



# Modèle de Réacteur Nucléaire

**UE : Simulation Aléatoire**

**Auteurs :**

Marco Sanfilippo  
marco.sanfilippo@univ-tlse3.fr

Mathis Francine-Habas  
mathis.francine-habas@univ-tlse3.fr

Axel PIGEON  
axel.pigeon@univ-tlse3.fr

**Université :** Université de Toulouse

**Date :** 30 novembre 2025

## Table des matières

<b>1 La fission nucléaire : De la théorie à la pratique</b>	<b>2</b>
1.1 Un peu de chimie . . . . .	2
1.2 La fission . . . . .	2
1.3 Différents types de neutrons . . . . .	2
1.4 Le rôle du modérateur . . . . .	3
1.5 Le facteur de multiplication $k$ . . . . .	3
<b>2 Modélisation Physique</b>	<b>4</b>
2.1 Modèle Global des Barres de Contrôle . . . . .	4
2.1.1 Objectif et principe . . . . .	4
2.1.2 Type et rôle . . . . .	4
2.1.3 Modélisation de l'antiréactivité . . . . .	5
2.2 Modèle Thermique et Loi de Newton . . . . .	5
2.2.1 Évacuation de Chaleur ( $P_{\text{out}}$ ) - Loi de Newton . . . . .	6
2.2.2 Paramétrage de l'Inertie Thermique . . . . .	6
<b>3 Simulation</b>	<b>7</b>
3.1 Objectif et principe . . . . .	7
3.2 Représentation . . . . .	7
3.3 Dynamique . . . . .	8
3.4 Les neutrons . . . . .	8
3.5 La gestion de la réaction : Les barres de contrôle . . . . .	8
3.5.1 La classe ControlRod . . . . .	9
3.5.2 Boucle de Contrôle-Commande . . . . .	9
3.5.3 Algorithme de Pilotage : Le Régulateur PI . . . . .	9
<b>4 Études Statistiques</b>	<b>10</b>
4.1 Paramètres de l'étude . . . . .	10
4.2 Conjectures . . . . .	10
4.3 Caractéristiques générales de la simulation . . . . .	10
4.4 L'évolution des neutrons . . . . .	11
<b>5 Conclusion</b>	<b>18</b>
<b>6 Discussion et Limitations du Modèle</b>	<b>18</b>
6.1 Limites de la Modélisation . . . . .	18
<b>7 Extensions possibles</b>	<b>18</b>
7.1 Passage au Temps Continu (Méthode de Monte-Carlo Dynamique) . . . . .	18
7.2 Implémentation de la Contre-Réaction Doppler . . . . .	19
7.3 Gestion des Neutrons Retardés . . . . .	19
7.4 Extension 3D . . . . .	19
<b>Annexe 1 - Le premier régulateur PI</b>	<b>20</b>
<b>Annexe 2 - Qu'en est-il de notre système d'urgence européen ?</b>	<b>21</b>
<b>8 Fondements Mathématiques : L'Approche Monte-Carlo</b>	<b>23</b>
8.1 La Méthode de Monte-Carlo "Analogue" . . . . .	23
8.2 La Loi Forte des Grands Nombres . . . . .	23
8.3 Précision et Convergence . . . . .	23

## Introduction

## 1 La fission nucléaire : De la théorie à la pratique

Avant d'introduire et de modéliser un réacteur nucléaire, commençons par nous pencher sur ses mécanismes internes pour comprendre leur fonctionnement.

### 1.1 Un peu de chimie

Au niveau microscopique, la matière est constituée de molécules, elles même composées d'un agencement de plusieurs atomes respectant un certaine position. La concept de molécules fut introduit en 1811<sup>[9]</sup> par Amedeo Avogadro. Ces éléments sont au coeur de l'ensembles des réactions chimiques usuelles telles que la combustion, le fonctionnement des piles/batteries ou même la rouille. Cependant, certaines transformations mettent en jeu non plus les molécules, mais les noyaux des atomes eux-mêmes. Ces réactions, dites nucléaires (voir [10]), libèrent des quantités d'énergie bien supérieures aux réactions chimiques.

La notion d'atome est aussi ancienne que celle des molécules mais son modèle actuel nous vient de Schrödinger<sup>[3]</sup> et date de 1926.

### 1.2 La fission

Il existe deux types de réactions nucléaires : la *fission* et la *fusion*. La fission nucléaire<sup>[6]</sup> fut découverte en 1938 par des physiciens allemands sur le travail de Enrico Fermi datant des années 1934. Cette découverte fait l'effet d'une bombe (sans mauvais jeu de mots) dans le milieu de la physique moderne et lance aussitôt la course au développement de l'arme atomique dans un contexte tendu de fin seconde guerre mondiale et de début de guerre froide.

Le principe de la fission nucléaire est assez simple. Partant d'un noyau lourd instable (souvent un isotope d'uranium ou de plutonium) et en le bombardant de neutrons à très grande vitesse on souhaite séparer le noyau en deux parties approximativement égales d'éléments moins lourds. Lors de cette séparation, des neutrons sont libérés et peuvent, eux aussi, produire de nouvelles réactions de fission avec d'autres atomes lourds. C'est ce que l'on appelle le principe de *réaction en chaîne*.

Une telle réaction produit énormément d'énergie et de chaleur, à titre d'exemple, la combustion de 1kg de charbon produit  $3 \times 10^7$  J alors la fission de 1kg d'uranium en produit  $8 \times 10^{13}$  soit entre 100 millions et 1 milliard de fois plus d'énergie libérée.

Ce surplus d'énergie permet actuellement de produire de l'électricité dans nos centrales nucléaires. La chaleur produite vaporise de l'eau qui fait ensuite tourner des turbines pour produire de l'électricité.

### 1.3 Différents types de neutrons

Pour induire une réaction en chaîne dans un réacteur et la maintenir, il faut jouer avec différents paramètres tels que la densité du matériaux fissile, la quantité de neutrons introduite au départ, la forme du réacteur, sa température, etc... Nous essaierons d'introduire tout ces paramètres dans notre modèle pour le rendre le plus proche du réel possible.

Dans cet objectif, nous ne pouvons pas négliger le fait que plusieurs types de neutrons existent dans ce type de réactions. En effet, ceux-ci possèdent une certaine quantité d'énergie et se déplacent à une certaine vitesse qui n'est pas toujours constante. Ainsi, pour pouvoir induire une réaction de fission, un neutron doit être suffisament ralenti pour percuter un atome lourd. Nous différencierons donc 3 types de neutrons :

- Les neutrons **rapides** : produits directement par une réaction de fission, ils possèdent beaucoup d'énergie, se déplacent vite et ont une très faible probabilité d'être absorbés par le milieu.
- Les neutrons **épithermiques** : ce sont des neutrons en ralentissement dans le milieu possédant une énergie plus faible. Ils ont plus d'interactions avec le milieu.

- Les neutrons **thermiques** : ce sont des neutrons complètement ralentis qui se déplacent à la même vitesse que les isotopes lourds. Ils peuvent donc plus facilement induire des réactions de fission. Ils servent à maintenir une réaction en chaîne dans le réacteur.

Type de neutron	Plage d'énergie typique	Rôle dans le réacteur	Comportement
<b>Rapide</b>	~2 MeV	Produit directement par la fission	Subit des collisions pour se ralentir (modération)
<b>Épithermique</b>	1 eV – 1 keV	Phase intermédiaire du ralentissement	Perd progressivement son énergie cinétique
<b>Thermique</b>	~0.025 eV	Provoque efficacement la fission de l'U-235	Absorbé par les noyaux fissiles

TABLE 1 – Principaux types de neutrons intervenant dans un réacteur nucléaire

## 1.4 Le rôle du modérateur

On souhaiterai entretenir une réaction en chaîne dans un réacteur tout en évitant qu'elle s'emballe, nous donc devons introduire un *modérateur*. Son rôle sera de ralentir les neutrons nouvellement créés par fission tout en absorbant une certaine quantité pour ne pas que la réaction s'emballe. Un modérateur doit donc être assez léger tout en ralentissant suffisamment les neutrons. En pratique, différents matériaux sont utilisés, les voici dans le tableau suivant :

Modérateur	Composition chimique	Pouvoir modérateur	Absorption neutronique	Utilisation typique
<b>Eau légère (<math>H_2O</math>)</b>	Hydrogène et oxygène	Excellent	Moyenne	Réacteurs à eau pressurisée (REP)
<b>Eau lourde (<math>D_2O</math>)</b>	Deutérium et oxygène	Excellent	Très faible	Réacteurs CANDU (Canada)
<b>Graphite (C)</b>	Carbone pur	Bon	Très faible	Réacteurs RBMK et AGR
<b>Béryllium (Be)</b>	Béryllium pur	Bon	Faible	Réacteurs de recherche

TABLE 2 – Caractéristiques comparées des principaux matériaux modérateurs

## 1.5 Le facteur de multiplication $k$

Le *facteur de multiplication  $k$*  est une grandeur fondamentale dans l'étude des réacteurs nucléaires. Il caractérise l'évolution de la population de neutrons d'une génération à la suivante et permet de déterminer si la réaction en chaîne s'amplifie, se stabilise ou s'éteint. On définit  $k$  comme le rapport entre le nombre moyen de neutrons produits par fission à une génération  $n + 1$  et le nombre de neutrons présents à la génération  $n$  :

$$k = \frac{\text{Nombre de neutrons à la génération } (n+1)}{\text{Nombre de neutrons à la génération } n} \quad (1)$$

Ce facteur dépend directement de la composition du combustible, du taux d'absorption, du pouvoir modérateur et de la géométrie du réacteur.

