第2章 图像和视觉基础

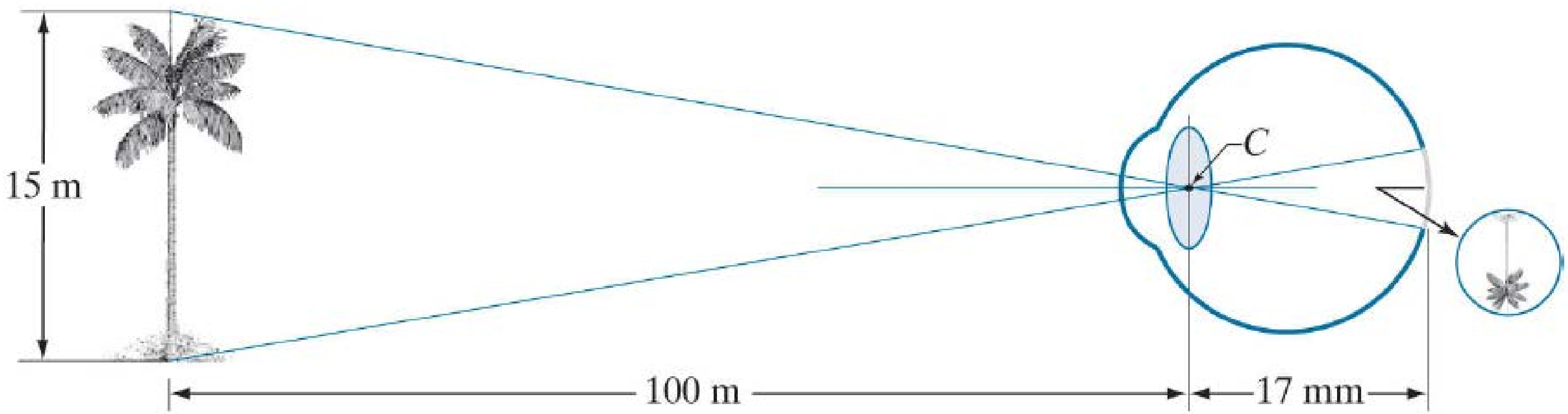
2.1 视觉基础

2.2 成像基础

2.3 图像基础

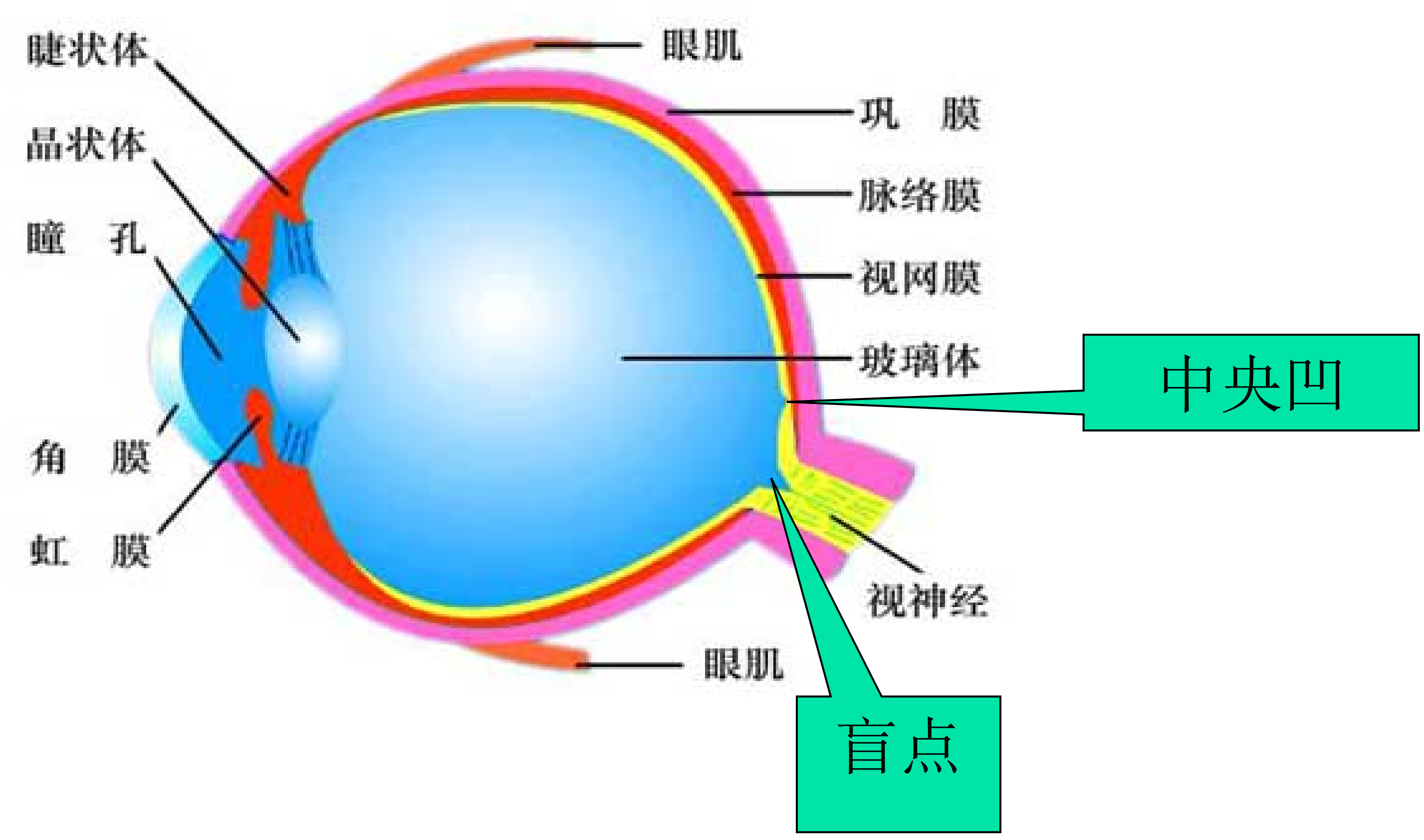
2.1 视觉基础

1．人眼成像过程

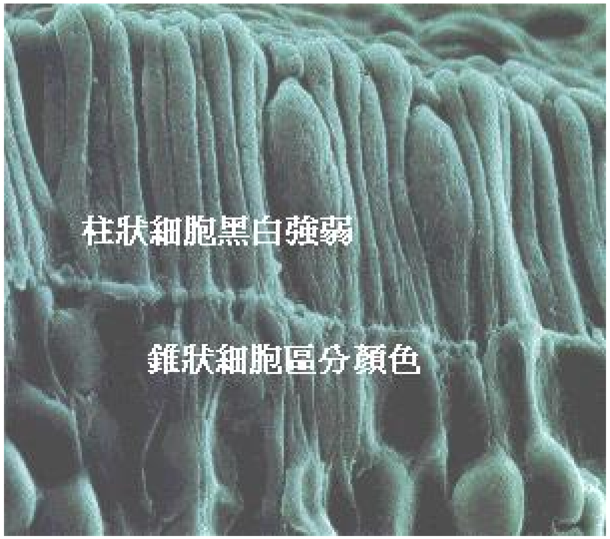


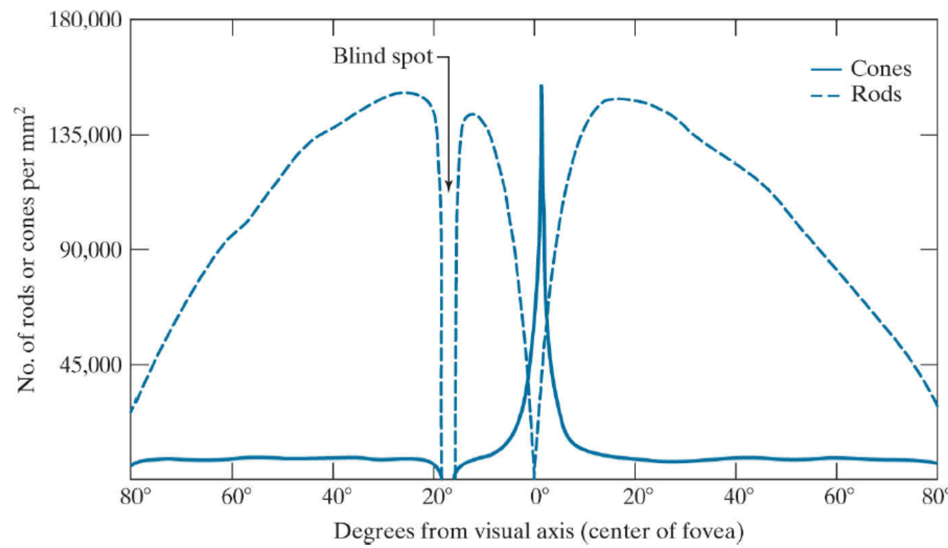
Graphical representation of the eye looking at a palm tree.
Point C is the optic center of the lens

眼睛的结构



视觉细胞：锥细胞、柱细胞





Distribution of rods and cones in the retina

锥细胞：主要分布在视网膜的中央凹，体积小，排列密度很高，感光灵敏度低，对颜色很敏感。锥细胞视觉称为*明视觉*或*亮光视觉*。

柱细胞：从中央凹开始向四周慢慢减少，体积大，分布面大且几个柱细胞联到同一个神经末梢，使得分辨率比较低；主要提供视野的整体视象，不感受颜色并对低照度较敏感，形成具有高灵敏度的无色觉功能的*暗视觉*。

例如在日光下鲜艳的彩色物体在月光下变得像无色的，就是由于只有柱细胞在工作。

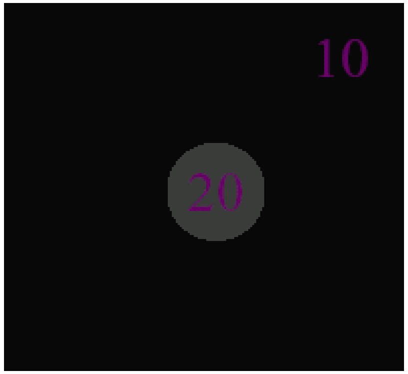
2. 人眼视觉特性

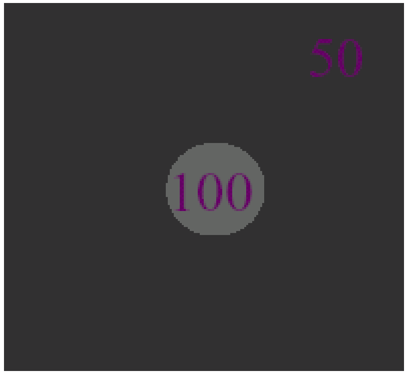
（1）人的视觉适应范围大:

范围广：
- 无月光黑夜
- ⋮
- 正午时雪地

亮度之间相差10^{10}倍

实验:





结论：只要对比度保持一定，亮度即使在很宽范围内变动，人的亮度感受也是相同的－－－－－这种现象称为亮度恒定。

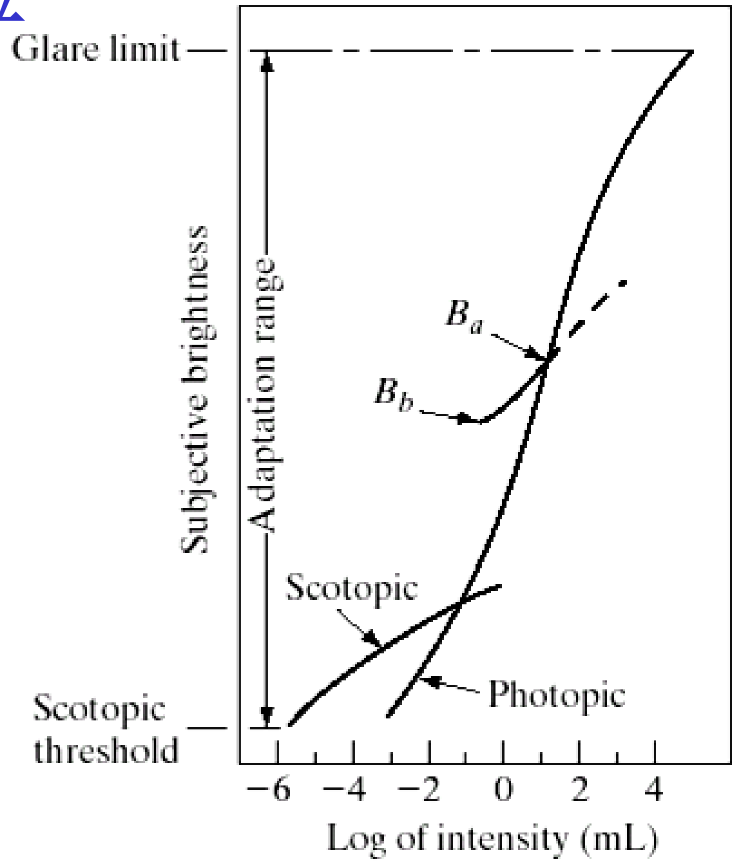
亮度恒定无法用线性模型去解释，但是用对数模型则可以得到圆满的解释。

Ln20=2.996, ln10=2.303
ln100=4.605, ln50=3.912
ln20-ln10=ln100-ln50=0.693　　－－－－－视觉的对数性质

