E6 - Statement

`A` 字符串距离

题目描述

给定两个长度相等的字符串 A 和 B，每个字符串只包含小写字母。字符串 A 和字符串 B 的距离定义为每一位字符的 ASCII 值差的绝对值之和。例如，`A = "abc"` 和 `B = "bcd"`，则 `A` 和 `B` 的距离为

$$|a-b|+|b-c|+|c-d|=1+1+1=3$$

请编写一个程序，计算字符串 A 和 B 的距离。

输入格式

共两行，第一行代表字符串 A，第二行代表字符串 B。保证字符串只由小写字母组成，长度不超过 1000 。

输出格式

一个正整数，表示字符串距离。

样例输入

```
abc
bcd
```

样例输出

```
3
```

Author：Moca

`B` 努力学习的小懒獭

题目描述

小懒獭开始了一段努力学习的旅程。但由于她是小“懒”獭，她时常会在学习中偷懒。每当小懒獭学习时，她的智力都会得到提升，而偷懒将不会提升智力。

- 用 `S` 表示小懒獭学习了一次，智力提升了目前连续出现的 `S` 的个数
- 用 `L` 表示小懒獭偷懒了一次，智力不会提升（但也不会下降），但会中断连续的 `S`

如 `SSLS`，第一个 `S` 智力提升一点，第二个 `S` 智力提升两点，`L` 智力不变化，第三个 `S` 智力提升一点。所以小懒獭最后智力将提升四点。

现在给定一个小懒獭的活动序列，请你计算她最后智力提升了多少点。

输入格式

一个字符串，表示小懒獭的活动序列，仅由 `S` 与 `L` 组成，保证长度在 1 到 1000 之间。

输出格式

一个整数，表示小懒獭经过活动序列后智力提升了多少点。

输入样例

```
SSLS
```

输出样例

```
4
```

`C` 三生万物2024

题目描述

道德经：“道生一，一生二，二生三，三生万物。”

3 是一个很玄妙的数字，卡皮巴拉给了你一个正整数，希望你用 3 的幂次将它表示出来。

比如，对于正整数 19，我们可以表示为 `19 = 3^0 + 2*3^2` 。

输入

不定行输入，每行一个正整数 x（$1 \le x \le 10^9$）。

输出

对于每一个 x ，输出一行，用 3 的幂次表示 x。

注意，对于某一项 `a*3^i` ，如果 $a = 0$，则省略这一项；如果 $a = 1$，则不输出 `a*`。只有 `=` 和 `+` 与其他数字之间有一个空格。项的顺序按照幂次从小到大排列。

输入样例

```
2024
11
5
```

输出样例

```
2024 = 2*3^0 + 2*3^1 + 2*3^2 + 2*3^3 + 2*3^5 + 2*3^6
11 = 2*3^0 + 3^2
5 = 2*3^0 + 3^1
```

Author：Yury

D 小懒獭与矩阵乘法

题目描述

小懒獭最近学习了矩阵乘法，她决定编写一个程序帮她求出两个矩阵的乘积。

已知两个矩阵 A 和 B 分别为 $N \times M$ 和 $M \times P$ 的矩阵，小懒獭需要计算出它们的乘积矩阵 C，其中 C 是一个 $N \times P$ 的矩阵，满足：

$$C[i][j] = \sum_{k=1}^{M} A[i][k] \times B[k][j]$$

输入格式

第一行包含三个正整数 N、M、P，表示矩阵 A 的行数、列数和矩阵 B 的列数。

接下来 N 行，每行包含 M 个整数，表示矩阵 A 的元素。

接下来 M 行，每行包含 P 个整数，表示矩阵 B 的元素。

保证 $1 \leq N, M, P \leq 100$，矩阵中元素的值在 $[-100, 100]$ 范围内。

输出格式

输出 N 行，每行包含 P 个整数，表示矩阵乘积的结果；相邻整数间用空格隔开

输入样例

```
2 3 2
1 2 3
4 5 6
7 8
9 10
11 12
```

输出样例

```
58 64
139 154
```

解释

根据输入数据，矩阵 A 为：

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

矩阵 B 为：

$$\begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 9 & 10 \\ 11 & 12 \end{bmatrix}$$

