# Programmation fonctionnelle

Cours n°7 & 8 : Dessins et fractales

Licence 1 Informatique, Université Paris 8

14 & 21 Novembre 2022

# Formes simples

► On peut dessiner des formes simples en Racket en utilisant le package 2htdp/image, avec la commande

(require 2htdp/image)

## Formes simples

 On peut dessiner des formes simples en Racket en utilisant le package 2htdp/image, avec la commande

(require 2htdp/image)

- Les fonctions de base de ce package sont circle, ellipse, line, triangle, rectangle, square, add-line, add-curve, add-solid-curve, text, text/font et empty-image.
- Les fonctions circle, ellipse, line, etc., permettent de dessiner des formes du même nom.

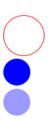
#### Formes simples

 On peut dessiner des formes simples en Racket en utilisant le package 2htdp/image, avec la commande

```
(require 2htdp/image)
```

- Les fonctions de base de ce package sont circle, ellipse, line, triangle, rectangle, square, add-line, add-curve, add-solid-curve, text, text/font et empty-image.
- Les fonctions circle, ellipse, line, etc., permettent de dessiner des formes du même nom.
- La fonction circle prend en paramètres:
  - un rayon, qui est une valeur numérique;
  - un mode de tracé, qui peut être une valeur de transparence variant de 0 à 255. Le mode solid est par défaut la valeur 255. Pour une valeur de transparence de 0, le tracé est invisible. Le mode outline ne trace que le contour du cercle;
  - une couleur, sous la forme d'une chaîne de caractères, en anglais.
- Exemples :

```
(circle 30 "outline" "red")
(circle 20 "solid" "blue")
(circle 20 100 "blue")
```



## Formes simples II

- La fonction ellipse prend en paramètres:
  - une largeur, qui est une valeur numérique (longueur horizontale);
  - une hauteur, qui est une valeur numérique (longueur verticale);
  - un mode de tracé, comme pour un cercle;
  - une couleur:
- ► Exemples :

```
(ellipse 80 20 "outline" "red")
(ellipse 20 40 "solid" "green")
(ellipse 40 40 200 "gray")
```



#### Formes simples II

- La fonction ellipse prend en paramètres:
  - une largeur, qui est une valeur numérique (longueur horizontale);
  - une hauteur, qui est une valeur numérique (longueur verticale);
  - un mode de tracé, comme pour un cercle;
  - une couleur:
- Exemples:

```
(ellipse 80 20 "outline" "red")
(ellipse 20 40 "solid" "green")
(ellipse 40 40 200 "gray")
```



- La fonction line prend en paramètres:
  - une valeur en x (longueur horizontale). Si x=0, la ligne sera verticale;
  - une valeur en y (longueur verticale). Si y = 0, la ligne sera horizontale. Par défaut, les lignes dessinées avec des valeurs en x et y positives sont orientées vers le bas à droite.
  - une couleur;
- **Exemples**:

```
(line 20 40 "red")
(line -40 20 "blue")
(line -60 -60 "green")
```



## Formes simples III

- La fonction square (resp. rectangle) prend en paramètres:
  - une largeur, qui est une valeur numérique correspondant à un côté; (resp. une largeur et une longueur);
  - un mode de tracé, comme pour un cercle;
  - une couleur:
- ► Exemples :

```
(square 40 "outline" "red")
(square 50 100 "yellow")
(square 30 "solid" "blue")
```



## Formes simples III

- La fonction square (resp. rectangle) prend en paramètres:
  - une largeur, qui est une valeur numérique correspondant à un côté; (resp. une largeur et une longueur);
  - un mode de tracé, comme pour un cercle;
  - une couleur:
- ► Exemples :

```
(square 40 "outline" "red")
(square 50 100 "yellow")
(square 30 "solid" "blue")
```

- La fonction add-line permet de superposer des lignes sur un dessin en cours: l'image sur laquelle est superposée la ligne est passée en premier paramètre; et les paramètres suivants concernant l'ajout de la ligne en question.
- ► Cette fois, il faut donner les coordonnées de départ (en x et en y) et d'arrivée de la ligne à tracer: il y a donc 5 paramètres.

```
(add-line (square 40 "solid" "gray")
0 80 80 0 "red")
```



## Formes simples IV

▶ On peut aussi ajouter plusieurs lignes à un dessin en cumulant l'utilisation de *addline*, par exemple:



#### Formes simples IV

On peut aussi ajouter plusieurs lignes à un dessin en cumulant l'utilisation de addline, par exemple:



- ► La fonction add-curve permet de tracer des courbes en les ajoutant sur une figure existante: elle prend 10 paramètres:
  - le premier est l'image concernée par l'ajout du tracé de la courbe;
  - ▶ 4 d'entre eux sont les coordonnées de départ, incluant la valeur en x, la valeur en y, l'angle en degré et la durée de conservation de cet angle;
  - les 4 suivants sont les coordonnées d'arrivée, selon le même principe;
  - le dernier est la couleur de tracé.

```
(add-curve (square 40 "solid" "blue") 0 40 135 2 0 0 -45 2 "red")
```



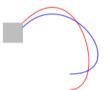
▶ On peut aussi cumuler les tracés comme précédemment:

```
(add-curve (square 30 "solid" "gray") 30 30 45 1 100 100 180 0.5 "red") 30 30 45 1 100 100 180 1 "blue")
```

## Formes simples V

- Attention avec add-curve : les coordonnées de départ placent les tracés à partir des dimensions du dessin en cours; ainsi l'ajout d'un tracé peut modifier les dimensions du sessin en cours et placer à des positions différentes des tracés ayant les mêmes coordonnées de départ.
- Exemples:
  - ▶ Dans le carré bleu de la slide précédente, tracé la courbe rouge symétrique de l'autre côté du carré, il faut modifier les coordonnées: ce ne sera pas (40,40) et (40,0).
  - Ci-dessous, la courbe rouge agrandit la taille du dessin et modifie la position de départ de la courbe bleue.

