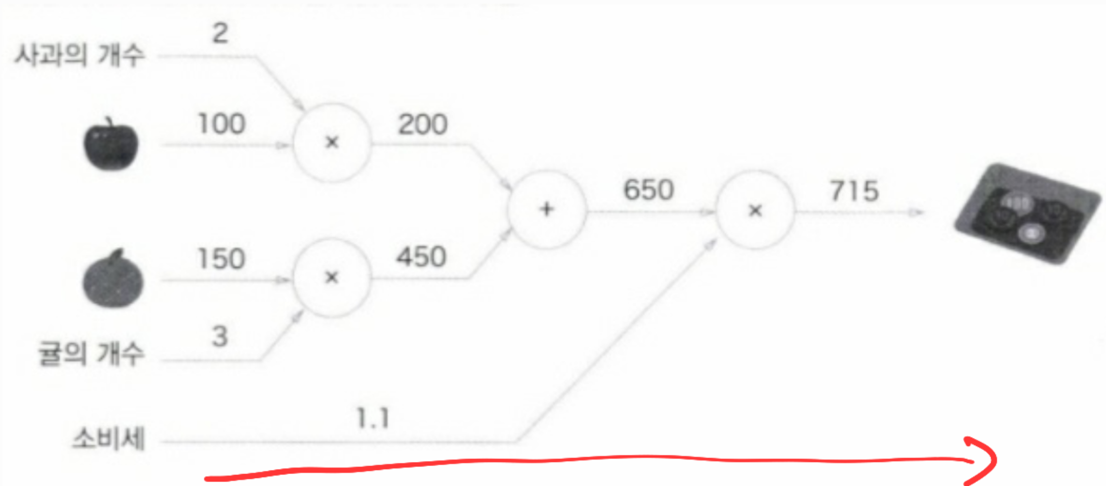
계산 그래프를 이용한 역전파

계산 그래프 : 계산과정을 그래프로 나타낸 것.(node와 edge로 구성)



왼 오

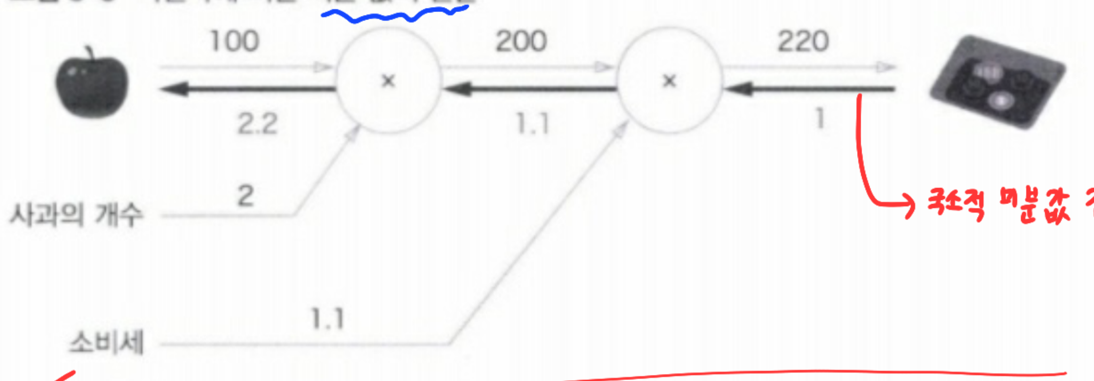
왼쪽에서 오른쪽으로 가는 것을 순전파라고 함

오른쪽에서 왼쪽으로 가는 것을 역전파라고 함

계산 그래프의 특징 :

- 국소적 계산(자신과 직접 관계된 작은 범위)을 전파하여 최종 결과를 도출하게 된다.
- 중간 계산 결과를 모두 보관할 수 있다.
- 역전파를 통해 '미분'을 효율적으로 계산할 수 있다.