矩阵乘积 C 为：

$$\begin{bmatrix} 58 & 64 \\ 139 & 154 \end{bmatrix}$$

E 摩卡与数独

题目描述

Moca 最近发现了一种叫做数独的益智游戏。

经典的数独规则是这样的：

- 将一个 9×9 的方格分为 9 个 3×3 的小方格，每个 3×3 方格称为一个宫
- 开始时一些方格中的数字是给定的，玩家需要根据推理，填写剩余方格中的数字，直到所有方格中都被填上了数字
- 最后**在每一行、每一列、每一宫中，数字 1 - 9 都出现且只出现一次**，则填写正确

Moca 喜欢做数独，但她不喜欢检查自己做的数独是否正确，尽管这很简单。所以，她希望你能帮她写一个程序，对于一个给定的初始状态，检查她做的数独是否正确。

输入

第一行一个正整数 t ，表示 Moca 做了多少数独，$1 \le t \le 5$ 。

接下来 t 组输入，每组输入之前有一个空行。每组输入 19 行：前九行每行九个数字，为初始的数独局面，0 代表待填写的数字，其余数字代表初始给定的数字，保证初始局面中所有数字一定是 0 到 9 中的一个；接下来一行空行；后九行每行九个数字，表示对应做出来的数独，保证做出来的数独中的数字一定是 1 到 9 中的一个。

输出

输出 t 行，如果第 i 组做出来的数独对于第 i 组初始局面数独填写正确，那么对应输出行输出 `Moca finish this sudoku perfectly!` ；否则（包括做出来的数独虽然正确，但是不符合给定的初始局面的情况）输出 `Moca is so careless!` 。

输入样例

```
3

0 2 0 4 0 0 0 0 0
4 5 0 7 0 0 0 0 3
0 8 9 0 3 0 0 0 6
2 0 0 0 0 0 8 0 0
0 9 0 0 0 0 0 6 5
3 0 5 8 7 0 2 0 0
5 0 0 0 0 0 9 7 8
6 0 0 9 0 0 0 0 1
0 7 0 5 1 0 0 4 0

1 2 3 4 5 6 7 8 9
4 5 6 7 9 8 1 2 3
7 8 9 1 3 2 4 5 6
2 1 4 3 6 5 8 9 7
8 9 7 2 4 1 3 6 5
3 6 5 8 7 9 2 1 4
5 3 1 6 2 4 9 7 8
6 4 2 9 8 7 5 3 1
9 7 8 5 1 3 6 4 2

0 2 0 4 0 0 0 0 0
4 5 0 7 0 0 0 0 3
0 8 9 0 3 0 0 0 6
2 0 0 0 0 0 8 0 0
0 9 0 0 0 0 0 6 5
3 0 5 8 7 0 2 0 0
5 0 0 0 0 0 9 7 8
6 0 0 9 0 0 0 0 1
0 7 0 5 1 0 0 4 0

1 2 3 4 5 6 7 8 9
4 5 6 7 9 8 1 2 3
7 8 9 1 3 2 4 5 6
2 1 4 3 6 5 8 9 7
8 9 7 2 4 1 3 6 5
3 6 5 8 7 9 2 1 4
5 3 1 6 2 4 9 7 8
6 4 2 9 8 7 5 3 1
9 7 8 5 1 3 6 4 1

0 2 0 4 0 0 0 0 0
4 5 0 7 0 0 0 0 3
0 8 9 0 3 0 0 0 6
2 0 0 0 0 0 8 0 0
0 9 0 0 0 0 0 6 5
3 0 5 8 7 0 2 0 0
5 0 0 0 0 0 9 7 8
6 0 0 9 0 0 0 0 1
0 7 0 5 1 0 0 4 0

1 2 3 6 5 4 7 8 9
4 5 6 9 8 7 1 2 3
7 8 9 3 2 1 4 5 6
8 9 7 4 1 2 3 6 5
3 6 5 7 9 8 2 1 4
2 1 4 5 6 3 8 9 7
5 3 1 2 4 6 9 7 8
6 4 2 8 7 9 5 3 1
9 7 8 1 3 5 6 4 2
```