- Si  $k < 1$  : chaque génération produit moins de neutrons que la précédente, la réaction en chaîne finit par s'éteindre.
- Si  $k = 1$  : la population de neutrons reste constante — le réacteur est dit *critique*.
- Si  $k > 1$  : la population augmente de génération en génération — le réacteur devient *sur-critique*, conduisant potentiellement à une réaction incontrôlée si aucune régulation n'est effectuée.

Régime du réacteur	Valeur du facteur $k$	Conséquence physique
<b>Sous-critique</b>	$k < 1$	La réaction en chaîne s'éteint progressivement (extinction).
<b>Critique</b>	$k = 1$	La réaction est stable : la puissance du réacteur est constante.
<b>Sur-critique</b>	$k > 1$	La réaction s'emballe : augmentation exponentielle du nombre de neutrons.

TABLE 3 – Différents régimes du réacteur selon la valeur du facteur de multiplication  $k$ 

## 2 Modélisation Physique

### 2.1 Modèle Global des Barres de Contrôle

Les barres de contrôle sont le principal mécanisme de pilotage et d'arrêt d'urgence d'un réacteur nucléaire. Elles servent à contrôler la population de neutrons et, par conséquent, la puissance thermique du cœur.

#### 2.1.1 Objectif et principe

Leur fonctionnement repose sur l'**absorption neutronique**. Elles sont fabriquées à partir d'éléments dits **poisons à neutrons**, c'est-à-dire des matériaux ayant une très haute probabilité d'absorber les neutrons sans provoquer de fission. Les matériaux couramment utilisés sont le Bore (B), le Cadmium (Cd), l'Hafnium (Hf) ou le Gadolinium (Gd). En insérant ces barres dans le cœur du réacteur, on introduit un **puits à neutrons** :

- Les neutrons thermiques entrant en contact avec la barre sont capturés par cette dernière.
- La réaction en chaîne ralentit (le facteur de multiplication  $k$  diminue).
- Le nombre total de fissions par seconde diminue, ce qui réduit la puissance du réacteur.

A l'inverse, en les retirant, on augmente la réactivité et la puissance croît.

#### 2.1.2 Type et rôle

Les barres ne sont pas toutes identiques et ont chacune une vitesse ainsi qu'une amplitude différente :

- *Barres de Régulation (ou de Pilotage)* : Ont un "poids" (valeur d'antiréactivité) relativement faible. Elles sont conçues pour se déplacer rapidement et continuellement. Leur rôle est de compenser les petites fluctuations de puissance pour maintenir le réacteur au niveau attendu.
- *Barres de Compensation (ou "Shim")* : Ont un poids antiréactif beaucoup plus important. Elles sont déplacées très lentement pour compenser les grands changements de réactivité à long terme, comme l'usure du combustible ou l'empoisonnement des barres.
- *Barres d'Arrêt d'Urgence (SCRAM)* : représentent la solution de dernier recours. Elles ont un poids antiréactif très important et sont conçues pour s'insérer extrêmement rapidement. Leur rôle principal est de stopper la réaction en chaîne de manière quasi instantanée en cas d'anomalie grave.

Pour des raisons pratiques, nous choisirons d'implémenter uniquement les barres de régulation ainsi que les barres SCRAM. En effet, les barres de compensation sont utilisées sur des temps très long et pour des tâches qui dépassent notre simulation.

### 2.1.3 Modélisation de l'antiréactivité

Pour simuler l'impact des barres de pilotage sur la réactivité du cœur, nous utilisons un modèle global<sup>1</sup>.

Le défi majeur de l'implémentation de cette fonctionnalité repose sur le fait que l'efficacité des barres n'est pas linéaire par rapport à son insertion : elle dépend du flux de neutrons présent à la hauteur où se trouve la pointe de la barre. Dans un réacteur homogène, la distribution spatiale du flux de neutrons  $\varphi(z)$  selon l'axe vertical suit une forme sinusoïdale, étant maximale au centre du cœur et quasi-nulle aux extrémités à cause des fuites.

L'efficacité différentielle d'une barre<sup>2</sup> est proportionnelle au flux neutronique local. L'efficacité totale  $\varrho(z)$  à une profondeur  $z$  est donc l'intégrale de ce flux. Or l'intégrale d'une fonction sinus/cosinus donne une forme caractéristique appelée **courbe en S**.

Nous approcherons cette courbe par la formule suivante, où  $z \in [0, 1]$  représente la fraction d'insertion (0 = sortie, 1 = insérée) :

$$\varrho(z) = \varrho_{\text{total}} \times \frac{1}{2} (1 - \cos(\pi z)) \quad (2)$$

Dans notre simulation, cette valeur  $\varrho(z)$  (exprimée en pcm<sup>3</sup>) est convertie en un facteur multiplicatif appliqués aux probabilités de fission  $f$  et d'absorption  $a$  du modèle stochastique. Etant donné que les barres de pilotage n'ont d'effet que sur les neutrons les plus lents (thermiques voir 1.3<sup>4</sup>), les probabilités concernant les autres types restent inchangées.

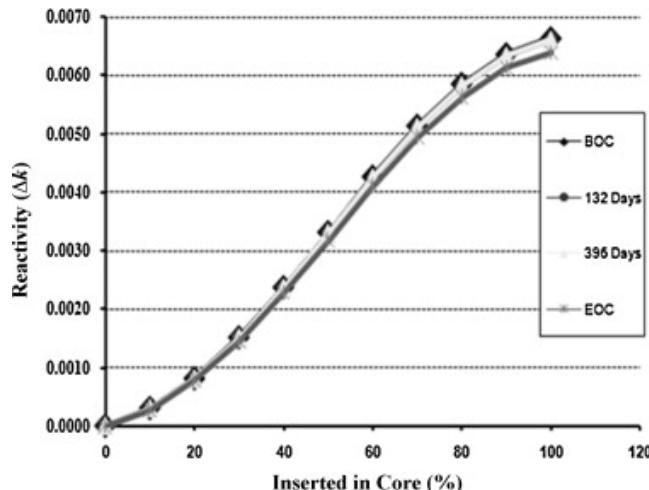


FIGURE 1 – Courbe en S représentant l'antiréactivité des barres de pilotage.

## 2.2 Modèle Thermique et Loi de Newton

La température du réacteur est une variable d'état résultant d'un bilan énergétique. Pour la calculer, nous appliquons le **Premier Principe de la Thermodynamique**<sup>[2]</sup> : pour un système fermé, la variation de son énergie interne ( $U$ ) au cours du temps est égale à la somme des puissances thermiques reçues et perdues, moins le travail mécanique effectué par le système.

$$\frac{dU}{dt} = \dot{Q} - \dot{W} \quad (3)$$

Où :

1. L'implémentation d'un modèle spatial, prenant en compte la position des barres dans le réacteur, n'était pas approprié pour une modélisation de cette ampleur.

2. Cela correspond à l'antiréactivité ajoutée par centimètre d'insertion.

3. Unité de réactivité, abréviation de "pour cent mille".

4. Il est nécessaire de nuancer nos propos. Les neutrons épithermiques sont également capturés via un système de résonance par effet Doppler avec des barres spéciales. Mais pour des besoins de simplification, nous avons choisi de rendre uniquement les neutrons *thermiques* absorbables par le système de contrôle.

- $\dot{Q}$  : Le flux thermique net ( $W$ ).
- $\dot{W}$  : La puissance mécanique fournie par le système ( $W$ ).