그림 5-5 역전파에 의한 미분 값의 전달

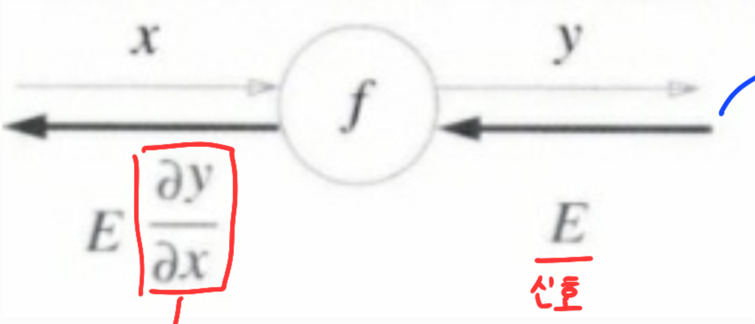


국소적 미분값 전달

오

왼

연쇄법칙



국소적미분

신호

y=f(x)의 역전파

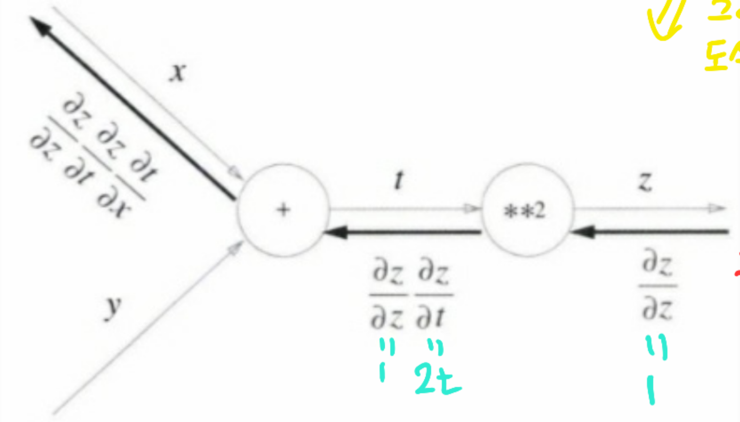
ex) $z=(x+y)^2 \Rightarrow \begin{cases} z=t^2 \\ t=x+y \end{cases}$

- 합성 함수 : 여러 함수로 구성된 함수

: 합성 함수의 미분은 합성 함수를 구성하는 각 함수의 미분의 곱으로 나타낼 수 있다. => 연쇄 법칙의 원리

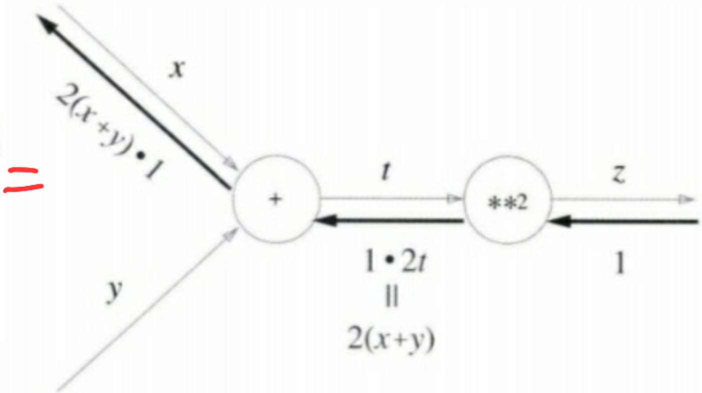
$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial x} \quad \left[\begin{array}{l} \frac{\partial z}{\partial t} = 2t \\ \frac{\partial t}{\partial x} = 1 \end{array}\right. \quad \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial x} = 2t \cdot 1 = 2(x+y)$$

그래프 도식화



$\frac{\partial z}{\partial z} = 1, \quad \frac{\partial z}{\partial t} = 2t, \quad \frac{\partial z}{\partial z} = 1$

