

数字图像处理与分析

Homework 4

吴骏东 PB20111699

2022.4.8

1. 讨论用于空间滤波的平滑滤波器和锐化滤波器的相同点、不同点以及联系。

答：二者都属于空间滤波器，即通过模板运算改善原始图像的质量。其理论基础是空间卷积和空间相关。用公式表示为：

$$R(x, y) = \sum_s \sum_t w(s, t) f(x + s, y + t)$$

对于平滑滤波器，其可以使图像的灰度变化不剧烈，用于模糊图像、去除噪声。常用的方法包括线性平滑滤波（领域平均法）和非线性平滑滤波（中值滤波法）。

对于锐化滤波器，其可以加深图像的边缘等灰度突变的地方，用于提取边缘，增强轮廓。常用的方法包括一阶差分算法（Robert算子，Prewitt算子，Sobel算子，Kirsch算子，Canny算子等）、二阶差分算法（Laplacian算子、Laplacian复合算子等）。

2. 在什么条件下式 $H(u, v) = \left[1 + \frac{D(u, v)}{D_0}\right]^{-2n}$ 的巴特沃思低通滤波器变成理想低通滤波器？

答：当阶数n充分大时，巴特沃思低通滤波器可近似为理想低通滤波器。

3. 证明可以通过在频域内用原始图减去低通滤波图得到高通滤波的结果。

答：以下证明相同种类的低通滤波器 $H_l(u, v)$ 和高通滤波器 $H_h(u, v)$ 的合成结果为常数。

理想滤波器：

$$H_l(u, v) + H_h(u, v) = \begin{cases} 1 + 0, & D(u, v) \leq D_0 \\ 0 + 1, & D(u, v) > D_0 \end{cases} \quad (1)$$

$$= 1$$

巴特沃斯滤波器:

$$\begin{aligned}
 H_l(u, v) + H_h(u, v) &= \left[1 + \frac{D(u, v)}{D_0}\right]^{-2n} + \left[1 + \frac{D_0}{D(u, v)}\right]^{-2n} \\
 &= \frac{D_0^{2n}}{D_0^{2n} + D(u, v)^{2n}} + \frac{D(u, v)^{2n}}{D_0^{2n} + D(u, v)^{2n}} \\
 &= 1
 \end{aligned} \tag{2}$$

梯形滤波器:

$$\begin{aligned}
 H_l(u, v) + H_h(u, v) &= \begin{cases} 1 + 0, & D(u, v) \leq D_0 \\ \frac{D' - D(u, v)}{D' - D_0} + \frac{D(u, v) - D_0}{D' - D_0}, & D_0 < D(u, v) \leq D' \\ 0 + 1, & D(u, v) > D' \end{cases} \\
 &= 1
 \end{aligned} \tag{3}$$

指数滤波器:

$$\begin{aligned}
 H_l(u, v) + H_h(u, v) &= e^{-[D(u, v)/D_0]} + (1 - e^{-[D(u, v)/D_0]}) \\
 &= 1
 \end{aligned} \tag{4}$$

根据傅里叶变换的线性性可知，在频域内用原始图减去低通滤波图即可得到高通滤波的结果。

4. 从巴特沃斯低通滤波器出发推导它对应的高通滤波器。

答:

$$\begin{aligned}
 H_h(u, v) &= 1 - H_l(u, v) \\
 &= 1 - \left[1 + \frac{D(u, v)}{D_0}\right]^{-2n} \\
 &= 1 - \frac{D_0^{2n}}{D_0^{2n} + D(u, v)^{2n}} \\
 &= \frac{D(u, v)^{2n}}{D_0^{2n} + D(u, v)^{2n}} \\
 &= \left[1 + \frac{D_0}{D(u, v)}\right]^{-2n}
 \end{aligned} \tag{5}$$

5.有一种常用的图像增强技术是将高频增强和直方图均衡化结合起来以达到使边缘锐化的反差增强效果，以上两个操作的先后次序对增强效果有影响吗，为什么？

答：有影响。直方图均衡化算法会非线性地增强像素值之间的差别，而高频增强滤波则是线性增强。所以二者无法互换顺序。