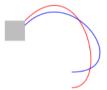
```
(add-curve
  (add-curve (square 30 "solid" "gray")
  30 0 45 1 100 100 180 0.5 "red")
30 30 45 1 100 100 180 1 "blue")
```



#### Formes simples V

- Attention avec add-curve : les coordonnées de départ placent les tracés à partir des dimensions du dessin en cours; ainsi l'ajout d'un tracé peut modifier les dimensions du sessin en cours et placer à des positions différentes des tracés ayant les mêmes coordonnées de départ.
- Exemples:
  - ▶ Dans le carré bleu de la slide précédente, tracé la courbe rouge symétrique de l'autre côté du carré, il faut modifier les coordonnées: ce ne sera pas (40,40) et (40,0).
  - Ci-dessous, la courbe rouge agrandit la taille du dessin et modifie la position de départ de la courbe bleue.

```
(add-curve
(add-curve (square 30 "solid" "gray")
30 0 45 1 100 100 180 0.5 "red")
30 30 45 1 100 100 180 1 "blue")
```



La fonction **empty-image** correspond au tracé d'un carré blanc de côté 0: ainsi, superposer les deux courbes précédentes avec coordonnées de départ en (0,0) équivaut à placer l'ordonnée de départ de la deuxième courbe au point le plus haut de la première.

```
(add-curve
(add-curve empty-image
0 0 45 1 100 100 180 0.5 "red")
0 30 45 1 100 100 180 1 "blue")
```



## Superposer des dessins

Les fonctions overlay et underlay permettent de superposer des dessins de toutes formes. Les deux dessins sont superposés centrés; avec underlay: le premier paramètre est une sous-couche du second; avec overlay: le premier est une sur-couche du second.



## Superposer des dessins

Les fonctions overlay et underlay permettent de superposer des dessins de toutes formes. Les deux dessins sont superposés centrés; avec underlay: le premier paramètre est une sous-couche du second: avec overlay: le premier est une sur-couche du second.

```
(underlay (square 80 "solid" "blue")
          (circle 40 "solid" "red"))
(overlay (circle 40 "solid" "green")
         (square 100 100 "orange"))
```



 Les fonctions overlay/xy et underlay/xy permettent de préciser des décalages entre les dessins superposés:

```
(underlay/xy (square 80 "solid" "gray")
             (square 40 "solid" "blue"))
(overlay/xy (square 40 "solid" "red")
            (square 80 "solid" "gray"))
(overlay/xy (square 80 "solid" "gray")
            (square 40 "solid" "red"))
```



Les valeurs x et y en deuxième ligne définissent le décalage du second par rapport au premier. Avec underlay/xy, le premier est une sous-couche, donc le second peut cacher partiellement le premier; avec overlay/xy, le premier est une sur-couche, donc le premier peut cacher partiellement le second.

#### Première fonction de dessin

On va définir une fonction qui génère un nombre *n* de tracés aléatoires:

```
(define (rline n)
  (if (= n 0)
       empty-image
       (underlay
        (line (random 100) (- (random 200) 100) "black")
        (rline (- n 1)))))
(rline 10)
```



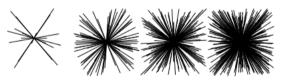
ightharpoonup On va définir une fonction qui génère un nombre n de tracés aléatoires:

```
(define (rline n)
  (if (= n 0)
       empty-image
       (underlay
       (line (random 100) (- (random 200) 100) "black")
       (rline (- n 1)))))
(rline 10)
```



On peut ensuite afficher différents résultats de cette fonction en utilisant underlay/xy ou overlay/xy:

```
(underlay/xy
  (underlay/xy
    (underlay/xy
    (rline 10)
    100 0 (rline 50))
200 0 (rline 100))
300 0 (rline 200))
```



Ici, les deux fonctions fournissent le même résultat puisqu'avec le décalage de 100 en x imposé, les figures obtenues ne s'intersectent pas.

#### Placement de dessins

- Il est également possible de placer les images les unes par rapport aux autres à l'aide des fonctions:
  - above verticalement vers le bas;
  - ▶ above/align verticalement vers le bas avec un alignement à gauche ou à droite;
  - beside horizontalement vers la gauche;
  - beside/align idem avec alignement à gauche ou à droite. Pour les fonctions avec align, il faut ajouter une string qui précise l'alignement 'right', 'left', 'top' ou 'bottom'.

Exemples:





(beside (rline 10) (rline 50)) (above (rline 10) (rline 50))

▶ Remarque : En fait, ces fonctions de placement acceptent des listes de dessins comme arguments: par exemple, (above '(A B C)) indiquerait de placer A au dessus de B au dessus de C.

## **Alignement**

▶ Voici un exemple d'utilité des fonctions d'alignement:



## **Alignement**

▶ Voici un exemple d'utilité des fonctions d'alignement:



▶ Ici, on va d'abord superposer verticalement le carré bleu et le gris, puis placer le carré rouge à côté de cette nouvelle figure. Mais on remarque que ce carré est centré par rapport à la figure composée des deux carrés précédents. Mieux:



## **Alignement**

▶ Voici un exemple d'utilité des fonctions d'alignement:

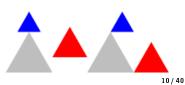
```
(beside (above (square 40 "solid" "blue")
(square 80 "solid" "gray"))
(square 60 "solid" "red"))
```



▶ Ici, on va d'abord superposer verticalement le carré bleu et le gris, puis placer le carré rouge à côté de cette nouvelle figure. Mais on remarque que ce carré est centré par rapport à la figure composée des deux carrés précédents. Mieux:



Les placements sont définis par rapport au rectangle englobant une figure: par exemple, si on reprend les placements précédents avec des triangles:



## Ajout de texte

- La fonction **text** permet d'ajouter du texte dans un dessin. Elle prend en paramètres une chaîne de caractères qui est le texte à ajouter, une valeur numérique qui représente la taille du texte, et une couleur.
- Exemple : Voici une instruction permettant d'ajouter un petit carré rouge et un petit carré bleu en surcouche d'un grand carré gris:

```
(underlay/xy (underlay/xy
  (square 250 "solid" "lightgray")
  20 20 (square 20 "solid" "red"))
200 200 (square 20 "solid" "blue"))
```

On peut ajouter deux textes en ajoutant deux fonctions underlay/xy et les deux commandes suivantes:

```
(underlay/xy (underlay/xy (underlay/xy
(square 250 "solid" "lightgray")
20 20 (square 20 "solid" "red"))
50 20 (text "A" 16 "red"))
200 200 (square 20 "solid" "blue"))
230 200 (text "B" 16 "blue"))
```

La fonction **text/font** permet de préciser taill de font, famille et style, par exemple:

```
(text/font "A" 16 "red" "times" 'italic 'bold \#t)
```

## Triangles, polygones

- La fonction triangle définit un triangle équilatéral avec pour paramètres une taille de côté, le mode de tracé et la couleur
- On peut aussi tracer différents types de triangles, notamment des isocèles ou des triangles rectangles.
- **Exemples**:

```
(right-triangle 40 50 "solid" "Cyan")
(isosceles-triangle 60 50 "solid" "Purple")
```



## Triangles, polygones

- La fonction triangle définit un triangle équilatéral avec pour paramètres une taille de côté, le mode de tracé et la couleur.
- ➤ On peut aussi tracer différents types de triangles, notamment des isocèles ou des triangles rectangles.
- **Exemples**:

```
(right-triangle 40 50 "solid" "Cyan")
(isosceles-triangle 60 50 "solid" "Purple")
```

Liste des principaux polygones traçables, et des paramètres requis:

(triangle side-length mode color)	pour un triangle équilatéral
(right-triangle side-length1	pour un triangle rectangle
side-length2 mode color)	
(isosceles-triangle side-length angle	pour un triangle isocèle
mode color)	
(square side-len mode color)	pour un carré
(rectangle width height mode color)	pour un rectangle

## Couleurs

▶ Voici la liste des principaux mots-clés de couleurs utilisables en Racket:

Tomato, Red, Pink, Brown, Orange, Gold, Yellow, Green, Turquoise, Cyan, Blue, Indigo, Purple, White, LightGray, Silver, Gray, DarkGray, Black

#### **Couleurs**

▶ Voici la liste des principaux mots-clés de couleurs utilisables en Racket:

Tomato, Red, Pink, Brown, Orange, Gold, Yellow, Green, Turquoise, Cyan, Blue, Indigo, Purple, White, LightGray, Silver, Gray, DarkGray, Black

Il est également possible de définir une couleur à partir de 3 ou 4 paramètres:

(color r g b) ou (color r g b a)

avec r,g, b représentant respectivement les teintes de rouge, vert et bleu de la couleur, et a représentant la transparence, allant de 0 (complètement transparent) à 255 (complètement opaque). La valeur par défaut de a est 255.

#### **Couleurs**

Voici la liste des principaux mots-clés de couleurs utilisables en Racket:

Tomato, Red, Pink, Brown, Orange, Gold, Yellow, Green, Turquoise, Cyan, Blue, Indigo, Purple, White, LightGray, Silver, Gray, DarkGray, Black

Il est également possible de définir une couleur à partir de 3 ou 4 paramètres:

```
(color r g b) ou (color r g b a)
```

avec r,g, b représentant respectivement les teintes de rouge, vert et bleu de la couleur, et a représentant la transparence, allant de 0 (complètement transparent) à 255 (complètement opaque). La valeur par défaut de a est 255.

Exemple:

```
(define (A alpha) (square 100 "solid" (color 200 0 0 alpha)))
(define B (circle 50 "solid" (color 0 200 0)))
(beside (underlay B (A 255))
(underlay B (A 200))
(underlay B (A 100))
(underlay B (A 50))
(underlay B (A 0)))
```



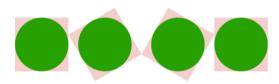
#### Rotation d'un dessin

La fonction rotate permet d'appliquer une rotation sur un dessin; elle prend deux paramètres: un angle a de rotation et une figure f.

(rotate a f)

Exemple:

```
(define (C a) (rotate a (square 100 "solid" (color 200 0 0 50))))
(define D (circle 50 "solid" (color 0 200 0)))
(beside (underlay D (C 0)) (underlay D (C 30))
(underlay D (C 60)) (underlay B (C 90)))
```



## Sauvegarder un dessin dans un fichier

La fonction save-image permet de sauvegarder un dessin dans un fichier au format .png.

```
(save-image
  (underlay/xy
  (underlay/xy
     (rline 10)
     100 0 (rline 50))
200 0 (rline 100))
300 0 (rline 200))
"imagel.png")
```

a pour effet d'enregistrer la figure dessinée dans le répertoire courant du projet Racket, sous le nom image1.png.

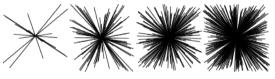
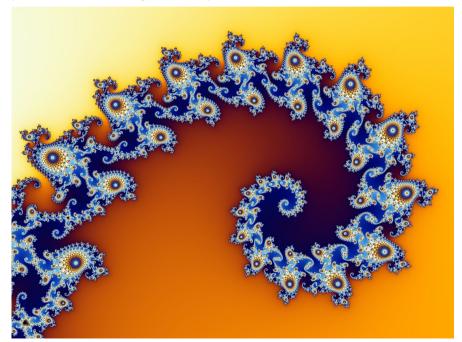


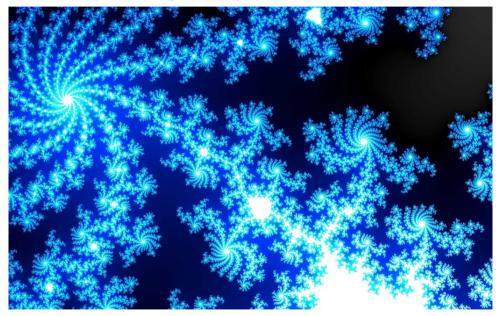
Figure: Image image1.png enregistrée

Notez que un appel à la fonction save-image retourne #t en fin d'exécution, pour indiquer que l'image s'est bien enregistrée.