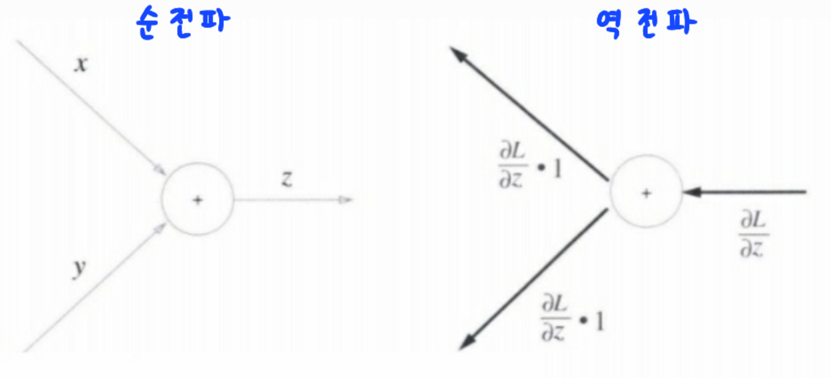
=

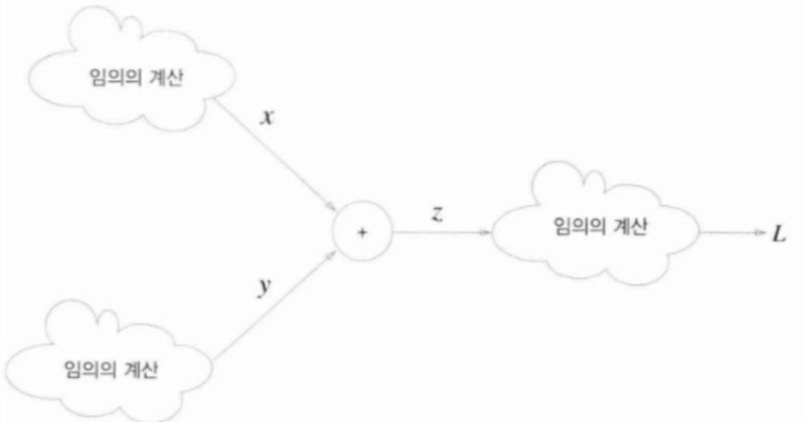


- 덧셈 노드의 역전파

$$z = x + y \quad \begin{cases} \dfrac{\partial z}{\partial x} = 1 \\[2mm] \dfrac{\partial z}{\partial y} = 1 \end{cases}$$

순전파 역전파

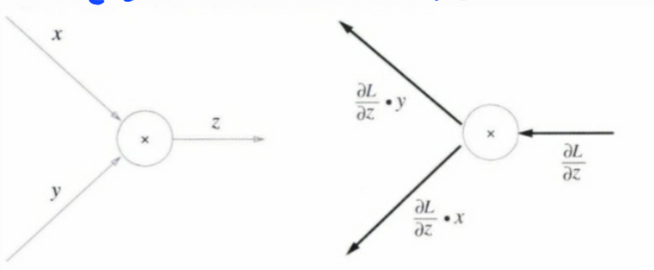




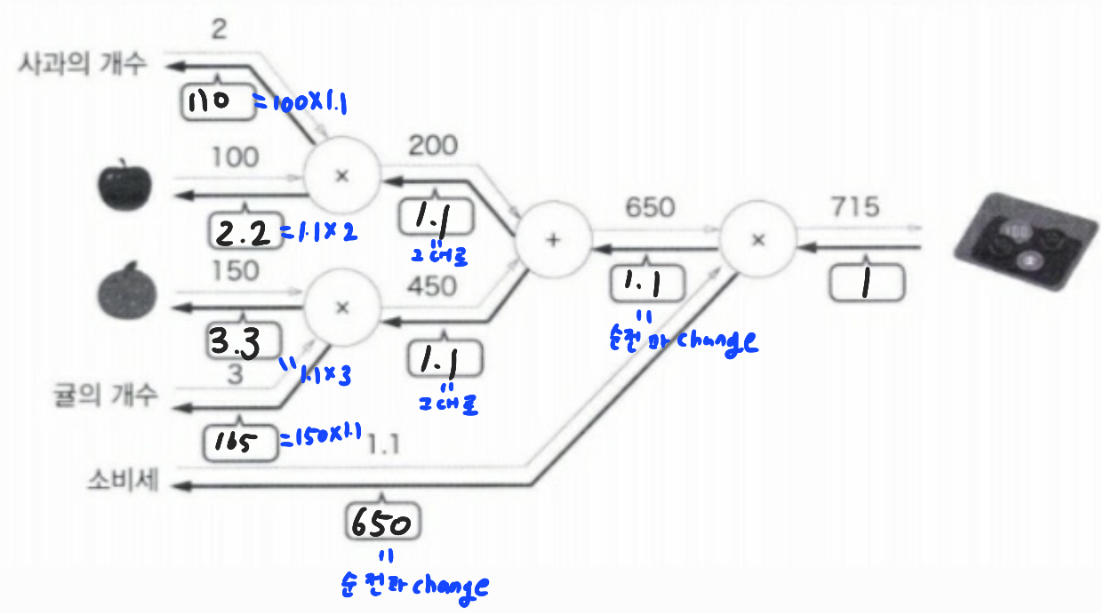
- 곱셈 노드의 역전파

$$z = xy \quad \begin{cases} \dfrac{\partial z}{\partial x} = y \\[2mm] \dfrac{\partial z}{\partial y} = x \end{cases}$$