输出样例

```
Moca finish this sudoku perfectly!
Moca is so careless!
Moca is so careless!
```

样例解释

对于第 1 组输入，补全后的数独正确，且符合初始局面；对于第 2 组输入，补全后的数独不正确，在九行和九列中都出现了两次 1；对于第 3 组输入，虽然补全后的数独正确，但并不符合初始局面（如第一行第四列初始局面给定的数字是 4，但是 Moca 补全的数独中对应位置的数字却是 6），所以也是错的。

F 多项式导数计算

题目描述

在一次数 析课上，Paradise 将分子分母同时出现的微分约掉了，进而证明了 $1=-1$，创造了这个世界上最伟大的奇迹……
于是期末这门课挂掉了一位
重修一学期，Paradise 痛定思痛，想要拿到学分
这天老师留了一道题，是求一个多项式的一阶导数！但 Paradise 却呆住了，这该怎么做呀！于是将问题转交给了你。

输入

一行，一个以 `f(x)=` 开头的字符串，后面有多个项相加，每一个非常数项都是 `x`、`ax`、`x^b` 或 `ax^b` 的格式，其中 a,b 都是正整数，如果不存在则表示 1，否则表示 $a\times x^b$，每项之间用 `+` 连接，代表加法。多项式一定是降幂排列的

输出

一行，一个以 `f'(x)=` 开头的字符串，后面格式与输入相同，表示多项式的导数

输入样例

```
f(x)=x^3+3x^2+6
```

输出样例

```
f'(x)=3x^2+6x
```

数据规模

所有的 a,b 都满足 $1\le a,b\le 10000$

Hint

下面介绍本题可能需要用到的求导法则，有数学方面基础的同学可以忽略。

对于单项式 $a\times x^b, a,b\in\mathbb{R}$，其关于 x 的导数为 $ab\times x^{b-1}$。易见常数项关于 x 的导数为 0。

导数的四则运算：本题中你只需要用到 $(f(x)+g(x))'=f'(x)+g'(x)$。

G 某程设助教大战高代

题目描述

助教 Gino 经过不懈努力，在与教务的斗智斗勇后，终于，如愿以偿来到了 6 系——计算机学院！

然而，代价是什么呢？

补修工科高等代数！有一天，他在写高代作业时写破防了：五元一次方程组，增广矩阵是 5 行 6 列，一顿狂算化简之后，由于没有答案，不敢确定到底有没有哪里算错了。

Gino 突然想起来，自己是个程设助教，为什么不写个程序来求解这种方程组，区区五元一次方程组，怎么可能难倒善于编程的他呢（

Gino 也深知广大程设学子也被高代的繁琐计算所苦恼，于是特意传授大家 “高斯消元法”：

我们假设，这个 n 元一次方程组的增广矩阵恰好为 n 行 $n+1$ 列，并且有且仅有唯一解。记增广矩阵的第 i 行第 j 列元素为 $(A|b)_{i,j}$，其详细过程如下：

1. 若 $(A|b)_{i,i}$ 为 0，找到 $k \in [i+1, n]$，使得 $(A|b)_{k,i} \neq 0$，将第 i 行与第 k 行交换。（由于假设方程有且仅有唯一解，这样的 k 一定存在）
2. 执行上一步之后，将第 i 行所有元素除以 $(A|b)_{i,i}$。在这一步之后，$(A|b)_{i,i} = 1$
3. 对所有 $k \in [1, n]$ 且 $k \neq i$，将第 k 行减去 $(A|b)_{k,i}$ 倍的第 i 行。在这一步之后，第 i 列上只有第 i 行位置的元素为 1，其余位置的元素都为 0。
4. i 从 $1 \sim n$ 遍历之后，增广矩阵化为最简型，第 $n+1$ 列位置上的元素即为方程组的解。