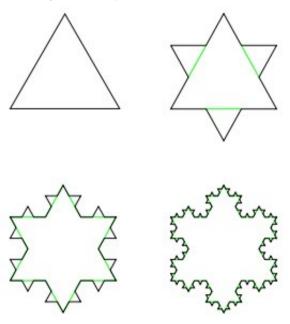










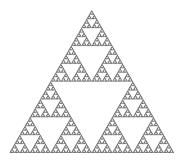


## Triangle de Sierpiñski

- Le triangle de Sierpiñski est une fractale construite à partir d'un triangle équilatéral.
- ▶ Idée : Considérer les milieux des 3 côtés du triangle, puis supprimer le triangle interne constitué des 3 milieux, et répéter ce processus pour tous les triangles restants.

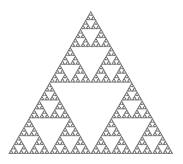
## Triangle de Sierpiñski

- Le **triangle de Sierpiñski** est une fractale construite à partir d'un triangle équilatéral.
- ▶ Idée : Considérer les milieux des 3 côtés du triangle, puis supprimer le triangle interne constitué des 3 milieux, et répéter ce processus pour tous les triangles restants.



# Triangle de Sierpiñski

- Le triangle de Sierpiñski est une fractale construite à partir d'un triangle équilatéral.
- ▶ Idée : Considérer les milieux des 3 côtés du triangle, puis supprimer le triangle interne constitué des 3 milieux, et répéter ce processus pour tous les triangles restants.



► La construction de ce triangle est récursive: pour construire le triangle suivant, il suffit de répéter trois fois le précédent: deux alignés horizontalement, puis le troisième juxtaposé verticalement.

# Triangle de Sierpiñski II

Exemple 1: Tests en gardant la même longueur de triangle au fil des appels récursifs: la taille du dessin est multipliée par 2 à chaque étape.

```
(beside/align "bottom"(sierpinski 0 20)
(sierpinski 1 20)
(sierpinski 2 20)
(sierpinski 3 20)
(sierpinski 4 20))
```



# Triangle de Sierpiñski II

Exemple 1: Tests en gardant la même longueur de triangle au fil des appels récursifs: la taille du dessin est multipliée par 2 à chaque étape.

```
(beside/align "bottom"(sierpinski 0 20)
(sierpinski 1 20)
(sierpinski 2 20)
(sierpinski 3 20)
(sierpinski 4 20))
```



▶ Exemple 2: Tests en divisant par 2 la longueur des triangles au fil des appels récursifs: la taille du dessin est conservée, et les triangles sont de plus en plus petits.

```
(beside (sierpinski 3 40)
(sierpinski 4 20)
(sierpinski 5 10))
```

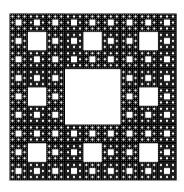


# Tapis de Sierpiñski

- Le tapis de Sierpiñski est une fractale construite à partir d'un carré.
- ▶ Idée : Voir le carré comme une grille de 3 × 3 (séparée en 9 sous-carrés, puis retirer le carré central, et répéter ce processus.

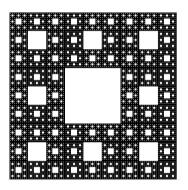
# Tapis de Sierpiñski

- Le tapis de Sierpiński est une fractale construite à partir d'un carré.
- ▶ Idée : Voir le carré comme une grille de 3 × 3 (séparée en 9 sous-carrés, puis retirer le carré central, et répéter ce processus.



# Tapis de Sierpiñski

- Le tapis de Sierpiński est une fractale construite à partir d'un carré.
- ▶ Idée : Voir le carré comme une grille de 3 × 3 (séparée en 9 sous-carrés, puis retirer le carré central, et répéter ce processus.



La construction de ce tapis est récursive: pour construire le tapis suivant, il suffit prendre le tapis précédent, noté C, et de le répéter selon le schéma

C

# Tapis de Sierpiñski II

► On définir d'abord le carré noir de base, avec un paramètre de longueur, et on peut même rajouter un paramètre de couleurs pour intégrer les variantes noir/blanc et blanc/noir.

```
(define (sierpinski0 d col)
  (square d "solid" col))
```

On définit ensuite la procédure récursive, en dessinant ligne par ligne avec un above.

Notez que les fonctions sierp-line0 et sierp-line1 définissent les deux types de ligne: la première trace une ligne de trois carrés précédents avec l'alternance de couleur; la seconde trace une ligne de trois carrés mais le second garde la même couleur, autrement dit il restera soit noir, soit blanc.

```
(define (sierp-line0 n d col0 col1)
(beside (sierpinski n d col0 col1)
(sierpinski n d col0 col1)
(sierpinski n d col0 col1)
(sierpinski n d col0 col1)))
(sierpinski n d col0 col1)))
```

# Tapis de Sierpiñski III

▶ Exemple 1: Tests en gardant la même longueur de carré au fil des appels récursifs: la taille du dessin est multipliée par 3 à chaque étape. Le choix de couleur est noir, blanc.

```
(beside/align "bottom"

(sierpinski 0 10 "black" "white")

(sierpinski 1 10 "black" "white")

(sierpinski 2 10 "black" "white")

(sierpinski 3 10 "black" "white"))
```