结论：重现影像的亮度无需等于实际影像的亮度，只需保持两者的最大亮度Bmax与最小亮度Bmin之比值不变就可以了。

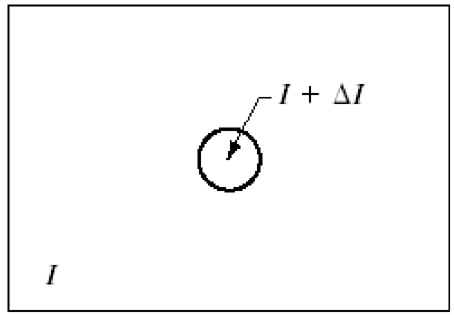
相同的对比度
相同的亮度层次（灰度级别）　　真实的感觉

（2）亮度适应



Range of subjective brightness sensations showing a particular adaptation level

（3）亮度区分



Basic experimental setup used to characterize brightness discrimination

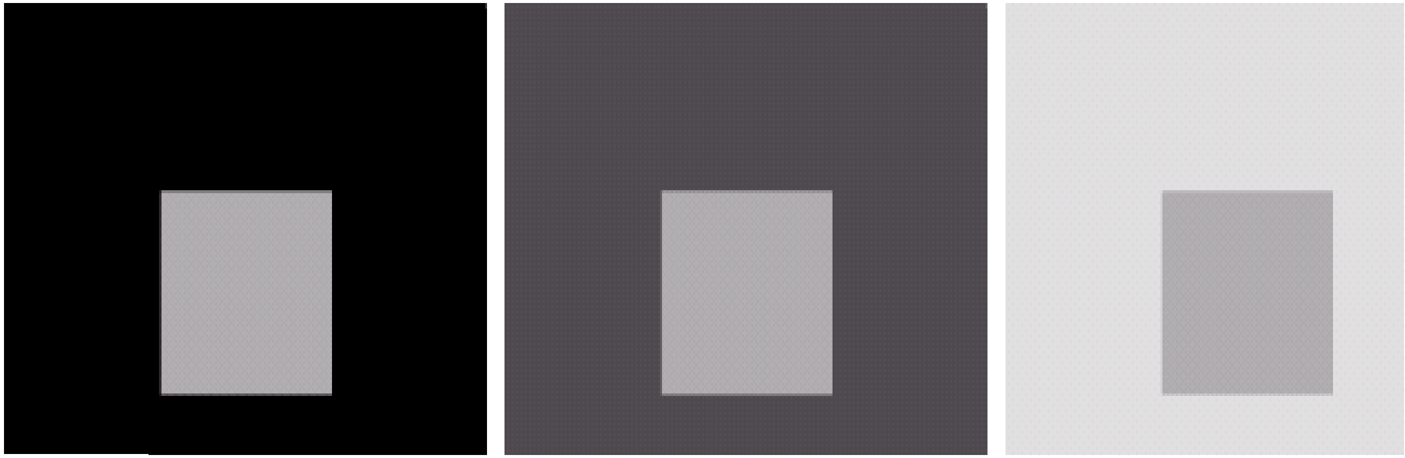
实验:背景亮度为I，光斑(圆形目标)亮度I+ΔI

韦伯比= ΔI/I

Weber定律:当背景宽广且亮度均匀，则ΔI 很大范围内近似同I成正比，最优照明条件下ΔI/I 为一常数其值约为0.01。

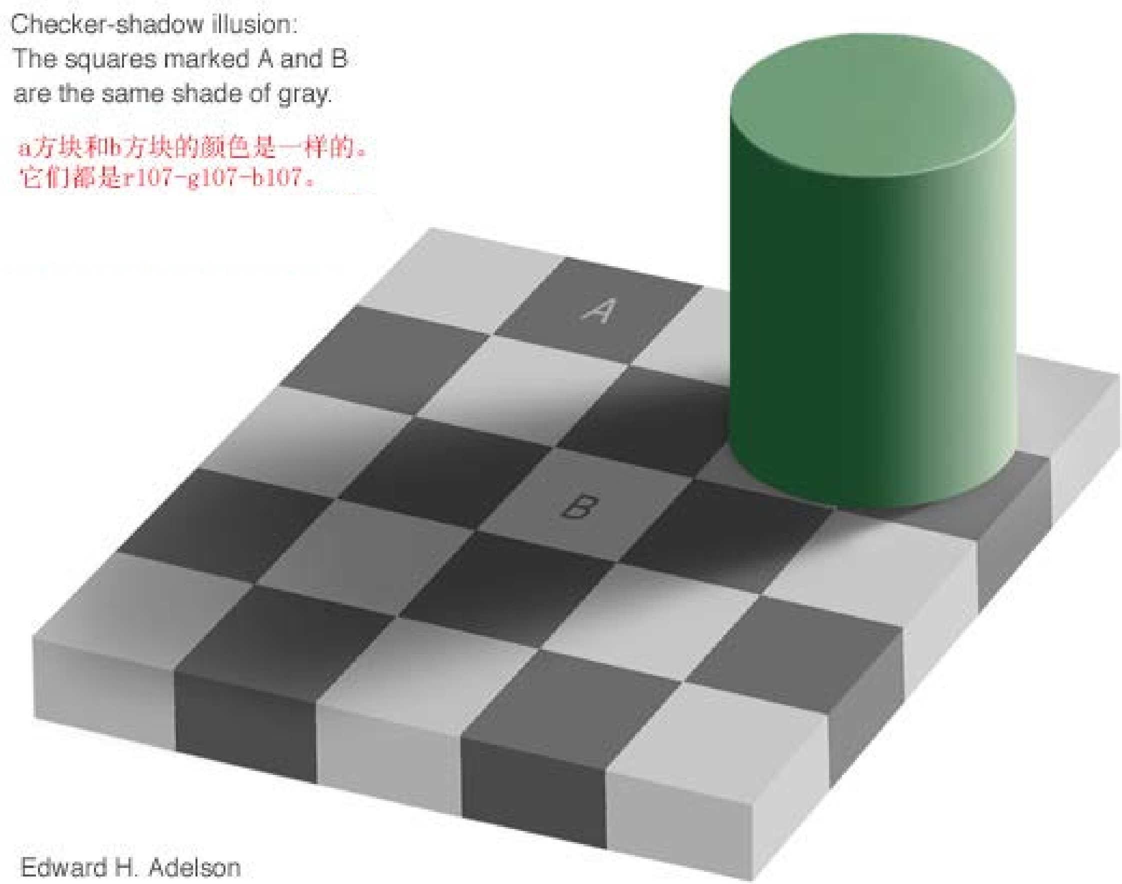
人眼的对比灵敏度与周围环境的亮度有密切关系。

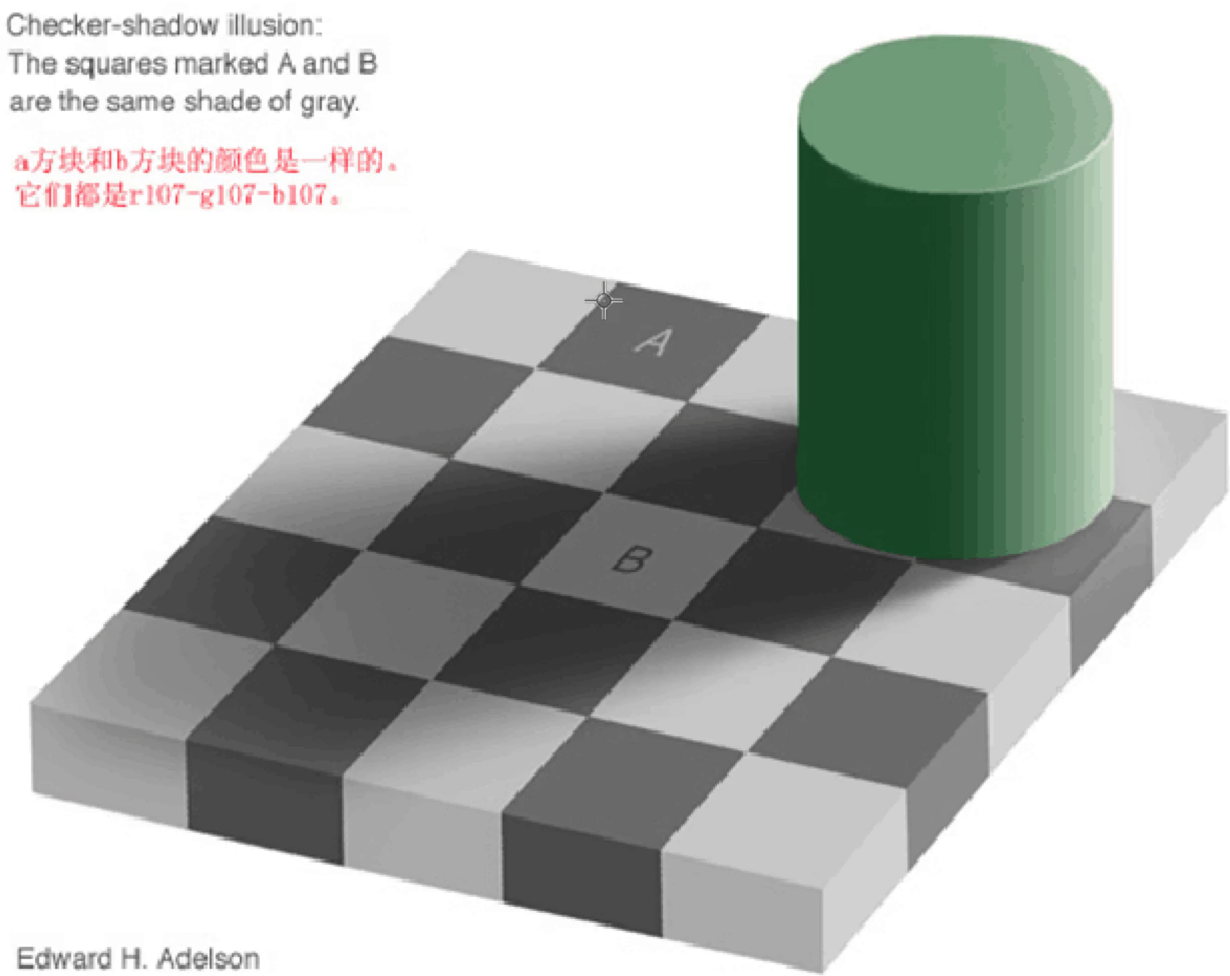
（4）同时对比度



(a) (b) (c)

Examples of simultaneous contrast.All the inner squares have the same intensity,but they appear progressively darker as the background becomes lighter.


Checker-shadow illusion:
The squares marked A and B
are the same shade of gray.
a方块和b方块的颜色是一样的。
它们都是r107-g107-b107。
A
B
Edward H. Adelson


Checker-shadow illusion:
The squares marked A and B
are the same shade of gray.
a方块和b方块的颜色是一样的。
它们都是r107-g107-b107。
A
B
Edward H. Adelson

（5） 视觉惰性：

人眼对于亮度的突变并不是马上就适应的，而是需要一定的过渡过程时间。人眼这种对亮度改变进行跟踪的滞后性质称为视觉惰性。

人眼的记忆特性：

在亮度消失以后尚能保持1/20 -- 1/10秒

当闪烁光源每秒钟闪烁次数越过10 -- 20次时便会给人以均匀发光体的感觉

电影画面 24幅/s

闪烁的感觉与 $\left\{ \begin{array}{l} \text{亮度变化幅度} \\ \text{相继两幅画面的亮度分布} \\ \text{相继两幅画面的色彩} \\ \text{距离} \\ \text{环境亮度} \end{array} \right\}$ 有关

3．结论

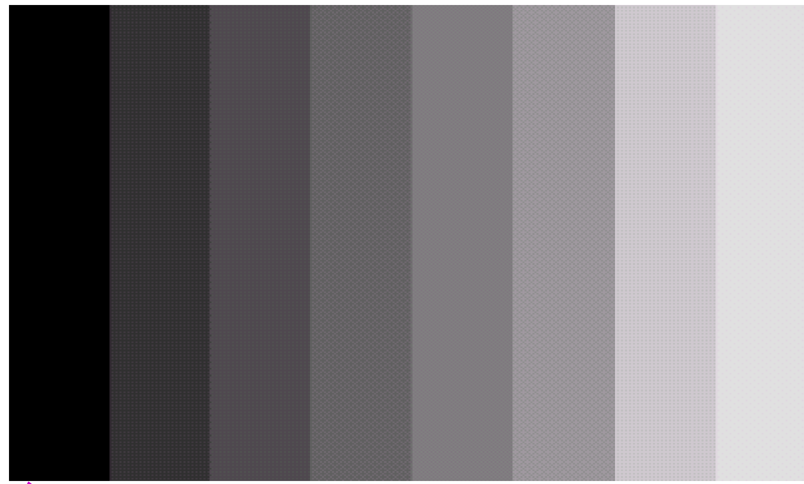
（1）对数特性

（2）分辨率

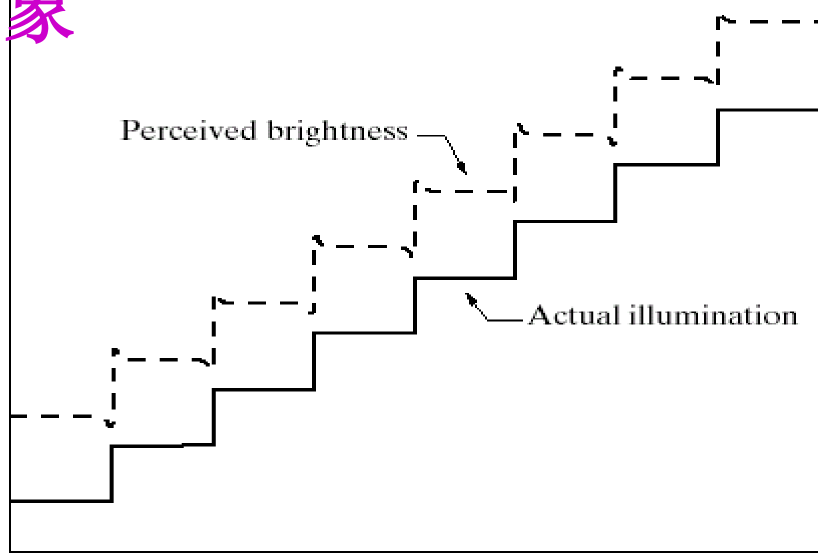
（3）相对性

4．其它视觉上的现象

（1）马赫带效应：

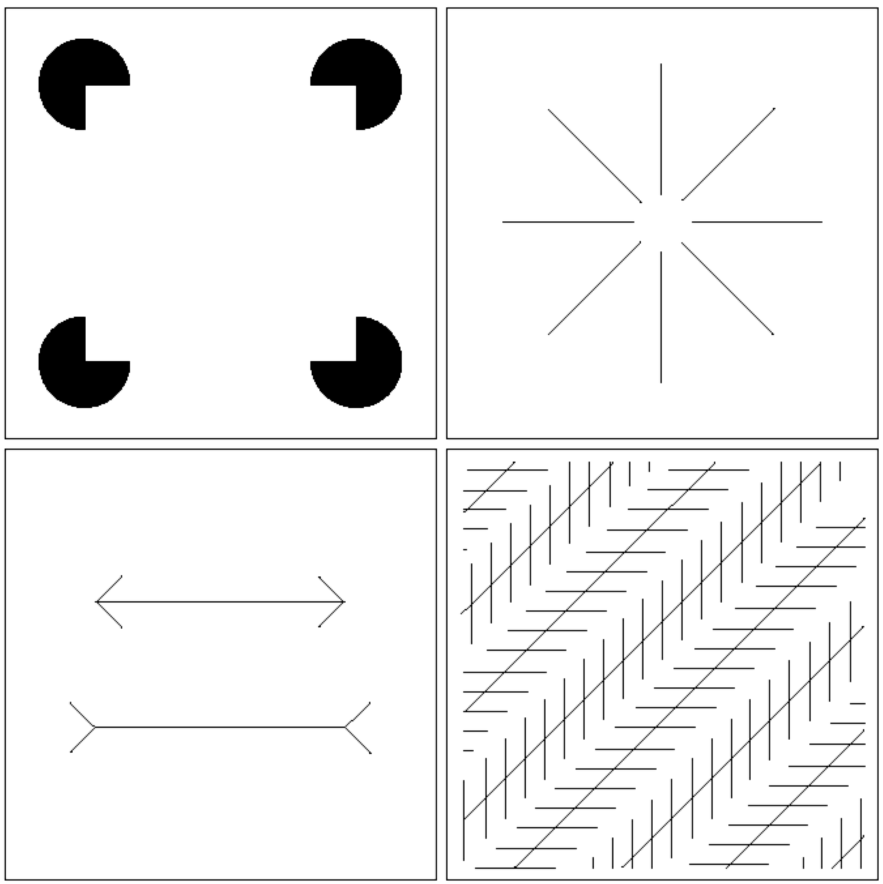


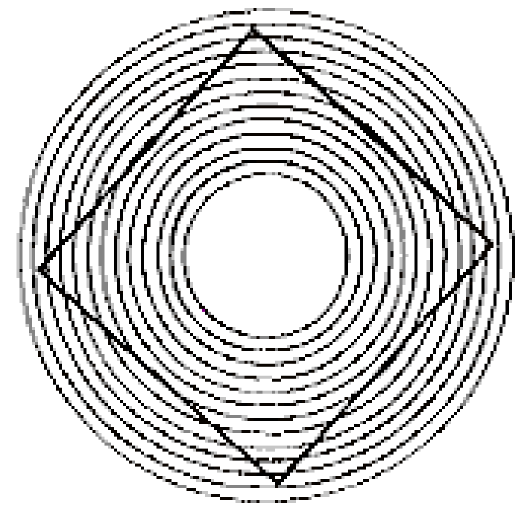
(a) An example showing that perceived brightness is not a simple function of intensity.

