中来研究这些振子的耦合行为。

预期结果：

- 数量一定的情况下，闭环网络比开环观察到的稳定状态的数量较少；
- 所有振荡器之间的全局同步(同相同步状态)仅在闭环网络中观察到；
- 与开环拓扑相比，闭环拓扑倾向于表现出更高的同步性和稳定性；



### 我们并根据闭环拓扑具备的对称保护，对以上结果提出解释：

注意到，网络中振荡器的相互作用主要受它们最近邻的振子影响，在闭环网络中，每个振荡器周围的耦合振子数是相同的，振荡器是对称耦合的，而在开环网络中，它们是不对称耦合的。理论上讲，受到对称性保护的结构能出现全局同步，而打破对称性的结构（如星形和直线形），稳态数目会更多，且无法达到全局同步。

**影响振荡的因素：**振子的数目、排列、距离、不对称性都会对火焰频率、高度、亮度产生影响

➤ 单振荡器：数量及排列



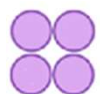
➤ 两个相同振荡器：只有直线形排列



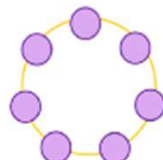
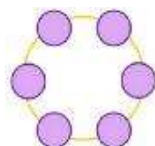
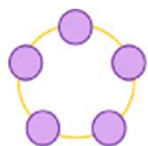
➤ 三个相同振荡器：直线形、三角形