순전파 역전파

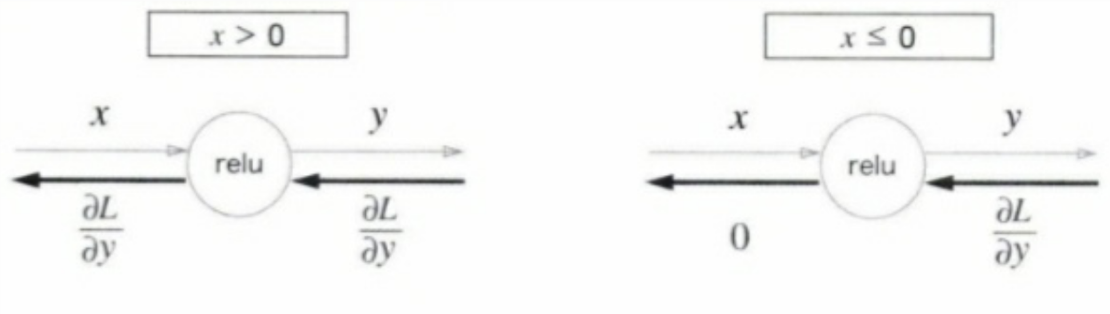


↳ 순방향 입력 신호 값이 필요하므로 순전파의 입력신호를 변수로 저장



- ReLU 계층 구현

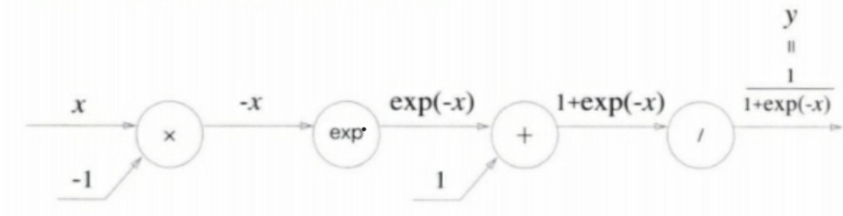
$$\text{ReLU} = \quad y = \begin{cases} x & (x > 0) \\ 0 & (x \le 0) \end{cases} \qquad \frac{\partial y}{\partial x} = \begin{cases} 1 & (x > 0) \\ 0 & (x \le 0) \end{cases}$$



- Sigmoid 계층 구현

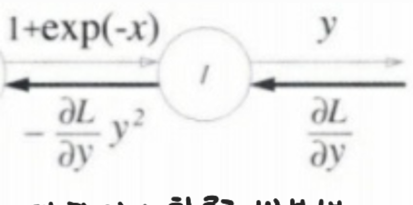
$$\text{Sigmoid} = \quad y = \frac{1}{1+\exp(-x)}$$

그림 5-19 Sigmoid 계층의 계산 그래프(순전파)



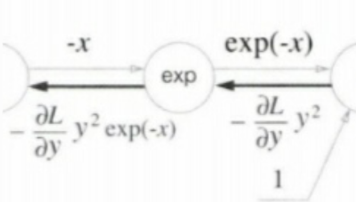
1. 나눗셈 연산 ex) $y = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{1}{x^2} = -y^2$

$\therefore$



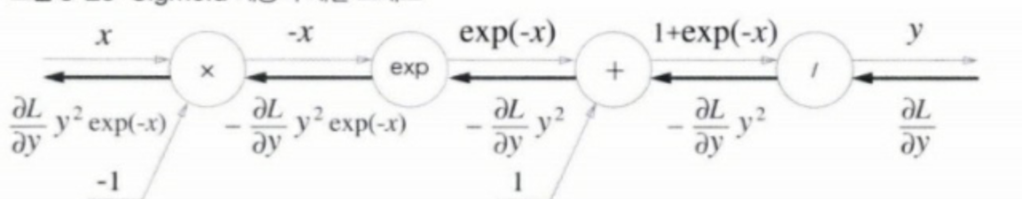
2. 덧셈 연산 ⇒ 여과없이 하류로 내보냄

3. exp 연산 ⇒ ex) $\exp(x) \Rightarrow \frac{\partial y}{\partial x} = \exp(x)$ $\qquad \therefore$