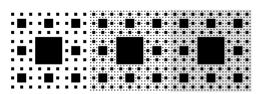
# Tapis de Sierpiñski III

► Exemple 1: Tests en gardant la même longueur de carré au fil des appels récursifs: la taille du dessin est multipliée par 3 à chaque étape. Le choix de couleur est noir, blanc.

```
(beside/align "bottom"
(sierpinski 0 10 "black" "white")
(sierpinski 1 10 "black" "white")
(sierpinski 2 10 "black" "white")
(sierpinski 3 10 "black" "white"))
```

► Exemple 2: Tests en divisant par 3 la longueur des carrés au fil des appels récursifs: la taille du dessin est conservée, et les carrés sont de plus en plus petits. Le choix de couleur est blanc, noir.

```
(beside
  (sierpinski 3 9 "white" "black")
  (sierpinski 4 3 "white" "black")
  (sierpinski 5 1 "white" "black"))
```



# Manipulation d'images pixel par pixel

- L'utilisation du package 2htdp/image permet de manipuler des images: une image est une matrice/tableau à double entrées de pixels. Pour chaque pixel, on a 4 composantes r g b a.
- La fonction bitmap permet de charger une image .png ou .jpg dans Racket. Il faut lui indiquer en paramètre le chemin d'accès à l'image.
- ► Exemple : Déposer l'image nuages.png dans le dossier courant.

(bitmap "nuages.png")



# Manipulation d'images pixel par pixel

- L'utilisation du package 2htdp/image permet de manipuler des images: une image est une matrice/tableau à double entrées de pixels. Pour chaque pixel, on a 4 composantes r g b a.
- ► La fonction bitmap permet de charger une image .png ou .jpg dans Racket. Il faut lui indiquer en paramètre le chemin d'accès à l'image.
- Exemple : Déposer l'image nuages.png dans le dossier courant.

```
(bitmap "nuages.png")
```



▶ Voici ci-dessous un exemple de fonction permettant de modifier l'image. On va mettre l'image en gris en stockant dans chaque pixel la même couleur correspondant à la moyenne des composantes r g b.



# Manipulation d'images pixel par pixel II

- Pour manipuler des images, on utiliser principalement les fonctions:
  - image->color-list qui permet de récupérer la liste des couleurs contenues dans une image; par exemple,

```
(image->color-list (bitmap "nuages.png"))
donne la liste de toutes les couleurs différentes contenues dans nuages.png, et il y en a
beaucoup!
```

color-list->bitmap qui permet de créer une image à partir d'une liste de couleurs. Elle prend en paramètres cette liste, ainsi que la taille horizontale et verticale de l'image.

#### Exemples:

```
(scale 50
(color-list->bitmap (list "red" "green" "blue") 3 1))

(scale 100
(color-list->bitmap
(list "red" "green" "blue" "red") 3 2))
```

- Remarques :
  - ▶ Il est également possible de charger une image à partir d'une url avec la fonction bitmap/url.
  - On pourra utiliser le prédicat image? pour savoir si un élément est une image, et image-color? pour savoir si un élément est un pixel.

# Manipulation d'images pixel par pixel III

On va définir une fonction de construction d'une image conformément à une fonction f dépendent des coordonnées x et y:

```
(define (mk-image-line y fun width)
  (define (f x)
    (if (= x width)
        empty
        (cons (fun x y) (f (addl x)))))
(f 0))

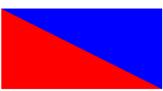
(define (mk-image fun width height)
    (define (f y L)
        (if (= y height)
              (color-list->bitmap L width height)
              (f (addl y) (append L (mk-image-line y fun width)))))
(f 0 empty))
```

# Manipulation d'images pixel par pixel III

On va définir une fonction de construction d'une image conformément à une fonction f dépendent des coordonnées x et y:

On peut ensuite l'appliquer à une fonction qui va colorier le triangle inférieur gauche en rouge, et le supérieur droit en bleu:

```
(define (rgb-fun x y)
  (if (= y 0)
        (color 0 0 255)
        (if (< (/ x y) 2)
              (color 255 0 0)
              (color 0 0 255))))
(mk-image rgb-fun 400 200)</pre>
```



# Manipulation d'images pixel par pixel III

On va définir une fonction de construction d'une image conformément à une fonction f dépendent des coordonnées x et y:

On peut ensuite l'appliquer à une fonction qui va colorier le triangle inférieur gauche en rouge, et le supérieur droit en bleu:

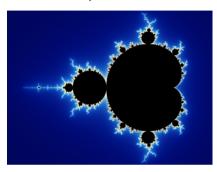


On peut superposer une image vectorielle avec les fonctions de dessin précédentes:

```
(overlay (circle 100 "solid" "gold") (mk-image rgb-fun 400 200))
```

- On va pouvoir dessiner des fractales avec la fonction mk-image, en utilisant des nombres complexes.
- ▶ Un nombre complexe est un nombre de la forme a + ib où a et b sont des nombres réels et i est un nombre appelé imaginaire pur, vérifiant  $i^2 = -1$ .
- On peut se servir d'un tel nombre pour représenter un point dans le plan de coordonnées (a, b).
  - ▶ On dit que a est la partie réelle de a + ib, et b est sa partie imaginaire.
- ▶ Un nombre complexe peut aussi être écrit sous la forme  $z = \rho e^{i\theta}$  où  $\rho$  est un nombre réel positif mesurant la distance entre (0,0) et le point associé à z, et  $\theta$  est l'angle entre l'axe horizontal et la droite reliant (0,0) au point associé à z.
- Si  $z=a+ib=\rho e^{i\theta}$ , alors  $a=\rho\cos(\theta),\,b=\rho\sin(\theta),\qquad \qquad \rho=\sqrt{a^2+b^2},\,\,\theta=2\arctan\left(\frac{b}{a+\sqrt{a^2+b^2}}\right)$
- ▶ La fonction (make-rectangular a b) permet de définir le nombre complexe a + ib. La fonction real-part permet de récupérer la partie réelle d'un complexe; la fonction imag-part permet de récupérer la partie imaginaire.
- La fonction (make-polar rho theta) permet de définir un complexe de forme polaire  $\rho e^{i\theta}$ . La fonction magnitude permet de récupérer la valeur de  $\rho$ ; la fonction angle permet de récupérer la valeur de  $\theta$ .

