

중학교 3 학년 2 학기

삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

실시일자

2024.11.19

50문제 / 박채윤선생님

중3

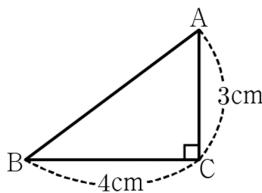
이름



QR을 스캔해 정답을 입력해 보세요!

| 삼각비의 값 | 정답률 80%

- 01** 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\text{cm}$ 인
직각삼각형 ABC에서 $\sin A \times \cos B$ 의 값을 구하시오.



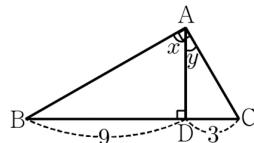
| 한 삼각비가 주어진 경우의 다른 삼각비의 값 | 정답률 84% 신경함

- 02** 이차방정식 $36x^2 - 60x + 25 = 0$ 의 한 근이 $\sin A$ 의
값과 같을 때, $\sin A \times \cos A$ 의 값은?
(단, $0^\circ < A < 90^\circ$)

- ① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{\sqrt{11}}{36}$ ③ $\frac{\sqrt{11}}{18}$
④ $\frac{5\sqrt{11}}{36}$ ⑤ $\frac{\sqrt{11}}{6}$

| 직각삼각형의 닮음과 삼각비(1) | 정답률 80%

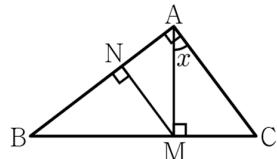
- 03** 아래 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인
직각삼각형 ABC에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이고 $\overline{BD} = 9$,
 $\overline{CD} = 3$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\sin y = \frac{1}{2}$
③ $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\tan x = \sqrt{3}$
⑤ $\tan y = \frac{\sqrt{3}}{3}$

| 직각삼각형의 닮음과 삼각비(2) | 정답률 84%

- 04** 아래 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의
꼭짓점 A에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 M, 점 M에서
 \overline{AB} 에 내린 수선의 발을 N이라 한다. $\angle CAM = x$ 라 할
때, 다음 중 $\sin x$ 를 나타내는 것이 아닌 것은?



- ① $\frac{\overline{CM}}{\overline{AC}}$ ② $\frac{\overline{AN}}{\overline{AM}}$ ③ $\frac{\overline{NM}}{\overline{BM}}$
④ $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$ ⑤ $\frac{\overline{AM}}{\overline{AB}}$

중학교 3 학년 2 학기

삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

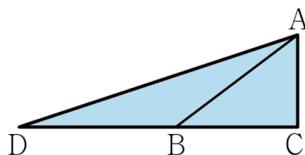
| 직선의 방정식과 삼각비의 값 | 정답률 72%

- 05** 좌표평면 위에 두 점 A(5, 3), B(2, 1)을 지나는 직선이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 α 라 할 때, $\tan \alpha$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{2}{3}$
 ④ $\frac{4\sqrt{13}}{13}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{13}}{13}$

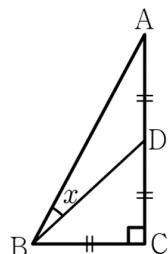
| 평면도형에서의 삼각비의 값 | 정답률 83%

- 06** 다음 그림과 같이 삼각형 ABC는 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA} = 5 : 4 : 3$ 인 직각삼각형이고 $\overline{AB} = \overline{BD}$ 일 때, $\tan(\angle ADB)$ 의 값을 구하시오.



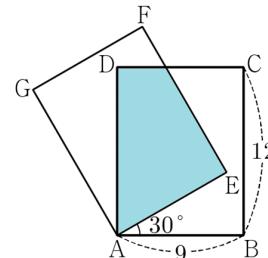
| 특수한 각의 삼각비를 이용하여 다른 삼각비의 값 구하기 | 정답률 56%

- 07** 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BC} = 4$ 이고 $\angle ABD = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값을 구하시오.



| 특수한 각의 삼각비의 도형에의 활용 | 정답률 51% 신경함

- 08** 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 9$, $\overline{BC} = 12$ 인 직사각형 ABCD를 점 A를 중심으로 30° 만큼 회전시켜 직사각형 AEFG를 만들었다. 두 직사각형이 겹쳐지는 부분인 색칠한 사각형의 넓이는?



- ① $34\sqrt{3}$ ② $\frac{69\sqrt{3}}{2}$ ③ $35\sqrt{3}$
 ④ $\frac{71\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $36\sqrt{3}$

| 삼각비의 값의 대소 관계를 이용한 식의 계산 | 정답률 86%

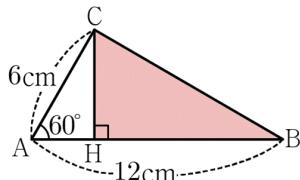
- 09** $0^\circ < x < 45^\circ$ 일 때, $\sqrt{(1 - \cos x)^2} + \sqrt{(\sin x - \cos x)^2} = \frac{1}{2}$ 을 만족시키는 x의 크기를 구하시오.

중학교 3 학년 2 학기

삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

| 직각삼각형의 변의 길이 | 정답률 92%

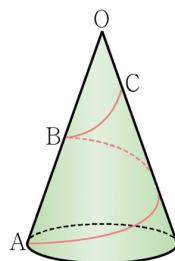
- 10** 다음 그림에서 $\overline{AC} = 6\text{ cm}$, $\overline{AB} = 12\text{ cm}$, $\angle A = 60^\circ$ 일 때, $\triangle CHB$ 의 넓이는?



- ① $\frac{21\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$ ② $\frac{23\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$ ③ $\frac{25\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$
 ④ $\frac{27\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$ ⑤ $\frac{29\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$

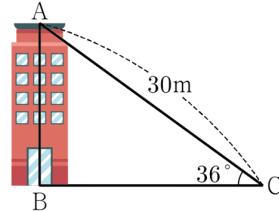
| 입체도형에서 직각삼각형의 변의 길이의 활용 | 정답률 37% 신경향

- 11** 다음 그림과 같이 원뿔의 밑면인 원의 반지름의 길이가 16이고 모선 OA의 길이가 48, $4\overline{OC} = 2\overline{OB} = \overline{OA}$ 이다. 점 A에서 원뿔을 한 바퀴 돌아 점 B로 가는 최단 거리와 점 B에서 원뿔을 반 바퀴 돌아 점 C로 가는 최단 거리의 합이 $p\sqrt{q} + r\sqrt{s}$ 일 때, 자연수 p, q, r, s 에 대하여 $p+q+r+s$ 의 값을 구하시오.
 (단, q, r 는 가장 작은 자연수이고 $q < r$ 이다.)



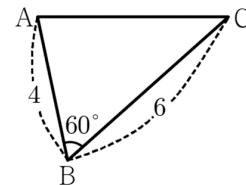
| 실생활에서 직각삼각형의 변의 길이 | 정답률 83%

- 12** 다음 그림에서 건물의 높이 \overline{AB} 를 주어진 삼각비의 값을 이용하여 구하시오.
 (단, $\sin 36^\circ = 0.59$, $\cos 36^\circ = 0.81$, $\tan 36^\circ = 0.73$)



| 일반 삼각형의 변의 길이(1); 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 알 때 | 정답률 80%

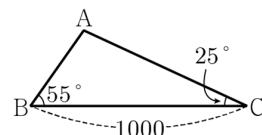
- 13** 다음 그림에서 $\overline{AB} = 4$, $\overline{BC} = 6$, $\angle ABC = 60^\circ$ 일 때, \overline{AC} 의 길이는?



- ① $2\sqrt{6}$ ② $\sqrt{26}$ ③ $3\sqrt{3}$
 ④ $2\sqrt{7}$ ⑤ 5

| 일반 삼각형의 변의 길이(2); 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기를 알 때 | 정답률 47% 신경향

- 14** 다음 그림과 같이 $\angle B = 55^\circ$, $\angle C = 25^\circ$ 인 삼각형 ABC에서 $\overline{BC} = 1000$ 일 때, 점 A에서 변 BC까지의 최단 거리를 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림한 값을 n이라 하자. 자연수 n의 약수의 개수를 구하시오.
 (단, $\tan 35^\circ = 0.7$, $\tan 65^\circ = 2.1$)

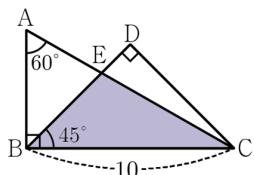


중학교 3 학년 2 학기

삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

| 예각삼각형의 높이 | 정답률 74%

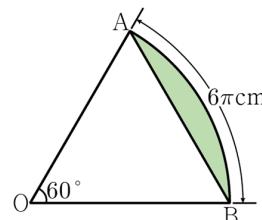
- 15** 다음 그림과 같이 두 개의 삼각형 ABC와 DBC를 겹쳐 놓았을 때, 겹쳐진 부분인 $\triangle EBC$ 의 넓이는?