➤ 四个相同振荡器：矩形、直线形、星形



➤ 多个相同振荡器：环形结构



➤ 两个不同振荡器：不对称性



进一步增加各种结构中振子之间的距离，使得元件振子之间的耦合强度降低，观察距离对蜡烛振荡的影响

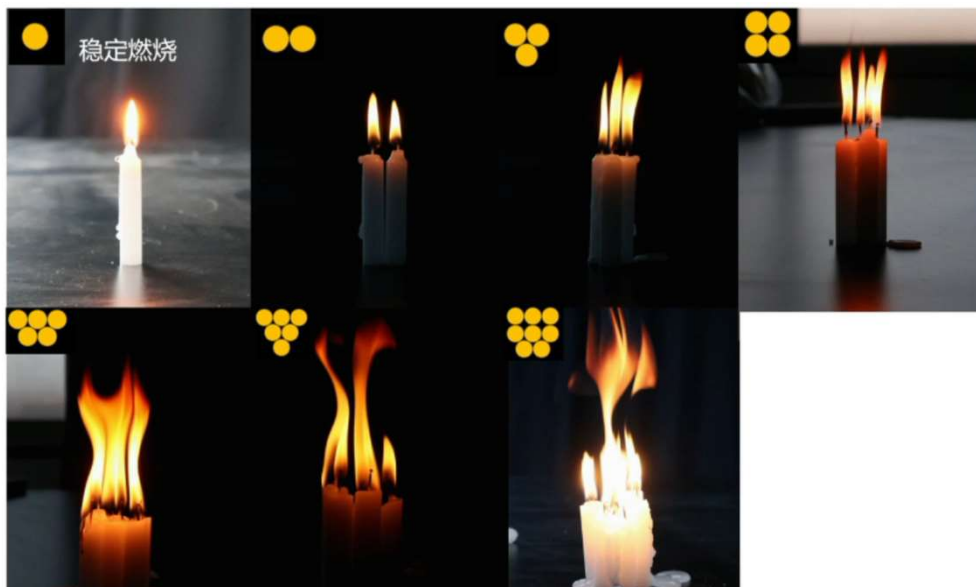


为使实验效果明显，将一组3根蜡烛看作一组元件振子

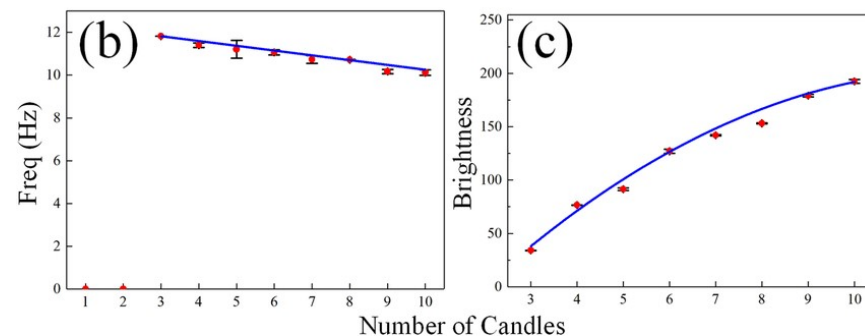
## 4.1 正式实验——单振荡器

2021-CUPT

### 1. 单振荡器（数量）



- 对于单根蜡烛，火焰稳定燃烧，不会出现明显的振荡；
- 对于2支一组的蜡烛，火焰的亮度略有增加，偶尔会出现微小的波动，但既不稳定也不明显；
- 对于包含3根以上的一组蜡烛，火焰表现出规则的振荡，并且具有大小不一但稳定的幅度和频率。



- 火焰振荡频率与单组中蜡烛数量的关系。
- 火焰亮度与蜡烛数量的关系
- 频率保持在10 - 12hz的范围内，这与T. Maxworthy和Hamins等人的研究结果相吻合；
- 数据符合频率与燃烧器直径的经验公式： $f \propto D^{-0.49}$

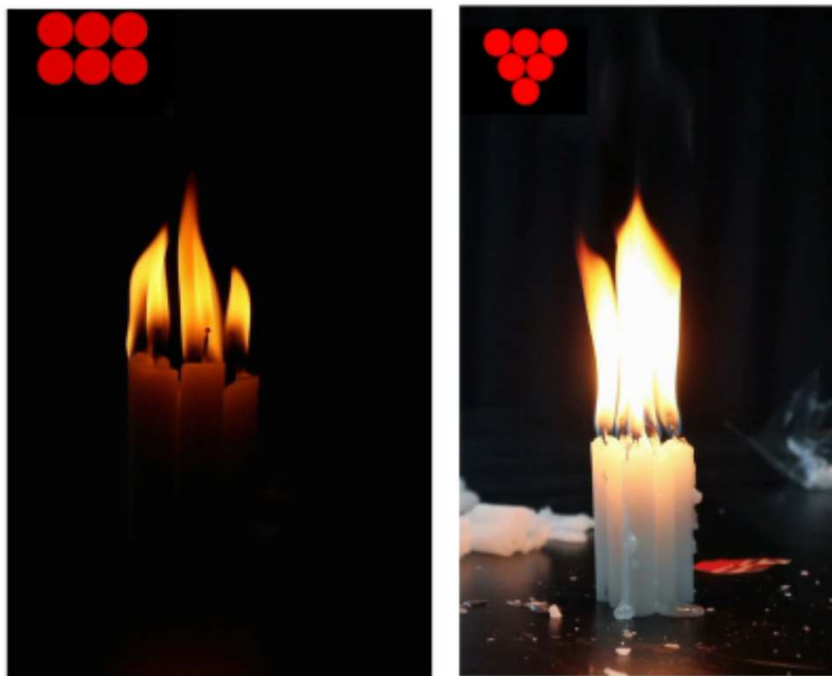
**通过涡流理论已预测三根以上蜡烛会发生振荡，并提出原因，与实验结果符合**

2021-CUPT

## 4.1 正式实验——单振荡器

2021-CUPT

### 1. 单振荡器（排列）



- 提出解释：都是6根蜡烛，但右边排列比较紧密，反应面积小，需氧量较少，所以频率会更高

## 4.2 正式实验——两个相同振荡器之间的耦合



2021-CUPT

设蜡烛最近表面和表面之间的距离为 $d$ :

同相同步( $d \leq 0.5$ )、振幅死亡( $0.75 < d < 1.25$ )、反相同步( $1.5 < d \leq 3.5$ )和去同步( $d > 3.5$ )。这些状态在时间上是渐近稳定的。



