基本再生産数
Basic reproduction number R_0

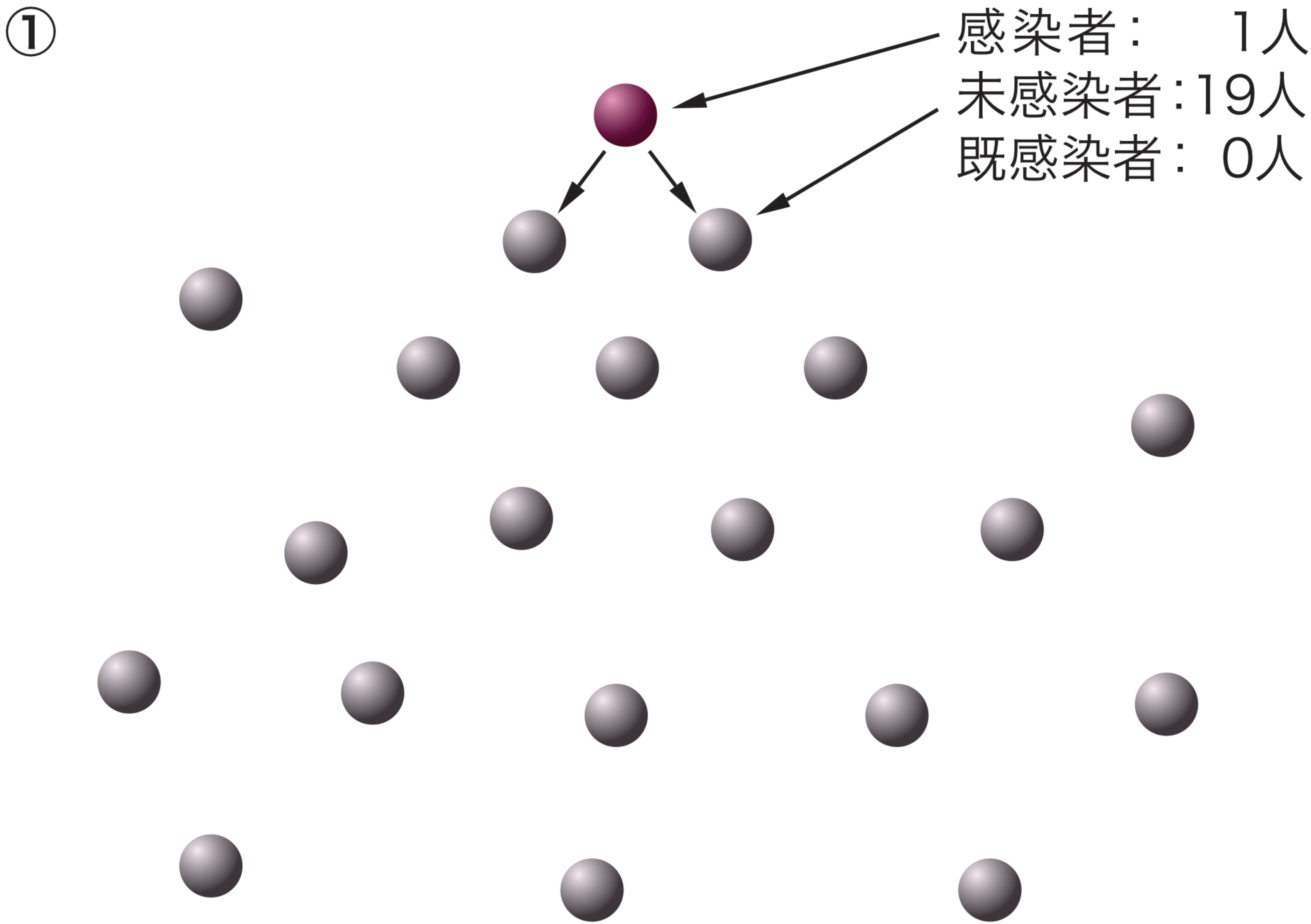
Chaochen Wang | 王　超辰
公衆衛生学講座

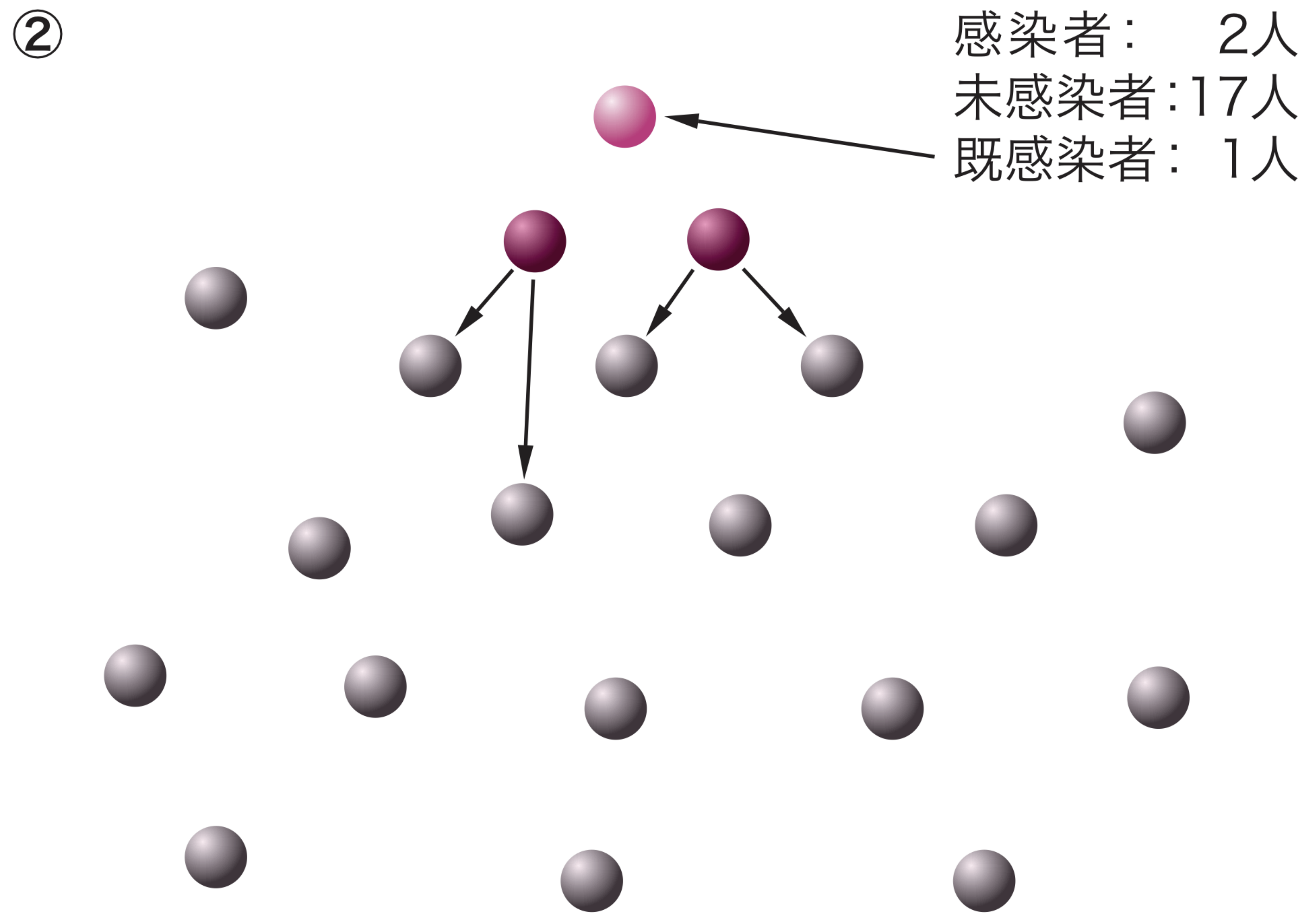
2020-07-29（水）1限

感染症の感染モデル

- 20人の集団の中で1人が感染者となった。
- 1人が2人に感染させる力があるとする。
- 人の出入りのない、すなわち
  出生、死亡がなく、
  引っ越しもない集団とする。