Ici, le cœur du réacteur ne fournit aucun travail mécanique. Le flux thermique net  $\dot{Q}$  se décompose en deux termes : la puissance entrante ( $P_{in}$ ) et la puissance sortante ( $P_{out}$ ). Nous pouvons reformuler le principe énoncé plus haut de la façon suivante : la variation d'énergie interne du système est égale à la différence entre la puissance produite et la puissance évacuée.

$$\frac{dU}{dt} = P_{in}(t) - P_{out}(t)^{[1]} \quad (4)$$

Or  $P_{in}(t)$  est la puissance générée par la fission dans le réacteur et  $P_{out}(t)$  correspond à celle perdue par refroidissement. De plus, sachant que<sup>5</sup>  $dU = C \cdot dT$  (où  $C$  est la capacité thermique totale du cœur en  $J \cdot K^{-1}$ ), l'équation d'évolution de la température s'écrit donc :

$$C \cdot \frac{dT(t)}{dt} = P_{fission}(t) - P_{refroidissement}(t) \quad (5)$$

$$\iff \frac{dT(t)}{dt} = \frac{1}{C} (P_{fission}(t) - P_{refroidissement}(t)) \quad (6)$$

La puissance entrant dans le système,  $P_{fission}$ , est directement proportionnelle au nombre de fissions par seconde simulées par notre modèle de neutrons. L'énergie perdue par refroidissement est, quand à elle, plus difficile à calculer.

### 2.2.1 Évacuation de Chaleur ( $P_{out}$ ) - Loi de Newton

Nous allons considérer que l'échange d'énergie thermique se fait uniquement entre le noyau et le système de refroidissement du réacteur (généralement de l'eau). Ainsi, pour modéliser cet échange, nous utilisons la **Loi de Refroidissement de Newton**<sup>[8]</sup>. Elle énonce que le taux de perte de chaleur d'un corps est proportionnel à la différence de température entre le corps et le milieu environnant :

$$P_{out}(t) = h \cdot (T(t) - T_{eau}) \quad (7)$$

Où :

- $h$  : Le coefficient global de transfert thermique<sup>6</sup> en  $W \cdot K^{-1}$ .
- $T(t)$  : La température du réacteur à l'instant  $t$ .
- $T_{eau}$  : La température du fluide de refroidissement que nous fixerons à  $300K$ <sup>7</sup> dans notre modèle.

### 2.2.2 Paramétrage de l'Inertie Thermique

En combinant les équations précédentes, l'évolution de la température du réacteur est régie par l'équation différentielle :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{P_{fission}}{C} - \frac{h}{C} (T - T_{eau}) \quad (8)$$

Le terme  $\frac{h}{C}$  représente l'inverse de la constante de temps thermique du système, notée  $\tau_{th}$ . Elle caractérise la vitesse à laquelle le réacteur se refroidit naturellement. Dans notre code, nous avons fixé empiriquement ce ratio à :

5. Cette égalité vient de la définition de la capacité thermique<sup>[1]</sup> d'un corps. Elle énonce que pour un système incompressible, la variation d'énergie interne est proportionnelle à la variation de température. Le coefficient de proportionnalité est la **capacité thermique** du système, notée  $C$ . Cette valeur sera fixée à l'initialisation du modèle.

6. Il s'agit du coefficient de refroidissement et dépend de la surface de contact ainsi que du modérateur utilisé. Il est défini dans notre code par :  $cooling\_coef = thermic\_capacity * \tau$  avec  $\tau = 0.05$ .

7. Cette valeur choisit arbitrairement correspond à environ  $26^\circ C$ , elle doit être comprise entre  $0^\circ C$  et  $30^\circ C$

$$\frac{h}{C} = 0.05 \text{ s}^{-1}$$

Cela correspond à une constante de temps  $\tau_{\text{th}} = \frac{1}{0.05} = 20$  secondes. Ce choix nous permet d'obtenir une simulation viable où la température réagit aux variations de puissance de façon adaptée où le système de refroidissement du réacteur est très performant. Ainsi, en suivant cette loi, la température d'un corps dont la température est supérieure à son environnement suit une courbe similaire à celle-ci dessous<sup>8</sup> :

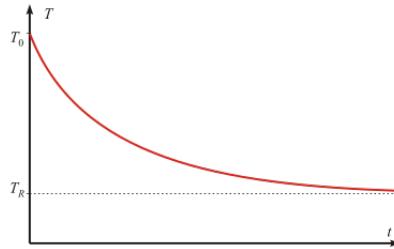


FIGURE 2 – Graphe de refroidissement d'un corps par la loi de Newton.

## 3 Simulation

### 3.1 Objectif et principe

L'objectif est maintenant de modéliser toutes les notions vues précédemment. Nous étudierons l'évolution d'une population de neutrons dans un environnement représentant le réacteur. L'évolution de cette population dépendra de différents paramètres donnés à l'initialisation ou grâce au modérateur utilisé. Deux versions du modèle existent. La première, expérimentale est très simple. La seconde, celle que nous détaillerons ici est un système à base d'agents (les neutrons) et implémente plus de mécanismes.

### 3.2 Représentation

Le système est donc composé de 4 éléments : les neutrons, le réacteur le modérateur ainsi que les barres de contrôle. Chacun est représenté de façon individuelle par un objet en Python.

Premièrement, une classe `Neutron` a été créée pour représenter individuellement chaque individu de la population. Elle permet d'attribuer des valeurs de vitesse, position, type au autres à chaque neutron présent dans le réacteur. Différentes méthodes existent donc pour mettre à jour ces valeurs, même si la plupart des calculs sont effectués dans la classe `ReactorV2`. L'espace de vie des neutrons est, quand à lui, représenté par une grille 2D (un tableau en Python) sauvegardé dans la classe `ReactorV2`. Un paramètre de celle-ci permet de la rendre torique.

Le modérateur est lui aussi modélisé par une classe appelée `Moderator`. Un modérateur est simplement défini par ses probabilités d'absorption, de diffusion, de fission des neutrons ainsi que par des propriétés de changement d'état de ceux-ci. L'ensemble des modérateurs possibles est stocké dans un dictionnaire de la classe `Reactor`. Le modérateur choisi influence directement l'évolution de la population de neutrons ainsi que leur comportement au cours du temps.

Les barres de contrôle sont instanciées par la classe `controlRod` contenant les paramètres de chaque type de barre ainsi que différentes fonctions utiles à sa gestion.

Enfin, le réacteur est simulé par la classe `ReactorV2`. Outre des paramètres classiques tels que sa taille, le nombre d'itérations de la simulation ou autre, celle-ci stocke un dictionnaire

<sup>8</sup> Aussi, plus la différence de température est grande plus elle va diminuer rapidement jusqu'à l'état d'équilibre.

de neutrons représentant l'état du réacteur à un moment donné. Pour conserver l'historique de son état, on stocke la suite de ces dictionnaires dans une liste `history`.

Pour conclure sur cette partie, le cœur de la simulation se situe dans la classe `ReactorV2`. Chaque ajout de fonctionnalité (modérateur, neutron, etc...) est représentée par une classe ajoutée en paramètre.

### 3.3 Dynamique

Penchons nous maintenant sur la dynamique du modèle. Nous allons ici détailler le cycle d'une génération de neutrons. Tout commence par l'initialisation du modèle : on choisit de positionner un certain nombre de neutrons sur la grille du réacteur (selon une loi Uniforme, Normale ou centrée).

À chaque pas de temps, on considère chaque neutron indépendamment des autres. Si l'on a spécifié un modérateur lors de l'initialisation du modèle, on choisit une action pour ce neutron par un tirage aléatoire dépendant des différentes probabilités données par le modérateur. Si aucun modérateur n'est spécifié, on utilise les probabilités données par défaut. Ainsi, un neutron peut effectuer une seule action à chaque pas de temps :

- **Diffusion** : le neutron continue à se déplacer dans le milieu en tirant aléatoirement une direction et une distance qui détermineront sa position au prochain pas de temps.
- **Absorption** : le neutron est absorbé par le modérateur, il disparaît du modèle.
- **Fission** : le neutron rencontre un isotope et produit une réaction de fusion. Il disparaît donc et un nombre aléatoire (suivant une loi de Poisson) de nouveaux neutrons est produit sur la même case. À noter que seuls les neutrons thermiques peuvent réagir (voir 3.4).

### 3.4 Les neutrons

Nous avons modélisé différents types de neutrons dans le réacteur pour coller au plus à la réalité. En effet, dans un réacteur à fission, toutes les particules ne se déplacent pas à la même vitesse. Les neutrons nouvellement produits par une réaction de fission sont en effet très rapides et ne sont donc pas en phase avec les noyaux lourds restant pour réagir. Le modérateur sert donc à ralentir ces neutrons.

Ainsi, pour plus de flexibilité, les neutrons ont été représentés indépendamment les uns des autres grâce au modèles d'agent, implémenté par la classe `Neutron`. Chaque neutron possède donc différents attributs :

- Sa position `self.x` et `self.y` qui représentent ses coordonnées dans le réacteur.
- Un identifiant unique `self.id`.
- Un type `self.type` qui peut être `fast`, `epithermal` ou `termal`. Chaque type de neutron a des comportements différents (voir 1.3).
- Une vitesse `self.speed` : très importante au départ, elle diminue au fur et à mesure de la durée de vie du neutron selon le type de modérateur.
- Une trajectoire `self.traj`.
- Une durée de vie `self.age` correspondant au nombre d'itérations effectuées.