以解如下方程组为例

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 13 \\ -4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 5x_1 + 7x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 2 \end{cases}$$

对其增广矩阵化为最简型的过程如下：

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 & 2 & 13 \\ -4 & -2 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 7 & -3 & -4 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow[\text{操作3}]{r_2-2r_1, r_3+4r_1, r_4-5r_1} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 9 \\ 0 & 2 & 5 & 5 & 9 \\ 0 & 2 & -8 & -9 & -8 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[\text{操作1}]{r_2 \leftrightarrow r_3} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 5 & 5 & 9 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 9 \\ 0 & 2 & -8 & -9 & -8 \end{array}\right) \xrightarrow[\text{操作2}]{\frac{r_2}{2}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2.5 & 2.5 & 4.5 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 9 \\ 0 & 2 & -8 & -9 & -8 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[\text{操作3}]{r_1-r_2, r_4-2r_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1.5 & -1.5 & -2.5 \\ 0 & 1 & 2.5 & 2.5 & 4.5 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & -13 & -14 & -17 \end{array}\right) \xrightarrow[\text{操作2}]{\frac{r_3}{-3}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1.5 & -1.5 & -2.5 \\ 0 & 1 & 2.5 & 2.5 & 4.5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & -13 & -14 & -17 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[\text{操作3}]{r_1+1.5r_3, r_2-2.5r_3, r_4+13r_3} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -1.5 & -7 \\ 0 & 1 & 0 & 2.5 & 12 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -14 & -56 \end{array}\right) \xrightarrow[\text{操作2}]{\frac{r_4}{-14}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -1.5 & -7 \\ 0 & 1 & 0 & 2.5 & 12 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[\text{操作3}]{r_1+1.5r_4, r_2-2.5r_4} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{array}\right)$$

我们得到，这个四元一次方程组的解为 $x_1 = -1, x_2 = 2, x_3 = -3, x_4 = 4$。

输入

第一行一个正整数 t，表示数据组数，$1 \le t \le 50$。

对于每组数据，第一行一个正整数 n 代表未知数与方程的个数，$2 \le n \le 100$。

接下来 n 行，每行 $n+1$ 个数字，表示方程组的增广矩阵。对于系数，保证 $-10 \le A_{i,j} \le 10$。对于常数列，保证 $-100 \le b_i \le 100$。

数据保证，方程组有且仅有唯一解，且 $1 \le |x_i| \le 10$，$x_i \in \mathbb{Z}$，即 x_i 为 -10 到 -1 之间或 1 到 10 之间的整数。

数据保证，化简增广矩阵的过程不会超过 double 的精度范围。

输出

对于每组数据，输出一行 n 个整数，代表方程组的解。

输入样例

```
3
2
-1 1 4
5 -1 4
3
1 1 0 0
1 0 1 3
0 1 1 1
4
1 1 1 1 2
2 2 -1 2 13
-4 -2 1 1 1
5 7 -3 -4 2
```