$d=0\text{cm}$

$d=1\text{cm}$

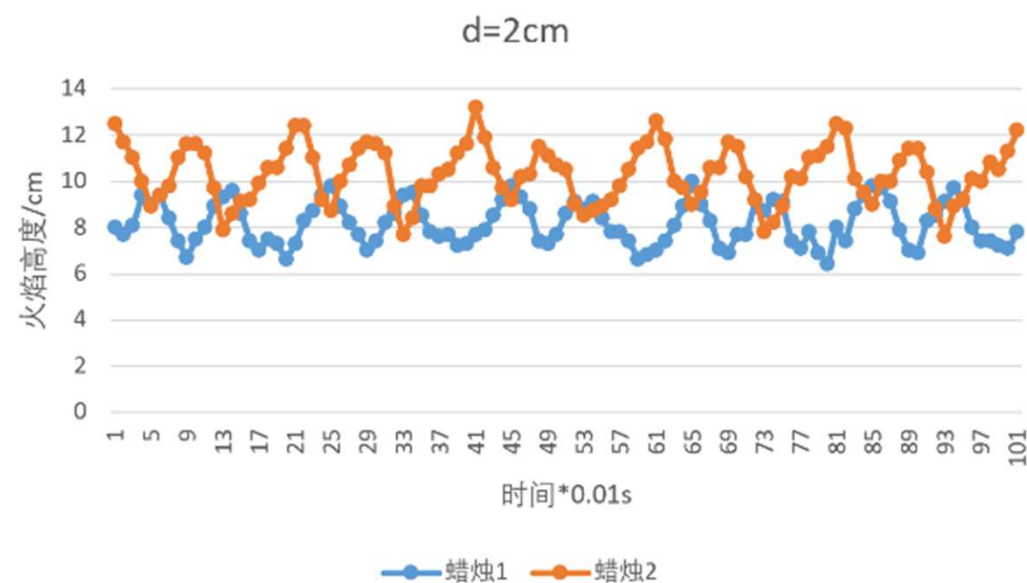
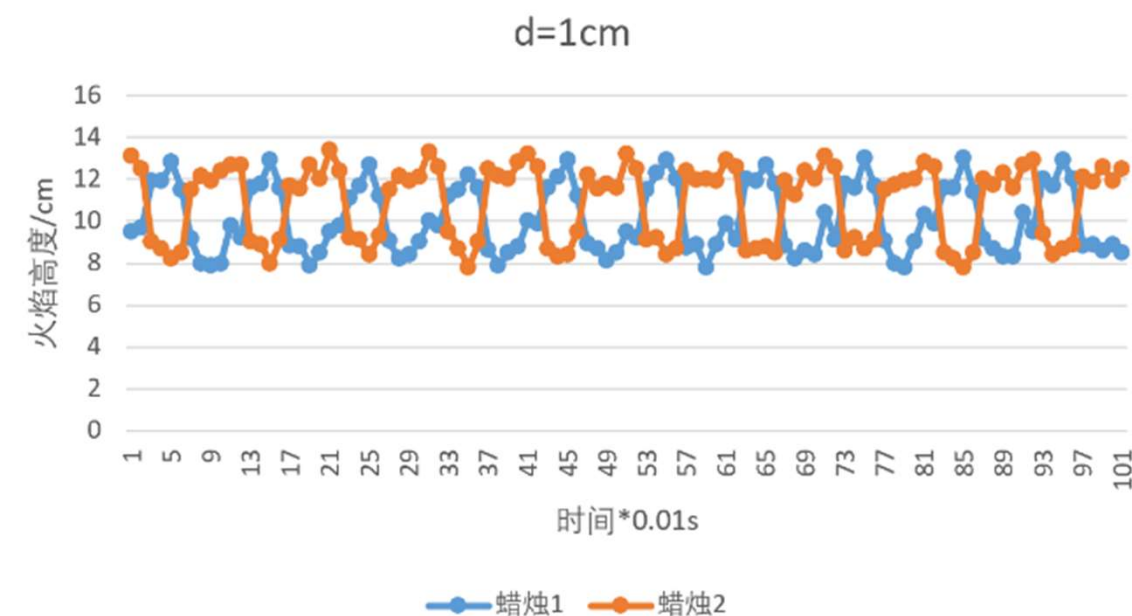
$d=1.5\text{cm}$