- ① $20(\sqrt{3}-1)$
- ② $25(\sqrt{3}-1)$
- ③ $30(\sqrt{3}-1)$
- ④ $35(\sqrt{3}-1)$
- ⑤ $40(\sqrt{3}-1)$

| 예각삼각형의 넓이 | 정답률 71%

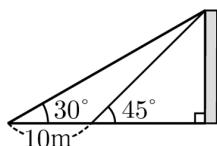
- 17** 다음 그림과 같이 중심각의 크기가 60° 인 부채꼴 AOB에서 $\widehat{AB} = 6\pi \text{ cm}$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $9(\pi - \sqrt{3}) \text{ cm}^2$
- ② $18(\pi - \sqrt{3}) \text{ cm}^2$
- ③ $27(\pi - \sqrt{3}) \text{ cm}^2$
- ④ $18(2\pi - 3\sqrt{3}) \text{ cm}^2$
- ⑤ $27(2\pi - 3\sqrt{3}) \text{ cm}^2$

| 둔각삼각형의 높이 | 정답률 78%

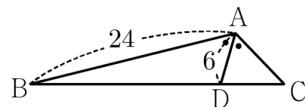
- 16** 다음 그림에서 벽의 높이는?



- ① $15(\sqrt{3}+1) \text{ m}$
- ② 10 m
- ③ $15(\sqrt{3}-1) \text{ m}$
- ④ $5(\sqrt{3}+1) \text{ m}$
- ⑤ $5(\sqrt{3}-1) \text{ m}$

| 둔각삼각형의 넓이 | 정답률 65%

- 18** 다음 그림과 같이 $\angle A = 120^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 \overline{BC} 와 만나는 점을 D라 하자. $\overline{AB} = 24$, $\overline{AD} = 6$ 일 때, \overline{AC} 의 길이는?



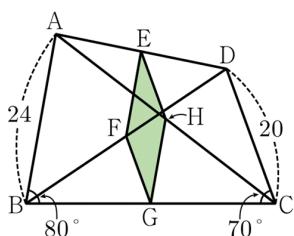
- ① 8
- ② 9
- ③ 10
- ④ 11
- ⑤ 12

중학교 3 학년 2 학기

삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

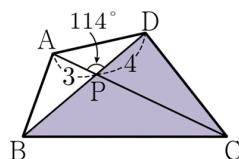
| 평행사변형의 넓이 | 정답률 55% 신경방

- 19** 다음 그림과 같은 $\square ABCD$ 에서 네 점 E, F, G, H는 각각 \overline{AD} , \overline{BD} , \overline{BC} , \overline{AC} 의 중점이고 $\overline{AB} = 24$, $\overline{CD} = 20$, $\angle ABC = 80^\circ$, $\angle DCB = 70^\circ$ 일 때, $\square EFGH$ 의 넓이를 구하시오.



| 사각형의 넓이 | 정답률 58%

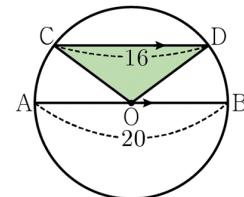
- 20** 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 에서 두 대각선 AC와 BD의 길이의 합은 22이고 $\angle APD = 114^\circ$, $\overline{AP} = 3$, $\overline{DP} = 4$ 이다. $\sin 66^\circ = \frac{\sqrt{21}}{5}$ 이고 $\triangle ABP$ 의 넓이가 $\frac{9\sqrt{21}}{5}$ 일 때, $\triangle BCD$ 의 넓이는? (단, 점 P는 두 대각선의 교점이다.)



- ① $5\sqrt{21}$ ② $6\sqrt{21}$ ③ $7\sqrt{21}$
④ $8\sqrt{21}$ ⑤ $9\sqrt{21}$

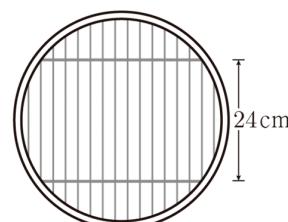
| 원의 중심과 현의 수직이등분선(1) | 정답률 79%

- 21** 다음 그림에서 \overline{AB} 는 원 O의 지름이다. $\overline{AB} = 20$, $\overline{CD} = 16$ 이고 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 일 때, $\triangle COD$ 의 넓이를 구하시오.



| 현의 길이(1); 중심에서 같은 거리의 두 현 | 정답률 79%

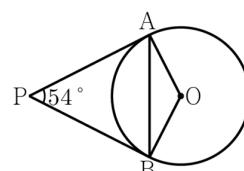
- 22** 경식이는 가족여행을 가서 다음 그림과 같은 원 모양의 석쇠로 고기를 구웠다. 굽은 두 철사는 평행하고 길이가 32cm로 같았으며, 두 철사 사이의 간격은 24cm이었다. 이때 경식이가 사용한 석쇠의 반지름의 길이는?



- ① 20 cm ② 25 cm ③ 30 cm
④ 40 cm ⑤ 45 cm

| 원의 접선의 성질(1) | 정답률 77%

- 23** 다음 그림에서 두 점 A, B는 점 P에서 원 O에 그은 두 접선의 접점이고 $\angle APB = 54^\circ$ 일 때, $\angle BAO$ 의 크기를 구하시오.

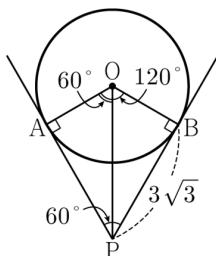


중학교 3 학년 2 학기

삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

| 원의 접선의 성질(3); 넓이 | 정답률 72%

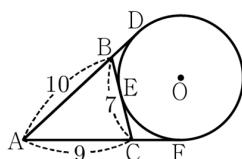
- 24** 아래 그림과 같이 점 P에서 원 O에 그은 두 접선의 접점이 각각 A, B이고 $\angle AOB = 120^\circ$, $\overline{PB} = 3\sqrt{3}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\overline{OA} = 3$
- ② $\overline{OP} = 6$
- ③ $\widehat{AB} = 2\pi$
- ④ $\triangle APB = \frac{27\sqrt{3}}{4}$
- ⑤ $\square OAPB = \frac{9\sqrt{3}}{2}$

| 원의 접선의 성질의 활용 | 정답률 88%

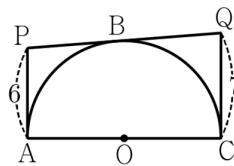
- 25** 다음 그림에서 \overline{AD} , \overline{AF} , \overline{BC} 는 원 O의 접선이고 세 점 D, E, F는 접점일 때, \overline{AD} 의 길이는?



- ① 10
- ② 11
- ③ 12
- ④ 13
- ⑤ 14

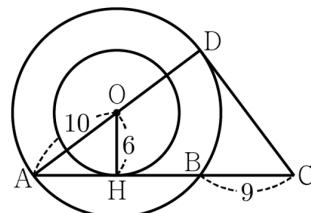
| 반원에서의 접선 | 정답률 89%

- 26** 다음 그림에서 \overline{PA} , \overline{PQ} , \overline{CQ} 는 반원 O의 접선이고 세 점 A, B, C는 그 접점일 때, \overline{PQ} 의 길이를 구하시오.



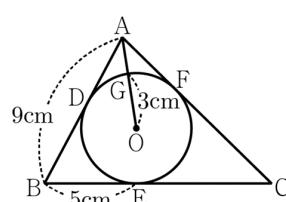
| 원의 접선과 반지름: 동심원 | 정답률 84%

- 27** 다음 그림의 두 동심원에서 \overline{AD} 는 큰 원의 지름이고 \overline{AC} , \overline{CD} 는 각각 작은 원과 큰 원에 접한다. 이때 \overline{CD} 의 길이를 구하시오.



| 삼각형의 내접원 | 정답률 80%

- 28** 다음 그림에서 반지름의 길이가 3cm인 원 O는 삼각형 ABC의 내접원이다. $\overline{AB} = 9\text{cm}$, $\overline{BE} = 5\text{cm}$ 일 때, \overline{AG} 의 길이를 구하시오.

