数字图像处理与分析

Homework 1

吴骏东 PB20111699

2022.3.3

1.空间点(1,2,3)经λ=0.5的镜头透视后的摄像机坐标和图像平面坐标应是什么?

答:

摄像机的笛卡尔坐标为:

$$C = \begin{bmatrix} \frac{\lambda X}{\lambda - Z} & \frac{\lambda Y}{\lambda - Z} & \frac{\lambda Z}{\lambda - Z} \end{bmatrix}^T = (-0.2, -0.4, -0.6)$$

图像平面坐标为:

$$P(x, y) = \begin{bmatrix} \frac{\lambda X}{\lambda - Z} & \frac{\lambda Y}{\lambda - Z} \end{bmatrix}^T = (-0.2, -0.4)$$

2.设有 2个图像子集如下图所示，如果 $v = \{1\}$，判断子集 S 和子集 T 是否：①4—连通；②8—连通；③m—连通。

	S				T				
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	1	1	1

答:

子集 S 是 4-连通的、8-连通的、M-连通的;

子集 T 不是 4-连通的，是8-连通的、M-连通的;

3．考虑如图所示的图像子集：

	3	1	2	1	（q）
	2	2	0	2	
	1	2	1	1	
（p）	1	0	1	2	

（1）令$v=\{0，1\}$**，计算p和q之间通路的D4 ， D8 和Dm长度**

（2）令$v=\{1，2\}$**，计算p和q之间通路的D4 ， D8 和Dm长度**

答：

（1）p 与 q 之间不是 4-连通的；其 8-连通通路的长度为 5；M-连通通路长度为 5.

（2）p 与 q 之间的 4-连通通路长度为 6；8-连通通路长度为 4；M-连通通路长度为 6.

4.给出将图像顺时针旋转45度的变换矩阵，并利用该矩阵旋转图像点(x,y)=(1,0)。

答：对应的旋转矩阵为：

$$R=\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0\\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

旋转前点的坐标为 (x,y)，旋转后点的坐标为(x',y')。于是可得：

$$\begin{bmatrix}x'\\ y'\\ 1\end{bmatrix}=R\begin{bmatrix}x\\ y\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0\\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2}\\ -\frac{\sqrt{2}}{2}\\ 1\end{bmatrix}$$

所以点(x,y)=(1,0)旋转后的点为$(\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2})$

5．设给定如下平移变换矩阵T和尺度变换矩阵S，分别计算对空间点(1,2,3)先平移变换后尺度变换和先尺度变换后平移变换所得到的结果，并进行比较讨论。

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad S = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

答：

先尺度变换，后平移变换：

$$\begin{bmatrix} x^{'} \\ y^{'} \\ z^{'} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x+2 \\ 3y+4 \\ 2z+6 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 10 \\ 12 \\ 1 \end{bmatrix}$$

先平移变换，后尺度变换：

$$\begin{bmatrix} x^{'} \\ y^{'} \\ z^{'} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x+8 \\ 3y+12 \\ 2z+12 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 18 \\ 18 \\ 1 \end{bmatrix}$$

注意到改变变换的顺序得到的结果是不一样的。所以在实际操作时需要按照需求顺序进行计算。

6.给出一个失真图上的三角形区域和校正图上与其对应的三角形区域，这两个三角形的顶点作为对应控制点，建立在线性失真情况下相对应的校正几何形变的空间变换式。

答：

不妨设校正图三角形的三个点坐标为 $A(x_A, y_A)$、$B(x_B, y_B)$、$C(x_C, y_C)$；失真图三角形的三个点坐标为 $A'(x_{A'}, y_{A'})$、$B'(x_{B'}, y_{B'})$、$C'(x_{C'}, y_{C'})$。在线性失真的情况下，原像素坐标(x, y)和失真像素坐标(x', y')的关系式为：

$$\begin{cases} x' = k_1 x + k_2 y + k_3 \\ y' = k_4 x + k_5 y + k_6 \end{cases}$$

令

$$M = \begin{bmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{bmatrix}$$

则有

$$\begin{bmatrix} x_{A'} \\ x_{B'} \\ x_{C'} \end{bmatrix} = M \cdot \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} y_{A'} \\ y_{B'} \\ y_{C'} \end{bmatrix} = M \cdot \begin{bmatrix} k_4 \\ k_5 \\ k_6 \end{bmatrix}$$

反解可得：

$$\begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} = M^{-1} \begin{bmatrix} x_{A'} \\ x_{B'} \\ x_{C'} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} k_4 \\ k_5 \\ k_6 \end{bmatrix} = M^{-1} \begin{bmatrix} y_{A'} \\ y_{B'} \\ y_{C'} \end{bmatrix}$$