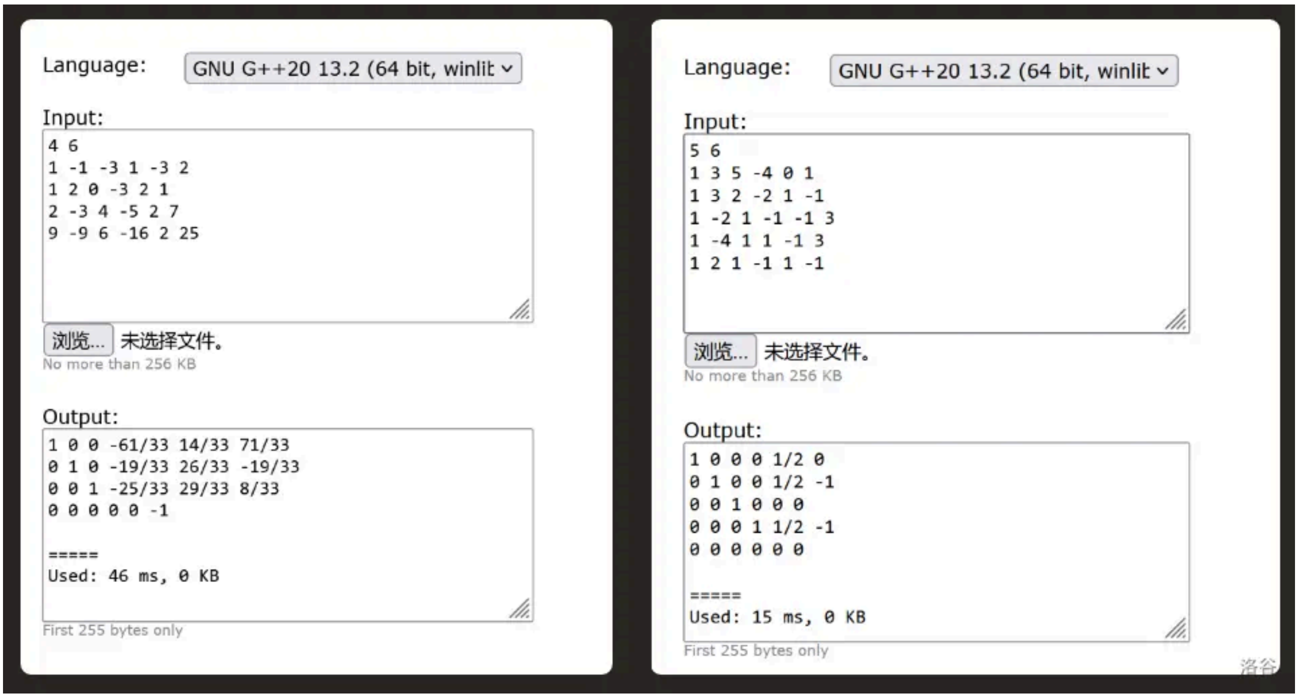
输出样例

```
2 6
1 -1 2
-1 2 -3 4
```

拓展思考

写了高代作业的同学都知道，解方程的题大多不是唯一解的，有时是无穷解，还需要写出通解形式。而且，遇到类似 $\frac{1}{7}, \frac{1}{13}$ 的这种分母，最后就算计算机给你解出来，你也看不出来它写成分数的形式是什么样的。本题只是一个简化版的方程求解器，学有余力的同学可以尝试实现出如下效果：