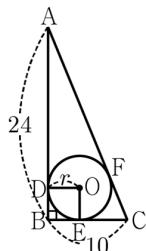


중학교 3 학년 2 학기

삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

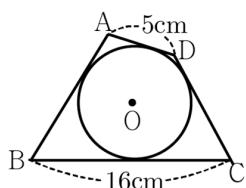
| 직각삼각형의 내접원 | 정답률 82%

- 29** 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC의 내접원이고 세 점 D, E, F는 접점이다. 원 O 의 반지름의 길이를 r 라 할 때, r 의 값을 구하시오.



| 원에 외접하는 사각형의 성질(1) | 정답률 91%

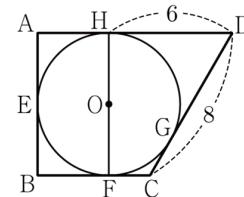
- 30** 다음 그림과 같이 사각형 ABCD는 원 O 에 외접한다. $\overline{AD} = 5\text{ cm}$, $\overline{BC} = 16\text{ cm}$ 이고 $\overline{AB} : \overline{CD} = 4 : 3$ 일 때, \overline{AB} 의 길이는?



- ① 9 cm
- ② 12 cm
- ③ 15 cm
- ④ 18 cm
- ⑤ 21 cm

| 원에 외접하는 사각형의 성질(2); 한 내각이 90° 인 경우 | 정답률 81%

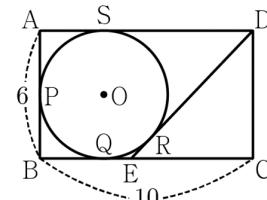
- 31** 다음 그림과 같이 원 O 의 외접사각형 ABCD에서 네 점 E, F, G, H는 접점이고 선분 HF는 원 O 의 지름이다. $\overline{CD} = 8$, $\overline{DH} = 6$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



- ① 3
- ② $\sqrt{10}$
- ③ $3\sqrt{2}$
- ④ 4
- ⑤ $2\sqrt{3}$

| 원에 외접하는 사각형의 성질의 활용(1); 직사각형 | 정답률 73%

- 32** 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. \overline{DE} 가 원의 접선이고 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 10$ 일 때, $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이를 구하시오.

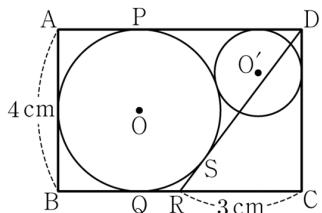


중학교 3 학년 2 학기

삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

| 원에 외접하는 사각형의 성질의 활용(2); 그 외 | 정답률 60%

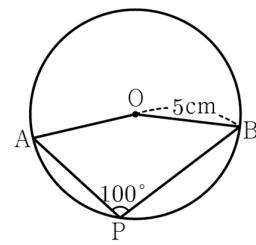
- 33** 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\overline{AB} = 4\text{ cm}$, $\overline{CR} = 3\text{ cm}$ 이다. □ABRD가 원 O에 외접한다고 할 때, \overline{AD} 와 \overline{CD} 에 접하는 원 O'의 반지름의 길이는?



- ① $(8 - 4\sqrt{3})\text{ cm}$ ② $(8 - 3\sqrt{3})\text{ cm}$
③ $(8 - 3\sqrt{5})\text{ cm}$ ④ $(8 - 2\sqrt{6})\text{ cm}$
⑤ $(8 - 4\sqrt{2})\text{ cm}$

| 원주각과 중심각의 크기(2) | 정답률 80%

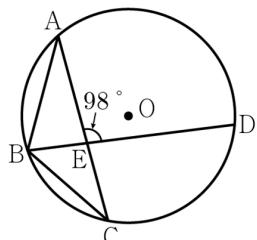
- 35** 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm인 원 O에서 $\angle APB = 100^\circ$ 일 때, $\widehat{AP} + \widehat{BP}$ 의 길이는?



- ① $4\pi\text{ cm}$ ② $\frac{37}{9}\pi\text{ cm}$ ③ $\frac{38}{9}\pi\text{ cm}$
④ $\frac{13}{3}\pi\text{ cm}$ ⑤ $\frac{40}{9}\pi\text{ cm}$

| 원주각과 중심각의 크기(1) | 정답률 60%

- 34** 다음 그림의 원 O 위에 네 점 A, B, C, D가 있다. 현 AC, BD의 교점을 E라 하면 $\angle AED = 98^\circ$ 이다. 현 BC의 길이가 원 O의 반지름과 같을 때, $\angle ACD$ 의 크기를 구하시오.



중학교 3 학년 2 학기

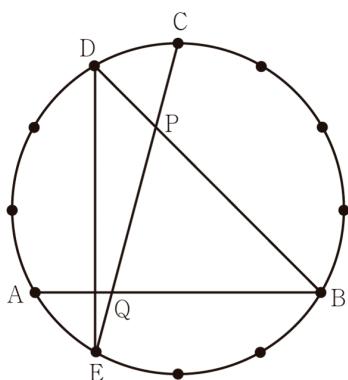
삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

| 원주각의 성질(1); 한 호 | 정답률 47%

36

[2020년 3월 고1 21번 변형]

아래 그림과 같이 반지름의 길이가 6인 원의 둘레를 12등분한 12개의 점이 있다. 이 12개의 점들 중에서 $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CA}$ 가 되도록 세 점 A, B, C를 잡는다. 마찬가지로 이 12개의 점들 중에서 $\widehat{AE} : \widehat{EB} : \widehat{CD} : \widehat{DA} = 1 : 3$ 이 되도록 두 점 D, E를 잡는다. \overline{DB} 와 \overline{CE} 의 교점을 P, \overline{AB} 와 \overline{CE} 의 교점을 Q라 하자. 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



〈보기〉

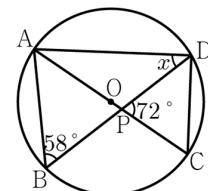
- ㄱ. $\angle EDB = 45^\circ$
- ㄴ. $\overline{BD} = 6\sqrt{3}$
- ㄷ. $\overline{PC} = 3(\sqrt{6} - \sqrt{2})$

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

| 원주각의 성질(2); 반원 | 정답률 76%

37

다음 그림에서 \overline{AC} 는 원 O의 지름이고 $\angle ABD = 58^\circ$, $\angle DPC = 72^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

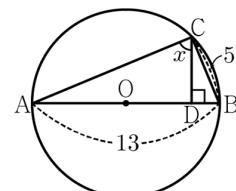


- ① 34°
- ② 36°
- ③ 38°
- ④ 40°
- ⑤ 42°

| 원주각과 삼각비의 값(1) | 정답률 75%

38

다음 그림과 같이 \overline{AB} 를 지름으로 하는 반원 O 위의 점 C에서 \overline{AB} 에 내린 수선의 발을 D라 하자. $\overline{AB} = 13$, $\overline{BC} = 5$ 일 때, $\sin x \times \cos x$ 의 값을 구하시오.

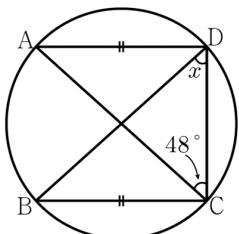


중학교 3 학년 2 학기

삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

| 원주각의 크기와 호의 길이(1) | 정답률 89%

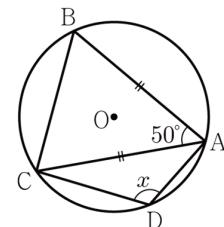
- 39** 다음 그림과 같이 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있을 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 44° ② 46° ③ 48°
④ 50° ⑤ 52°

| 원에 내접하는 사각형의 성질(1) | 정답률 91%

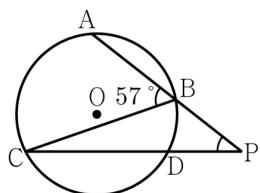
- 42** 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기는?



- ① 115° ② 116° ③ 117°
④ 118° ⑤ 119°

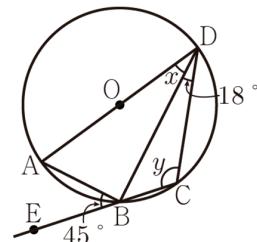
| 원주각의 크기와 호의 길이(2) | 정답률 76%

- 40** 다음 그림과 같이 원 O의 두 현 AB, CD의 연장선의 교점을 P라 하자. $\widehat{AC} = 3\widehat{BD}$ 일 때, $\angle P$ 의 크기를 구하시오.



| 원에 내접하는 사각형의 성질(2) | 정답률 81%

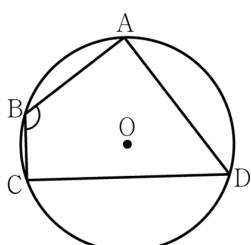
- 43** 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 가 원 O에 내접하고 $\angle ABE = 45^\circ$, $\angle BDC = 18^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



- ① 136° ② 138° ③ 140°
④ 142° ⑤ 144°

| 원주각의 크기와 호의 길이(3) | 정답률 69%

- 41** 다음 그림에서 $\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CD} : \widehat{DA} = 2 : 1 : 4 : 3$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하시오.