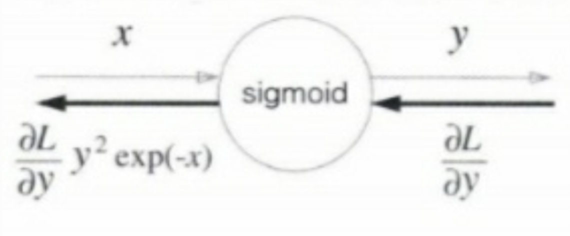


4. 곱셈 연산 ⇒ 순전파 때의 값을 서로 바꿔 곱함

그림 5-20 Sigmoid 계층의 계산 그래프



$\therefore$



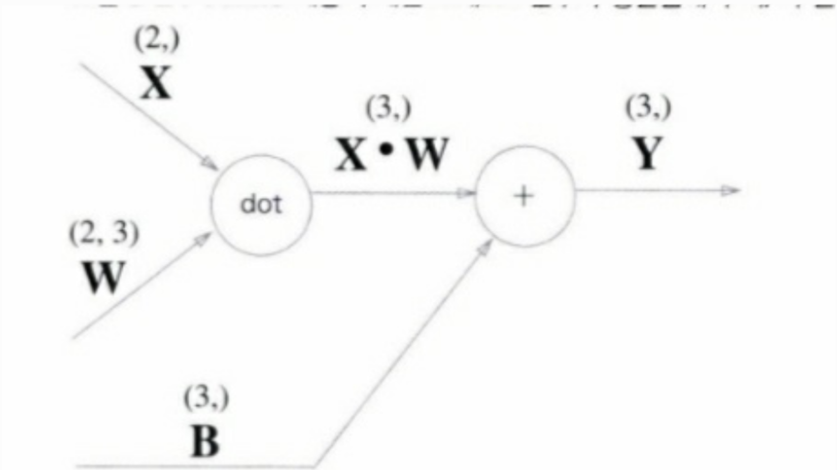
$$\frac{\partial L}{\partial y} y^2 \exp(-x) = \frac{\partial L}{\partial y} \frac{1}{(1+\exp(-x))^2} \exp(-x)$$

$$= \frac{\partial L}{\partial y} \frac{1}{1+\exp(-x)} \frac{\exp(-x)}{1+\exp(-x)}$$

$$= \frac{\partial L}{\partial y} y(1-y)$$

- Affine 계층 구현

: Affine 변환이란 신경망의 순전파 때 수행하는 행렬의 곱을 의미

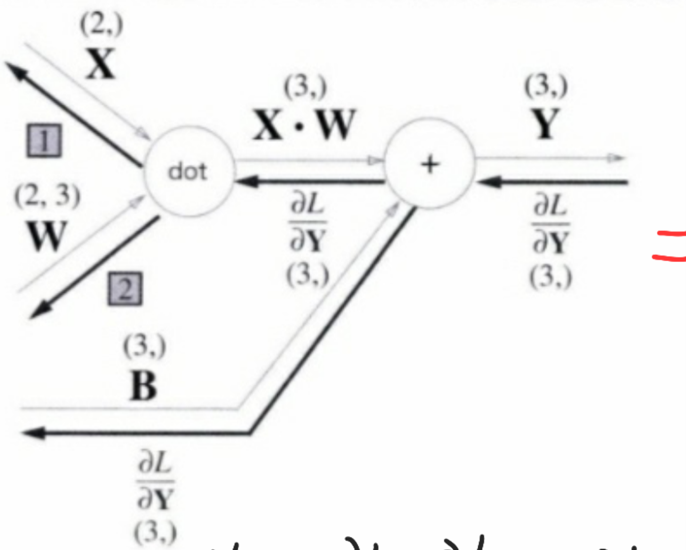


$$\frac{\partial L}{\partial X} = \frac{\partial L}{\partial Y} \cdot W^T$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = X^T \cdot \frac{\partial L}{\partial Y}$$

1 $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{Y}} \cdot \mathbf{W}^T$
(2,) (3,) (3, 2)

2 $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} = \mathbf{X}^T \cdot \frac{\partial L}{\partial \mathbf{Y}}$
(2, 3) (2, 1) (1, 3)



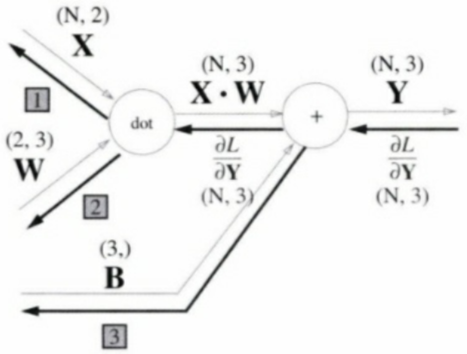
⇒ shape 에 주의!!

$$X = (x_0, x_1, \cdots x_n) \qquad \frac{\partial L}{\partial X} = \left(\frac{\partial L}{\partial x_0}, \frac{\partial L}{\partial x_1} \cdots \frac{\partial L}{\partial x_n}\right)$$