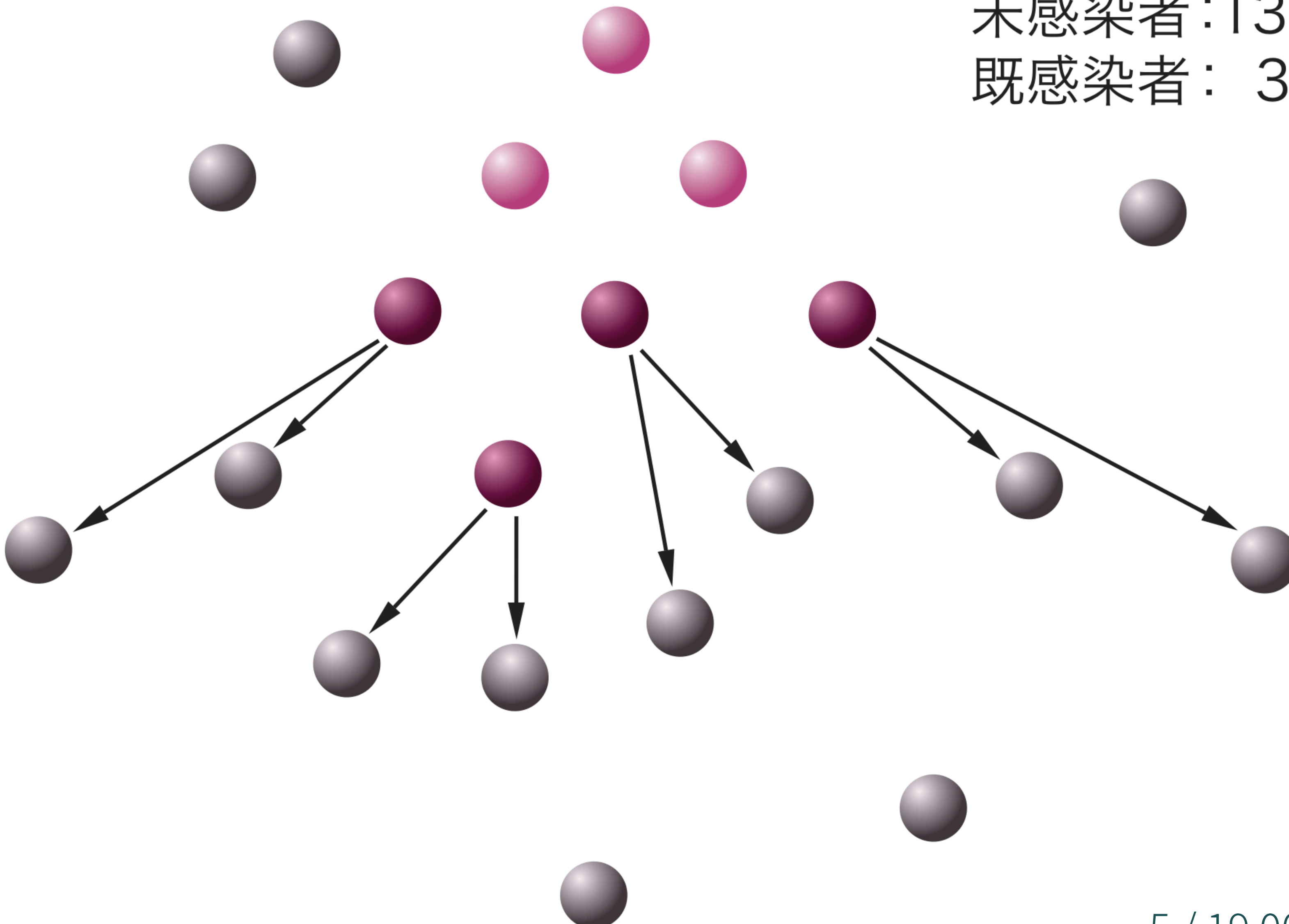
最終的には、感染者は何人になるか？


①
感染者：　1人
未感染者：19人
既感染者：0人


②
感染者：　2人
未感染者：17人
既感染者：　1人

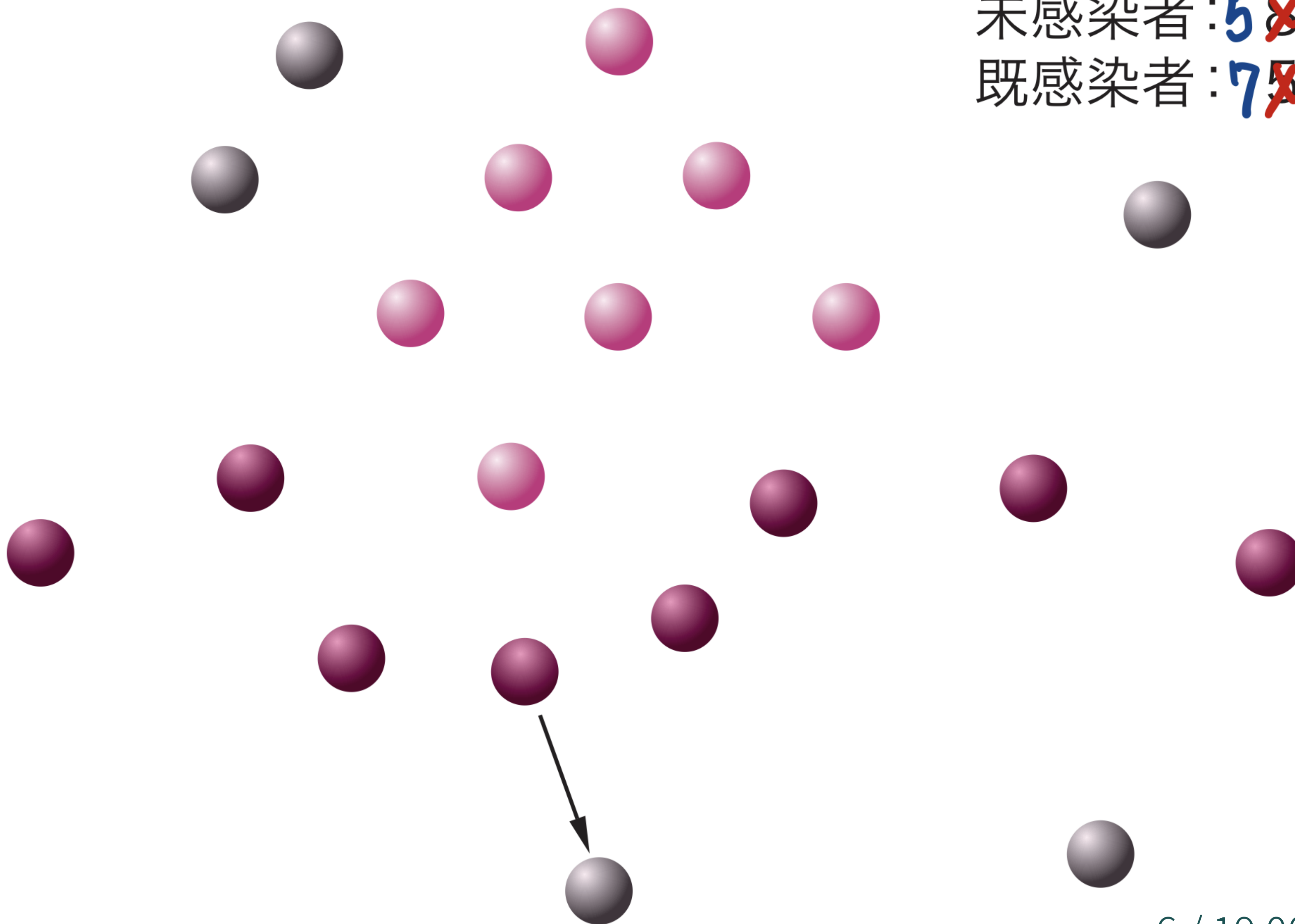
③

感染者：　4人
未感染者:13人
既感染者：3人



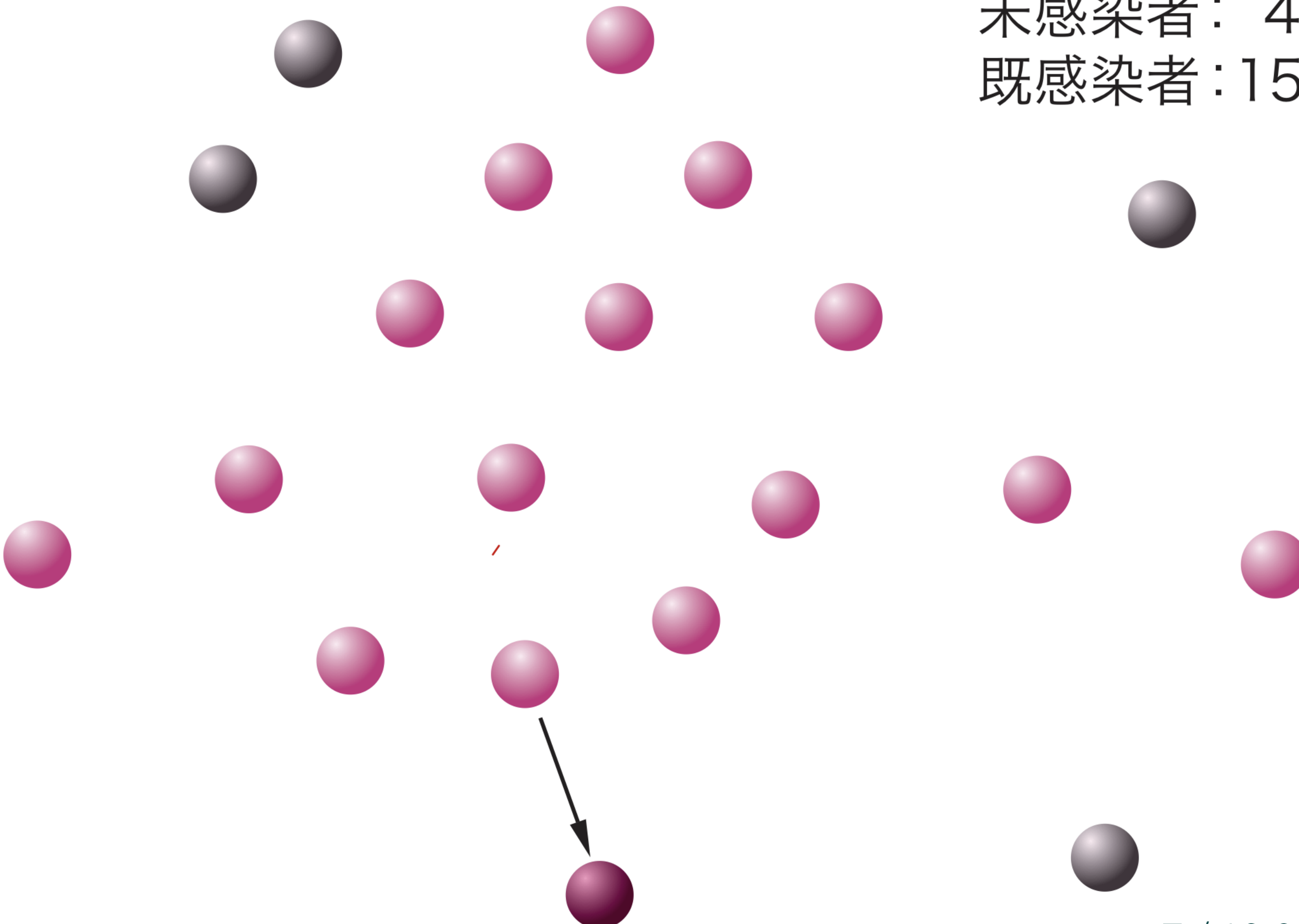
④

感染者： 8~~7~~人
未感染者：5~~8~~人
既感染者：7~~5~~人



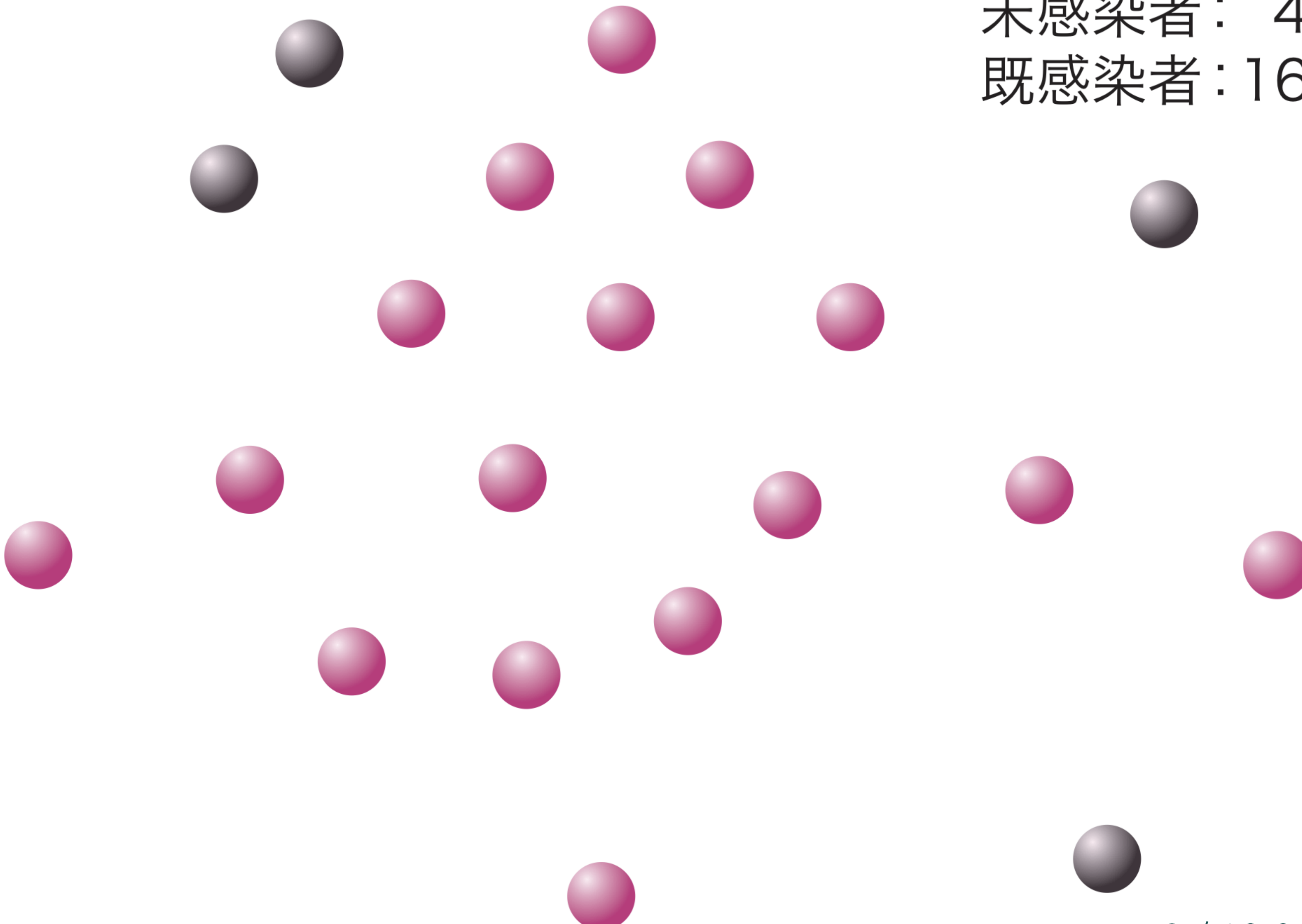
⑤

感染者：　1人
未感染者：4人
既感染者：15人



⑥

感染者：　0人
未感染者：4人
既感染者：16人