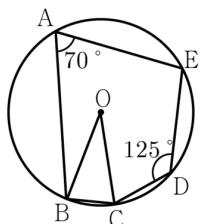


중학교 3 학년 2 학기

삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

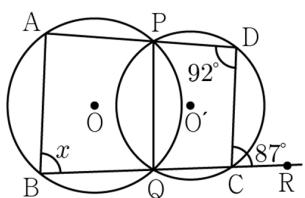
| 원에 내접하는 다각형 | 정답률 75%

- 44** 다음 그림과 같이 오각형 ABCDE가 원 O 에 내접할 때, $\angle BOC$ 의 크기를 구하시오.



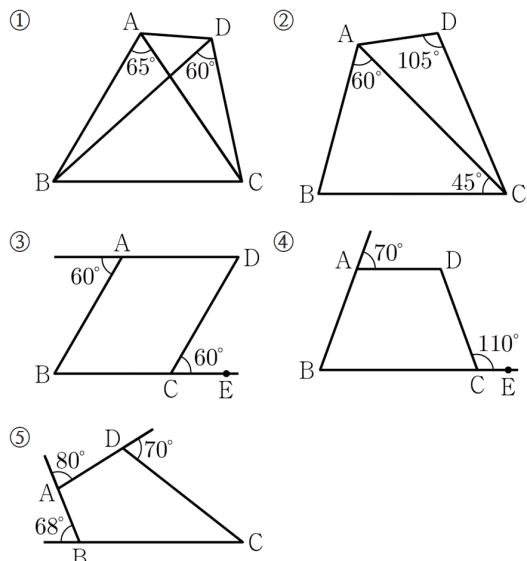
| 두 원에서 내접하는 사각형의 성질의 활용 | 정답률 81%

- 45** 다음 그림의 두 원 O , O' 에서 $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



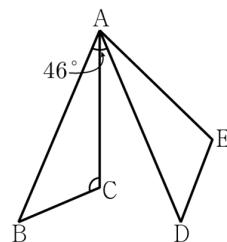
| 원에 내접하는 사각형 | 정답률 78%

- 46** 다음 중 □ABCD가 원에 내접하는 것을 모두 고르면? (정답 2개)



| 사각형이 원에 내접하기 위한 조건 | 정답률 56% 신경학

- 47** 다음 그림에서 두 삼각형 ABC와 ADE는 합동이고 $\angle BAD = 46^\circ$ 이다. 네 점 A, B, D, E가 한 원 위에 있을 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하시오.

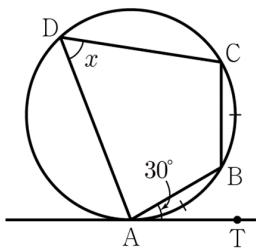


중학교 3 학년 2 학기

삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

| 접선과 현이 이루는 각의 활용(1); 현이 중심을 지나지 않는 경우 | 정답률 90%

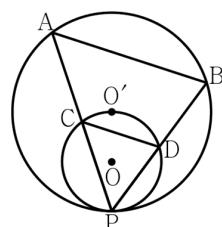
- 48** 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원에 내접하고 \overline{AT} 가 원의 접선이다. $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ 이고 $\angle BAT = 30^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 58° ② 59° ③ 60°
④ 61° ⑤ 62°

| 두 원에서 접선과 현이 이루는 각(2); 한 원이 다른 원의 내부에 있는 경우 | 정답률 76%

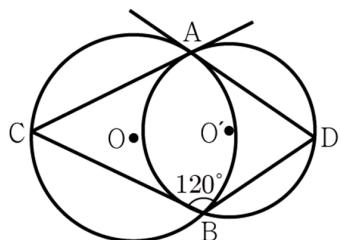
- 50** 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 7, 14인 두 원 O , O' 이 점 P에서 접한다. 원 O' 의 두 현 PA, PB가 원 O 와 만나는 점을 각각 C, D라 할 때, $\triangle PDC$ 와 $\triangle PBA$ 의 넓이의 비는?



- ① 1 : 2 ② 1 : 4 ③ 1 : 8
④ 2 : 5 ⑤ 2 : 9

| 두 원에서 접선과 현이 이루는 각(1) | 정답률 67%

- 49** 다음 그림에서 두 점 A, B는 두 원 O , O' 의 교점이고, \overline{AD} 와 \overline{AC} 는 각각 원 O , O' 의 접선이다. $\angle CBD = 120^\circ$ 일 때, $5\angle CAD$ 의 크기를 구하시오.



중학교 3 학년 2 학기

삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

실시일자

2024.11.19

50문제 / 박채윤선생님

중3

이름



QR을 스캔해 정답을 입력해 보세요!

01 정답 $\frac{16}{25}$

해설 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{BC}^2 + \overline{AC}^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5(\text{cm})$$

$$\therefore \sin A \times \cos B = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \times \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{16}{25}$$

02 정답 ④

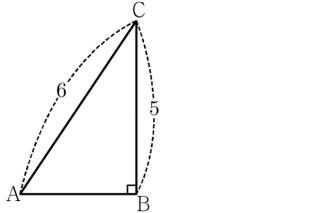
해설 $36x^2 - 60x + 25 = 0$ 에서

$$(6x - 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{5}{6}$$

따라서 $\sin A = \frac{5}{6}$ 이므로 다음 그림과 같이

$\angle B = 90^\circ$, $\overline{AC} = 6$, $\overline{BC} = 5$ 인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



이때 $\overline{AB} = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11}$ 이므로

$$\cos A = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

$$\therefore \sin A \times \cos A = \frac{5\sqrt{11}}{36}$$

03 정답 ③

해설 $\triangle ABC \sim \triangle DBA \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)이므로

$$\angle ABC = \angle DAC = y, \angle ACB = \angle DAB = x$$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{AB}^2 = 9 \times 12 = 108$$

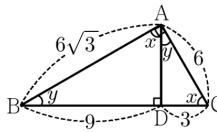
$$\therefore \overline{AB} = 6\sqrt{3} (\because \overline{AB} > 0)$$

또한, $\overline{AC}^2 = \overline{CD} \times \overline{CB}$ 이므로

$$\overline{AC}^2 = 3 \times 12 = 36$$

$$\therefore \overline{AC} = 6 (\because \overline{AC} > 0)$$

따라서 다음 그림과 같으므로



$$\textcircled{1} \quad \sin x = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{6\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad \sin y = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{3} \quad \cos x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{4} \quad \tan x = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{6\sqrt{3}}{6} = \sqrt{3}$$

$$\textcircled{5} \quad \tan y = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{6}{6\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

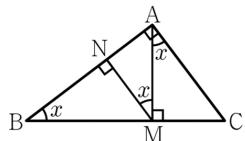
중학교 3 학년 2 학기

삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

04

정답 ④

해설 다음 그림과 같이 직각삼각형의 닮음으로부터
 $\angle CAM = \angle AMN = \angle MBN = x$ 임을 알 수 있다.



$$\textcircled{1} \triangle AMC \text{에서 } \sin x = \frac{\overline{CM}}{\overline{AC}}$$

$$\textcircled{2} \triangle ANM \text{에서 } \sin x = \frac{\overline{AM}}{\overline{AN}}$$

$$\textcircled{3} \triangle BMN \text{에서 } \sin x = \frac{\overline{NM}}{\overline{BM}}$$

$$\textcircled{4} \triangle ABC \text{에서 } \sin x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

$$\textcircled{5} \triangle ABM \text{에서 } \sin x = \frac{\overline{AM}}{\overline{AB}}$$

따라서 $\sin x$ 를 나타내는 것이 아닌 것은 ④이다.

05

정답 ③

해설 $\tan \alpha = \frac{(y\text{의 변화량})}{(x\text{의 변화량})} = |(\text{일차함수의 기울기})|$ 이므로

$$\tan \alpha = \frac{3-1}{5-2} = \frac{2}{3}$$

06

정답 $\frac{1}{3}$

해설 $\overline{AB} = 5a$, $\overline{BC} = 4a$, $\overline{CA} = 3a$ 라 하면

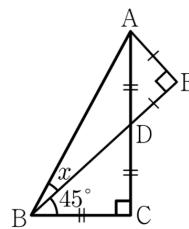
$$\overline{CD} = \overline{AB} + \overline{BC} = 9a$$

$$\text{따라서 } \tan(\angle ADB) = \frac{\overline{AC}}{\overline{CD}} = \frac{3a}{9a} = \frac{1}{3} \text{이다.}$$

07

정답 $\frac{1}{3}$

해설 점 A에서 \overline{BD} 의 연장선에 그은 수선의 발을 E라 하면
 $\triangle DBC \sim \triangle DAE$ (AA 닮음)



$$\overline{BD} = 4\sqrt{2}$$

$$\overline{DE} = \overline{AE} = 4\cos 45^\circ = 2\sqrt{2}$$

$$\triangle ABE \text{에서 } \overline{BE} = \overline{BD} + \overline{DE} = 6\sqrt{2}$$

$$\therefore \tan x = \frac{\overline{AE}}{\overline{BE}} = \frac{2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} = \frac{1}{3}$$

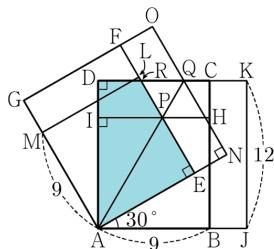
중학교 3 학년 2 학기

삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

08

정답 ②

해설 한 변의 길이가 9인 두 정사각형 ABHI, AELM과 한 변의 길이가 12인 두 정사각형 AJKD, ANOG를 나타내면 다음 그림과 같다.