Le cœur du processus d'évolution d'un neutron est encodé par la méthode `self.evolve`. À chaque itération du réacteur, on recalcule le type du neutron selon les probabilités de transition spécifiées par le modérateur.

La méthode `self.diffuse` calcule, quand à elle, les nouvelles coordonnées du neutron si celui-ci doit se déplacer. Un neutrons se déplace de façon uniforme dans un cercle défini autour de lui de rayon `self.max_speed`.

### 3.5 La gestion de la réaction : Les barres de contrôle

D'un point de vue informatique, ce système repose sur l'interaction de trois composants distincts : la modélisation physique de la barre, l'automate de pilotage ainsi que la boucle de rétroaction sur les neutrons.

### 3.5.1 La classe ControlRod

Chaque barre est un agent indépendant défini par ses caractéristiques physiques et son état dynamique :

- **Attributs statiques** : Un type définissant son poids neutronique total et sa vitesse maximale de déplacement ( $\% \cdot s^{-1}$ ).
- **Attributs dynamiques** : Sa position actuelle ( $position\_percent \in [0, 100]$ ) et sa consigne ( $target\_position$ ).
- **Méthode step(dt)** : Met à jour la position de la barre à chaque pas de temps pour rejoindre sa consigne, en respectant sa vitesse maximale.
- **Méthode get\_reactivity\_pcm()** : Calcule l'efficacité instantanée de la barre selon la courbe en S, convertissant la position mécanique en antiréactivité neutronique.

### 3.5.2 Boucle de Contrôle-Commande

À chaque itération de la simulation, la gestion des barres suit le cycle suivant :

1. **Mesure** : Le réacteur calcule sa puissance instantanée  $P(t)$  à partir du nombre de fissions observées. Elle est ensuite normalisée en un pourcentage de la puissance nominale ( $P\%$ ).
2. **Sécurité (Fonction check\_emergency\_scram)** : On vérifie si  $P\% > P_{seuil}$ . Si le seuil est dépassé, le mode SCRAM est enclenché : le pilote automatique est désactivé et toutes les barres reçoivent l'ordre de s'insérer à 100%.
3. **Régulation (Fonction update\_automatic\_control\_rod)** : Si le SCRAM n'est pas activé, le régulateur PI3.5.3 calcule l'erreur de puissance. Il détermine une nouvelle position cible pour les barres de régulation afin d'annuler cette erreur :
4. **Action Physique** : Les barres se déplacent mécaniquement vers leur nouvelle cible. L'antiréactivité totale est calculée et convertie en un facteur correctif appliquée aux probabilités de fission et d'absorption pour le pas de temps suivant.

### 3.5.3 Algorithme de Pilotage : Le Régulateur PI

Pour ajuster automatiquement la position des barres de régulation, nous avons implémenté un correcteur **Proportionnel-Intégral (PI)**<sup>[11]</sup>. C'est un mécanisme de rétroaction : le système observe l'écart entre la puissance réelle et la puissance voulue pour corriger sa commande en temps réel. L'objectif est d'annuler l'**erreur**  $\varepsilon(t)$ , définie par :

$$\varepsilon(t) = P_{consigne} - P_{réelle}(t) \quad (9)$$

La nouvelle position cible est la somme de deux termes complémentaires :

$$\text{Position}(t) = \text{Base} + \underbrace{K_p \cdot \varepsilon(t)}_{\text{Terme Proportionnel}} + \underbrace{K_i \cdot \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau}_{\text{Terme Intégral}} \quad (10)$$

- **Le Terme Proportionnel ( $P : K_p$ )** : Il assure la réactivité du système. La correction est directement proportionnelle à l'erreur instantanée. Si l'écart de puissance est grand, la barre bouge vite.
- **Le Terme Intégral ( $I : K_i$ )** : Il assure la précision. Il correspond à la somme des erreurs passées. Si une petite erreur persiste, le terme intégral va augmenter progressivement jusqu'à forcer la barre à bouger pour éliminer totalement l'écart.

Dans notre simulation en temps discret, l'intégrale mathématique est approximée par une somme cumulée à chaque pas de temps :

$$\int \varepsilon dt \approx \sum \varepsilon \cdot dt$$

## 4 Études Statistiques

Passons maintenant à l'étude de notre modèle. L'objectif est ici de comprendre l'influence des différents paramètres sur le comportement du modèle.

### 4.1 Paramètres de l'étude

Afin d'étudier le comportement de notre modèle, nous avons mis en place un système d'exportation automatique des données de simulation. Les simulations utilisées pour cette étude comptent 3600 itérations du modèle, ce qui correspond à une heure de fonctionnement réel du réacteur<sup>9</sup>. Ainsi, à la fin de chaque simulation, un programme Python génère un dossier horodaté contenant trois fichiers CSV :

- `settings_<timestep>.csv` : Ce fichier est une "photographie" de l'état initial et final du système. Il contient l'ensemble des paramètres de configuration ainsi que les valeurs finales des variables d'état.
- `reactor_history_<timestep>.csv` : Il s'agit d'une série temporelle enregistrant l'évolution macroscopique du réacteur à chaque itération  $dt$ .
- `neutrons_trajectories_<timestep>.csv` : Sont recensés dans ce CSV tous les neutrons contenus dans le réacteur à chaque pas de temps ainsi que leurs paramètres associés.

Ces fichiers bruts sont ensuite traités avec R. Nous utilisons les librairies `ggplot2` et `dplyr` pour nettoyer les données, calculer les corrélations et générer les visualisations présentées ci-après.

### 4.2 Conjectures

Au vu de la méthode de développement modulaire du modèle, nous avons pu le tester au fur et à mesure de son élaboration. Nous pensons donc que celui-ci est une représentation suffisamment fiable de la réalité (si l'on met de côté la différence d'échelle), notamment sur différents aspects :

1. Les neutrons sont susceptibles d'évoluer et leur état influe directement sur la réactivité du réacteur. Le nombre d'entre eux (de type thermique notamment) est donc censé refléter la puissance du réacteur à un instant  $t$ .
2. L'implémentation du modérateur ralentissant les neutrons et leur permettant de changer d'état est un paramètre influant la réactivité à court terme. Nous pensons donc que différents types de modérateur pousseront le réacteur à se comporter de façon très différente.
3. Concernant les barres de contrôle, elles ont été développées dans le seul but de faire diminuer la réactivité du réacteur. Nous souhaitons donc que l'intensité de la réaction (température et puissance) varient de façon inversement proportionnelle à l'intensité des barres de contrôle.
4. Enfin, nous souhaitons que le modèle soit suffisamment stable au court du temps, une fois passée la phase de mise en route.

Dans la suite de cette section, nous allons donc tenter de confirmer ou de réfuter les hypothèses énoncées plus haut.

### 4.3 Caractéristiques générales de la simulation

Sur cette simulation en particulier, le réacteur a eu un peu de mal aux alentours des 2700 itérations, mais il est intéressant de remarquer qu'il a pu regagner en puissance et se stabiliser par la suite.

<sup>9</sup>. Si l'on considère qu'une itération du modèle équivaut à 1 seconde réelle, 3600 itérations correspondent bien à une heure. Ce résultat est bien entendu à nuancer, en réalité les neutrons se déplacent beaucoup plus vite dans le cœur et l'état du réacteur évolue, lui aussi, bien plus rapidement.

Types Fission	Total
2	45646
3	177
4	8
5	1

ajouter un texte et formaté le tableau de la répartition de la loi de poisson  
L'analyse de la multiplicité lors de la fission des neutrons montre une prédominance écrasante des fissions libérant 2 neutrons (plus de 99,7% des cas). Bien que rares, des événements générant 3, 4 ou 5 neutrons sont observés, confirmant la nature stochastique du processus. La simulation a été paramétrée avec une borne supérieure fixée à 5 neutrons par fission.

#### 4.4 L'évolution des neutrons

Concentrons nous maintenant sur l'évolution des neutrons dans le réacteur. L'histogramme ci-dessous distingue les neutrons selon leur durée de vie.