$X.shape == \frac{\partial L}{\partial X}.shape$, $W.shape == \frac{\partial L}{\partial W}.shape$

1 $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{Y}} \cdot \mathbf{W}^T$
(N, 2) (N, 3) (3, 2)

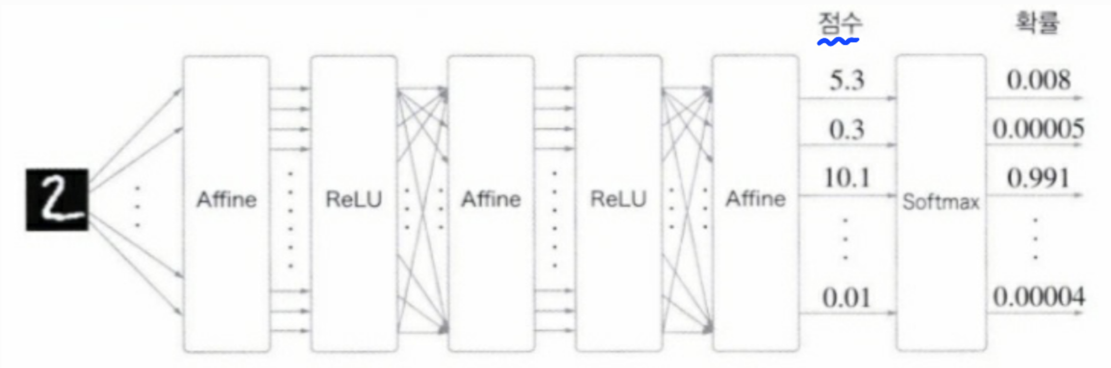
2 $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{W}} = \mathbf{X}^T \cdot \frac{\partial L}{\partial \mathbf{Y}}$
(2, 3) (2, N) (N, 3)



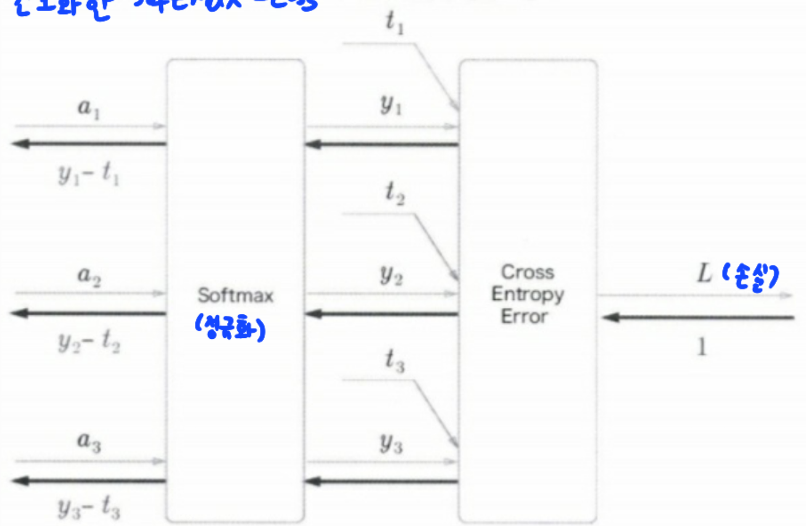
3 $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{B}} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{Y}}$ 의 첫 번째 축(0축, 열방향)의 합
(3) (N, 3)

⇒ 배치용 Affine 계층

- Softmax-with-Loss
: softmax function은 입력값을 정규화하여 출력한다.



간소화한 Softmax-Loss



⇓
Softmax 결과와 정답 레이블의 차분

오차 역전파법의 구현

전제

신경망에는 적응 가능한 가중치와 편향이 있고, 이 가중치와 편향을 훈련 데이터에 적응하도록 조정하는 과정을 '학습'이라 합니다. 신경망 학습은 다음과 같이 4단계로 수행합니다.

1단계 – 미니배치

훈련 데이터 중 일부를 무작위로 가져옵니다. 이렇게 선별한 데이터를 미니배치라 하며, 그 미니배치의 손실 함수 값을 줄이는 것이 목표입니다.

2단계 – 기울기 산출

미니배치의 손실 함수 값을 줄이기 위해 각 가중치 매개변수의 기울기를 구합니다. 기울기는 손실 함수의 값을 가장 작게 하는 방향을 제시합니다.

3단계 – 매개변수 갱신

가중치 매개변수를 기울기 방향으로 아주 조금 갱신합니다.

4단계 – 반복

1~3단계를 반복합니다.