위의 그림에서

$$\angle EAD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

이때 $\overline{AE} = \overline{AI} = 9$ 이므로

$\triangle API \equiv \triangle APE$ (RHS 합동)이다.

즉, $\angle PAI = \angle PAE = 30^\circ$ 이므로

$$\frac{\overline{DQ}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{PI}}{\overline{AI}} = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \overline{DQ} = 4\sqrt{3}, \overline{PI} = 3\sqrt{3}$$

즉, 사각형 AEPI의 넓이는

$$2 \times \frac{1}{2} \times 9 \times 3\sqrt{3} = 27\sqrt{3}$$

한편, $\overline{AQ} = 8\sqrt{3}, \overline{AP} = 6\sqrt{3}$ 이므로

$$\overline{PQ} = 8\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

이때 $\triangle PQR$ 는 세 내각의 크기가 60° 이므로

정삼각형이다.

즉, $\overline{QR} = \overline{PQ} = 2\sqrt{3}$ 이므로

$$\overline{DR} = \overline{DQ} - \overline{QR} = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

사각형 DIPR의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times (2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}) \times 3 = \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

\therefore (사각형 AERD의 넓이)

$$= 27\sqrt{3} + \frac{15\sqrt{3}}{2} = \frac{69\sqrt{3}}{2}$$

09

정답 30°

해설 $0^\circ < x < 45^\circ$ 일 때, $0 < \sin x < \cos x < 1$ 이므로

$$1 - \cos x > 0, \sin x - \cos x < 0$$

$$\therefore \sqrt{(1 - \cos x)^2} + \sqrt{(\sin x - \cos x)^2}$$

$$= (1 - \cos x) - (\sin x - \cos x)$$

$$= 1 - \sin x$$

$$\text{즉, } 1 - \sin x = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } \sin x = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = 30^\circ$$

10

정답 ④

해설 직각삼각형 ACH에서 $\sin 60^\circ = \frac{\overline{CH}}{6}$ 이므로

$$\overline{CH} = 6 \sin 60^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

또한, $\cos 60^\circ = \frac{\overline{AH}}{6}$ 이므로

$$\overline{AH} = 6 \cos 60^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{HB} = 12 - 3 = 9 \text{ (cm)}$$

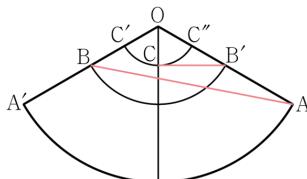
$$\therefore \triangle CHB = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times 9 = \frac{27\sqrt{3}}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

중학교 3 학년 2 학기

삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

11 정답 46

해설 원뿔의 옆면을 전개하여 나타내면 다음 그림과 같다.



모선의 길이가 48이고 $4\overline{OC} = 2\overline{OB} = \overline{OA}$ 이므로
 $\overline{OA} = 48$, $\overline{OB} = 24$, $\overline{OC} = 12$

위의 그림에서 호 AA' 의 길이는

$$2\pi \times 48 \times \frac{\angle AOA'}{360^\circ}$$

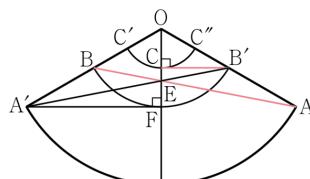
이것은 밑면의 원주의 길이와 같아야 하므로

$$2\pi \times 48 \times \frac{\angle AOA'}{360^\circ} = 2\pi \times 16$$

$$\frac{\angle AOA'}{360^\circ} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \angle AOA' = 120^\circ$$

한편, 두 선분 AB , $A'B'$ 의 교점을 E 라 하고 점 A' 에서 선분 OC 의 연장선에 내린 수선의 발을 F 라 하면 다음 그림과 같다.



$\angle C'OC = \angle COC'' = 60^\circ$ 에서

$\triangle OCB' \sim \triangle OFA'$ (AA 닮음)이고

$$\overline{CB'} : \overline{FA'} = \overline{OB'} : \overline{OA'} = 24 : 48 = 1 : 2$$

$$\therefore \overline{CB'} = 12\sqrt{3}, \overline{AF} = 24\sqrt{3}$$

또한, $\triangle EBC' \sim \triangle EA'F$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{CE} : \overline{FE} = \overline{EB'} : \overline{EA'} = \overline{CB'} : \overline{FA'} = 1 : 2$$

이때 $\overline{CF} = \overline{OF} - \overline{OC} = 24 - 12 = 12$ 이므로

$$\overline{CE} = 4, \overline{EF} = 8$$

직각삼각형 CEB' 에서 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{EB'} = \sqrt{(12\sqrt{3})^2 + 4^2} = 8\sqrt{7} \text{ 이므로 } \overline{EA'} = 16\sqrt{7}$$

$$\therefore \overline{A'B'} = \overline{EB'} + \overline{EA'} = 24\sqrt{7}$$

$$\overline{AB} = \overline{A'B'} = 24\sqrt{7}$$

따라서 $\overline{B'C} + \overline{AB} = 12\sqrt{3} + 24\sqrt{7}$ 이므로

$$p = 12, q = 3, r = 24, s = 7$$

$$\therefore p+q+r+s = 12+3+24+7 = 46$$

12 정답 17.7m

해설 직각삼각형 ABC에서

$$\overline{AB} = 30 \sin 36^\circ = 30 \times 0.59 = 17.7(\text{m})$$

13 정답 ④

해설 점 A에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AH} = \overline{AB} \times \sin 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3},$$

$$\overline{BH} = \overline{AB} \times \cos 60^\circ = 4 \times \frac{1}{2} = 2,$$

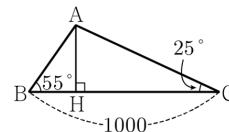
$$\overline{HC} = 6 - 2 = 4$$

따라서 피타고라스 정리를 이용하면

$$\overline{AC} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 4^2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7} \text{ 이다.}$$

14 정답 8

해설 점 A에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$$\angle BAH = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ \text{ 이므로}$$

$$\frac{\overline{BH}}{\overline{AH}} = \tan 35^\circ, \overline{BH} = \overline{AH} \times \tan 35^\circ$$

$$\therefore \overline{BH} = 0.7 \times \overline{AH}$$

$$\text{또한, } \angle CAH = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ \text{ 이므로}$$

$$\frac{\overline{CH}}{\overline{AH}} = \tan 65^\circ, \overline{CH} = \overline{AH} \times \tan 65^\circ$$

$$\therefore \overline{CH} = 2.1 \times \overline{AH}$$

따라서

$$\begin{aligned} \overline{BC} &= \overline{BH} + \overline{CH} \\ &= 0.7 \times \overline{AH} + 2.1 \times \overline{AH} \\ &= 2.8 \times \overline{AH} \end{aligned}$$

이때 $\overline{BC} = 1000$ 이므로

$$\overline{AH} = \frac{1000}{2.8} = 357. \dots$$

점 A에서 변 BC까지의 최단 거리가 선분 AH의 길이이므로 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림하면

$$n = 357 = 3 \times 7 \times 17$$

따라서 자연수 n의 약수의 개수는

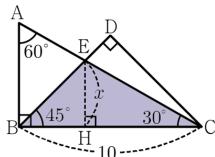
$$(1+1) \times (1+1) \times (1+1) = 8$$

중학교 3 학년 2 학기

삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

15 정답 ②

해설 다음 그림과 같이 점 E에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 H, $\overline{EH} = x$ 라 하자.