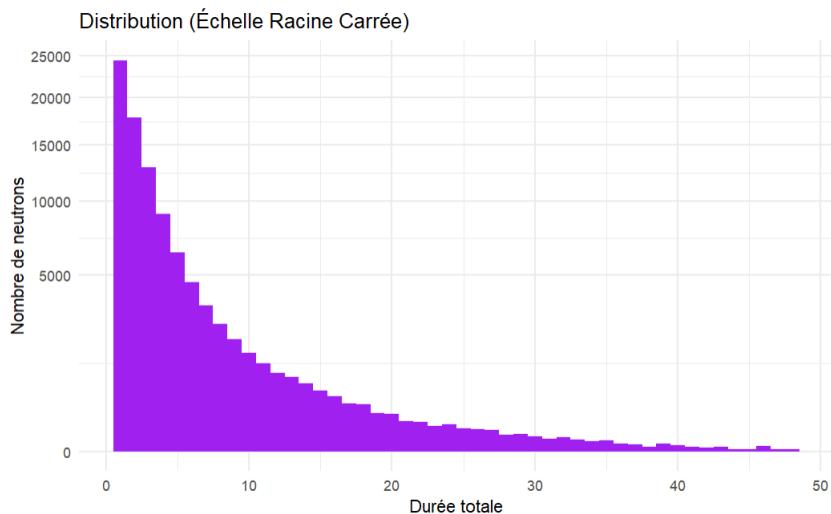


FIGURE 3 – Distribution du temps de vie des neutrons par temps  $dt$ .

Les résultats montrent une disparité significative dans la survie des neutrons. Si la durée de vie moyenne reste faible (4,2 itérations), reflétant une absorption rapide pour la majorité de la population, on note la persistance de certains neutrons jusqu'à 48 itérations (plus de 10 fois la moyenne). Cette asymétrie marquée confirme que le transport des neutrons est dominé par des interactions à court terme, ponctuées d'événements de diffusion plus rares mais longs.

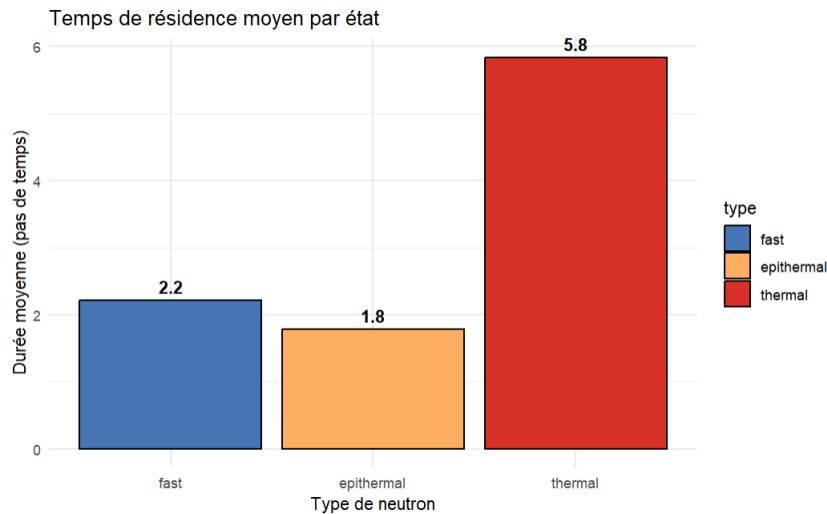


FIGURE 4 – Distribution du temps moyen de résidence dans un état.

L'analyse par niveau d'énergie révèle une dynamique contrastée : la phase thermique est prédominante (5,8 pas), correspondant à une longue période de diffusion stable, tandis que le processus de modération (phases rapide et épithermique) est beaucoup plus bref (cumul de 4 pas), les neutrons perdant leur énergie très vite par collisions.

On observe par ailleurs que la somme des durées moyennes par état (9,8 pas) est nettement supérieure à l'espérance de vie globale (4,2 pas). Ce phénomène s'explique par la "mortalité" en cours de route : de nombreux neutrons sont absorbés ou fuient le réacteur dès les phases rapides ou épithermiques. N'atteignant jamais le stade thermique, ils tirent la moyenne globale vers le bas.

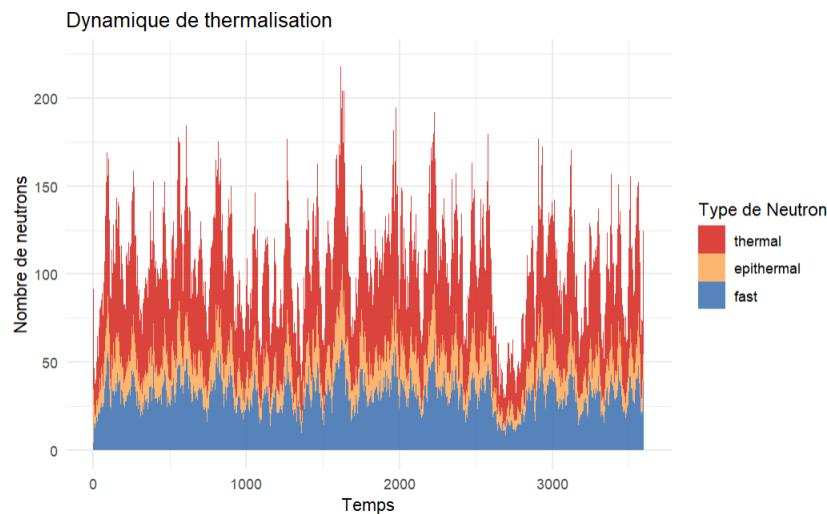


FIGURE 5 – Distribution du temps de vie des neutrons par temps  $dt$ .

On constate que la composition du flux neutronique est conservée au fil du temps. Si le nombre total de neutrons varie, la part respective de chaque catégorie reste stable, sans qu'aucun type ne devienne soudainement prédominant ou ne disparaisse.

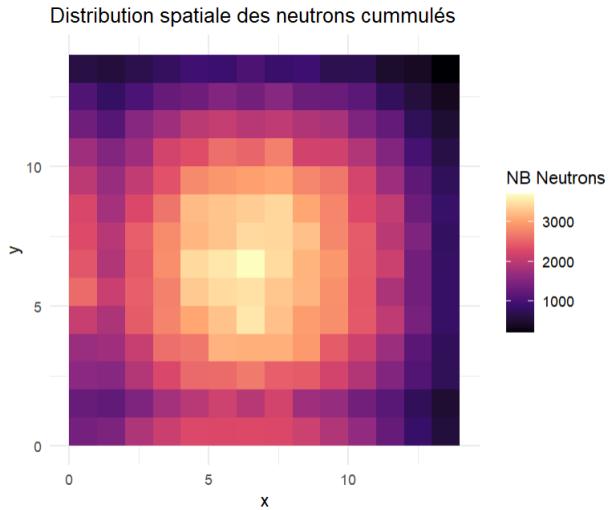


FIGURE 6 – Distribution spatiale des neutrons sur la durée de simulation.

Malgré le positionnement et les déplacements aléatoires des neutrons, leur positionnement est massivement concentré au cœur du réacteur, même si ils occupent tout l'espace disponible. Leur nombre diminue progressivement à mesure qu'on s'approche des bords.

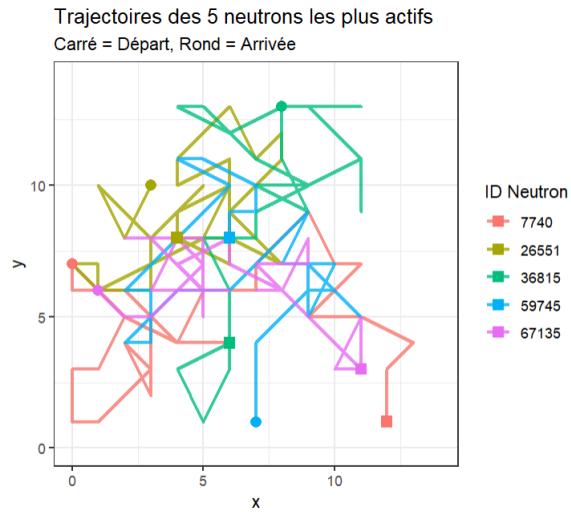


FIGURE 7 – Trajet dans le réacteur des 5 neutrons ayant tenu le plus longtemps.

Nous avons isolé les 5 neutrons ayant la plus longue durée de vie pour analyser leurs déplacements. Le graphique montre des trajectoires en zigzag, sans direction précise ni motif particulier. Ce mouvement totalement aléatoire est logique et confirme que notre programme de simulation fonctionne comme prévu.

Piste d'amélioration : Pour la suite, il serait intéressant de comparer ces résultats avec des modèles physiques plus poussés. Cela permettrait de voir si les vrais neutrons se déplacent de façon aussi chaotique ou s'ils suivent des règles de trajectoire un peu moins imprévisibles.