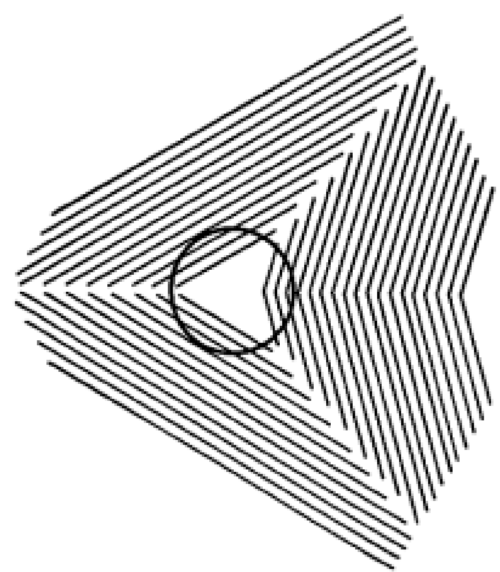


(b)

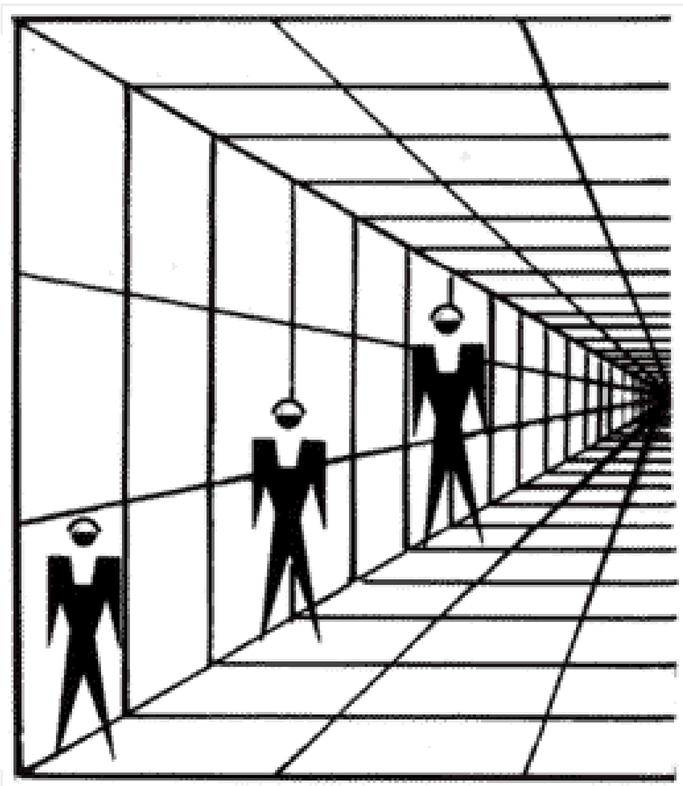
（2）虚假轮廓：



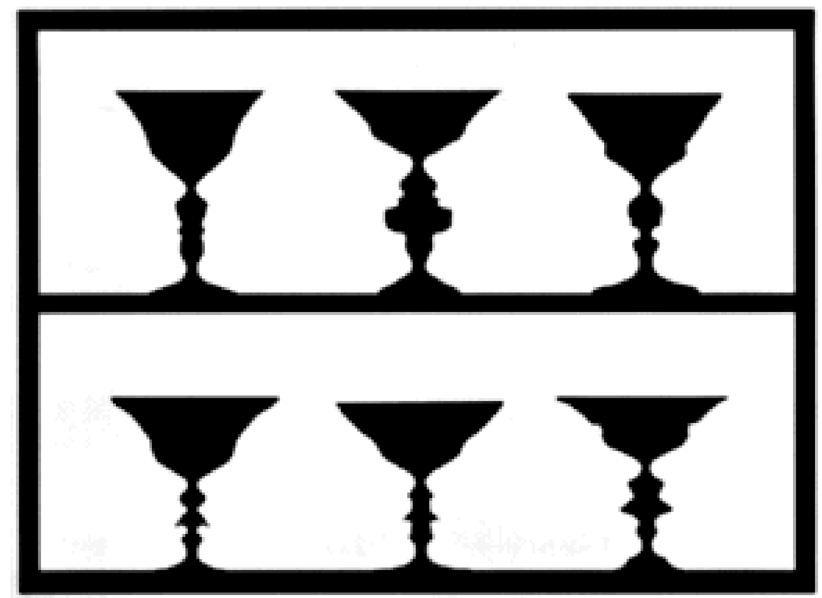




Some well-known
optical illusions



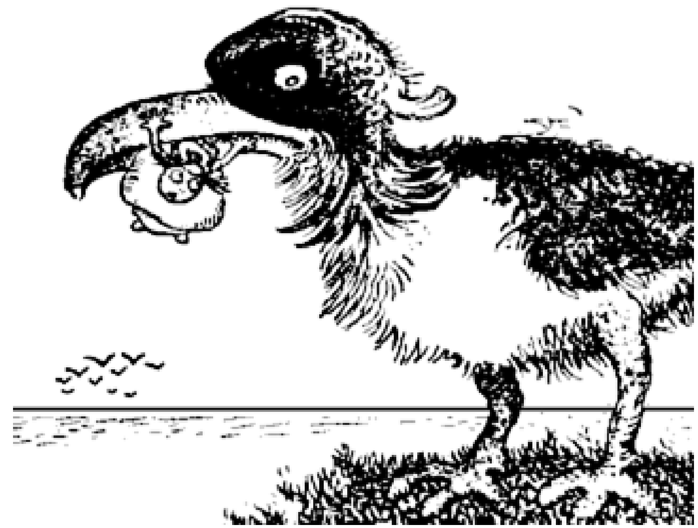

剪切
复制
粘贴
剪贴板
选择
裁剪
重新调整大小
旋转
工具
刷子
选择形状
矩形选择(R)
自由图形选择(F)
选择选项
全选(A)
反向选择(I)
删除(D)
透明选择(T)



Faces or Vases?

音乐家或头像？

对图像的认识或理解是由感觉和心理状态决定的，数字图像处理后的图像很多情况下是给人观察和评价的，因此受人的因素影响较大。



倒过来看看

5. 图像的噪声分析

噪声：妨碍人们感觉器官对所接收的信源信息理解的因素。

"不可预测，只能用概率统计方法来认识的随机误差"。

用概率**分布函数**和概率**密度函数**描述随机现象。

通常用**数字特征**来反映噪声的特征

噪声的产生途径

光：不均匀的光照

电磁：通过辐射耦合

物理对象

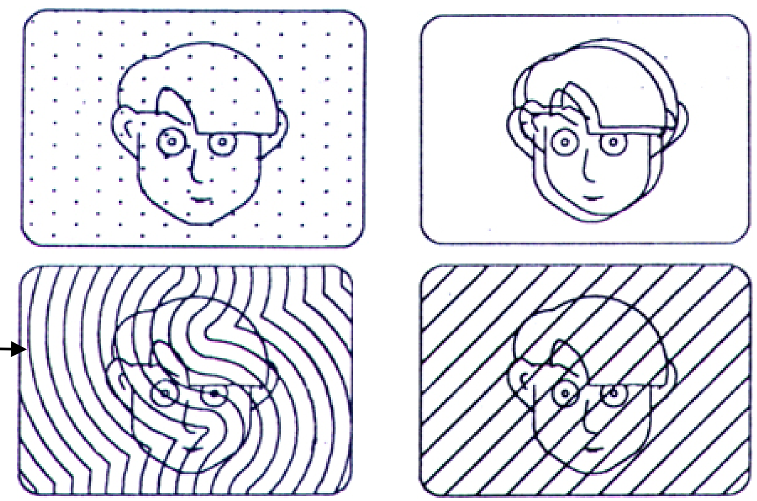
图像采集

量化噪声

热噪声等

传输

接收者



设备间的干扰

通常的处理：假设各部分的噪声统计独立。

噪声的分类：

按统计理论分为：

平稳噪声：统计特性不随时间变化

非平稳噪声：统计特性随时间变化

按频谱形状分为：

白噪声：频谱均匀分布

三角噪声：频谱与频率平方成正比

按概率密度函数分布分：高斯噪声、雷利噪声、脉冲（椒盐）噪声等

按噪声与信号关系分：加性噪声、乘性噪声

注意：为了分析处理方便，

1. 将噪声近似认为是加性噪声：

$$U(x,y)=I(x,y)+n^{'}(x,y)$$

U：受干扰的图像。I：原图；n：噪声

2. 假定信号和噪声是互相统计独立。加性噪声和图像信号强度是不相关的

3. 乘性噪声与图像信号强度有关，随图像信号的变化而变化

$$U(x,y)=I(x,y)*n^{'}(x,y)$$

6. 图像质量评价

图像质量:主要指图像的保真度，它描述了被评价图像偏离原始标准图像的程度。

图像质量的度量在图像处理中起着重要作用。为评价各种处理技术或系统的性能为设计工作提供依据

（1） 主观评价法

（2） 图形测试法

（3） 数值计算法

（1） 主观评价法

合理、可靠

度量尺度—— —— 绝对性和比较性

- 主观评价法通常采用打分法即求出平均得分
- 要求打分者不少于20人，其中包括训练有素的专家，也可有没有经验的外行代表人群的平均水平

图像质量评价

a) **全优度尺度**
5 优
4 好
3 中
2 差
1 劣

b) **损害尺度**
7 未感觉损害
6 刚好感觉损害
5 感觉到，但只对图像有轻微损害
4 对图像有损害，但尚悦目
3 稍感不悦目
2 不悦目
1 非常不悦目

c) **群优度尺度**
7 一群中最好的
6 好于该群平均水平
5 稍好于该群平均水平
4 该群平均水平
3 稍差于该群平均水平
2 差于该群平均水平
1 一群中最差的

$$\bar{J} = \sum_{i=1}^{K} n_i J_i \Big/ \sum_{i=1}^{K} n_i$$

其中K :质量等级总数(如全优度尺度K=5 ,损害尺度K=7等)

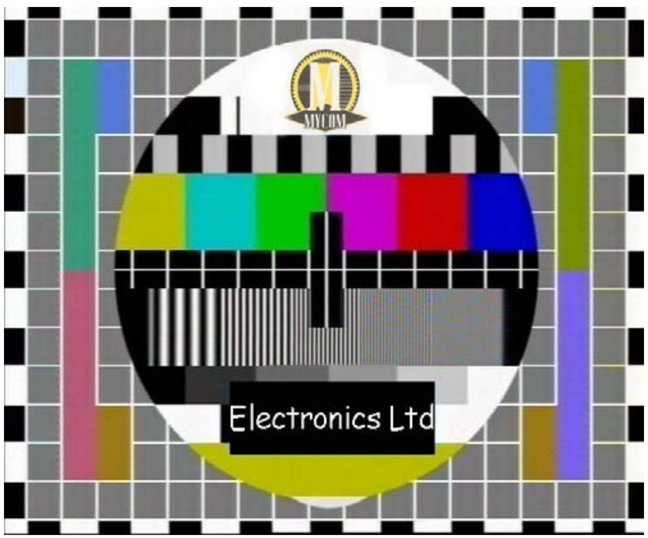
n_i: 判断图像为第i级的人数

J_i :第i级质量规定的得分，即等级表中前面的序数

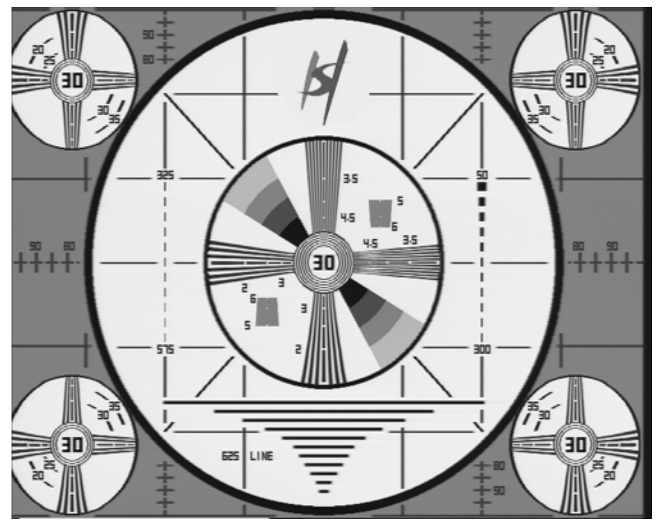
（2） 图形测试法

用波形和测试图案进行图像质量评价

对电视系统，通常使用电子测试波形或由摄像机摄取测试图案卡片进行图像质量测试和评价。



彩色电视图像测试卡



图像显示器的清晰度检测及图像显示特性检查

该方法简单易行，但测得的结果与主观质量评价结果往往不一致。

（3） 数值计算法

计算被评价的图像偏离标准图像的程度，该方法得到的结果通常与主观评价法的结果不一致，其主要原因是人眼有非线性及自适应的特性。

质量尺度：均方误差法

采用能量归一化的均方误差：

$$q_E=\sum_{X=0}^{M-1}\sum_{Y=0}^{N-1}[f(x,y)-\hat{f}(x,y)]^2/\sum_{X=0}^{M-1}\sum_{Y=0}^{N-1}[f(x,y)]^2$$

采用峰值归一化的均方误差：

$$q_E=\sum_{X=0}^{M-1}\sum_{Y=0}^{N-1}[f(x,y)-\hat{f}(x,y)]^2/MNA^2$$

标准图像：$f(x,y)$　　被评价图像：$\hat{f}(x,y)$　　标准图像的峰值：A

- 均方误差度量法的优点：直观、容易计算
- 均方误差度量法的缺点：有时与主观评价法不一致，其主要原因是人眼有非线性及自适应的特性
- 图像的编码、量化、压缩采用均方误差法
- 图像的增强、平滑、恢复采用主观评价法

2.2 成像基础

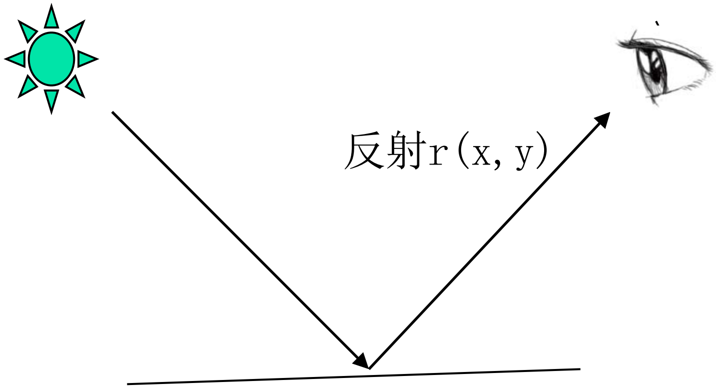
一．反射模型

f(x, y)表示图像在坐标(x, y)的亮度，i(x, y)为照度成分，r(x, y)为反射成分

$f(x,y) = i(x,y)\,r(x,y)$

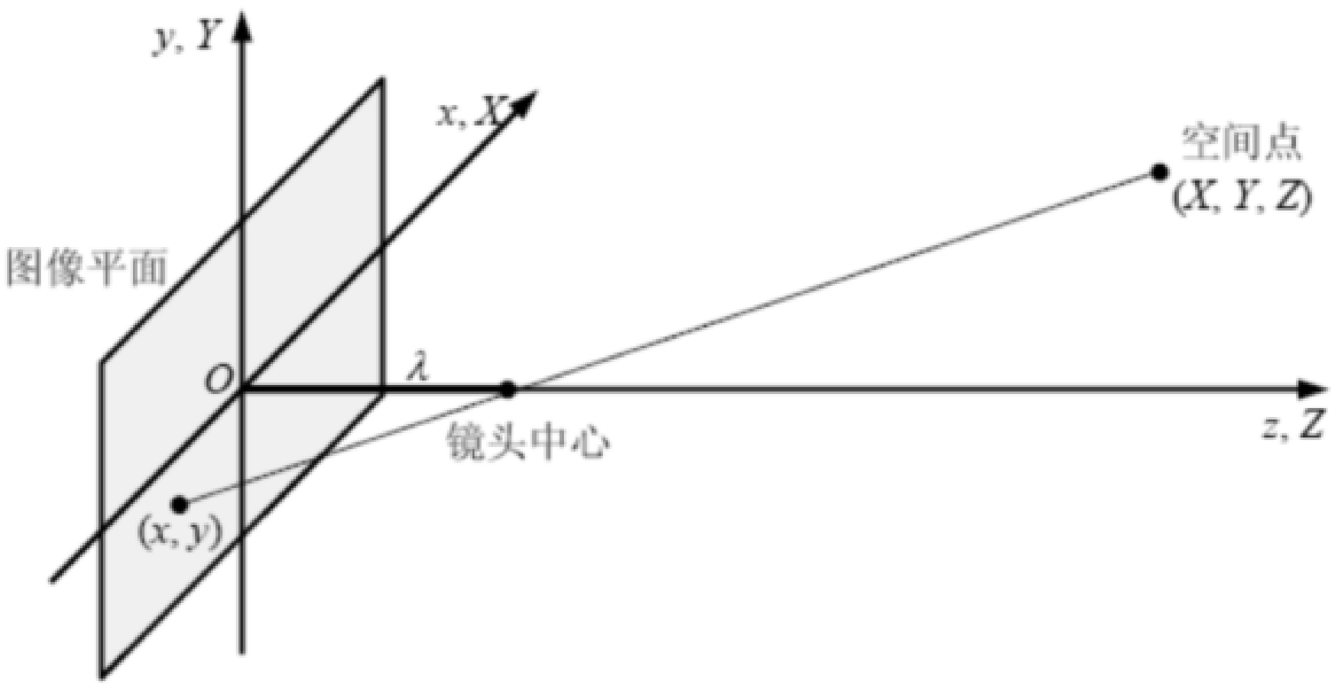
$0 < i(x,y) < \infty$

$0 \le r(x,y) \le 1$



二. 成像几何模型

世界坐标系统X Y Z，摄像机坐标系统x y z，图像平面x y



投影成像示意图

1. 正投影变换：

$$\frac{x}{\lambda} = -\frac{X}{Z-\lambda} = \frac{X}{\lambda - Z} \qquad x = \frac{\lambda X}{\lambda - Z}$$

$$\frac{y}{\lambda} = -\frac{Y}{Z-\lambda} = \frac{Y}{\lambda - Z} \qquad y = \frac{\lambda Y}{\lambda - Z}$$