직각삼각형 EBH에서

$$\tan 45^\circ = \frac{x}{BH} = 1 \text{이므로 } BH = x$$

또한, 직각삼각형 ECH에서

$$\tan 30^\circ = \frac{x}{CH} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{이므로 } CH = \sqrt{3}x$$

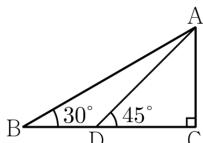
즉, $\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH}$ 에서 $10 = x + \sqrt{3}x$

$$\therefore x = \frac{10}{\sqrt{3}+1} = 5(\sqrt{3}-1)$$

$$\therefore \triangle EBC = \frac{1}{2} \times 10 \times 5(\sqrt{3}-1) = 25(\sqrt{3}-1)$$

16 정답 ④

해설 다음 그림과 같이 점 A, B, C, D를 정하자.



$\overline{AC} = \overline{DC} = x$ m라 하면

$\overline{AC} = \overline{BC} \times \tan 30^\circ$ 이므로

$$x = (10+x) \times \frac{1}{\sqrt{3}}, \sqrt{3}x = 10+x$$

$$(\sqrt{3}-1)x = 10$$

$$\therefore x = 5(\sqrt{3}+1) \text{m이다.}$$

따라서 건물의 높이는 $5(\sqrt{3}+1)$ m이다.

17 정답 ⑤

해설 부채꼴 AOB의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$2\pi r \times \frac{60}{360} = 6\pi, \frac{1}{3}\pi r = 6\pi$$

$$\therefore r = 18$$

따라서 부채꼴 AOB의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 18 \times 6\pi = 54\pi (\text{cm}^2)$$

삼각형 AOB의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 18 \times 18 \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 18 \times 18 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ = 81\sqrt{3} (\text{cm}^2) \text{이므로}$$

구하는 넓이는

$$54\pi - 81\sqrt{3} = 27(2\pi - 3\sqrt{3}) (\text{cm}^2)$$

18 정답 ①

해설 $\overline{AC} = x$ 라 하자.

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 24 \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}x$$

$$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AD} \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 24 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 36\sqrt{3}$$

$$\triangle ADC = \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{AC} \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}x$$

이때 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$ 이므로

$$6\sqrt{3}x = 36\sqrt{3} + \frac{3\sqrt{3}}{2}x, \frac{9\sqrt{3}}{2}x = 36\sqrt{3}$$

$$\therefore x = 36\sqrt{3} \times \frac{2}{9\sqrt{3}} = 8$$

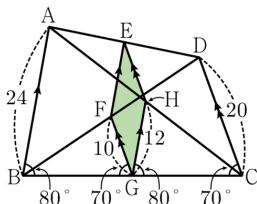
따라서 $\overline{AC} = 8$ 이다.

중학교 3 학년 2 학기

삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

19 정답 60

해설 다음 그림과 같이



$\triangle ABC$ 에서 두 점 H, G 은 각각 $\overline{AC}, \overline{BC}$ 의 중점이므로

$$\overline{AB} \parallel \overline{HG}, \overline{HG} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 24 = 12$$

마찬가지로 $\triangle ABD$ 에서

두 점 E, F 는 각각 $\overline{AD}, \overline{BD}$ 의 중점이므로

$$\overline{AB} \parallel \overline{EF}, \overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 24 = 12$$

즉, $\overline{EF} \parallel \overline{HG}, \overline{EF} = \overline{HG}$ 이므로 $\square EFGH$ 는 평행사변형이다.

또, $\triangle BCD$ 에서

$$\overline{FG} \parallel \overline{DC}, \overline{FG} = \frac{1}{2} \overline{DC} = \frac{1}{2} \times 20 = 10$$

한편, $\overline{AB} \parallel \overline{HG}$ 에서

$$\angle HGC = \angle ABC = 80^\circ \text{ (동위각)}$$

또, $\overline{FG} \parallel \overline{DC}$ 에서

$$\angle FGB = \angle DCB = 70^\circ \text{ (동위각)}$$

$$\therefore \angle FGH = 180^\circ - (70^\circ + 80^\circ) = 30^\circ$$

$$\therefore \square EFGH = 10 \times 12 \times \sin 30^\circ$$

$$= 10 \times 12 \times \frac{1}{2} = 60$$

20 정답 ⑤

$$\text{해설 } \triangle ABP = \frac{1}{2} \times 3 \times \overline{BP} \times \sin 66^\circ = \frac{9}{5} \sqrt{21} \text{ 이므로}$$

$$\overline{BP} = \frac{9\sqrt{21}}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{\sqrt{21}}$$

$$\therefore \overline{BP} = 6$$

$$\text{이때 } \overline{AC} + \overline{BD} = (\overline{CP} + 3) + 10 = 22 \text{ 이므로}$$

$$\overline{CP} = 9$$

$\therefore \triangle BCP$

$$= \triangle CDP + \triangle BPC$$

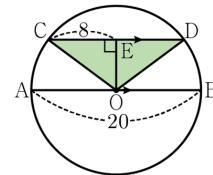
$$= \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 9 \times \sin 66^\circ \right)$$

$$+ \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 9 \times \sin (180^\circ - 114^\circ) \right)$$

$$= 9\sqrt{21}$$

21 정답 48

해설 다음 그림과 같이 점 O 에서 선분 CD 에 내린 수선의 발을 E 라 하면



$$\overline{OC} = \frac{1}{2} \times 20 = 10,$$

$$\overline{CE} = \frac{1}{2} \times \overline{CD} = \frac{1}{2} \times 16 = 8 \text{ 이므로}$$

직각삼각형 COE 에서

$$\overline{OE} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6$$

$$\therefore \triangle COD = \frac{1}{2} \times 16 \times 6 = 48$$

22 정답 ①

해설 두 철사가 원 모양의 석쇠와 만나는 네 개의 점을

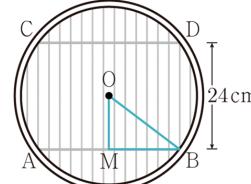
각각 A, B, C, D 라 하고, 석쇠의 중심을 O ,

\overline{AB} 의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{OM} = 12(\text{cm})$,

$$\overline{MB} = \overline{AB} \times \frac{1}{2} = 32 \times \frac{1}{2} = 16(\text{cm}) \text{이다.}$$

석쇠의 반지름의 길이는 $\triangle OMB$ 가 직각삼각형이므로

$$\overline{OB} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{400} = 20(\text{cm}) \text{이다.}$$



23 정답 27°

해설 $\square APBO$ 의 내각의 크기의 합은 360° 이고

$$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 54^\circ + 90^\circ) = 126^\circ$$

이때 $\triangle OAB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle BAO = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 126^\circ) = 27^\circ$$

중학교 3 학년 2 학기

삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

24 정답 ⑤

해설 ① $\overline{PA} = \overline{PB} = 3\sqrt{3}$
 $\triangle OAP$ 는 $\angle AOP = 60^\circ$ 인 직각삼각형이므로
 $\overline{PA} : \overline{OA} = \sqrt{3} : 1$, $3\sqrt{3} : \overline{OA} = \sqrt{3} : 1$
 $\therefore \overline{OA} = 3$
② $\overline{PA} : \overline{OP} = \sqrt{3} : 2$ 에서 $3\sqrt{3} : \overline{OP} = \sqrt{3} : 2$
 $\therefore \overline{OP} = 6$
③ (원 O의 반지름의 길이) = $\overline{OA} = 3$ 이므로
 $\widehat{AB} = 2\pi \times 3 \times \frac{120}{360} = 2\pi$
④ $\triangle PAB$ 는 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle PAB = \angle PBA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$
즉, $\triangle PAB$ 는 정삼각형이다.
 $\therefore \triangle APB = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (3\sqrt{3})^2 = \frac{27\sqrt{3}}{4}$
⑤ $\triangle OAP \equiv \triangle OBP$ (RHS 합동)이므로
 $\square OAPB = 2\triangle OAP = 2 \times \frac{1}{2} \times \overline{AP} \times \overline{OA}$
 $= 2 \times \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times 3 = 9\sqrt{3}$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

25 정답 ④

해설 $\overline{BD} = \overline{BE}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로
 $\overline{AD} + \overline{AF} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 10 + 7 + 9 = 26$
이때 $\overline{AD} = \overline{AF}$ 이므로
 $2\overline{AD} = 26 \quad \therefore \overline{AD} = 13$

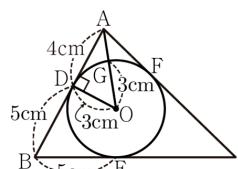
26 정답 13

해설 $\overline{PB} = \overline{PA} = 6$ 이고 $\overline{QB} = \overline{QC} = 7$ 이므로
 $\overline{PQ} = 6 + 7 = 13$