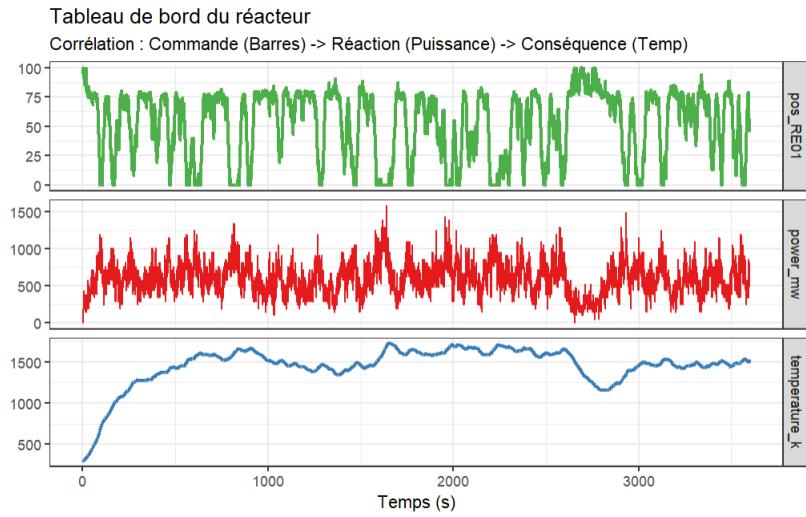


FIGURE 8 – Tableau de bord des différents indicateurs.

L'étude des données sur les 3600 étapes de la simulation révèle un comportement dynamique marqué par d'importantes fluctuations des paramètres principaux.

Puissance thermique (power\_mw) : La production d'énergie est instable, avec une moyenne s'établissant à 610,1 MW et une médiane légèrement inférieure à 576,0 MW. La plage de variation est très large, allant de l'arrêt complet (0 MW) jusqu'à un pic de 1584 MW, ce qui indique une forte variabilité du régime de fonctionnement.

Température du cœur (temperature\_k) : Ce paramètre montre une plus grande stabilité due à l'inertie thermique. La moyenne se situe à 1453 K (médiane à 1487 K). Une fois la phase de démarrage passée, le réacteur se maintient majoritairement dans une plage de températures élevées, entre 1400 et 1600 K.

Barres de contrôle (pos\_RE01) : Le système de pilotage est fortement sollicité. La position moyenne des barres est de 51,47% (médiane à 63,14%). L'utilisation de l'intégralité de la course des barres (de 0 à 100%) témoigne d'un effort constant pour réguler la réactivité du cœur.

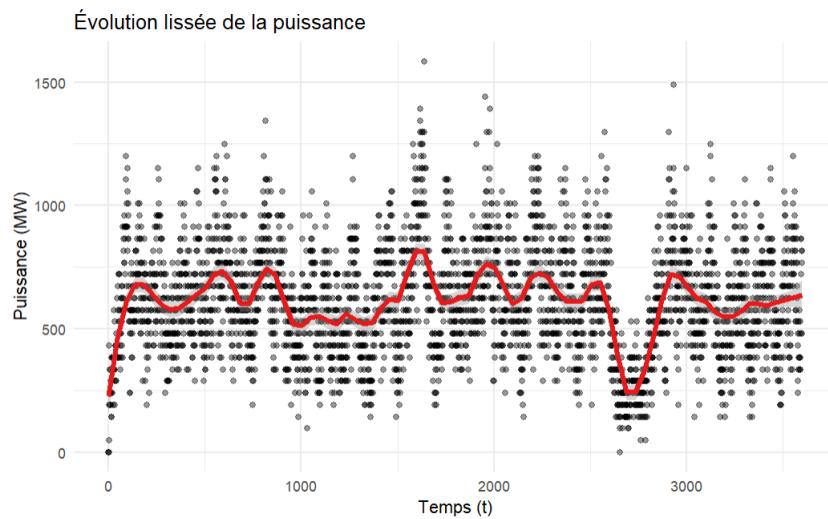


FIGURE 9 – Evolution lissée de la puissance au cours du temps.

Ce premier graphique illustre la méthode utilisée pour rendre les données exploitables. Le nuage de points noirs représente les mesures brutes du tableau de bord à chaque pas de temps : on y voit un signal très "bruité", dispersé par la nature stochastique de la simulation.

Pour analyser le comportement réel du réacteur sans se perdre dans ces fluctuations, nous avons tracé une courbe de tendance (en rouge). Ce lissage permet d'éliminer le bruit numérique pour révéler la dynamique physique sous-jacente de la puissance.

Dynamique du Réacteur : Barres vs Puissance/Neutrons

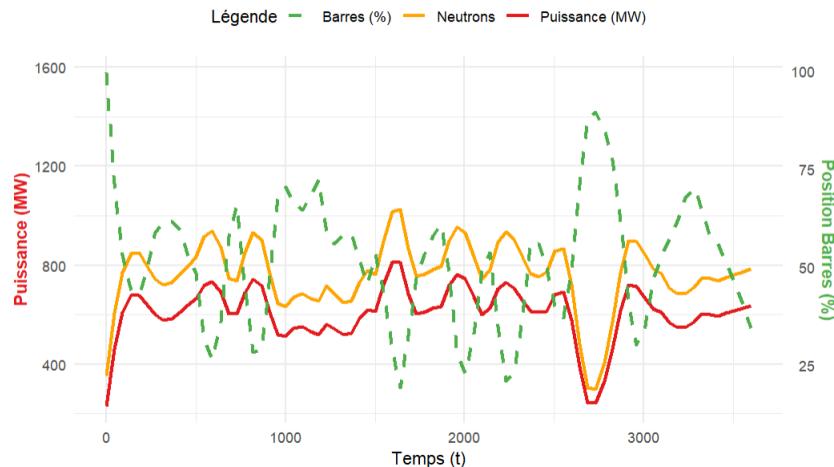


FIGURE 10 – Evolution de la dynamique du réacteur au cours du temps.

Une fois le signal propre obtenu, nous pouvons le confronter aux autres variables du système. Notez que pour permettre cette superposition visuelle, le nombre de neutrons et la puissance ont été rapportés à une échelle commune (normalisation), leurs ordres de grandeur bruts étant très différents.

Ce graphique comparatif révèle ainsi deux phénomènes physiques majeurs :

**Corrélation Flux/Puissance :** Les courbes rouge (Puissance) et jaune (Neutrons) épousent parfaitement les mêmes variations, confirmant que la puissance thermique est bien proportionnelle au flux neutronique instantané.

**L'effet miroir du pilotage :** On observe une corrélation inverse nette avec la position des barres de contrôle (en vert). Lorsque la courbe verte descend (retrait des barres), la puissance monte immédiatement, et inversement. Cela démontre la réactivité directe du cœur aux commandes de pilotage.

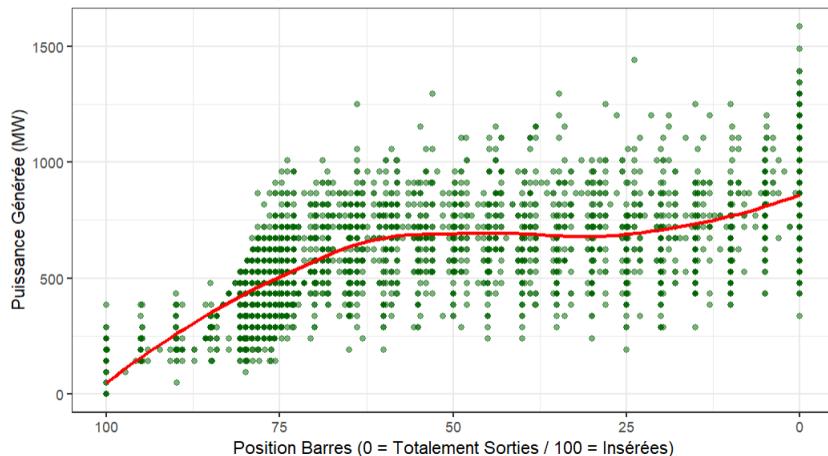
Courbe d'efficacité des barres de contrôle  
Sensibilité du réacteur à la position des barres

FIGURE 11 – Courbe d'efficacité des barres de contrôle.

L'analyse de l'efficacité des barres de contrôle révèle une corrélation imparfaite. Si l'on voit bien que sortir les barres (aller vers 0 sur l'axe X) fait généralement monter la puissance, la relation n'est pas linéaire.

Les certitudes se limitent aux extrêmes : une puissance faible correspond systématiquement à des barres enfoncées, tandis qu'une puissance forte ( $> 800$  MW) nécessite des barres relevées. Entre ces deux états, notamment entre 550 et 800 MW, le nuage de points est très étalé, ce qui signifie que le réacteur peut se trouver à cette puissance avec des configurations de barres très différentes.

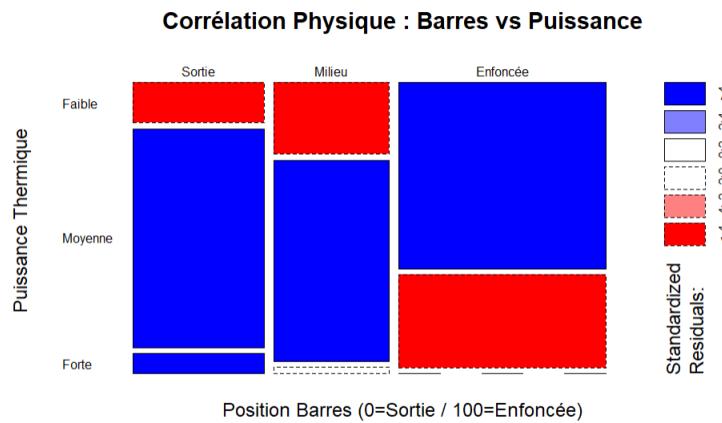


FIGURE 12 – Graphe des corrélations entre la position des barres de pilotage et la puissance.