空间点W的齐次坐标： $W_h = [kX \quad kY \quad kZ \quad k]^T$

正投影变换： 摄像机的齐次坐标 $C_h = p \cdot W_h$

透视矩阵：

$$p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\lambda} & 1 \end{bmatrix}$$

摄像机的笛卡尔坐标： $C = [\frac{\lambda X}{\lambda - Z} \quad \frac{\lambda Y}{\lambda - Z} \quad \frac{\lambda Z}{\lambda - Z}]^T$

图像坐标： $[\frac{\lambda X}{\lambda - Z} \quad \frac{\lambda Y}{\lambda - Z}]^T$

2. 逆投影变换：

由图像上一点的坐标可求出对应空间点的坐标，p^{-1}为p的逆矩阵

逆投影变换： $W_h = p^{-1} \cdot C_h$

$$p^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda} & 1 \end{bmatrix}$$

由图像上一点的坐标C，求出对应空间点的坐标 W:

$$C_h = [kx \quad ky \quad 0 \quad k]^T$$

逆投影变换： $W_h = p^{-1} \cdot C_h$ $\quad p^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda} & 1 \end{bmatrix}$

$$W_h = [kx \quad ky \quad 0 \quad k]^T$$ 不合理！

原因：

正变换为多对一

逆变换为一对多

由正变换：

$$x = \frac{\lambda X}{\lambda - Z}$$

$$y = \frac{\lambda Y}{\lambda - Z}$$

逆变换：

$$X = \frac{x}{\lambda}(\lambda - Z)$$

$$Y = \frac{y}{\lambda}(\lambda - Z)$$

图像点C的齐次坐标：

$$C_h = [kx \quad ky \quad kz \quad k]^T$$

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda} & 1 \end{bmatrix}$$

则：

$$W_h = [kx \quad ky \quad kz \quad \frac{kz}{\lambda} + k]^T$$

$$W : (\frac{\lambda x}{\lambda + z} \quad \frac{\lambda y}{\lambda + z} \quad \frac{\lambda z}{\lambda + z})$$

所以：

$$X = \frac{x}{\lambda}(\lambda - Z), Y = \frac{y}{\lambda}(\lambda - Z)$$

2.3 图像基础

1. 象素间的联系

2. 图像的运算

3. 灰度直方图

4. 图像的代数和逻辑运算

5. 图像的几何运算

1. 象素间的联系

(1) 象素的邻域

象素点p的4邻域$N_4(p)$

象素点p的4对角$N_D(p)$

象素点p的8邻域$N_8(p)$

	r	
r	P	r
	r	

s		s
	P	
s		s

s	r	s
r	P	r
s	r	s

(2) 连通性

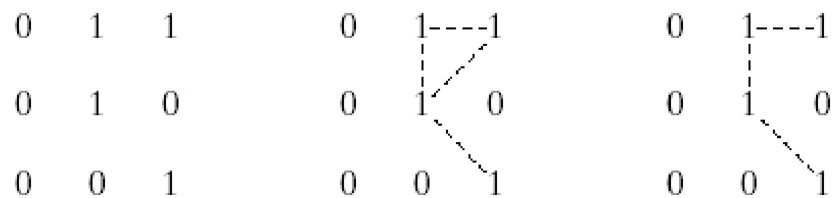
连接：V是某个特定的相似准则

4-连接：2个象素p和r在V中取值且r在$N_4(p)$中；

8-连接：2个象素p和r在V中取值且r在$N_8(p)$中；

M-连接：2个象素p和r在V中取值且满足下列条件之一：

$$\begin{cases} r在N_4(p)中; \\ r在N_D(p)中且N_4(p)\cap N_4(r)=\Phi \end{cases}$$



(a) (b) (c)

(a) Arrangement of pixels; (b) pixels that are 8-adjacent(shown dashed) to the center pixel;(c) m-adjacency

连通:

从像素$p(x_0, y_0)$ 到像素$q(x_n, y_n)$的通路:特定像素序列，其坐标为：$(x_0, y_0),(x_1, y_1),\cdots,(x_n, y_n)$

并且像素$(x_i,\ y_i)$和$(x_{i-1},\ y_{i-1})$是连接的。

4通路、 8通路、m通路

(3)距离量度

欧式距离D_E： 象素点 p(x, y), q(s, t)

$$D_E(p,q)=[(x-s)^2+(y-t)^2]^{1/2}$$

街区距离： $D_4(p,q)=|x-s|+|y-t|$

棋盘距离： $D_8(p,q)=\max(|x-s|,|y-t|)$

		2		
	2	1	2	
2	1	0	1	2
	2	1	2	
		2		

街区距离

2	2	2	2	2
2	1	1	1	2
2	1	0	1	2
2	1	1	1	2
2	2	2	2	2

棋盘距离

2. 图像的运算

点运算、邻域运算

对图像的处理分为：全局处理、局部处理

3. 灰度直方图

最简单、最有效的工具之一。

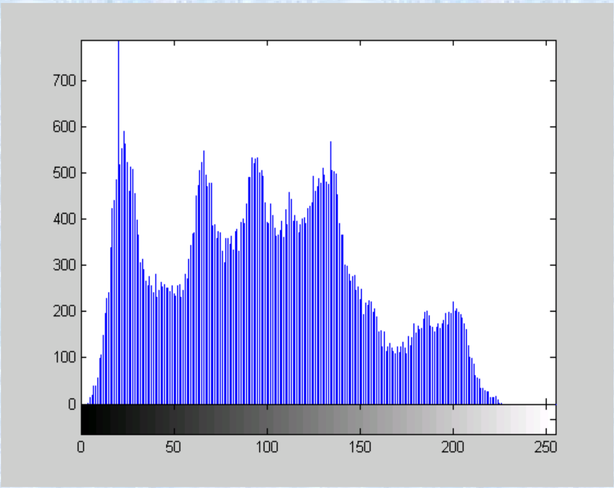
（以概率理论作基础的灰度点运算变换）

(1) 直方图定义：

离散情况下的直方图：统计图像中具有某种灰度的像素数目

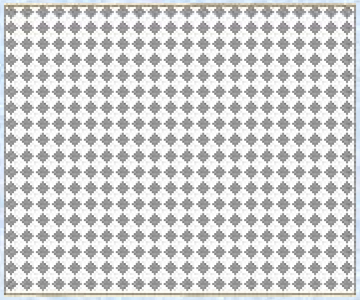
定义： 是灰度级的函数，描述的是图像中具有该灰度级的像素的个数，其中横坐标是灰度级，纵坐标是该灰度级发生的频率。（归一化直方图）：

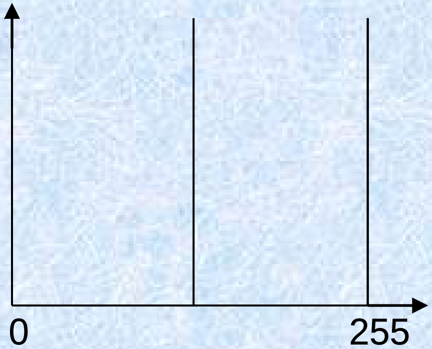
$$p(s_k) = \frac{n_k}{n}$$



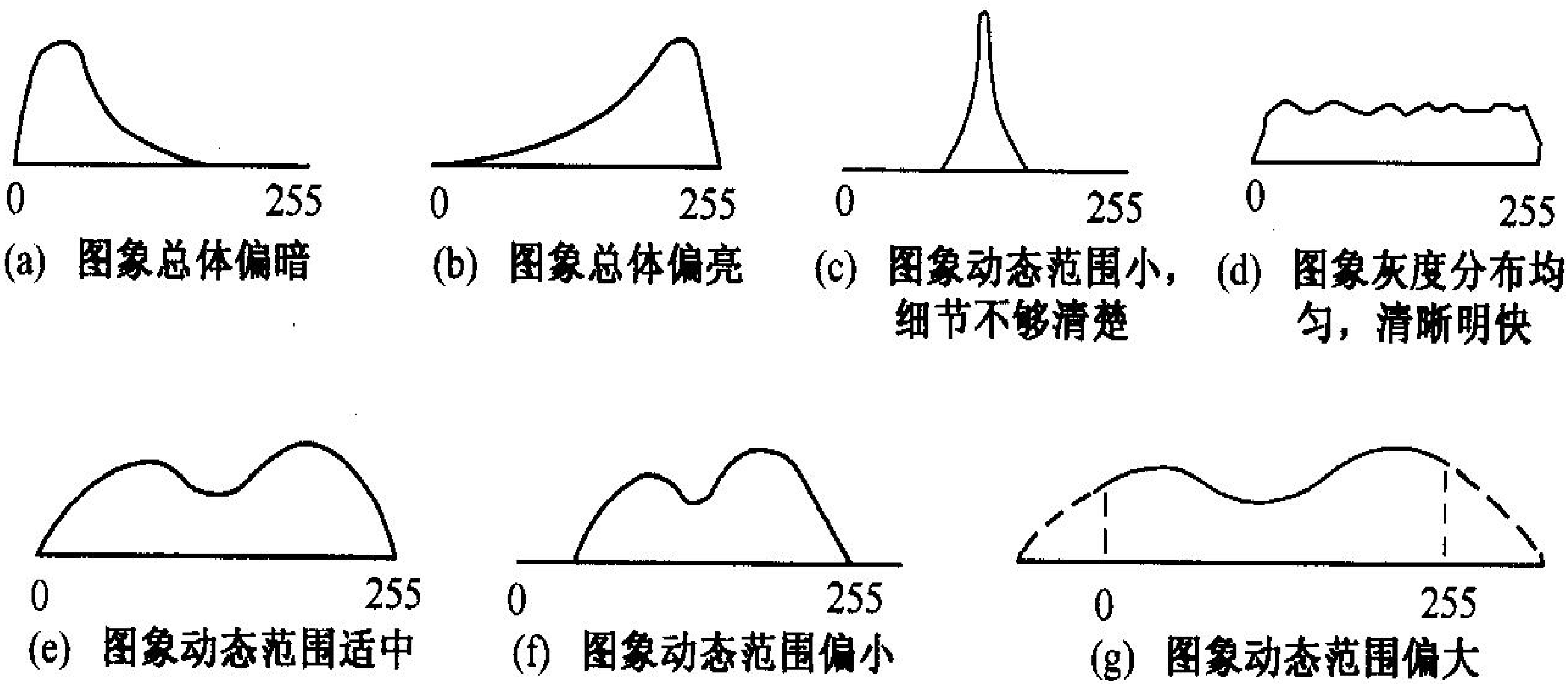
说明：一幅图像的直方图丢失所有的空间信息

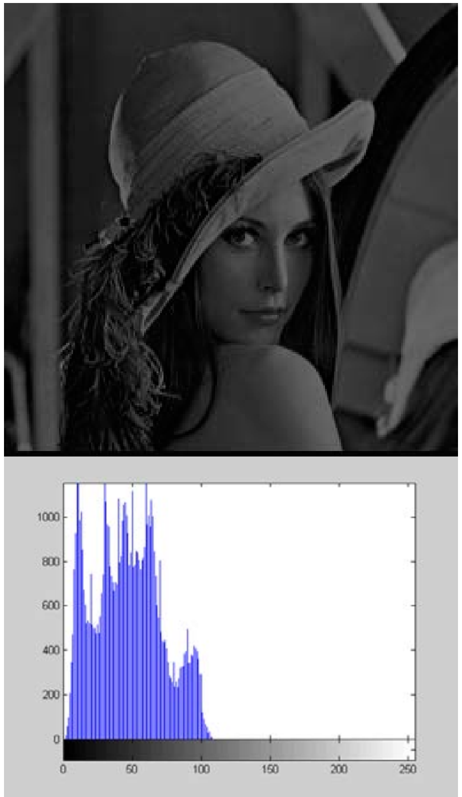
一幅特定的图像有唯一的直方图，反之并不成立

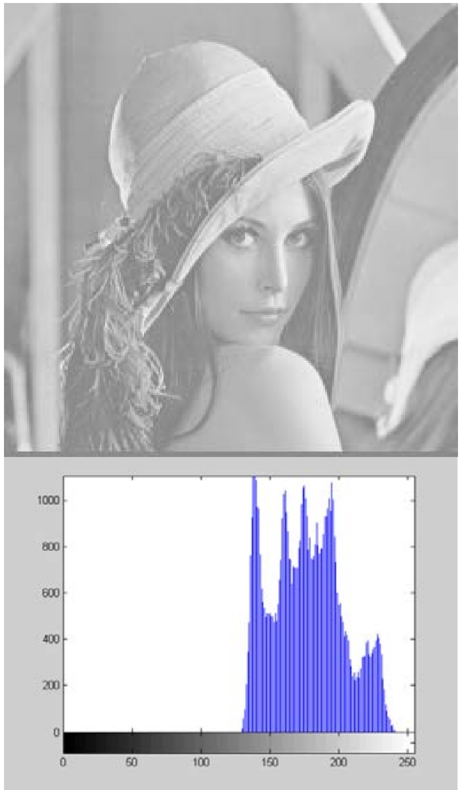


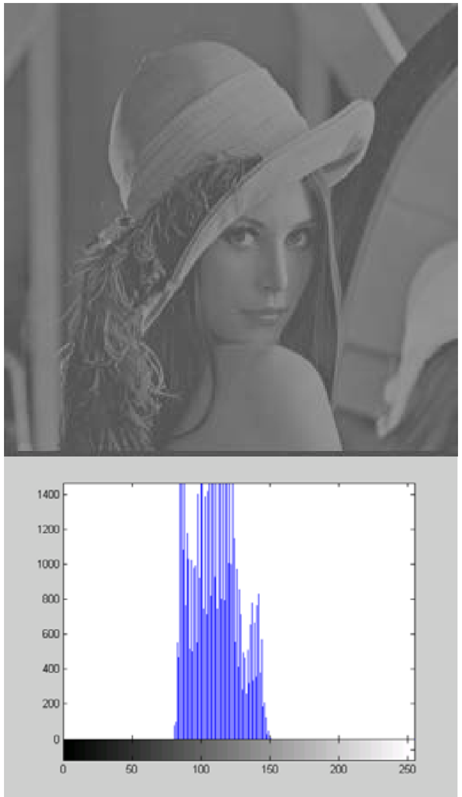


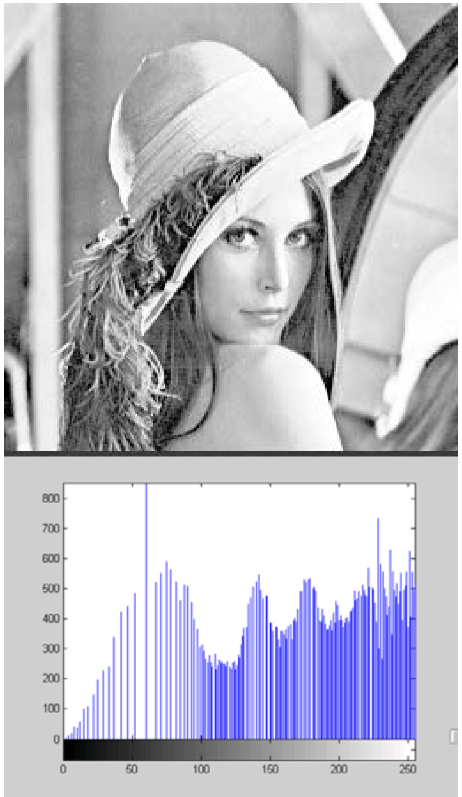
直方图反映图像的总体性质：明暗程度、细节是否清晰、动态范围大小等




1000
800
600
400
200
0
0
50
100
150
200
250


1000
800
600
400
200
0
0
50
100
150
200
250


1400
1200
1000
800
600
400
200
0
0
50
100
150
200
250


800
700
600
500
400
300
200
100
0
0
50
100
150
200
250

4. 图像的代数和逻辑运算

(1) 图像的代数运算

加法：两幅图像相加，可平滑噪声等

减法：两幅图像相减，可去除固定的背景信息

乘法：用于图像的局部显示

除法：用于校正图像灰度阴影

加法运算的定义

$$C(x,\ y) = A(x,\ y) + B(x,\ y)$$

————主要应用举例

- 去除“加性”噪声
- 生成图像叠加效果（二次曝光效果）

多帧平均降噪

设有M幅图像，加上加性噪声

$$D_i(x,y)=S(x,y)+N_i(x,y)$$

又假定加性噪声互不相关，均值为零的随机噪声，即

$$\varepsilon\{N_i(x,y)\}=0 \qquad (1)$$

且

$$\varepsilon\{N_i(x,y)+N_j(x,y)\}=\varepsilon\{N_i(x,y)\}+\varepsilon\{N_j(x,y)\} \quad \textbf{(2)}$$

$$\varepsilon\{N_i(x,y)\cdot N_j(x,y)\}=\varepsilon\{N_i(x,y)\}\cdot\varepsilon\{N_j(x,y)\} \quad \textbf{(3)}$$