L'ensemble de Mandelbrot est un fractale qui ressemble à:



 Cet ensemble est défini par une suite récurrente: on part d'un complexe z<sub>0</sub>, et ensuite on itère avec

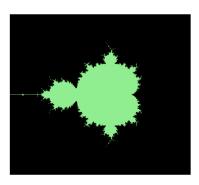
$$z_n = z_{n-1}^2 + c$$

où c est un nombre complexe donné.

On fixe une distance maximale m. Après n itérations, on regarde la distance la distance à l'origine des points obtenus: les positions de départ  $z_0$  ayant un  $z_n$  qui est à distance supérieur à m sont coloriés d'une couleur; les  $z_0$  dont le  $z_n$  sont situés à distance inférieure à m sont coloriés d'une autre couleur.

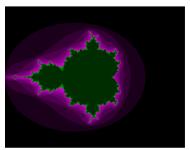
(define maxite 20)
(define maxdist 2.0)

- Selon le point de départ  $z_0$ , la suite  $z_n$  sera bornée (quand la distance ne dépasse pas la valeur limite) ou non bornée (quand la distance croît avec n).
- On va regarder cette distance après 20 itérations:
  - ▶ la fonction f1 va calculer le terme suivant de la suite  $(z_n)$ ;
  - ▶ la fonction ite-in retourne le nombre k pour lequel  $z_k$  est à distance inférieure à maxdist;
  - le calcul est limité à maxite itérations: si après maxite itérations on a une distance inférieure à maxdist, on retourne maxite.



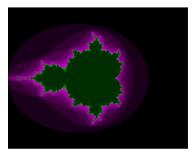
▶ Pour ajouter un dégradé sur les valeurs inférieures à 10 et un dégradé sur les valeurs supérieures à 10, on modifie la fonction f en testant le nombre d'itérations pour être au delà de la distance maxdist.

```
(define (f x y)
(let ([nx (/ (- x 320) 160.0)]
        [ny (/ (- y 240) 140.0)]
        [nite (ite-in (make-rectangular nx ny) f1)])
    (if (< nite 10)
        (color (* nite 26) 0 (* nite 26))
        (color 0 (- 255 (* nite 10)) 0))))
(mk-image f 640 480)</pre>
```



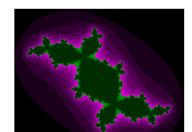
Pour ajouter un dégradé sur les valeurs inférieures à 10 et un dégradé sur les valeurs supérieures à 10, on modifie la fonction f en testant le nombre d'itérations pour être au delà de la distance maxdist

```
(define (f x y)
(let ([nx (/ (- x 320) 160.0)]
      [nv (/ (- v 240) 140.0)]
      [nite (ite-in (make-rectangular nx ny) fl)])
 (if (< nite 10)
      (color (* nite 26) 0 (* nite 26))
      (color 0 (- 255 (* nite 10)) 0))))
(mk-image f 640 480)
```



- ▶ En modifiant la fonction £1, c'est-à-dire en itérant avec d'autres nombres complexes c la fonction  $z^2 + c$ , on obtient d'autres fractales.
- Le lapin de Douady:

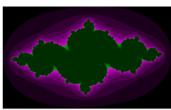
```
(define (f1 z z0)
 (+ (* z0 z0) -0.124-0.758i))
```



### ► Deux ensembles de Julia avec

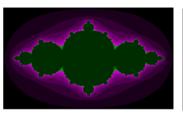
```
(define (f1 z z0)
  (+ (* z0 z0) -0.75 + 0.0i))
(define (f2 z z0)
  (+ (* z0 z0) -0.75+0.1i))
```

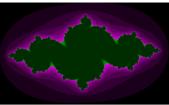




#### ► Deux ensembles de Julia avec

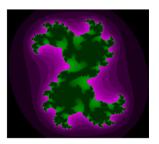
```
(define (f1 z z0)
 (+ (* z0 z0) -0.75 + 0.0i))
(define (f2 z z0)
 (+ (* z0 z0) -0.75+0.1i))
```





#### ► Un dragon avec

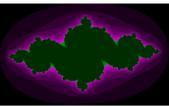
```
(define (f1 z z0)
(+ (* z0 z0) 0.4-0.192i))
```



Deux ensembles de Julia avec

```
(define (f1 z z0)
 (+ (* z0 z0) -0.75 + 0.0i))
(define (f2 z z0)
 (+ (* z0 z0) -0.75+0.1i))
```



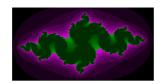


► Un dragon avec

```
(define (f1 z z0)
(+ (* z0 z0) 0.4-0.192i))
```

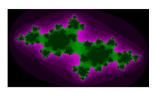


► Un autre dragon avec



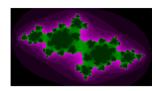
► Des iles avec

```
(define (f1 z z0)
(+ (* z0 z0) -0.683-0.408i))
```



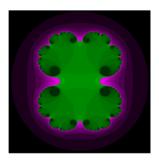
► Des iles avec

```
(define (f1 z z0)
(+ (* z0 z0) -0.683-0.408i))
```



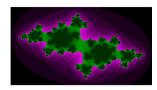
► Un trèfle avec

```
(define (f1 z z0)
(+ (* z0 z0) 0.3))
```



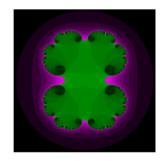
► Des iles avec

```
(define (f1 z z0)
(+ (* z0 z0) -0.683-0.408i))
```