Le graphique met en évidence une structure diagonale très nette :

Les rectangles bleus indiquent une forte sur-représentation des couples logiques : les barres "Sorties" sont massivement associées aux puissances "Moyennes" et "Fortes", tandis que les barres "Enfoncées" correspondent quasi-exclusivement à une puissance "Faible".

Les rectangles rouges signalent une incompatibilité physique : il est statistiquement impossible d'observer une puissance forte avec des barres enfoncées.

```
Pearson's Chi-squared test
data: table_croisee
X-squared = 906.53, df = 4, p-value < 2.2e-16
```

FIGURE 13 – Résultat du test  $\chi^2$ .

Ce constat visuel est validé par le test de Pearson, qui rejette formellement l'hypothèse d'indépendance entre les variables :

Significativité ( $p < 2.2 \times 10^{-16}$ ) : La probabilité que cette répartition soit due au hasard est quasi-nulle. Le lien est donc statistiquement avéré.

Intensité ( $\chi^2 = 906.53$ ) : La valeur extrêmement élevée de la statistique de test (bien supérieure au seuil critique pour 4 degrés de liberté) quantifie la force de cette relation. Elle indique une dépendance massive : la position des barres est bien le facteur déterminant qui dicte le niveau de puissance du réacteur.

AJOUTER LES HYPOTHESES DU KHI2

**IDEES Dynamique de la Puissance.** La courbe de puissance montre une phase de démarrage rapide (exponentielle) caractéristique de la sur-criticité initiale ( $k > 1$ ), suivie d'une stabilisation ou de fluctuations contrôlées. La distribution du nombre de neutrons suit une loi normale autour de la moyenne en régime établi, ce qui valide la stabilité statistique de la méthode de Monte-Carlo.

**Inertie Thermique.** L'évolution de la température présente une courbe plus lisse que celle de la puissance. Les fluctuations rapides du flux neutronique (bruit stochastique) sont filtrées par l'inertie thermique, confirmant le rôle tampon de la capacité thermique  $C$  et du refroidissement par loi de Newton.

**Distribution Spatiale.** répartition des neutrons : L'analyse des positions  $(x, y)$  des neutrons montre une concentration plus élevée au centre du réacteur, conforme à la théorie de la diffusion dans un réacteur homogène (flux en cosinus), justifiant a posteriori l'utilisation de la courbe en S pour l'efficacité des barres.

**Test du  $\chi^2$  (Khi-deux).** Un test d'indépendance du  $\chi^2$  réalisé entre les variations de puissance et les mouvements de barres rejette l'hypothèse nulle d'indépendance avec une p-value très faible ( $p < 0.01$ ). Cela confirme statistiquement que notre algorithme de pilotage influence significativement le système.

## 5 Conclusion

résumé des résultats obtenus  
apports technique et humain  
extensions possibles limites

## 6 Discussion et Limitations du Modèle

Bien que notre simulation reproduise les grands principes d'un réacteur, elle repose sur plusieurs simplifications majeures par rapport à la physique nucléaire réelle.

### 6.1 Limites de la Modélisation

**Discrétisation Spatio-Temporelle.** Notre modèle repose sur une grille 2D et un temps discret ( $\Delta t$ ). Dans la réalité, les neutrons évoluent dans un espace continu 3D. La discréttisation spatiale introduit des effets de bord artificiels et la discréttisation temporelle peut induire des erreurs d'intégration, notamment pour le calcul de la température ou du PID si le pas de temps est trop grand par rapport à la vitesse des neutrons.

**Modèle "Point-Model".** Notre gestion de la température et de la puissance considère le réacteur comme un bloc homogène. Nous calculons *une* température moyenne globale. Or, dans un vrai réacteur, il existe des gradients thermiques énormes : le centre est beaucoup plus chaud que les bords. Une surchauffe locale peut faire fondre une barre sans que la température moyenne ne dépasse le seuil d'alerte, ce que notre modèle ne peut pas détecter.

**Absence de Neutrons Retardés.** Il s'agit d'une limite physique importante. Dans notre code, tous les neutrons sont émis instantanément après la fission. Dans la réalité, une fraction ( $\approx 0.65\%$ ) des neutrons est émise avec un retard (en secondes) lors des fissions. C'est un élément essentiel à prendre en compte pour la stabilité du réacteur. Sans eux, la réaction s'emballerait très rapidement, rendant tout contrôle mécanique impossible. Notre simulation compense cela par des vitesses de barres artificiellement rapides ou paramètres adaptés.

**Simplification du Spectre Énergétique.** Nous avons réduit la complexité neutronique à trois groupes (*Fast*, *Épithermique*, *Thermique*) avec des probabilités de transition simples. La réalité fait appel à des équations de transport complexes (voir : inégalités de Boltzmann<sup>7.4</sup>) et des sections efficaces qui varient en continue avec l'énergie, et non par paliers discrets.

## 7 Extensions possibles

Pour rendre notre modèle plus réaliste, nous pouvons envisager plusieurs axes d'amélioration :

### 7.1 Passage au Temps Continu (Méthode de Monte-Carlo Dynamique)

Actuellement, nous déplaçons tous les neutrons d'un pas fixe à chaque tour de boucle. Une approche plus rigoureuse consisterait à utiliser un algorithme à événements discrets (type **Algorithme de Gillespie**).

- **Principe** : Au lieu d'un  $\Delta t$  fixe, on calcule le temps d'attente aléatoire jusqu'à la prochaine interaction pour *chaque* neutron (basé sur une loi exponentielle décroissante dépendant des sections efficaces).
- **Avantage** : Cela permettrait de simuler des échelles de temps réalistes, où des phénomènes très rapides (fission) et très lents (décroissance radioactive) coexistent.

## 7.2 Implémentation de la Contre-Réaction Doppler

Actuellement, notre réacteur ne se régule que via les barres de contrôle (sécurité active). Nous pourrions implémenter l'**Effet Doppler** : modifier les probabilités d'absorption  $a$  en fonction de la température  $T$  calculée.

$$a(T) = a_{base} + \alpha(T - T_{ref})$$

Avec un coefficient  $\alpha > 0$ , une augmentation de température augmenterait automatiquement l'absorption, freinant la réaction sans intervention extérieure. C'est un critère de stabilité fondamental pour les réacteurs modernes.

## 7.3 Gestion des Neutrons Retardés

Pour rendre le pilotage plus réaliste, il faudrait ajouter une nouvelle classe d'agents : les "Précursors". Ce sont des atomes instables créés par la fission qui ne bougent pas, mais qui ont une probabilité de relâcher un neutron après un temps aléatoire. Cela introduirait l'inertie neutronique nécessaire pour simuler des transitoires lents et réalistes.

## 7.4 Extension 3D

Enfin, passer d'une grille 2D à une matrice 3D permettrait de simuler la distribution axiale du flux. Cela permettrait d'observer des phénomènes complexes comme les oscillations au Xénon, où la puissance bascule du haut vers le bas du réacteur périodiquement.

## Annexe 1 - Le premier régulateur PI

L'ancêtre du régulateur proportionnel intégrable qui régit actuellement le monde de l'industrie vient de l'ingénieur écossais James Watt<sup>[7]</sup>. Grâce à son invention : le *régulateur à boules*, il est considéré comme l'un des inventeurs de la machine à vapeur.

**Le principe.** Deux boules en métal tournent entraînées par un moteur. Plus le moteur va vite, plus la force centrifuge écarte les boules. En s'écartant, elles tirent sur un levier qui ferme l'arrivée de vapeur. Il s'agit de l'ancêtre du *régulateur proportionnel (P)* que nous utilisons dans notre simulation. Si la vitesse augmentait (erreur), la vapeur diminuait instantanément et faisait donc baisser les boules.

**Le problème.** Ce modèle souffrait de ce que l'on appelle l'erreur statique. La machine manquait de précision et ne tenait jamais exactement la position souhaitée. C'est pour cette raison que le terme *integral (I)* a été inventé plus tard.



FIGURE 14 – Ancêtre du régulateur PI mis au point par James Watt.

## Annexe 2 - Qu'en est-il de notre système d'urgence européen ?<sup>[4]</sup>

En Europe, et particulièrement en France, le type de réacteur dominant est le *Réacteur à Eau Pressurisée* (REP).