定义：功率信噪比为 $P(x,y)=\dfrac{S^2(x,y)}{\varepsilon\{N^2(x,y)\}}$

对M幅图像求平均：

$$\overline{D}(x,y)=\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}[S(x,y)+N_i(x,y)]$$

$$=S(x,y)+\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}N_i(x,y)$$

平均以后的功率信噪比

$$\overline{P}(x,y)=\frac{s^2(x,y)}{\varepsilon\left\{\left[\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}N_i(x,y)\right]^2\right\}}$$

$$=\frac{M^2s^2(x,y)}{\varepsilon\left\{\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M}N_i(x,y)N_j(x,y)\right\}}$$

$$=M^2\frac{S^2(x,y)}{\varepsilon\left\{\sum_{i=1}^{M}N_i^2(x,y)\right\}+\varepsilon\left\{\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1,j\neq i}^{M}N_i(x,y)N_j(x,y)\right\}}$$

$$=\frac{M^2\cdot s^2(x,y)}{\sum_{i=1}^{M}\varepsilon\left\{N_i^2(x,y)\right\}+\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1,j\neq i}^{M}\varepsilon\left\{N_i(x,y)\right\}\varepsilon\left\{N_j(x,y)\right\}}$$

$$=\frac{M^2s^2(x,y)}{M\varepsilon\left\{N_i^2(x,y)\right\}}=MP(x,y)$$

图像平均降噪效果

(a)原图+高斯噪声

(a)

(b)

(b)4幅度图平均

(c)8幅度图平均

(c)

(d)

(d)16幅度图平均

减法的定义

$$C(x, y) = A(x, y) - B(x, y)$$

利用和的运算求差的运算，将一图求反即可

————主要应用举例

- 去除固定的背景信息
- 检测同一场景两幅图像之间的变化
- 计算物体边界的梯度

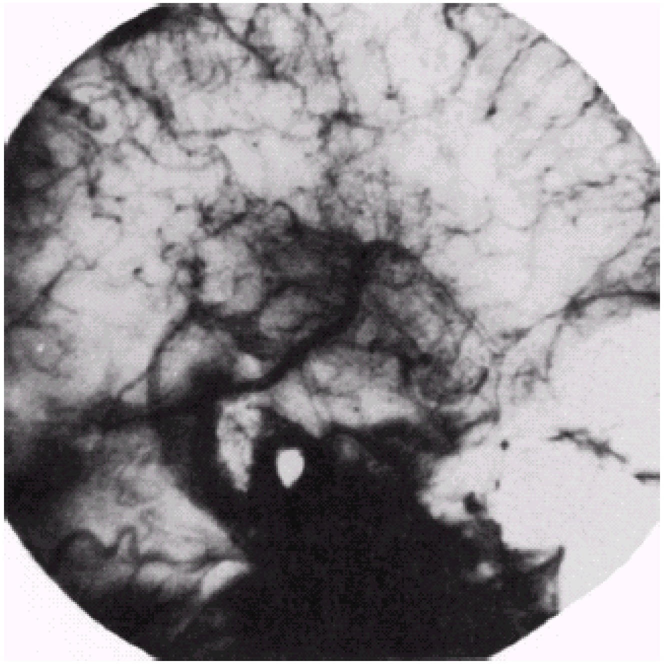
♦去除固定的背景信息

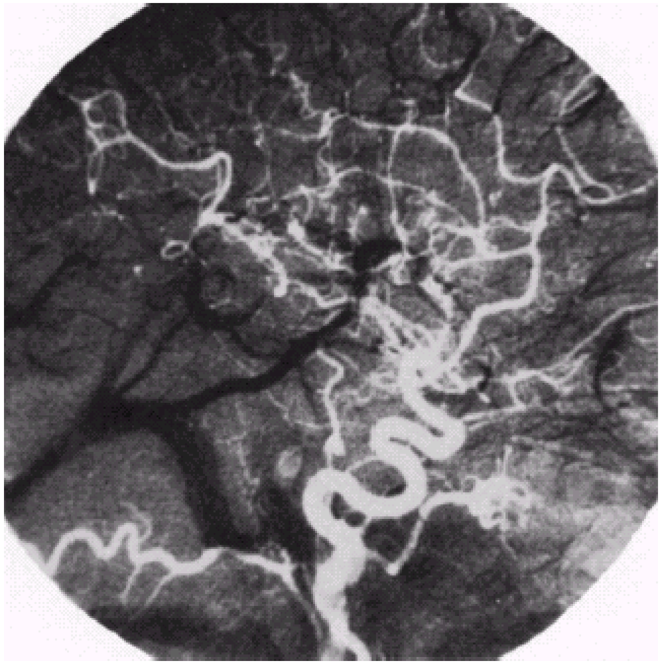
设：背景图像$b(x, y)$，前景背景混合图像$f(x, y)$

$$g(x, y) = f(x, y) - b(x, y)$$

$g(x, y)$ 为去除了背景的图像。

电视制作的蓝屏技术就基于此。





Enhancement by image subtraction. (a) Mask image. (b) An image (taken after injection of a contrast medium into the bloodstream) with mask subtracted out.

(a)

(b)

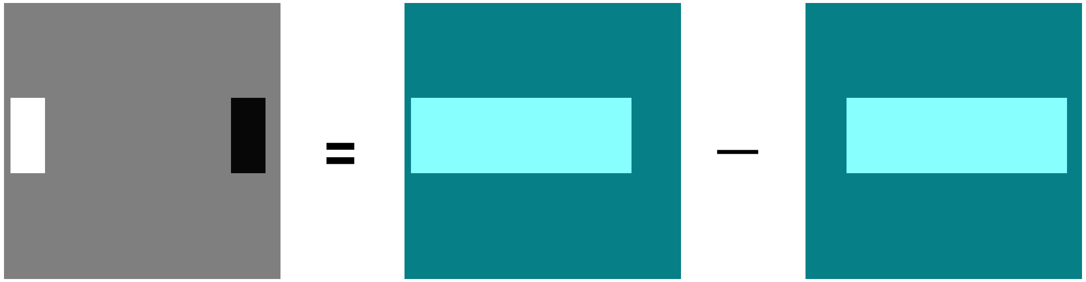
医学减影

♦检测同一场景两幅图像之间的变化

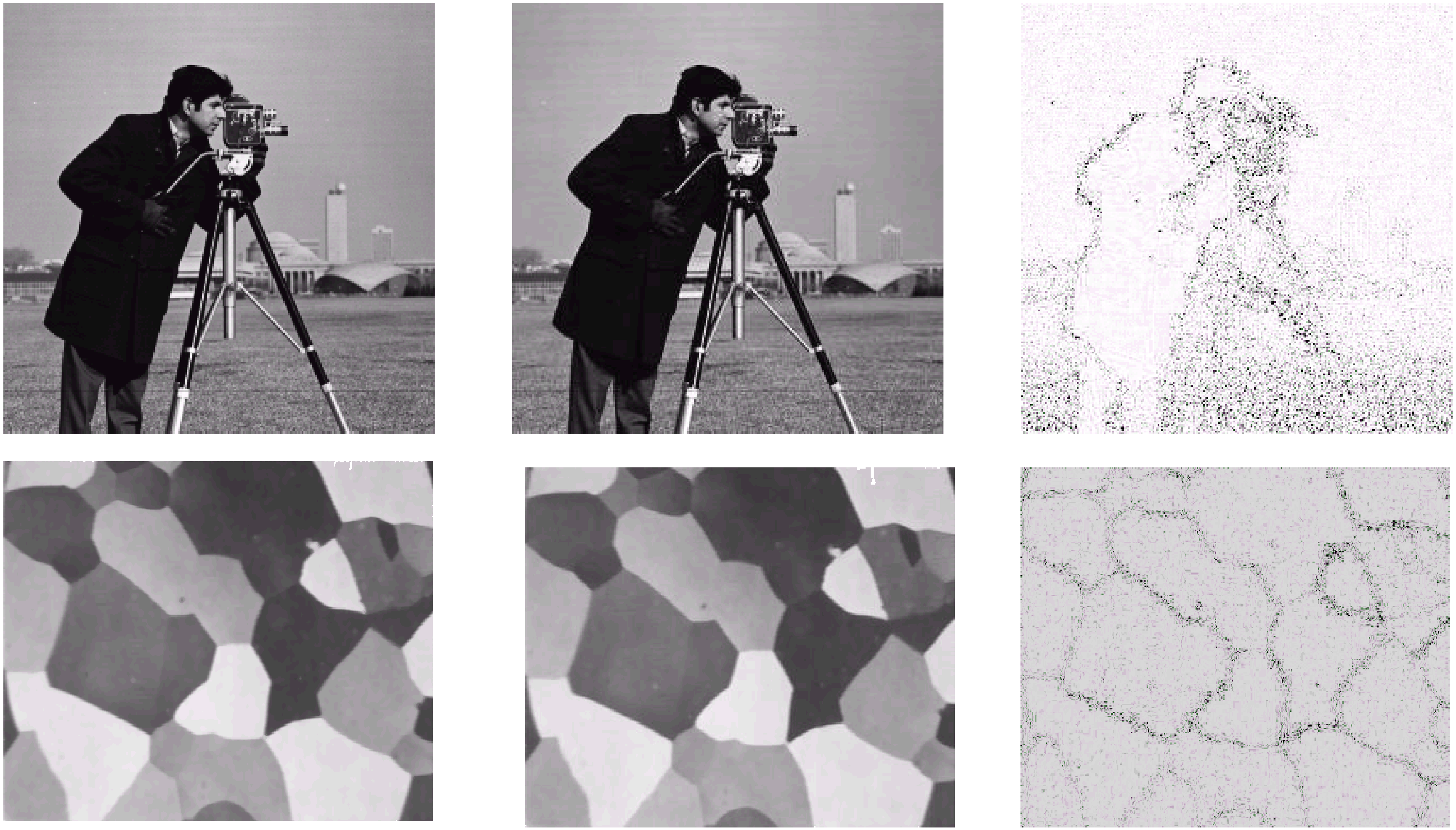
设：　时间1的图像为$T1(x, y)$，

　　　时间2的图像为$T2(x, y)$，

$$g(x, y) = T2(x, y) - T1(x, y)$$



♦计算物体边界的梯度



原始图像　　压缩解压缩后图像　　相减后的结果

♦计算物体边界的梯度

(1)梯度：图像函数F(x, y)在点(x, y)上的梯度定义为矢量

$$\nabla F(x,y)=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial F}{\partial x}\\ \dfrac{\partial F}{\partial y}\end{bmatrix}$$

(2)梯度的幅度为：

欧式距离 $$G[F(x,y)]=\left[\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

街区距离 $$G[F(x,y)]=\left|\frac{\partial F}{\partial x}\right|+\left|\frac{\partial F}{\partial y}\right|$$

棋盘距离 $$G[F(x,y)]=\max\left\{\left|\frac{\partial F}{\partial x}\right|,\left|\frac{\partial F}{\partial y}\right|\right\}$$

(3)梯度矢量的幅角为： $$\theta_M=\arctan\left[\frac{\partial F}{\partial y}\Big/\frac{\partial F}{\partial x}\right]$$

对于数字图像不用微分而用差分，用差分近似表示梯度：

水平垂直差分法：$\boldsymbol{G}[F(x,y)]=\{[F(x,y)-F(x+1,y)]^2+[F(x,y)-F(x,y+1)]^2\}^{\frac{1}{2}}$

进一步简化 ：

$$\boldsymbol{G}[F(x,y)]\approx|F(x,y)-F(x+1,y)|+|F(x,y)-F(x,y+1)|$$

或：

$$\boldsymbol{G}[F(x,y)]\approx\max\{|F(x,y)-F(x+1,y)|,|F(x,y)-F(x,y+1)|\}$$

还可以用交叉差分表示梯度：

$$\boldsymbol{G}[F(x,y)]=\{[F(x,y)-F(x+1,y+1)]^2+[F(x+1,y)-F(x,y+1)]^2\}^{\frac{1}{2}}$$