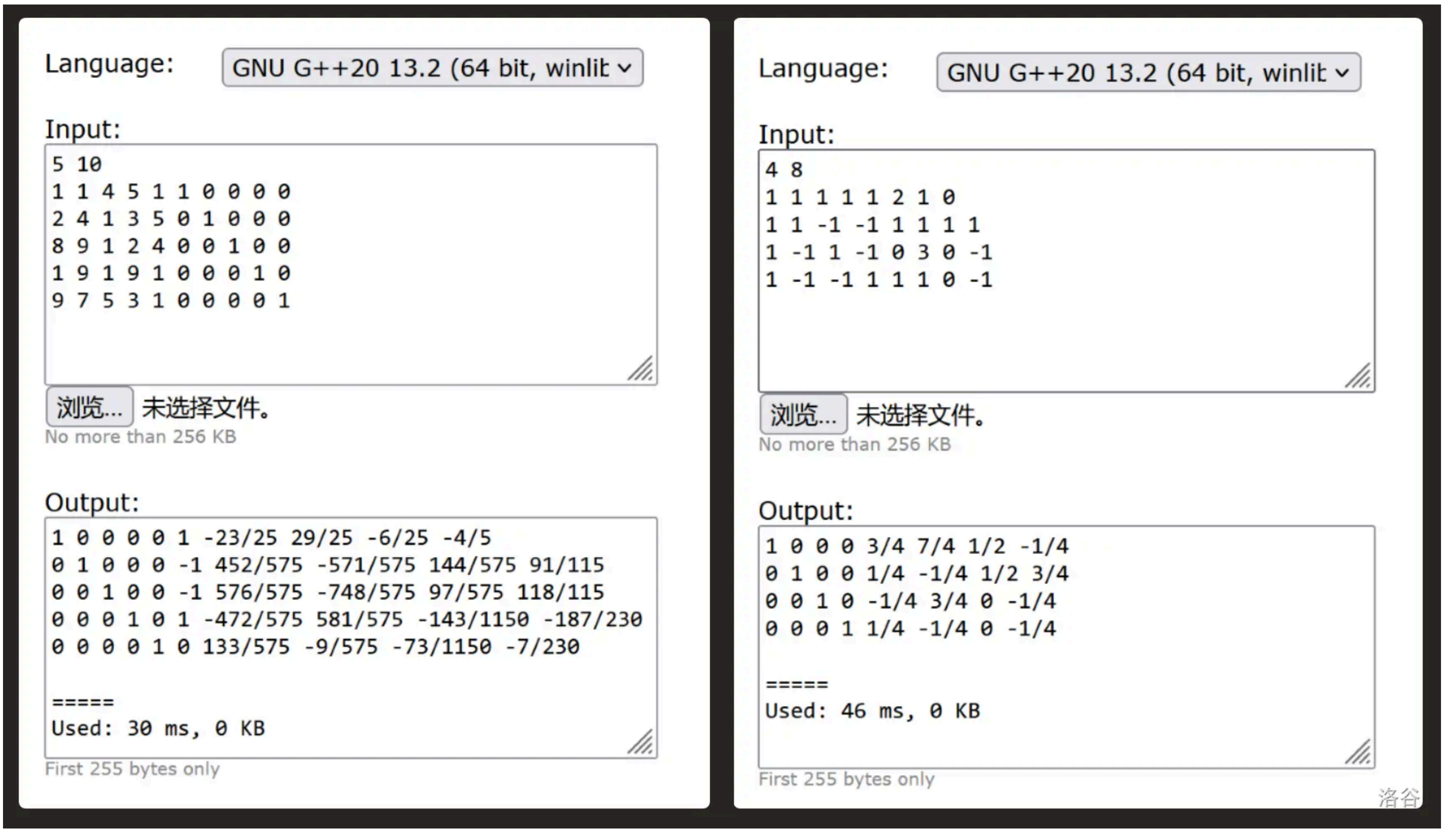
- 解决方程组个数多于或少于未知数个数的情况，解决无解与无穷解的情况，且无穷解时可以直接看出通解
- 以分数的形式显示化简后的增广矩阵



实现以上功能之后，你将可以拿它进行以下操作

- 矩阵求逆

- 求两组基的过渡矩阵



H 寻找因数 (hard version)

题目描述

a 是 b 的因数，当且仅当 $b \bmod a = 0$，其中 mod 代表求模运算。

Gino 给了你一个大数字，他想知道这个大数字的正因数一共有多少个。

不过这个数字好像有点太大了。幸运的是，Gino 已经提前将这个数字分解成为若干较小数字的乘积。他会给你 n 个数字 $a_1, a_2, \cdots, a_n$，请计算 m 有多少不同的正因数，其中 $m = a_1 \times a_2 \times \cdots \times a_n$。

输入

第一行一个正整数 t 代表数据组数，$1 \le t \le 100$。

对于每组数据，第一行一个正整数 n，代表数字个数，$1 \le n \le 10$。第二行 n 个正整数 a_i，$1 \le a_i \le 10^9$。

输出

对于每组数据，输出一行一个正整数，代表 m 的不同正因数的个数，其中 $m = a_1 \times a_2 \times \cdots \times a_n$。

输入样例

```
4
2
6 2
1
17
1
1000000000
3
11 45 14
```

输出样例

```
6
2
100
48
```

样例解释

对于第一组样例，$6 \times 2 = 12$，12 的正因数有 $1, 2, 3, 4, 6, 12$ 共 6 个。

对于第二组样例，17 的因数有 $1, 17$ 共 2 个。

Author: Gino

`I` ddz 的开灯游戏

题目描述

ddz 做完期中的开灯游戏这一题后觉得灯的数量太少了，于是他买回来 n 盏灯，并将他们排成一排，这 n 盏灯的编号为 $1, 2, ..., n$ 。最开始 ddz 将**所有灯打开**，然后做了如下操作：