27 정답 15

해설 $\triangle OAH$ 에서 $\angle AHO = 90^\circ$ 이므로
 $\overline{AH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$
원과 현의 성질에서 $\overline{AH} = \overline{BH} = 8$
 $\triangle ACD$ 에서 $\angle ADC = 90^\circ$ 이고
 $\overline{AD} = 2\overline{OA} = 20$, $\overline{AC} = \overline{AH} + \overline{BH} + \overline{BC} = 25$ 이므로
 $\overline{CD} = \sqrt{25^2 - 20^2} = \sqrt{225} = 15$

28 정답 2cm

해설 $\overline{BD} = \overline{BE} = 5\text{cm}$ 이므로
 $\overline{AD} = 9 - 5 = 4(\text{cm})$

 $\triangle ADO = 90^\circ$ 이고
 $\overline{DO} = 3\text{cm}$ 이므로 직각삼각형 ADO에서
 $\overline{AO} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5(\text{cm})$
 $\therefore \overline{AG} = 5 - 3 = 2(\text{cm})$

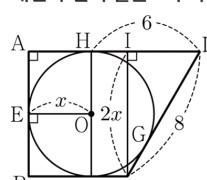
29 정답 4

해설 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{AC} = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{676} = 26$
 $\overline{BD} = \overline{BE} = r$ 이므로
 $\overline{AF} = \overline{AD} = 24 - r$, $\overline{CF} = \overline{CE} = 10 - r$
 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF}$ 이므로
 $26 = (24 - r) + (10 - r)$
 $2r = 8$
 $\therefore r = 4$

30 정답 ②

해설 $\overline{AB} + \overline{DC} = \overline{AD} + \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AB} + \overline{DC} = 5 + 16 = 21(\text{cm})$
 $\therefore \overline{AB} = 21 \times \frac{4}{7} = 12(\text{cm})$

31 정답 ⑤

해설 다음 그림에서 반지름의 길이를 x 라 하고 점 C에서 \overline{AD} 에 내린 수선의 발을 I라 하자.

 $\overline{CI} = 2x$, $\overline{DH} = 6$ 이므로
 $\overline{DG} = 6$, $\overline{HI} = \overline{CF} = \overline{CG} = 20$ 이고 $\overline{DI} = 4$
 $\triangle CDI$ 에서 $(2x)^2 + 4^2 = 8^2$
 $\therefore x = 2\sqrt{3}$

중학교 3 학년 2 학기

삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

32 정답 20

해설 원 밖의 한 점에서 그은 두 접선의 길이는 같다.

$$\overline{AS} = \overline{AP} = \frac{1}{2} \overline{AB} = 3 \text{이므로}$$

$$\overline{DS} = \overline{DR} = 10 - 3 = 7$$

또한, $\overline{RE} = \overline{QE}$ 이므로

$\triangle CDE$ 의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EC} &= \overline{CD} + (\overline{DR} + \overline{RE}) + \overline{EC} \\ &= 6 + 7 + \overline{QE} + \overline{EC} \\ &= 13 + \overline{QC} \\ &= 13 + (\overline{BC} - \overline{BQ}) \\ &= 13 + 10 - 3 \\ &= 20\end{aligned}$$

33 정답 ①

해설 $\overline{QR} = \overline{RS} = x$ 라 하자. $\triangle CDR$ 에서

$$\overline{DR} = \sqrt{\overline{CD}^2 + \overline{CR}^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5(\text{cm})$$

$$\overline{DS} = (5-x) \text{ cm}$$

$$\overline{DP} = \overline{CQ} = \overline{CR} + \overline{QR} = 3+x \text{ (cm)}$$

$$\overline{DP} = \overline{DS} \text{ 이므로}$$

$$3+x = 5-x, x = 1$$

$$\overline{DS} = \overline{DP} = 4 \text{ (cm)}$$

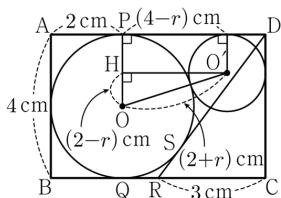
$$\overline{AD} = \overline{AP} + \overline{DP} = 6 \text{ (cm)}$$

원 O' 의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면

$$\overline{O'}P = (2+r) \text{ cm}$$

$$\overline{OH} = (2-r) \text{ cm}$$

$$\overline{O'H} = (4-r) \text{ cm}$$



$\triangle OHO'$ 에서

$$\overline{OO'}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{O'H}^2$$

$$(2+r)^2 = (2-r)^2 + (4-r)^2$$

$$r^2 + 4r + 4 = 2r^2 - 12r + 20$$

$$r^2 - 16r + 16 = 0$$

$$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3} \quad (\because 0 < r < 2)$$

따라서 원 O' 의 반지름의 길이는 $(8 - 4\sqrt{3}) \text{ cm}$ 이다.

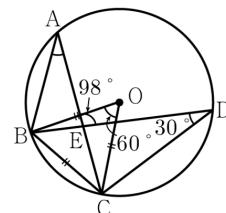
34 정답 68°

해설 다음 그림과 같이 $\overline{OB}, \overline{OC}$ 를 그으면

$\overline{OB} = \overline{OC} = \overline{BC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 정삼각형이다.

이때 $\angle BOC = 60^\circ$ 이므로

$$\angle BDC = \frac{1}{2} \angle BOC = 30^\circ$$



$\angle AED = \angle EDC + \angle ECD$ 이므로

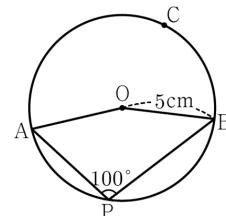
$$\angle ECD = \angle AED - \angle EDC = 98^\circ - 30^\circ = 68^\circ$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ECD = 68^\circ$$

35 정답 ⑤

해설 다음 그림에서 \widehat{ACB} 에 대한 중심각의 크기는

$$2\angle APB = 2 \times 100^\circ = 200^\circ$$



$$\therefore \angle AOB = 360^\circ - 200^\circ = 160^\circ$$

$$\therefore \widehat{AP} + \widehat{BP} = 2\pi \times 5 \times \frac{160}{360} = \frac{40}{9}\pi \text{ (cm)}$$

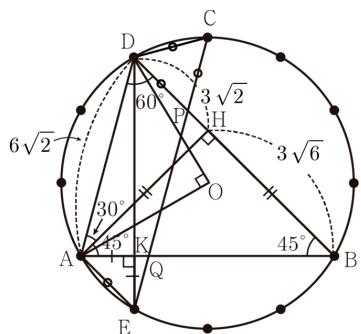
중학교 3 학년 2 학기

삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

36

정답 ③

해설



ㄱ. 각 EDB는 호 EB의 원주각이고, 호 EB의 중심각의 크기는 $360^\circ \cdot \frac{3}{12} = 90^\circ$ 이므로

$$\angle EDB = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ \text{ (참)}$$

ㄴ. 원주각의 성질에 의하여

$$\angle DBA = \frac{3}{12} \cdot 180^\circ = 45^\circ,$$

$$\angle ADB = \frac{4}{12} \cdot 180^\circ = 60^\circ,$$

$$\angle DAB = \frac{5}{12} \cdot 180^\circ = 75^\circ \text{ 이므로}$$

삼각형 ABD의 꼭짓점 A에서 \overline{BD} 에 내린 수선의 발을 H라 하면 삼각형 AHD는 세 내각의 크기가 $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 인 직각삼각형, 삼각형 AHB는 세 내각의 크기가 $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이다.

원의 중심을 O라 하면 삼각형 OAD는 $\overline{OA} = \overline{OD} = 6$ 인 직각이등변삼각형이므로

$$\overline{AD} = 6\sqrt{2}$$

$$\text{따라서 } \overline{DH} = 6\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} = 3\sqrt{2},$$

$$\overline{AH} = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{6} = \overline{HB} \text{ 이므로}$$

$$\overline{BD} = \overline{DH} + \overline{HB} = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{6} \text{ (거짓)}$$

ㄷ. 삼각형 PCD는 세 내각의 크기가 모두 60° 이므로

정삼각형이다. 즉, $\overline{PC} = \overline{CD}$ 이고

원 위에 일정한 간격으로 12개의 점을 찍었으므로

$$\overline{CD} = \overline{AE}$$

선분 AB와 선분 ED의 교점을 K라 하면

삼각형 AKE는 $\angle K$ 가 직각인 직각이등변삼각형이고, $\overline{AB} = 3\sqrt{6} \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{3}$,

$$\overline{KB} = 3(\sqrt{2} + \sqrt{6}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 3(1 + \sqrt{3}) \text{ 이므로}$$

$$\overline{AK} = 6\sqrt{3} - 3(1 + \sqrt{3}) = 3(\sqrt{3} - 1)$$

$$\therefore \overline{AE} = \overline{PC} = 3(\sqrt{3} - 1) \cdot \sqrt{2} \\ = 3(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \text{ (참)}$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

37

정답 ④

해설 $\angle ACD = \angle ABD = 58^\circ$ 이므로

$\triangle DPC$ 에서

$$\angle CDP = 180^\circ - (72^\circ + 58^\circ) = 50^\circ$$

\overline{AC} 가 원 O의 지름이므로 $\angle ADC = 90^\circ$

$$\therefore \angle x = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

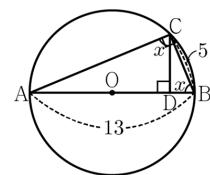
38

정답 $\frac{60}{169}$

해설 다음 그림에서

\overline{AB} 가 원 O의 지름이므로

$$\angle ACB = 90^\circ$$



$\triangle ABC \sim \triangle ACD$ (AA 닮음)이므로

$$\angle ABC = \angle ACD = x$$

$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AC} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12 \text{ 이므로}$$

$$\sin x = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{12}{13}$$

$$\cos x = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{5}{13}$$

$$\therefore \sin x \times \cos x = \frac{12}{13} \times \frac{5}{13} = \frac{60}{169}$$

39

정답 ③

해설 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $\widehat{AD} = \widehat{BC}$ 이다.