简化表示为：

$$\boldsymbol{G}[F(x,y)]\approx|F(x,y)-F(x+1,y+1)|+|F(x+1,y)-F(x,y+1)|$$

这种交叉梯度称为*Roberts梯度*。

3. 乘法的定义

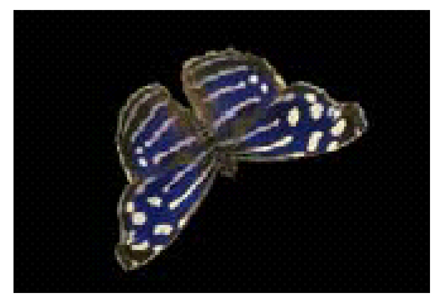
C(x, y) = A(x, y) × **B(x, y)**

——主要应用举例

- 图像的局部显示（屏蔽掉图像的某些部分，实现掩模操作）
- 用二值蒙板图像与原图像做乘法

x

＝

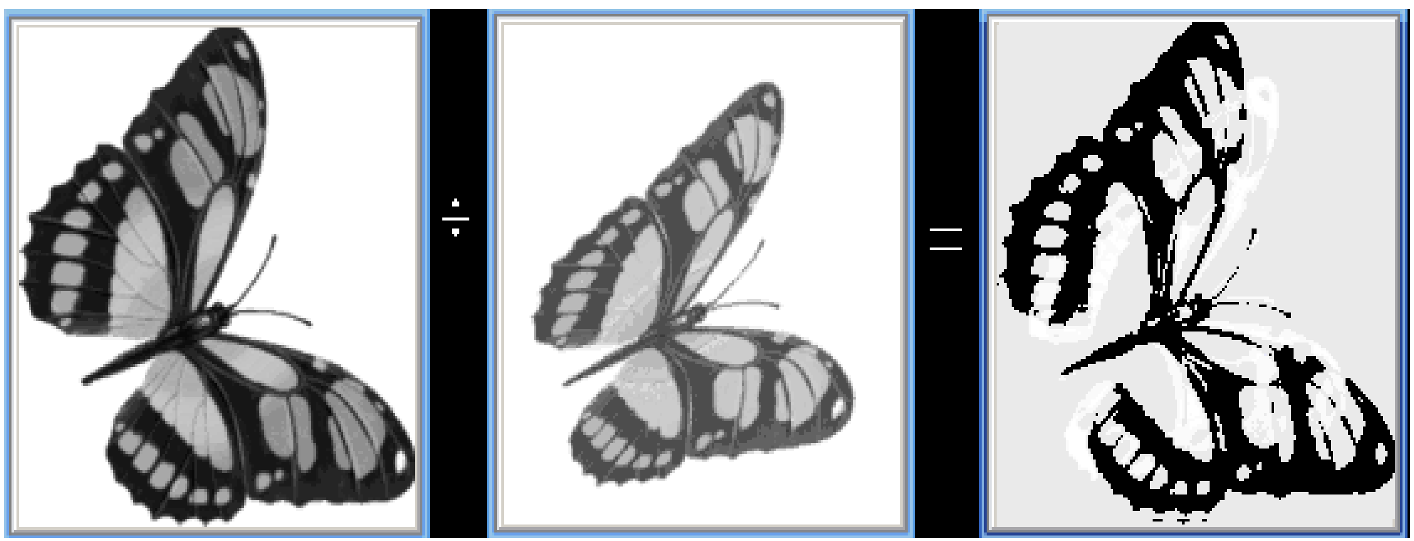


4. 除法的定义

$$C(x, y) = A(x, y) \div B(x, y)$$

应用举例:用于校正图像灰度阴影

两幅图像相除可以用来检测两幅图像之间的区别，但是除法操作给出的是相应像素值的变化比率，而不是每个像素的绝对差异，因而图像相除也称为比率变换（输出图像的亮点意味着较大的差异）



(2) 图像的逻辑运算（二值图像）：

与、或、补（反）、异或

求反的定义

$$g(x,\ y) = 255 - f(x,\ y)$$

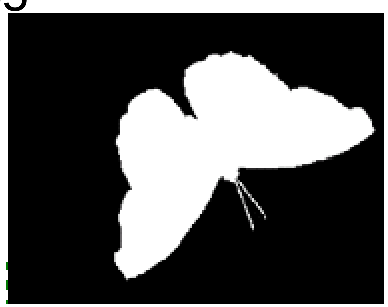
——主要应用举例

$\left\{\begin{array}{l}\text{获得一个阴图像}\\ \text{获得一个图像的补图像}\end{array}\right.$

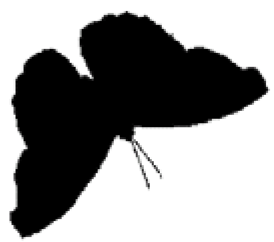
获得一个阴图像

获得一个图像的补图像

255－



＝

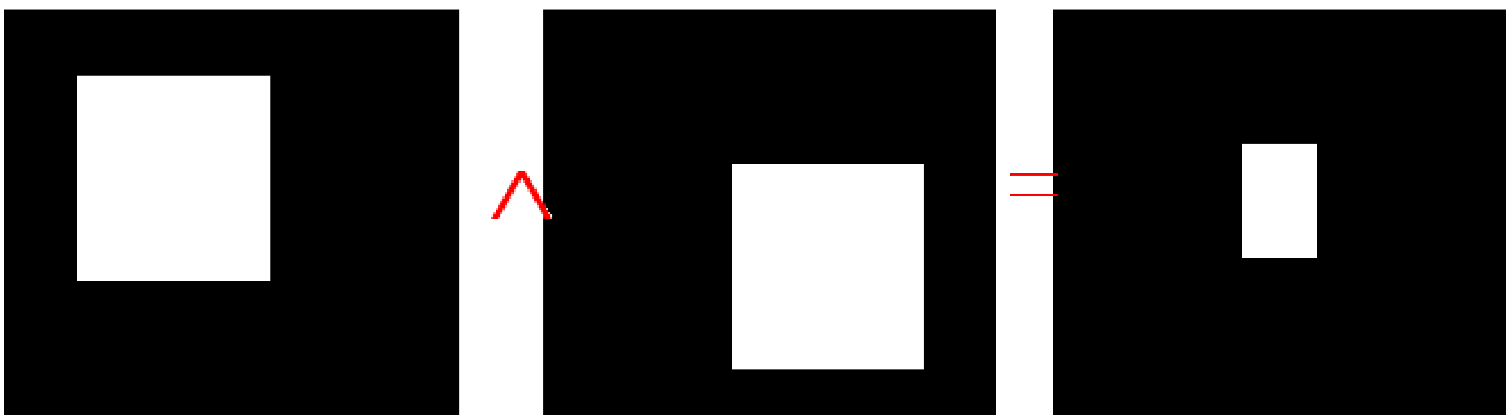


与运算的定义

$g(x, y) = f(x, y) \wedge h(x, y)$

——主要应用举例

求两个图像的相交子图



或运算的定义

$g(x, y) = f(x, y) \vee h(x, y)$

——主要应用举例

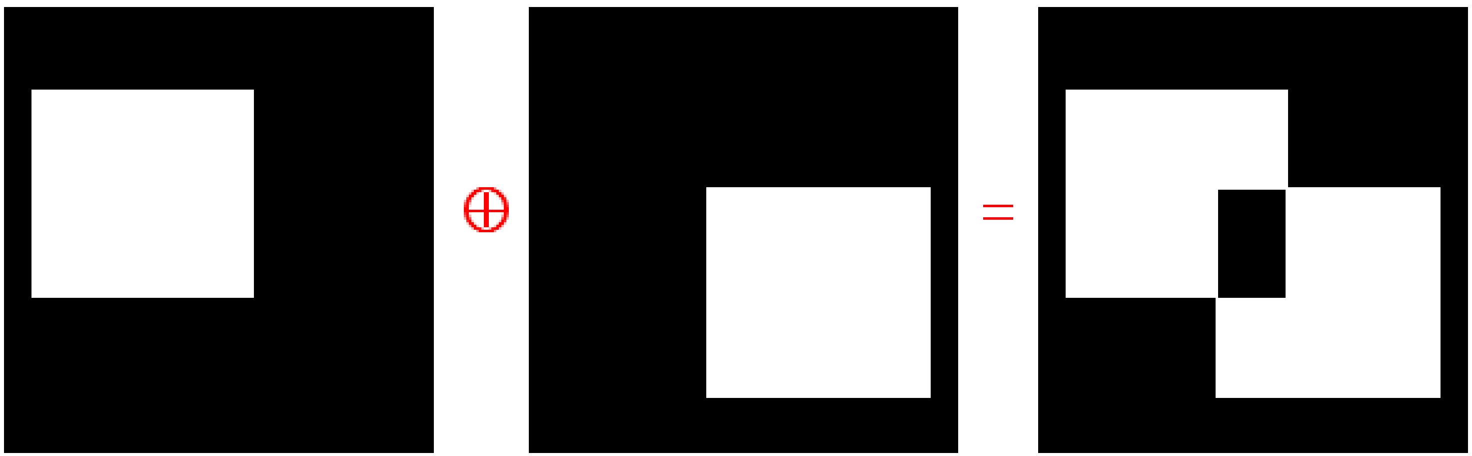
合并图像

异或运算的定义

$g(x, y) = f(x, y) \oplus h(x, y)$

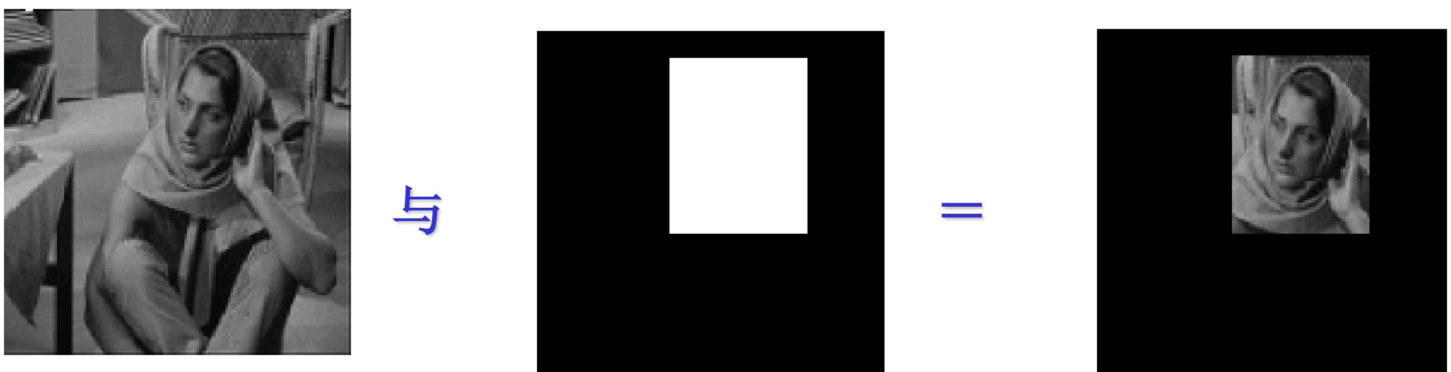
——主要应用举例

获得不相交图像

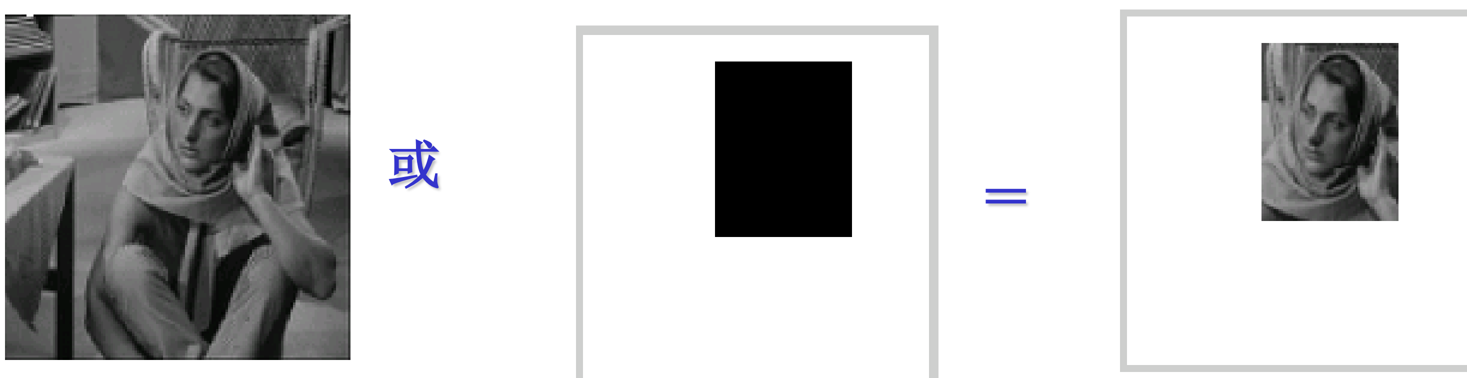


对灰度图像进行逻辑运算，像素值作为一个二进制串处理，按位进行逻辑运算应用：“与”“或”操作通常作为模板，用于提取子图像

两幅图“与” 操作

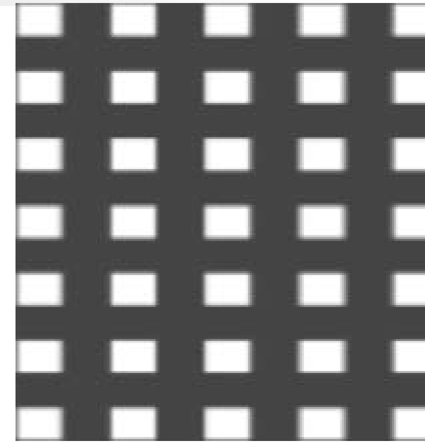


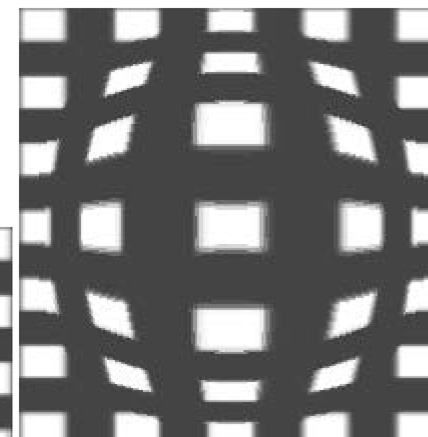
两幅图“或”操作



5. 图像的几何运算

几何运算:
- 空间变换
- 灰度插值





应用
- 实现图像的放、缩、旋转
- 对畸变图像的校正（畸变原因：扫描仪的非线性失真、地球曲率的透视影响、姿态变化或斜视成像）
- 不同来源图像的配准

一. 空间变换

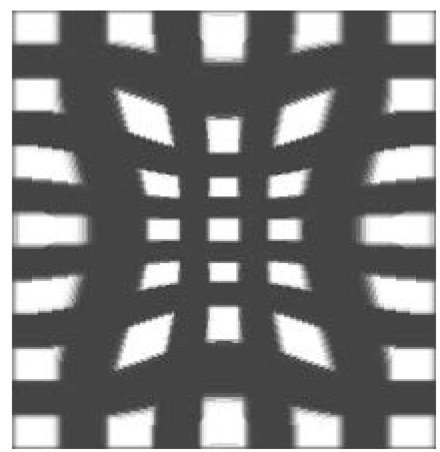
对于原图像$f(x,\ y)$，坐标变换函数

$x' = a(x, y)$; $y' = b(x, y)$

唯一确定了几何变换：

$g(x', y') = f[a(x, y), b(x, y)]$;

$g(x', y')$是目标图象。



一. 空间变换

1. 简单变换:

- 平移
- 旋转
- 镜像：水平镜像、垂直镜像
- 放缩
- 拉伸

(1) 平移变换

将空间点（X, Y, Z）平移到（X’, Y’, Z’）

$$\begin{cases} X' = X + X_0 \\ Y' = Y + Y_0 \\ Z' = Z + Z_0 \end{cases}$$

写成齐次变换矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X_0 \\ 0 & 1 & 0 & Y_0 \\ 0 & 0 & 1 & Z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

即 $V' = TV$

将图像上的点（x, y）平移到（x', y'）

设：X' = x + x_0； y' = y + y_0；

用齐次变换矩阵表示：

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_0 \\ 0 & 1 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

(2)尺度变换：

空间点：

$$S=\begin{bmatrix} S_X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_Y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_Z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad V'=SV$$