$d=3\text{cm}$

## 4.2 正式实验——两个相同振荡器之间的耦合



2021-CUPT



反向同步时，火焰高度随时间变化的序列图

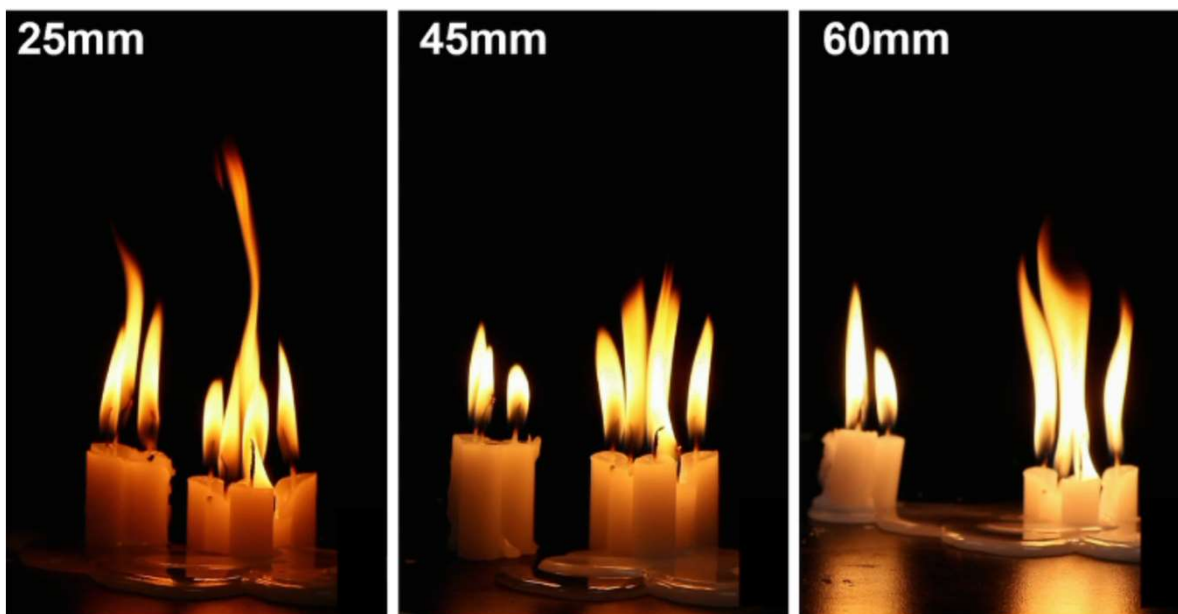
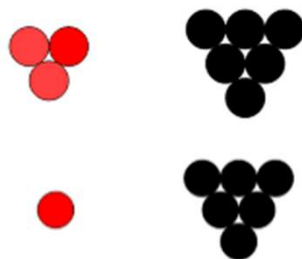


## 4.2 正式实验——两个不对称振荡器之间的耦合

2021-CUPT

研究两个不同振荡器

$\left\{ \begin{array}{l} 3+6 \\ 1+6 \end{array} \right.$



近同相位同步 (15mm - 35mm)

近反相位同步 (35mm - 55mm)

非相干振荡( $\geq 55\text{mm}$ )

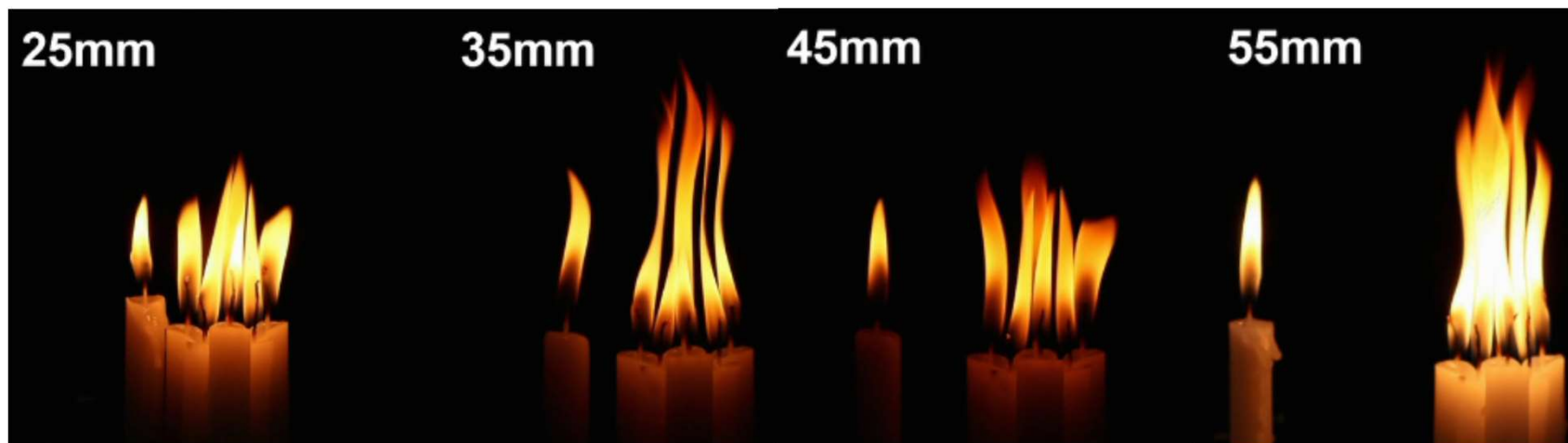
两个不同振荡器 and 对称系统类似，也呈现相位随距离改变的现象，但此时同步时相位差不再=0