한 원에서 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 서로 같으므로

$$\angle x = 48^\circ$$

40

정답 38°

해설 $\widehat{AC} : \widehat{BD} = \angle ABC : \angle BCD$ 이므로

$$3 : 1 = 57^\circ : \angle BCD$$

$$\therefore \angle BCD = 19^\circ$$

한편, $\angle ABC = \angle BCD + \angle P$ 에서

$$57^\circ = 19^\circ + \angle P$$

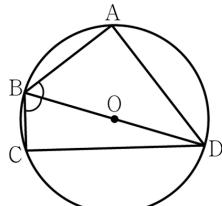
$$\therefore \angle P = 38^\circ$$

중학교 3 학년 2 학기

삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

41 정답 126°

해설 다음 그림과 같이 \overline{BD} 를 긋자.



$$\begin{aligned} \widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CD} : \widehat{DA} \\ = \angle ADB : \angle BDC : \angle CBD : \angle ABD \\ = 2 : 1 : 4 : 3 \\ (\widehat{AB} + \widehat{DA}) : (\widehat{BC} + \widehat{CD}) = 1 : 1 \text{ 이므로} \end{aligned}$$

\overline{BD} 는 지름이다.

$$\begin{aligned} \therefore \angle C = \angle A = 90^\circ \\ \therefore \angle B + \angle D = 180^\circ \\ \angle ABD + \angle CBD + \angle ADB + \angle CDB = 180^\circ \\ \therefore \angle ABC \\ = \angle ABD + \angle CBD \\ = 180^\circ \times \frac{3}{2+1+4+3} + 180^\circ \times \frac{4}{2+1+4+3} \\ = 126^\circ \end{aligned}$$

42 정답 ①

해설 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$$

$\square ABCD$ 가 원 O에 내접하므로

$$\angle ABC + \angle x = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$

43 정답 ⑤

해설 $\square ABCD$ 가 원 O에 내접하므로

$$\angle ADC = \angle ABE = 45^\circ$$

$$\text{즉, } \angle x + 18^\circ = 45^\circ \text{ 이므로 } \angle x = 27^\circ$$

$\triangle ABD$ 에서 $\angle ABD = 90^\circ$ 이므로

$$\angle BAD = 90^\circ - 27^\circ = 63^\circ$$

$$\therefore \angle y = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 27^\circ + 117^\circ = 144^\circ$$

44 정답 30°

해설 점 B와 점 D를 이으면

$$\angle BDE = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

$$\angle BDC = 15^\circ \text{ 이므로 } \angle BOC = 15^\circ \times 2 = 30^\circ$$

45 정답 87°

$$\text{해설 } \angle x = \angle QPD = \angle DCR = 87^\circ$$

46 정답 ②, ④

해설 ① $\angle BAC \neq \angle BDC$ 이므로
 $\square ABCD$ 는 원에 내접하지 않는다.

② $\triangle ABC$ 에서

$$\begin{aligned} \angle ABC &= 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ) = 75^\circ \\ \therefore \angle ABC + \angle ADC &= 75^\circ + 105^\circ = 180^\circ \end{aligned}$$

따라서 $\square ABCD$ 는 원에 내접한다.

③ $\angle BAD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$,
 $\angle DCE = 60^\circ$ 이므로 $\angle BAD \neq \angle DCE$

따라서 $\square ABCD$ 는 원에 내접하지 않는다.

④ $\angle BAD = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ 이므로
 $\angle BAD = \angle DCE$

따라서 $\square ABCD$ 는 원에 내접한다.

⑤ $\angle ABC = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$,
 $\angle ADC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$
 $\therefore \angle ABC + \angle ADC \neq 180^\circ$

따라서 $\square ABCD$ 는 원에 내접하지 않는다.

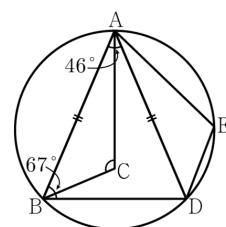
따라서 $\square ABCD$ 가 원에 내접하는 것은 ②, ④이다.

47 정답 113°

해설 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 가 합동이므로
 $\overline{AB} = \overline{AD}$

다음 그림과 같이 $\square ABDE$ 에 외접하는 원을 그리고
 \overline{BD} 를 그으면

$$\angle ABD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 46^\circ) = 67^\circ$$



네 점 A, B, D, E가 한 원 위에 있으므로 $\square ABDE$ 에서

$$\angle ABD + \angle AED = 180^\circ$$

$$\therefore \angle AED = 180^\circ - 67^\circ = 113^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = \angle AED = 113^\circ$$

중학교 3 학년 2 학기

삼각비 ~ 원의 접선과 현이 이루는 각

48

정답 ③

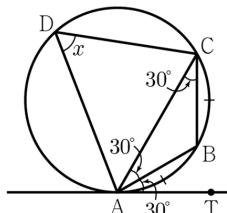
해설 두 점 A, C를 연결하는 보조선을 긋자.

접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해 $\triangle ABC$ 에서

$$\angle ACB = \angle BAT = 30^\circ$$

$\widehat{AB} = \widehat{BC}$ 이면 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로

$$\angle CAB = \angle ACB = 30^\circ$$



또, $\triangle ABC$ 에서 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용한다.

$$\therefore \angle x = \angle CAT = \angle CAB + \angle BAT$$

$$= 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$$

49

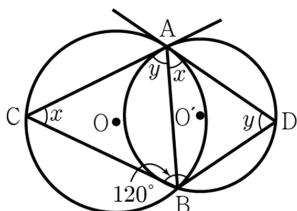
정답 600°

해설 다음 그림과 같이 \overline{AB} 를 긋고,

$$\angle ACB = x, \angle ADB = y$$
라 하면

\overline{AD} 와 \overline{AC} 는 각각 원 O, O'의 접선이므로

$$\angle DAB = \angle ACB = x, \angle CAB = \angle ADB = y$$



$\square ABCD$ 의 내각의 합은 360° 이므로

$$x + y + (x + y) + 120^\circ = 360^\circ$$

$$\therefore x + y = 120^\circ$$

따라서 $\angle CAD = x + y = 120^\circ$ 이므로

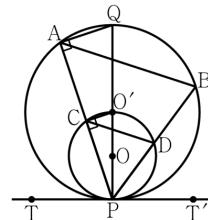
$$5\angle CAD = 5 \times 120^\circ = 600^\circ$$

50

정답 ②

해설 다음 그림과 같이 점 P에서의 두 원의 공통인 접선을

TT' 이라 하면



$\triangle PDC$ 와 $\triangle PBA$ 에서

$$\angle CDP = \angle CPT = \angle ABP, \angle CPD \text{는 공통이므로}$$

$\triangle PDC \sim \triangle PBA$ (AA 닮음)

$$\angle TPO = \angle TPO' = 90^\circ \text{ 이므로}$$

\overline{PO} 의 연장선이 원 O'과 만나는 점을 Q라 하면

\overline{PQ} 는 원 O'의 지름이다.

따라서 $\overline{CO'}, \overline{AQ}$ 를 그으면

$\triangle O'CP$ 와 $\triangle QAP$ 에서

$$\angle O'CP = \angle QAP = 90^\circ, \angle CPO' \text{은 공통이므로}$$

$\triangle O'CP \sim \triangle QAP$ (AA 닮음)

$$\therefore PC : PA = PO' : PQ = 14 : 28 = 1 : 2$$

$\triangle PDC$ 와 $\triangle PBA$ 의 닮음비가 1 : 2이므로

$$\triangle PDC : \triangle PBA = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$$