► Un trèfle avec

```
(define (f1 z z0)
(+ (* z0 z0) 0.3))
```



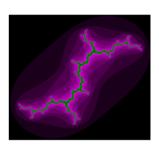
► Un autre trèfle avec

```
(define (fl z z0)
(+ (* z0 z0) 0.285+0.01i))
```



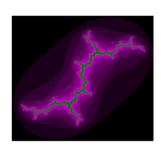
► Une **dendrite** avec

```
(define (f1 z z0)
(+ (* z0 z0) 0.0+i))
```

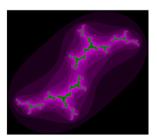


► Une dendrite avec

```
(define (f1 z z0)
(+ (* z0 z0) 0.0+i))
```



► Une autre dendrite avec



### Dessiner avec des tortues I

Les tortues (package turtle, aussi disponible en Python) présentent une interface ludique de dessin au travers d'un animal que l'on va faire se déplacer. Pour utiliser les tortues, il faut utiliser la commande

(require graphics/turtles)

#### Dessiner avec des tortues I

Les tortues (package turtle, aussi disponible en Python) présentent une interface ludique de dessin au travers d'un animal que l'on va faire se déplacer. Pour utiliser les tortues, il faut utiliser la commande

(require graphics/turtles)

- Fonctions principales:
  - (turtles #t) pour activer et désactiver les tortues;
  - $\triangleright$  (draw n) pour tracer un trait de n pixels dans la direction de la tortue;
  - (erase n) pour effacer n pixels;
  - (move n) pour déplacer la tortue de n pixels sans tracé;
  - **turn theta**) pour tourner la tortue d'un angle de  $\theta$  degrés;
  - $\blacktriangleright$  (turn/radians theta) pour tourner la tortue d'un angle de  $\theta$  radians;
  - (clear) pour tout effacer;
  - (home) pour replacer la tortue à sa position initiale;
  - (save-turtle-bitmap "img.png" "png") pour sauvegarder le dessin dans le fichier img.png.

#### Dessiner avec des tortues I

Les tortues (package turtle, aussi disponible en Python) présentent une interface ludique de dessin au travers d'un animal que l'on va faire se déplacer. Pour utiliser les tortues, il faut utiliser la commande

```
(require graphics/turtles)
```

- Fonctions principales :
  - ► (turtles #t) pour activer et désactiver les tortues;
  - (draw n) pour tracer un trait de n pixels dans la direction de la tortue;
  - (erase n) pour effacer n pixels;
  - (move n) pour déplacer la tortue de n pixels sans tracé;
  - **(turn theta)** pour tourner la tortue d'un angle de  $\theta$  degrés;
  - **(turn/radians theta)** pour tourner la tortue d'un angle de  $\theta$  radians;
  - (clear) pour tout effacer;
  - **(home)** pour replacer la tortue à sa position initiale;
  - (save-turtle-bitmap "img.png" "png") pour sauvegarder le dessin dans le fichier img.png.
- Pour simplifier l'écriture, on va définir les fonctions D, M et T correspondant respectivement à draw, move et turn.

```
(require graphics/turtles)
(turtles #t)
(define M move)
(define T turn)
(define D draw)
```

#### Dessiner avec des tortues II

- La fonction begin permet de définir une séquence de fonctions à appeler, permettant ainsi de définir une suite de déplacements.
- Exemple:

lci, la tortue avance de *side*, se tourne de 90°, avance de side, se tourne de 90°, avance de side, se tourne de 90°, avance de side; autrement dit, elle trace un carré de taille side à partir de sa position initiale.

#### Dessiner avec des tortues II

- La fonction begin permet de définir une séquence de fonctions à appeler, permettant ainsi de définir une suite de déplacements.
- Exemple:

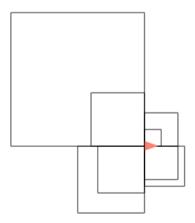
lci, la tortue avance de *side*, se tourne de 90°, avance de side, se tourne de 90°, avance de side, se tourne de 90°, avance de side; autrement dit, elle trace un carré de taille side à partir de sa position initiale.

S'ouvre alors une fenêtre dans laquelle apparaît le tracé. On remarque que la tortue est revenue à sa position initiale, mais elle est maintenant dirigée vers le bas, puisque le dernier côté tracé est celui à gauche. Si on trace une nouvelle figure, la tortue démarrera dans cette direction.

### Dessiner avec des tortues III

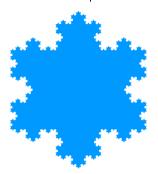
► Si on poursuit l'exemple précédent:

```
(draw-sqr 50)
(draw-sqr 60)
(draw-sqr 70)
(draw-sqr 80)
(draw-sqr 25)
(draw-sqr 50)
(draw-sqr 100)
(draw-sqr 200)
```



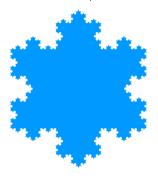
## Flocon de Koch

► Le **flocon de Koch** est une fractale qui se construit à partir d'un triangle, en subdivisant les segments en trois morceaux, et en réalisant un pic sur le morceau du milieu.



### Flocon de Koch

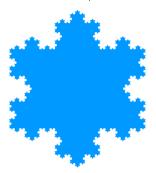
Le **flocon de Koch** est une fractale qui se construit à partir d'un triangle, en subdivisant les segments en trois morceaux, et en réalisant un pic sur le morceau du milieu.



Pour tracer le flocon, il faut ainsi dessiner un morceau du segment, tourner de  $60^{\circ}$ , dessiner un autre morceau, tourner de  $-120^{\circ}$ , dessiner un autre morceau, tourner de 60, et dessiner un dernier morceau.

#### Flocon de Koch

► Le **flocon de Koch** est une fractale qui se construit à partir d'un triangle, en subdivisant les segments en trois morceaux, et en réalisant un pic sur le morceau du milieu.