2021-CUPT

\*[5] Ting Chen, Xiao Guo, Ji Jia, Jinghua Xiao. Frequency and Phase Characteristics of Candle Flame Oscillation[J]. Scientific Reports, 2019, 9(1).

## 4.2 正式实验——两个不对称振荡器之间的耦合

2021-CUPT



15 mm ~ 45 mm之间：同相位/反相位耦合      > 45毫米：耦合变得非常弱。

“1+6”模式与“3+6”类似，但不对称性带来的影响会更强烈。

**理论解释：**与对称情况相比，“3”和“6”的有效辐射范围是不相同的，出现了辐射范围的重叠区域不对称的情况，不对称结构会引起不完全同相位振荡和反相位振荡，较弱的振荡器将从属于较强的振荡器；“1+6”同理。

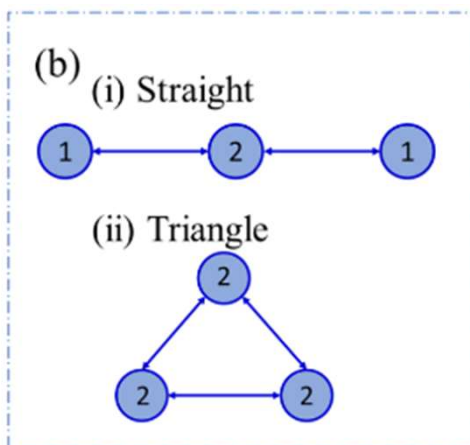


## 4.3 正式实验——三个相同振荡器之间的耦合

2021-CUPT

除了题目中提出的“两个振荡耦合”，我们接下来尝试多振子间的耦合情况，并发现其规律：

振荡器在网络拓扑中排列的方式的数量取决于系统中相互作用的振荡器的数量，为方便多振子的研究，我们用一个振子的度（degree）表示它的相邻连接数。



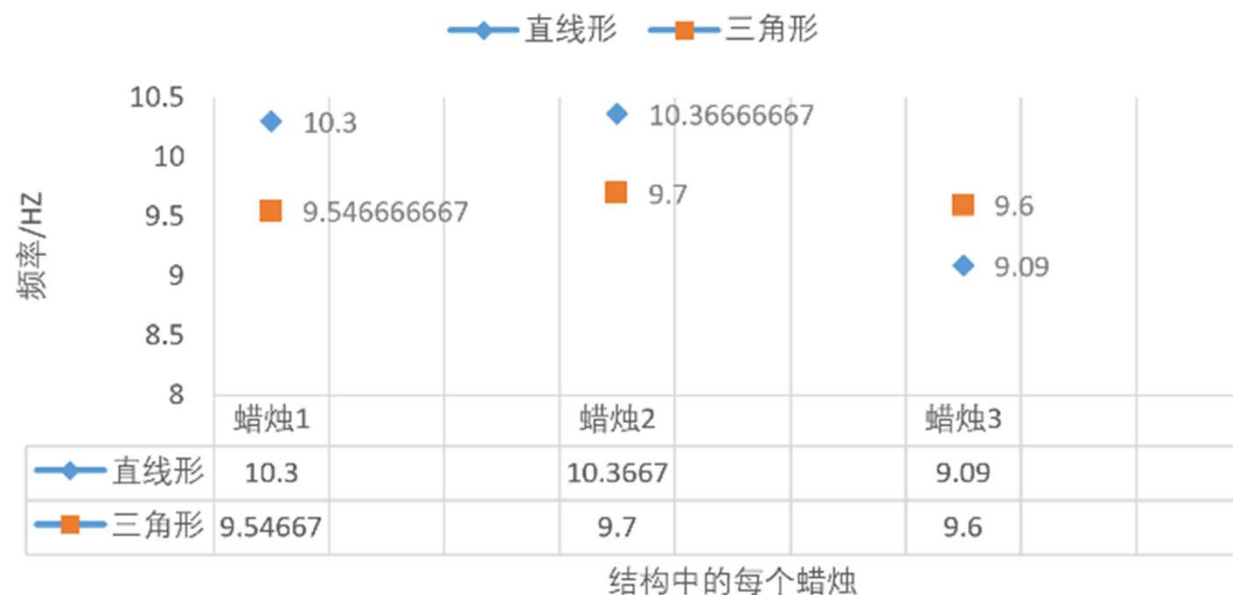
取相邻振子最近邻表面距离 $d=2.5\text{cm}$ 进行实验



2021-CUPT

## 4.3 正式实验——三个相同振荡器之间的耦合

2021-CUPT



由图表可以看到，

- (i) 中直线形结构，只有两个振子频率相近，发生同步；
- (ii) 中三角形结构，三个振子频率相近，都发生同步。

### 实验与理论相符！

三角形结构形成闭环拓扑，具有很强的对称性，使其可以保持三个振子的全局同步——Clustering；  
而直线形结构中心振子的度为2，每个外围振子的度为1，不对称使得无法出现全局同步——Weak chimera.