图像上点：

a. 水平镜像

设：**X' = -*x*, y' = *y***

用齐次矩阵表示：

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

b. 垂直镜像

设：**X' = *x*, y' = -*y***

用齐次矩阵表示：

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

c. 放缩变换

x方向放缩c倍，y方向放缩d 倍

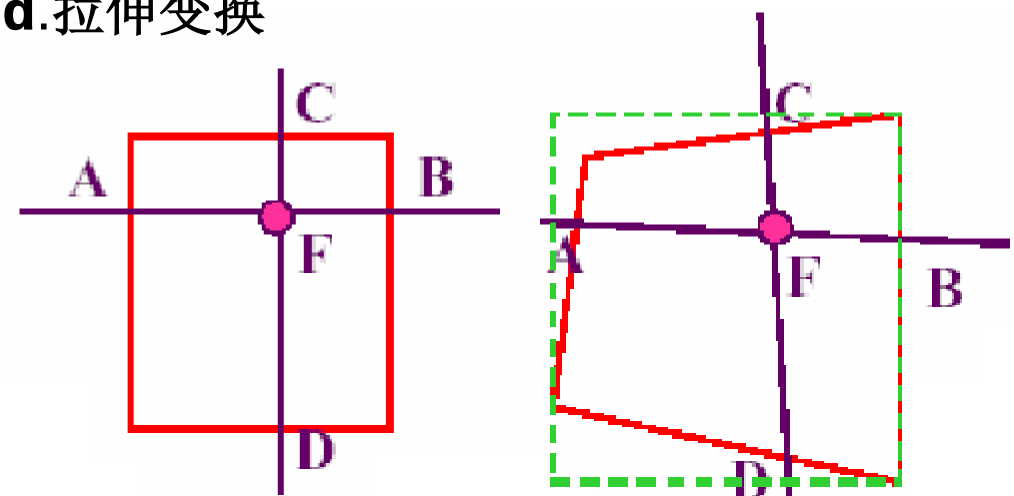
设： **x'** = cx,   **y'** = dy

用齐次矩阵表示：

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

例：$S = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

d.拉伸变换



(3)旋转变换：

空间点：

以X轴顺时针旋转α：

$$\text{旋转矩阵}R_{\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

以Y轴顺时针旋转β：

$$\text{旋转矩阵}R_{\beta} = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

以Z轴顺时针旋转 γ：

$$\text{旋转矩阵}R_{\gamma} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

将空间点A绕空间任一点B旋转需要3个变换：

(1)平移B到原点

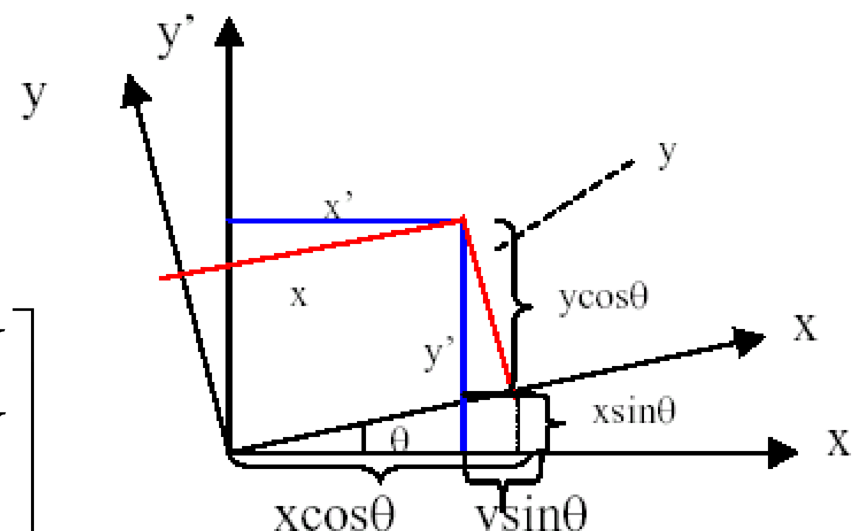
(2)将点A绕原点旋转

(3)平移点B回到原始位置

图像上点：

绕原点顺时针旋转θ角：

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$



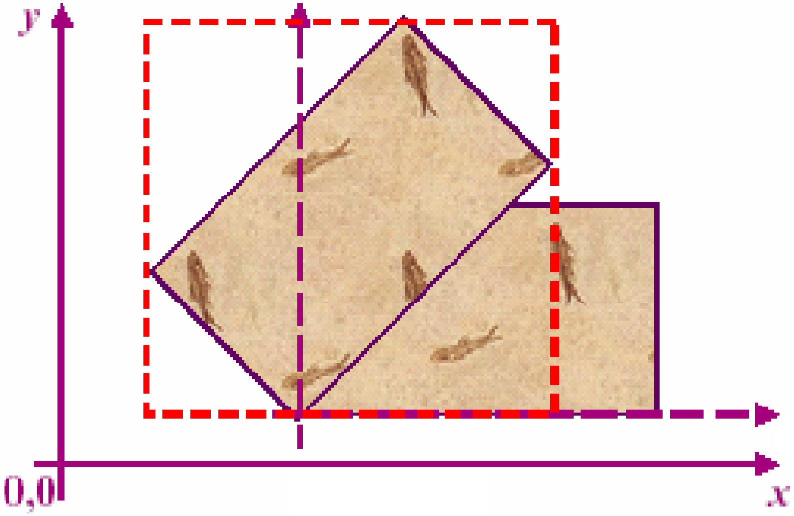
坐标系顺时针旋转（点逆时针）

(4) 级连:

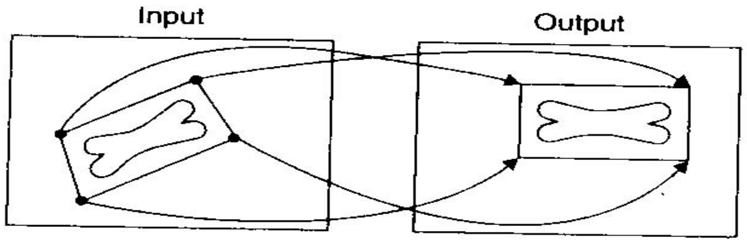
空间点:将一个点(X,Y,Z)平移、放缩、绕Z轴旋转

A=RST

图像上的点:



2.一般变换:多项式卷绕



g(u,v)　　f(x,y)

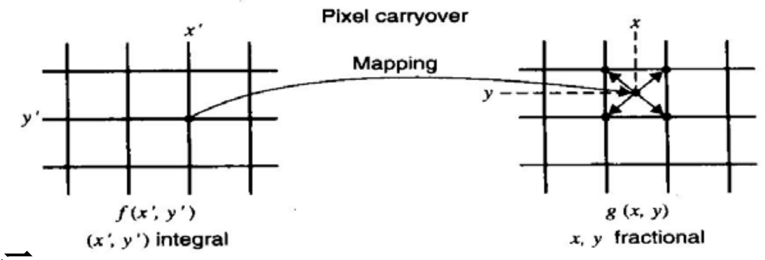
几何运算实现的两种方法:

向前映射计算法

$g(x, y) = f(a(x', y'), b(x', y'))$;

从原图像坐标计算出目标图像坐标

——镜像、平移变换使用这种计算方法



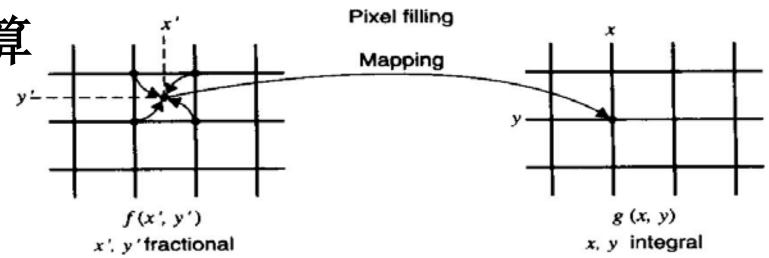
向后映射计算法

$g(a'(x, y), b'(x, y)) = f(x', y')$;

从结果图像的坐标计算原图像的坐标

——旋转、拉伸、放缩可以使用

解决了漏点的问题，出现了马赛克

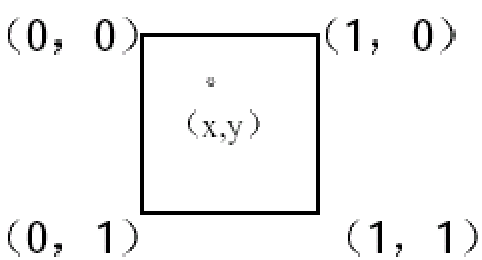


二. 灰度插值

- 最邻近插值法（0阶）
- 双线性插值（一阶插值）
- 高阶插值

(1) 最邻近插值法

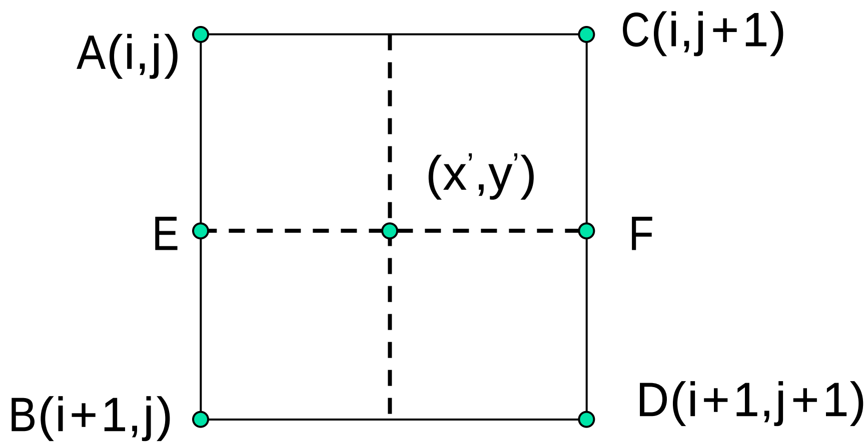
——最邻近点复制



f(x,y)=f(Round(x),Round(y)),其中 Round(x) 为四舍五入函数

(2) 双线性插值（一阶插值）

已知正方形的4个顶点，求正方形内部的点，有双线性方程： $f(x, y) = ax + by + cxy + d$

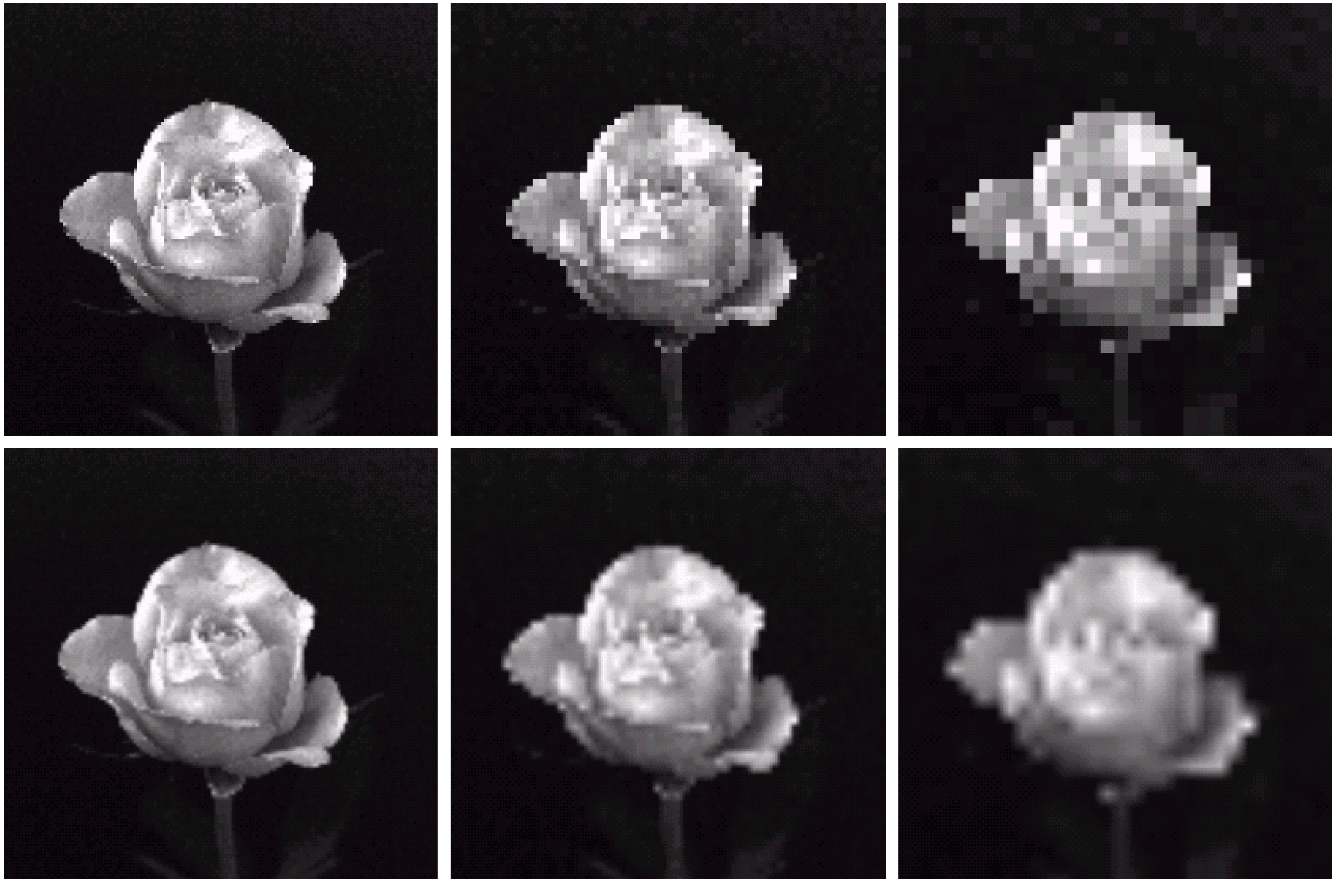


E点的灰度：

$g(E)=(x'-i)[g(B)-g(A)]+g(A)$

$g(F)=(x'-i)[g(D)-g(C)]+g(C)$

$g(x',y')=(y'-j)[g(F)-g(E)]+g(E)$



Top row: images zoomed from 128 × 128, 64 × 64, and 32 × 32 pixels to 1024 × 1024 pixels, using nearest neighbor gray-level interpolation. Bottom row: same sequence, but using bilinear interpolation.

(3) 高阶插值

双线性插值的缺陷:

—平滑作用使图像细节退化，尤其在放大时，不连续性会产生不希望的结果

高阶插值的实现

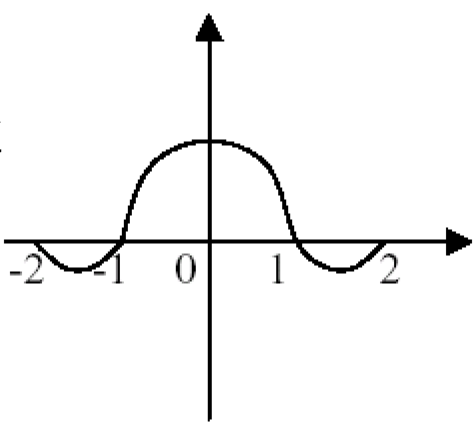
—用三次样条插值, 常用卷积来实现, 将大大增加计算量

理论上最佳插值函数是 $sinc(w) = (\sin w)/w$

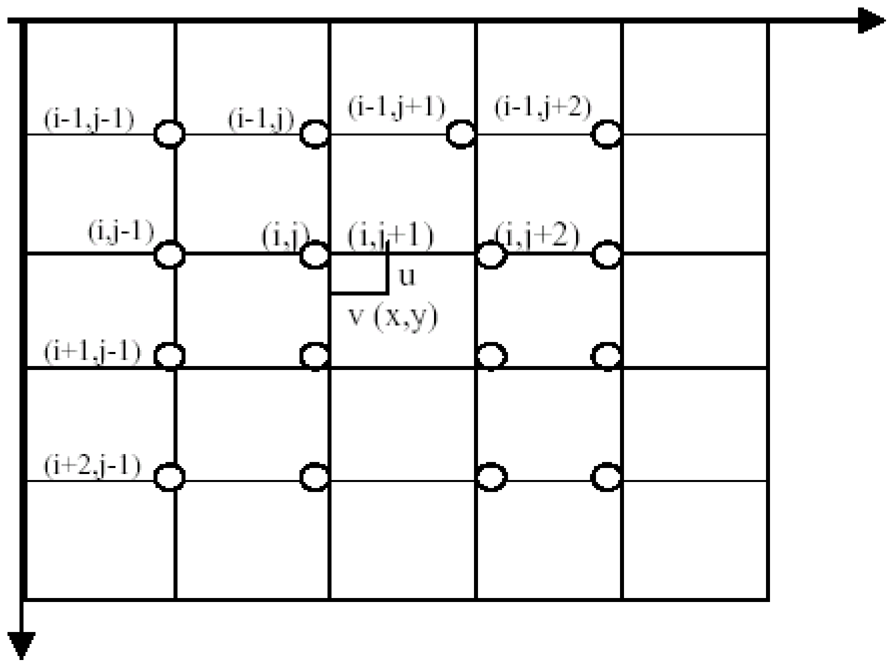
在显示上高斯函数插值

在计算上用三次样条函数 $s(w)$ 插值逼近

$$s(w)=\begin{cases}1-2|w|^2+|w|^3 & |w|<1\\ 4-8|w|+5|w|^2-|w|^3 & 1\le |w|<2\\ 0 & |w|\ge 2\end{cases}$$