- 对于每个 $i = 1, 2, ..., n$ ，反转所有编号能被 i 整除的灯的状态。（反转即将开着的灯关闭，未开的灯打开）

ddz 想在执行所有操作后，恰有 k 个灯仍然亮着。

请你帮他找到最小的 n，使得在执行所有操作后，恰有 k 个灯仍然亮着。

输入

第一个数为数据组数 t $(1 \le t \le 10^4)$

接下来 t 行，每行一个整数 k $(1 \le k \le 10^{18})$

输出

对于每组数据，输出一行一个整数 n

输入样例

```
3
1
3
8
```

输出样例

```
2
5
11
```

样例解释

当 $n=5$ 时，最开始灯的状态是 $[1,1,1,1,1]$ ，$i=1$ 时将 $1,2,3,4,5$ 反转，灯的状态变为 $[0,0,0,0,0]$ ，$i=2$ 时将 $2,4$ 反转，灯的状态变为 $[0,1,0,1,0]$ ，$i=3$ 时将 3 反转，灯的状态变为 $[0,1,1,1,0]$ ，$i=4$ 时将 4 反转，灯的状态变为 $[0,1,1,0,0]$ ，$i=5$ 时将 5 反转，灯的状态变为 $[0,1,1,0,1]$ 。最终剩下 3 盏灯亮着，可以证明为了使得最终有 3 盏灯亮着， n 不可能小于 5 。

Author: ddz

J 扫雷问题01

题目描述

小 P 想创造一个扫雷游戏。众所周知，扫雷游戏在第一次点击后会随机产生一个雷型，并根据此雷型生成对应的数字，其中每个数字代表了其周围 8 格中雷的个数。现在，小 P 随机产生了一个巨大的雷型 Y，并选择其中一部分来生成对应的数字。小 P 想知道，对于给定的雷型，其生成的数字之和（雷不算）为多少?

注：不考虑选择区域外的雷对选择区域的影响。

输入格式

第一行给出三个正整数 n,m,q，分别代表了 Y 的行数， Y 的列数以及询问次数。其中，$1\le n\times m\le 3\times 10^5$，$1\le q\le 3\times 10^5$。

随后 n 行，对于第 i 行，将给出 m 个整数 $a\in[0,1]$ ，代表 Y 第 i 行中雷的分布情况。其中，第 j 个数字代表了第 i 行第 j 列是否为雷，若 $a=0$ 代表此格无雷，若 $a=1$ 代表此格有雷。

随后 q 行，每行给出四个正整数 x_1,y_1,x_2,y_2，代表了小 P 选择 Y 的第 x_1 行第 y_1 列到第 x_2 行第 y_2 列这一个小矩形来生成对应的数字。其中，$1\le x_1\le x_2\le n$，$1\le y_1\le y_2\le m$。

输出格式

q 行整数，为每种雷型生成的数字之和。

两次询问之间用换行间隔。

具体含义见题目描述。

样例输入

```
5 5 3
1 0 1 1 0
0 0 0 0 0
1 0 1 0 1
1 1 1 0 0
0 0 1 1 1
1 1 2 3
1 1 5 5
3 2 3 4
```

样例输出

```
6
41
2
```

样例解释

在样例解释中，用 $*$ 代表雷，数字 $0-9$ 即生成后的数字。

对于第一个询问，其生成完数字后的模样见下：

$* \; 2 \; *$

$1 \; 2 \; 1$

数字之和为 6。

HINT

对于前 20% 的测试样例，$1 \le n \le 5000$，$1 \le m \le 5000$。

对于前 50% 的测试样例，$1 \le n \times m \times q \le 3 \times 10^6$。

对于 100% 的测试样例，所有变量均符合输入格式中的范围。

auther：小P