## 4.4 正式实验——四个相同振荡器之间的耦合

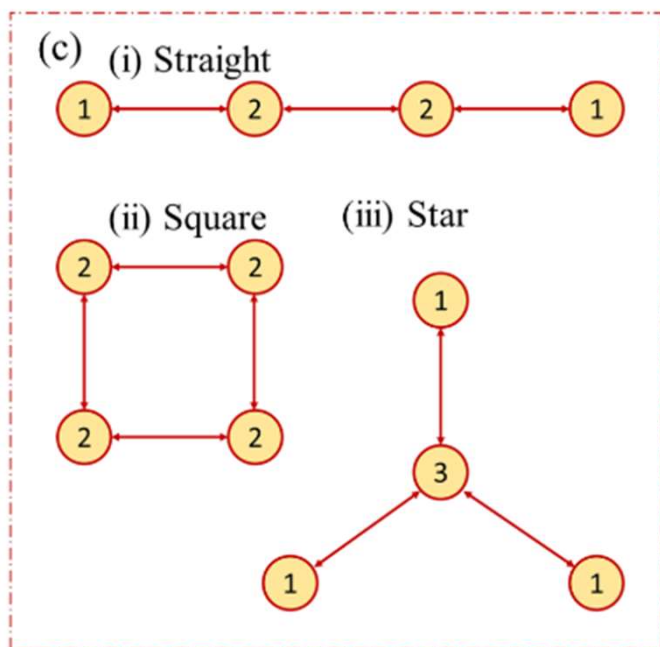
2021-CUPT

当蜡烛数量增加到4时，可能的拓扑排列也增多

星形

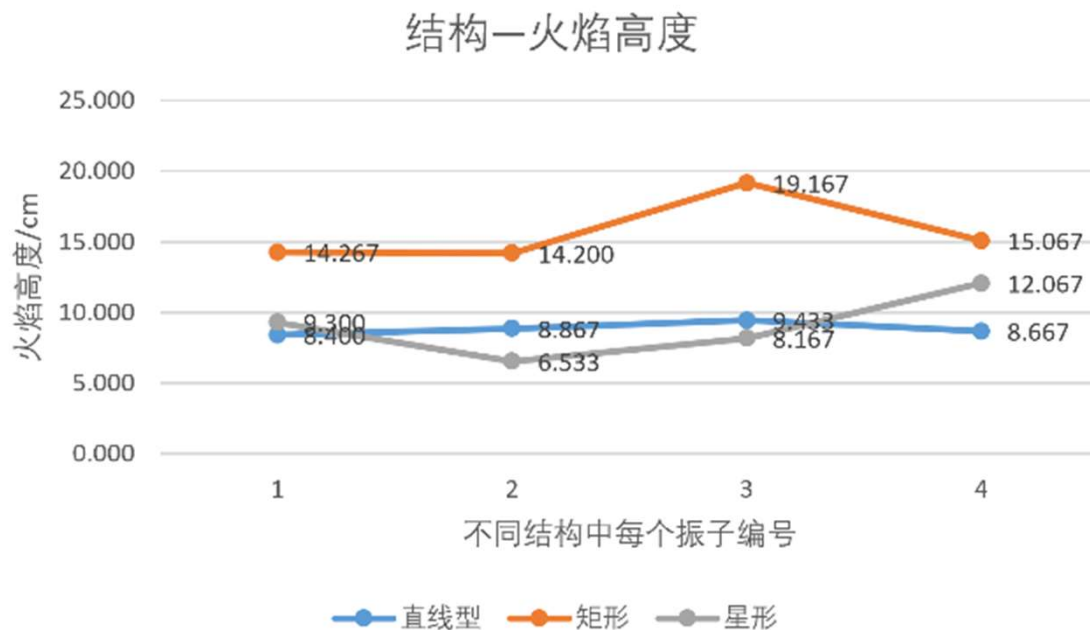
直线形

矩形



## 4.4 正式实验——四个相同振荡器之间的耦合

2021-CUPT



图标看出：矩形（闭环结构）的火焰高度要比星形和直线形（开环结构）更高。

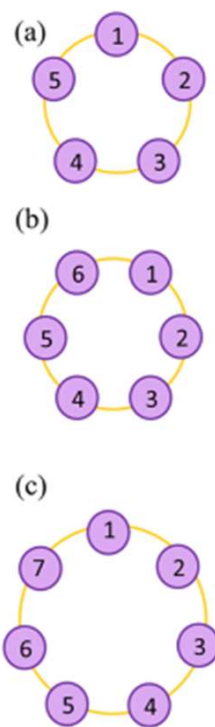
**实验与理论相符！**

受到对称性保护的闭环结构会更稳定，燃烧过程不易受到外界干扰，从而火焰更高。

### 3.5 环形结构振荡器

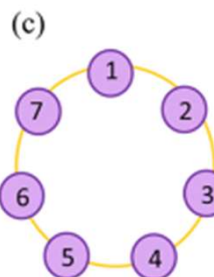
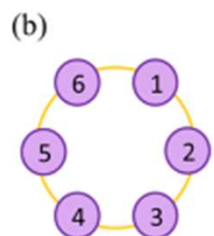
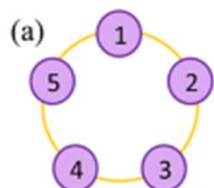
2021-CUPT

固定link distance = 3 cm, 观察振子数从5个增加到7个的影响;



2021-CUPT

在网络中，由于振子与它们最近的邻居局部耦合，所有的振子都具有2度。



从图表中可以看出：