- 利用周围十六点插值



三. 应用---几何失真校正

几何失真校正包括2个主要步骤

(1)位置关系

(2)灰度内插

(一) 位置关系

原图像：$f(x, y)$　　失真图像：$g(x', y')$

$x'=s(x, y)$

$y'=t(x, y)$

通过选取控制点对，求出(x', y')与(x, y)坐标之间的关系

(1)为线性失真：

$x'=a_1x+a_2y+a_3$

$y'=b_1x+b_2y+b_3$

6个系数要3个控制点对

为减少误差，选取n>3个控制点对

$$\begin{bmatrix} x_1' \\ x_2' \\ . \\ . \\ . \\ x_n' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \\ x_n & y_n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \\ x_n & y_n & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = (M^T M)^{-1} M^T \begin{bmatrix} x_1' \\ x_2' \\ . \\ . \\ . \\ x_n' \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = (M^T M)^{-1} M^T \begin{bmatrix} y_1' \\ y_2' \\ . \\ . \\ . \\ y_n' \end{bmatrix}$$

(2)为双线性失真：

$$\begin{cases} x' = a_1 xy + a_2 x + a_3 y + a_4 \\ y' = b_1 xy + b_2 x + b_3 y + b_4 \end{cases}$$

8个系数要4个控制点对

为减少误差，选取n>4个控制点对

$$M = \begin{bmatrix} x_1 y_1 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 y_2 & x_2 & y_2 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_n y_n & x_n & y_n & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = (M^T M)^{-1} M^T \begin{bmatrix} x_1' \\ x_2' \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n' \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = (M^T M)^{-1} M^T \begin{bmatrix} y_1' \\ y_2' \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n' \end{bmatrix}$$

(3)为二次校正式：

$$x' = a_1x^2 + a_2y^2 + a_3xy + a_4x + a_5y + a_6$$
$$y' = b_1x^2 + b_2y^2 + b_3xy + b_4x + b_5y + b_6$$

12个系数要6个控制点对

为减少误差，选取n>6个控制点对

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{bmatrix} = (M^TM)^{-1}M^T \begin{bmatrix} x_1' \\ x_2' \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n' \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} x_1^2 & y_1^2 & x_1y_1 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 & y_2^2 & x_2y_2 & x_2 & y_2 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_n^2 & y_n^2 & x_ny_n & x_n & y_n & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \end{bmatrix} = (M^TM)^{-1}M^T \begin{bmatrix} y_1' \\ y_2' \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n' \end{bmatrix}$$

选取控制点对注意：n要大；点在图像上分布要均匀

（二）灰度内插

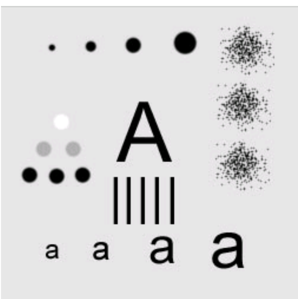
1. 最近邻点法:

取象素点周围四个邻点中距离(x', y')最近的象素点灰度作为(x', y')的灰度。

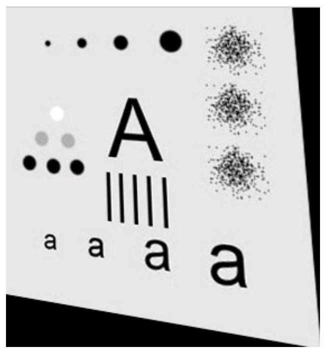
2. 双线性内插法

利用四个邻点的灰度在两个方向上作线性内插

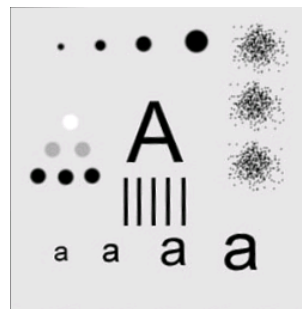
几何失真图像校正：



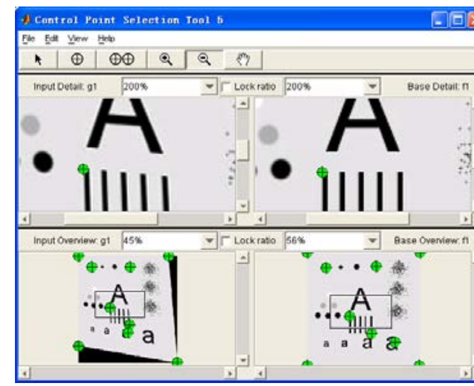
原始图像



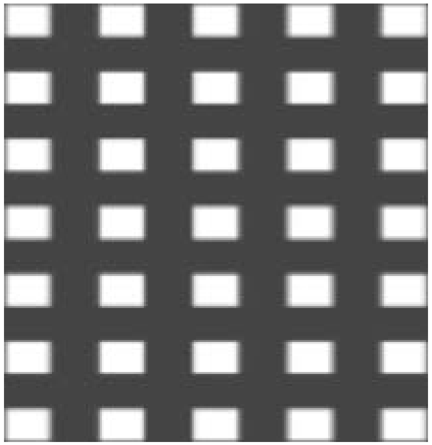
几何失真图像



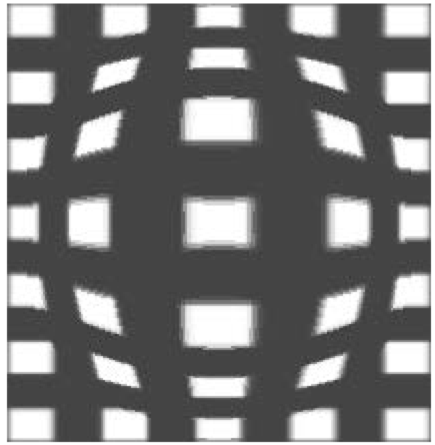
校正图像

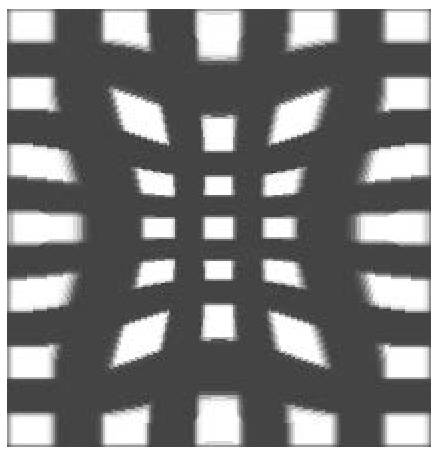


“连控制点”交互选择工具

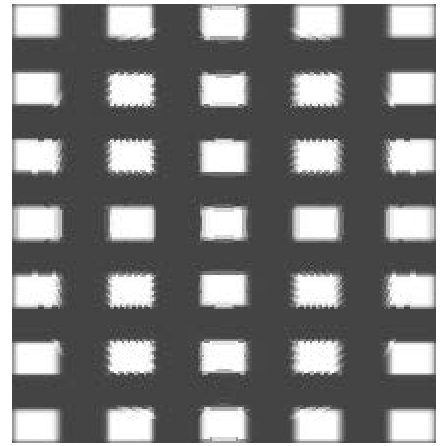


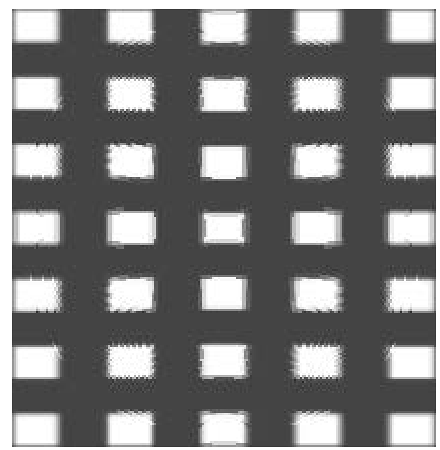
原图





几何畸变图象





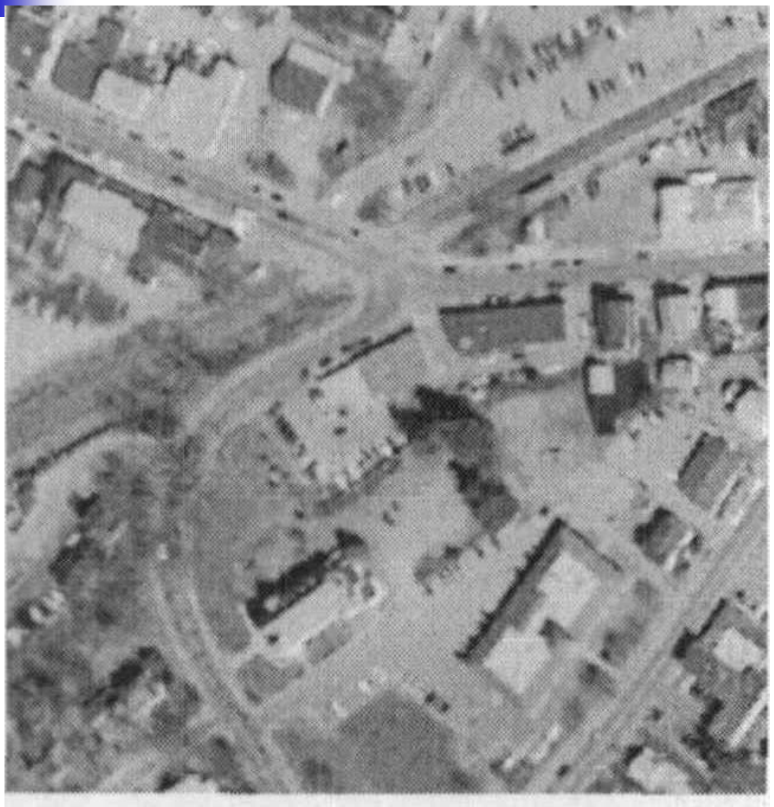
几何校正后图象

图像几何校正实验

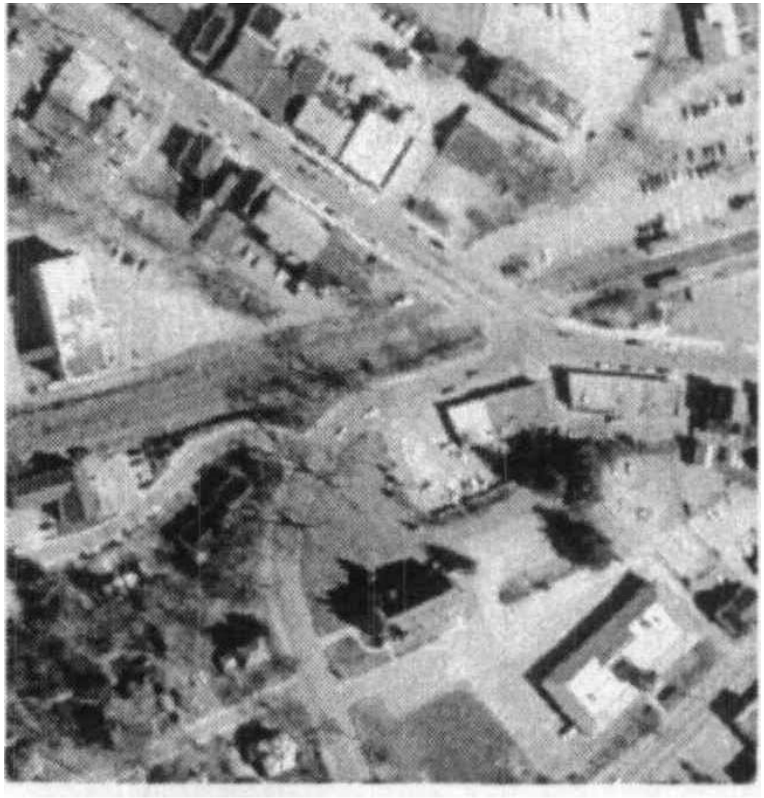
几何畸变图像

几何校正后图像

图像配准实验

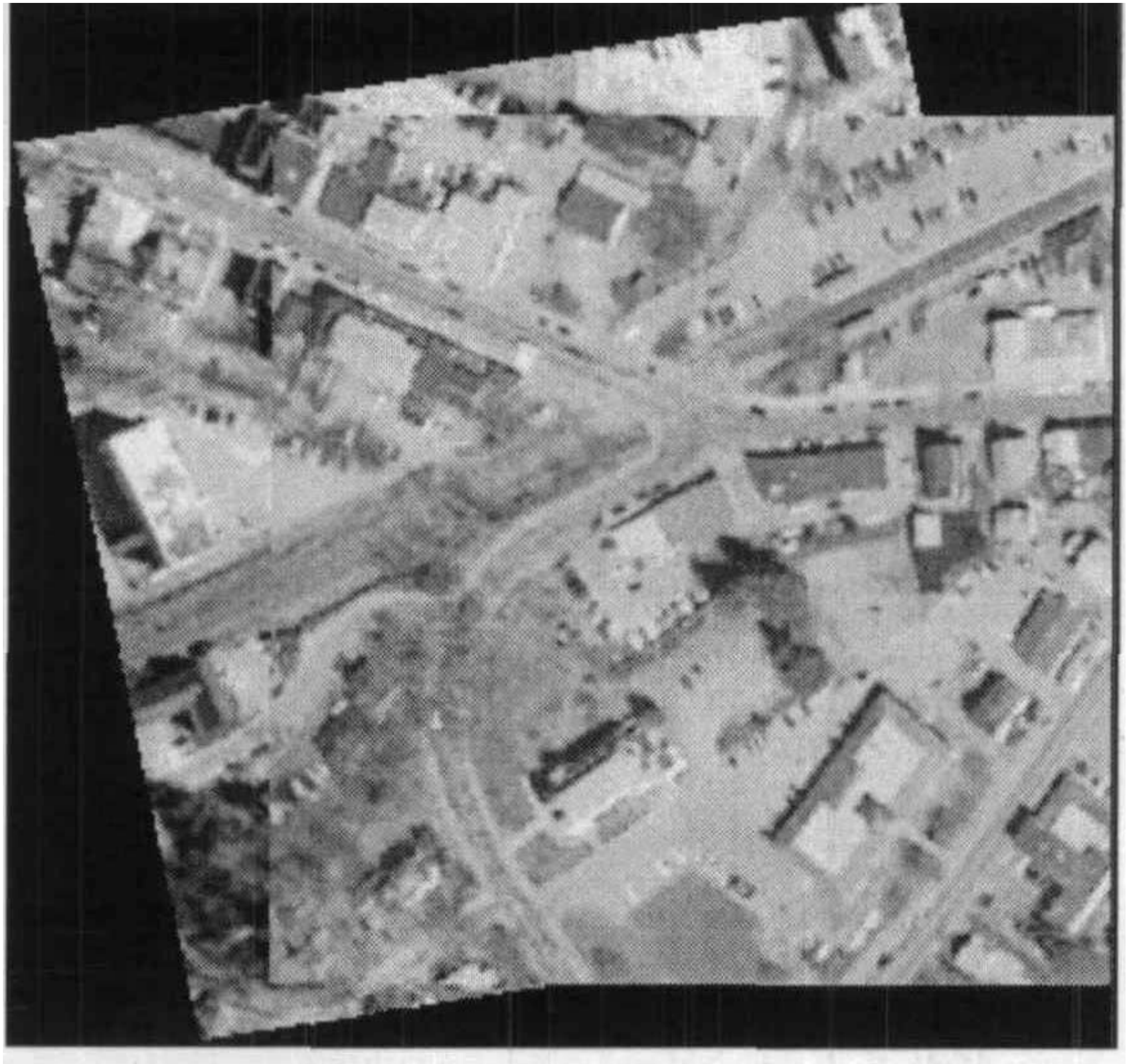


参考图像



待配准图像

图像配准实验



配准结果图像