- Pour tracer le flocon, il faut ainsi dessiner un morceau du segment, tourner de  $60^{\circ}$ , dessiner un autre morceau, tourner de  $-120^{\circ}$ , dessiner un autre morceau, tourner de 60, et dessiner un dernier morceau
- ► Voici ci-dessous le programme permettant de réaliser cette subdivision en pics:

```
(define (draw-koch side)
(begin (D side)
(T 60)
(D side)
(T -120)
(D side)
(T 60)
(D side)))
```

4日 > 4周 > 4 至 > 4 至 >

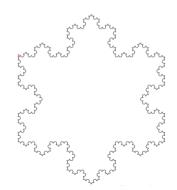
### Flocon de Koch II

Puis la fonction permettant d'itérer ce procédé *n* fois:

#### Flocon de Koch II

Puis la fonction permettant d'itérer ce procédé *n* fois:

▶ Pour dessiner le flocon de Koch complet, il faut intégrer le dessin d'un triangle en réutilisant la fonction draw-koch2:

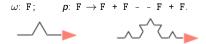


## Interprètes et L-systèmes I

- Les fractales et les L-systèmes (pour systèmes de Lindenmayer, modélisant le développement des plantes et des bactéries) ont donné lieu à un système particulier d'écriture de suites de symboles interprétables par des déplacements de tortue.
- Liste des déplacements couramment utilisés:
  - F pour avancer d'un pas;
  - + pour tourner dans le sens horaire d'un angle prédéfini;
  - pour tourner dans le sens anti-horaire;
  - | pour faire demi-tour;
  - [ pour sauvegarder sa position courante;
  - pour restaurer la dernière position sauvegardée.

### Interprètes et L-systèmes I

- Les fractales et les L-systèmes (pour systèmes de Lindenmayer, modélisant le développement des plantes et des bactéries) ont donné lieu à un système particulier d'écriture de suites de symboles interprétables par des déplacements de tortue.
- Liste des déplacements couramment utilisés:
  - F pour avancer d'un pas;
  - + pour tourner dans le sens horaire d'un angle prédéfini;
  - pour tourner dans le sens anti-horaire;
  - Dour faire demi-tour:
  - [ pour sauvegarder sa position courante;
  - la pour restaurer la dernière position sauvegardée.
- A partir de ces symboles, deux ensembles définissent les L-systèmes:
  - $\triangleright$  Une suite initiale de symboles, notée  $\omega$ ;
  - Des règles de réécriture permettant de faire évoluer la suite initiale de génération en génération. notées p.
  - Exemple : Le flocon de Koch peut se définir par le L-système suivant:

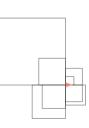


# Interprètes et L-systèmes II

- Après génération de la suite de symboles au cran désiré, il faut interpréter cette suite en tracés réalisés par des mouvements de tortue.
- On va considérer les éléments à tracer comme des listes d'éléments, définir une fonction interprete qui réalise le tracé correspondant à un élément, et une fonction process qui appelle la fonction interprete pour chacun des éléments de la liste.

# Interprètes et L-systèmes II

- Après génération de la suite de symboles au cran désiré, il faut **interpréter** cette suite en tracés réalisés par des mouvements de tortue.
- ► On va considérer les éléments à tracer comme des listes d'éléments, définir une fonction interprete qui réalise le tracé correspondant à un élément, et une fonction process qui appelle la fonction interprete pour chacun des éléments de la liste.
- ► Reprenons le premier exemple des carrés successifs: il s'agit d'avoir des listes de taille de côté de carré dont on réalise le tracé en séquence.
  - La fonction process prend les éléments de cette liste un à un et réalise les dessins correspondant en appelant la fonction interprete à chaque étape.
  - Pour une valeur passée en paramètre, la fonction interprete dessine un carré avec cette valeur pour taille de côté.



# Interprètes et L-systèmes III

▶ Reprenons l'exemple du flocon de Koch, dont le L-système est donné par

```
\omega: F; \rho: F \rightarrow F + F - - F + F.
```

On va modifier la fonction interperete en passant en paramètre un symbole et une traille de tracé; si le symbole est inconnu (différent de F, + et -), la tortue ne se déplace pas.

```
(define (interprete e d)
  (cond
     ((equal? e #\F) (draw d))
     ((equal? e #\+) (turn 60))
     ((equal? e #\-) (turn -60))
     (else (turn 0))))
```

Reprenons l'exemple du flocon de Koch, dont le L-système est donné par

```
\omega: F; p: F \rightarrow F + F - - F + F.
```

On va modifier la fonction interperete en passant en paramètre un symbole et une traille de tracé; si le symbole est inconnu (différent de F, + et -), la tortue ne se déplace pas.

```
(define (interprete e d)
  (cond
     ((equal? e #\F) (draw d))
     ((equal? e #\+) (turn 60))
     ((equal? e #\-) (turn -60))
     (else (turn 0))))
```

- On va créer 3 fonctions génératrices develop, develop-elt et generate:
  - ▶ develop-elt permet de remplacer un caractère F de la suite par la séquence F + F - F + F;
  - develop remplace chaque F de la liste en appelant develop-elt;
  - generate produit les générations d'indice n, dans une liste que l'on passera en argument de process.

## Interprètes et L-systèmes III

Fonctions generate et process:

```
(define (generate L n)
    (if (= n 0)
          (develop L)
          (develop (generate L (- n 1)))))

(define (process L d)
    (if (= (length L) 1)
          (interprete (car L) d)
          (begin (interprete (car L) d) (process (cdr L) d))))
```

Fonctions generate et process:

▶ On démarre alors d'une liste à un élément contenant le symbole F, puis on peut générer les listes suivantes avec la fonction generate. À chaque génération, on divisera la longueur de tracé par 2 pour avoir un dessin de dimension constante.

```
(move (* -1 (/ turtle-window-size 2)))
(define start (list #\F))
(process (generate start 0) 20)
(process (generate start 1) 10)
(process (generate start 2) 5)
(process (generate start 3) 2)
```