- 如果网络中的振荡器数量是偶数，则在振荡器之间存在clustering形式的全局同步，其中相邻的振荡器被锁定在180度相移，而交替的振荡器被锁定在0度相移；
- 在含 $N > 3$ 的奇数振子的环形网络中，全局同步的存在；
- 由偶数振子组成的网络所表现出的动力学与由奇数振子组成的网络所表现出的动力学不同！

### 实验与理论解释相符！

在 $d = 3$ 时，由于相邻振荡器的交替旋涡脱落，相邻的振荡器有呈现反相位同步的趋势。如果网络中的振荡器数量是偶数，则在振荡器之间存在clustering形式的全局同步，其中相邻的振荡器被锁定在180度相移，而交替的振荡器被锁定在0度相移。因此，只有当振荡器的数量为偶数而不是奇数时，环形网络才能在此 $d$ 值处保持全局同步；



### 研究结论——反映了实验与理论的一致性!

将提出的**涡流理论**得到验证

- 在**单振荡器**的情况下，随着蜡烛数的增加，亮度增加，频率逐渐降低；
- 在**振荡器数目分别为2、3、4的耦合系统**中，随距离增大会出现不同的稳定状态；
- 当**蜡烛不对称耦合**时，振荡会出现相移。

将提出的**拓扑理论**得到验证

- 与开环拓扑（如线性或星形）相比，闭环拓扑（如正方形、三角形或环形）进行的同步更快、更稳定，且倾向于保持更长的时间的全局同步
- 网络中振子**拓扑结构**的改变改变了这些振子的耦合排列。例如，在线形或环形网络中，振子与它们最近的邻居局部耦合，而在星形网络中，只有中心振子与所有外围振子耦合。