Dans un REP, le contrôle de la réactivité est géré par deux systèmes complémentaires :

1. *Le Bore Soluble* : C'est un "poison" liquide qui permet de compenser les ajustements lents.
2. *Les Barres Mécaniques* : Elles sont utilisées pour la régulation et l'arrêt d'urgence (SCRAM).

Le mécanisme de SCRAM sur un REP est un exemple de *sécurité passive* : les barres d'arrêt sont maintenues en position haute par des électroaimants. En cas d'arrêt d'urgence, le courant est coupé, les aimants lâchent les barres, qui tombent alors par simple gravité dans le cœur, assurant l'arrêt du réacteur même en cas de panne de courant totale. Nous nous sommes basé sur ce système pour implémenter notre fonctionnalité permettant une auto-régulation de la puissance en fonction de celle souhaitée.

### Annexe 3 - Le Modèle Théorique de Référence : L'Équation de Boltzmann<sup>[5]</sup>

Notre simulation Monte-Carlo est en réalité une méthode de résolution stochastique de l'équation différentielle linéaire de Boltzmann. Cette équation décrit le bilan exact de la population de neutrons dans un volume de l'espace des phases (position, énergie, direction). Elle s'énonce ainsi pour le flux angulaire  $\psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$  :

$$\underbrace{\frac{1}{v} \frac{\partial \psi}{\partial t}}_{\text{Variation}} + \underbrace{\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi}_{\text{Transport}} + \underbrace{\Sigma_t \psi}_{\text{Collision}} = \underbrace{\iint \Sigma'_s \psi' d\Omega' dE'}_{\text{Diffusion}} + \underbrace{S}_{\text{Source}} \quad (11)$$

Chaque terme correspond à un phénomène physique que nous avons simulé individuellement :

- **Variation Temporelle** ( $\frac{1}{v} \frac{\partial \psi}{\partial t}$ ) : Représente le changement de la densité de neutrons au cours du temps en un point donné.
- **Terme de Transport** ( $\vec{\Omega} \cdot \nabla \psi$ ) : Correspond au déplacement des neutrons en ligne droite (le flux net entrant ou sortant du volume).
- **Terme de Collision** ( $\Sigma_t \psi$ ) : Représente la perte de neutrons due à toute interaction avec le milieu (absorption ou diffusion).  $\Sigma_t$  est la section efficace macroscopique totale. C'est ce que nous simulons par le tirage aléatoire d'interaction.
- **Terme de Diffusion** ( $\iint$ ) : C'est un terme de "gain". Il représente les neutrons qui avaient une autre énergie  $E'$  ou une autre direction  $\vec{\Omega}'$  et qui, après un choc, se retrouvent avec l'énergie  $E$  et la direction  $\vec{\Omega}$ .
- **Terme de Source** ( $S$ ) : Représente la production de nouveaux neutrons, principalement par la fission nucléaire ( $\nu \Sigma_f \varphi$ ). C'est notre fonction `simul_poisson`.

**Lien avec notre projet.** Résoudre cette équation analytiquement pour une géométrie complexe est impossible. Les codes industriels utilisent soit des méthodes déterministes, soit des méthodes de Monte-Carlo (comme notre modèle neutronique) qui convergent vers la solution exacte de cette équation par la loi des grands nombres.

## 8 Fondements Mathématiques : L'Approche Monte-Carlo

Notre simulation repose sur une méthode probabiliste pour résoudre un problème physique déterministe. Plutôt que de résoudre analytiquement l'équation du transport des neutrons, nous simulons l'histoire individuelle d'un grand nombre de neutrons pour en déduire le comportement macroscopique du réacteur.

Cette approche est rendue possible par deux concepts mathématiques : la Méthode de Monte-Carlo et la Loi Forte des Grands Nombres.

### 8.1 La Méthode de Monte-Carlo "Analogue"

La méthode de Monte-Carlo consiste à utiliser des tirages aléatoires pour estimer des grandeurs numériques. Dans notre projet, nous utilisons une version dite "Analogue" : nous simulons directement le processus physique tel qu'il se produit dans la nature.

Concrètement, à chaque étape de la vie d'un neutron (déplacement, interaction), le code effectue un tirage aléatoire pour déterminer l'issue de l'événement, en respectant les probabilités physiques ( $f, a, d$ ) définies par les sections efficaces des matériaux.

Chaque neutron suit une *marche aléatoire* unique et imprévisible. Pris isolément, le destin d'un neutron simulé n'a pas de signification physique déterministe.

### 8.2 La Loi Forte des Grands Nombres

C'est ce théorème qui justifie la validité de notre simulation. La **Loi Forte des Grands Nombres** stipule que si l'on répète une expérience aléatoire un grand nombre de fois, la moyenne empirique des résultats converge vers l'espérance mathématique.

Soit  $X_i$  une variable aléatoire représentant le résultat de l'histoire du  $i^{\text{ième}}$  neutron (par exemple : "a-t-il causé une fission ?"). Si nous simulons  $N$  neutrons indépendants, la moyenne empirique  $\bar{X}_N$  est donnée par :

$$\bar{X}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{\text{p.s.}} \mathbb{E}[X] \quad (12)$$

**Application à notre réacteur :**

- Au niveau **microscopique**, le comportement est chaotique et stochastique.
- Au niveau **macroscopique**, grâce à la LGN, la somme des comportements de nos  $N$  neutrons (avec  $N$  grand) converge vers une distribution stable.

C'est la Loi des Grands Nombres qui nous permet de dire que la densité de neutrons observée dans notre grille correspond au **Flux Neutronique** réel, et que le nombre total de fissions par seconde correspond à la **Puissance Thermique** du réacteur.

### 8.3 Précision et Convergence

Une conséquence directe de cette méthode est que la précision de nos résultats dépend du nombre de neutrons simulés. Selon le Théorème Central Limite, l'erreur relative de notre simulation diminue proportionnellement à l'inverse de la racine carrée du nombre de neutrons :

$$\text{Erreur} \propto \frac{1}{\sqrt{N}}$$

Cela implique que pour doubler la précision de nos courbes de température ou de puissance, il faudrait quadrupler le nombre de neutrons simulés.

## Références

- [1] Fmeto PHYSIQUE. *Cours de Thermodynamique classique*. 2023. URL : <https://femto-physique.fr/thermodynamique/capacites-thermiques.php>.
- [2] Sciences Sorbonne UNIVERSITÉ. *1P003 – Chapitre 7 – Thermodynamique - 1er principe*. URL : <https://share.google/x1YfZR4RPM0YBPsYn>.
- [3] WIKIPEDIA. *Atomes*. 2025. URL : [https://fr.wikipedia.org/wiki/Atome#Historique\\_des\\_mod%C3%A8les\\_de\\_l'atome](https://fr.wikipedia.org/wiki/Atome#Historique_des_mod%C3%A8les_de_l'atome).
- [4] WIKIPEDIA. *Barre de contrôle (nucléaire)*. 2025. URL : [https://fr.wikipedia.org/wiki/Barre\\_de\\_contr%C3%B4le\\_\(nucl%C3%A9aire\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Barre_de_contr%C3%B4le_(nucl%C3%A9aire)).
- [5] WIKIPEDIA. *Equation de Boltzmann*. 2025. URL : [https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quation\\_de\\_Boltzmann](https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quation_de_Boltzmann).
- [6] WIKIPEDIA. *Fission Nucléaire*. 2025. URL : [https://fr.wikipedia.org/wiki/Fission\\_nucl%C3%A9aire%C5C%5C%A9aire%C5C%5C](https://fr.wikipedia.org/wiki/Fission_nucl%C3%A9aire%C5C%5C%A9aire%C5C%5C).
- [7] WIKIPEDIA. *James Watt*. 2025. URL : [http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=James\\_Watt&oldid=230694974](http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=James_Watt&oldid=230694974).
- [8] WIKIPEDIA. *Loi de refroidissement de Newton*. 2023. URL : [https://fr.wikipedia.org/wiki/Loi\\_de\\_refroidissement\\_de\\_Newton](https://fr.wikipedia.org/wiki/Loi_de_refroidissement_de_Newton).
- [9] WIKIPEDIA. *Molécules*. 2025. URL : <https://fr.wikipedia.org/wiki/Mol%C3%A9cule>.
- [10] WIKIPEDIA. *Réaction Nucléaire*. 2025. URL : [https://fr.wikipedia.org/wiki/R%C3%A9action\\_nucl%C3%A9aire%C5C%5C%A9aire](https://fr.wikipedia.org/wiki/R%C3%A9action_nucl%C3%A9aire%C5C%5C%A9aire).
- [11] WIKIPEDIA. *Régulateur PID*. 2024. URL : [https://fr.wikipedia.org/wiki/R%C3%A9gulateur\\_PID](https://fr.wikipedia.org/wiki/R%C3%A9gulateur_PID).