1、一组三支蜡烛的振荡属于**极限环振荡**（自持振荡）



当振荡受到气流等外界因素的干扰时，振荡会被调制或停止一小段时间，但在干扰消除后会重新启动。

一组蜡烛的振荡燃烧就是一个简单的**非线性振荡器系统**，要理解这些行为需要一个非线性微分方程，这样的研究领域就被归为非线性科学。极限环振荡和同步是非线性科学中两个最重要的概念，在理论和实验上都得到了广泛的研究

2、**非线性科学**

由惠更斯在16世纪发现的振子之间的集体相互作用已经引起了一系列的理论和实验研究，到目前为止，这是世界各地研究人员极大兴趣的话题。从**耦合摆运动**到**抑制冠状病毒传播**，**集体互动体现了包括物理和生物学在内的各个科学层次的相互交织**。鱼类、鸟类和其他生物之间令人惊叹的协调，以及自然系统中各种发人深醒的非线性动态状态的展示，都是这种相互作用的巧合。



### 3、拓扑对最小振子网络带来的影响

在一个群中，添加或删除一些实体或改变它们的拓扑位置并不影响整个系统的全局动力学。

然而，对于振子数量很少的网络(即最小振子网络)，很容易受到网络中振子拓扑结构的改变的影响，也容易受到增加或删除一个振子的影响（增加一个振子增加了系统的自由度，会增加系统行为的复杂性）。

这些拓扑依赖的结果可以推广到其他系统，如电网、神经网络、湍流中的涡相互作用和捕捉动力学。国家电网和电网的稳定高度依赖于各种关键基础设施的同步。健康的大脑具有稀疏的连通性，而癫痫病人的大脑具有丰富的连通性，其模块结构在脑细胞的功能组织中发挥着作用。此外，湍流中涡旋的相互作用决定了其整体动力学。

### 4、火焰燃烧的控制与应用

对于振荡耦合的研究与应用远超出我们预料，在化学领域，我们可以研究反应物浓度复杂周期性变化对结果的影响，林业工作者可以据此通过精心设计新的防火措施，因为蔓延的野火的向前脉动是常见的，因为这揭示了一个潜在的未探索的灭火方向。目前对耦合扩散火焰相互作用的分析对研究实际燃烧系统(如家用燃烧器、燃气涡轮发动机和火箭发动机)中观察到的多重火焰的动力学可能有所启示。

对于这些耦合振荡系统的研究，可以帮助人们更深入地理解同步、涌现等非线性动力学行为。此外，对于火焰燃烧的控制，以及如何避免火焰爆燃和不稳定，在工程领域具有重要的研究价值和广泛的应用前景。

- [1] Oscillation and synchronization in the combustion of candles.[J]. Journal of Physical Chemistry A, 2009, 113(29):8164-8.
- [2] Forrester Derek Michael. Arrays of coupled chemical oscillators.[J]. Scientific reports, 2015, 5.
- [3] Okamoto, Keiko & Kijima, Akifumi & Umeno, Yoshitaka & Shima, Hiroyuki. (2016). Synchronization in flickering of three-coupled candle flames. Scientific Reports. 6. 36145. 10.1038/srep36145.
- [4] Nagamine Y , Otaka K , Zuiki H , et al. Mechanism of Candle Flame Oscillation: Detection of Descending Flow above the Candle Flame[J]. Journal of the Physical Society of Japan, 2017, 86(7):074003.
- [5] Ting Chen, Xiao Guo, Ji Jia, Jinghua Xiao. Frequency and Phase Characteristics of Candle Flame Oscillation[J]. Scientific Reports, 2019, 9(1).
- [6] Dange S , Pawar S A , Manoj K , et al. Role of buoyancy-driven vortices in inducing different modes of coupled behaviour in candle-flame oscillators[J]. AIP Advances, 2019, 9(1):015119.
- [7] Manoj Krishna, Pawar Samadhan A, Dange Suraj, Mondal Sirshendu, Sujith R I, Surovyatkina Elena, Kurths Jürgen. Synchronization route to weak chimera in four candle-flame oscillators.[J]. Physical review. E, 2019, 100(6-1).

**2021-CUPT**

**THANKS**

---

**2021-CUPT**