間接予防効果 (herd immunity)

- 次々と感染者は増えていくが
- 未感染者の数が減るに従って
- 既感染者が増えることによって
- 感染者の数は減少に向かう
- 最終的に未感染者を残したまま
  感染流行は終息する

SIR モデル (1)

人口は3つの集団に分類される：

- S: Susceptible 未感染者数
  感染する可能性がある集団
- I: Infectious 感染者数
  症状あり、伝染しうる期間である集団
- R: Recover 回復者数
  感染後回復し免疫状態がある集団

SIR モデル (2)

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\beta S(t)I(t)$$
$$\frac{dI(t)}{dt} = \beta S(t)I(t) - \gamma I(t)$$
$$\frac{dR(t)}{dt} = \gamma I(t)$$

- β: 感染確率
  （1人の感染者が1人に1日でうつす確率）
- γ: 回復率
  （1日で5人に1人回復するなら $\gamma = 0.2$）

SIR モデル (3)

感染が始まったばかりの時は（初期状態）
$S(t) = S_0$ として置き換える

$$\frac{dI(t)}{dt} = \beta S(t)I(t) - \gamma I(t)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \beta S_0 I(t) - \gamma I(t)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = (\beta S_0 - \gamma)I(t)$$

$$\Rightarrow I(t) = I_0 e^{(\beta S_0 - \gamma)t}$$

基本再生産数 $\mathfrak{R}_0$

$$I(t) = I_0 e^{(\beta S_0 - \gamma)t} = I_0 e^{(\frac{\beta S_0}{\gamma} - 1)\gamma t}$$

$$\mathfrak{R}_0 = \frac{\beta S_0}{\gamma}$$

$\mathfrak{R}_0$ は基本再生産数と呼ぶ。$\mathfrak{R}_0$ は1人の感染者が何人の未感染者に感染させる期待値

$$\mathfrak{R}_0 \begin{cases} > 1 & \text{感染が拡大する} \\ < 1 & \text{感染が自然に終息する} \end{cases}$$

例：1000 人の集団に新興感染症を持った1人が侵入

- 感染確率：$\beta = 0.00015 \times 12 = 0.0018$
  - 一度の接触で感染する確率が0.00015と仮定する
  - 1人が1日平均他人と12回接触があると仮定する
- 回復率: 1日で1人が回復すると仮定する $\gamma = 1$
- 1日あたりの未感染者数の変化
  $\frac{dS(t)}{dt} = -\beta S(t) I(t) = 0.0018 \times 1000 \times 1 = -1.8$
- 1日あたりの感染者数の変化
  $\frac{dI(t)}{dt} = \beta S(t) I(t) - \gamma I(t) = 1.8 - 1 \times 1 = 0.8$
- 1日あたりの既感染者数の変化
  $\frac{dR(t)}{dt} = \gamma I(t) = 1$

例

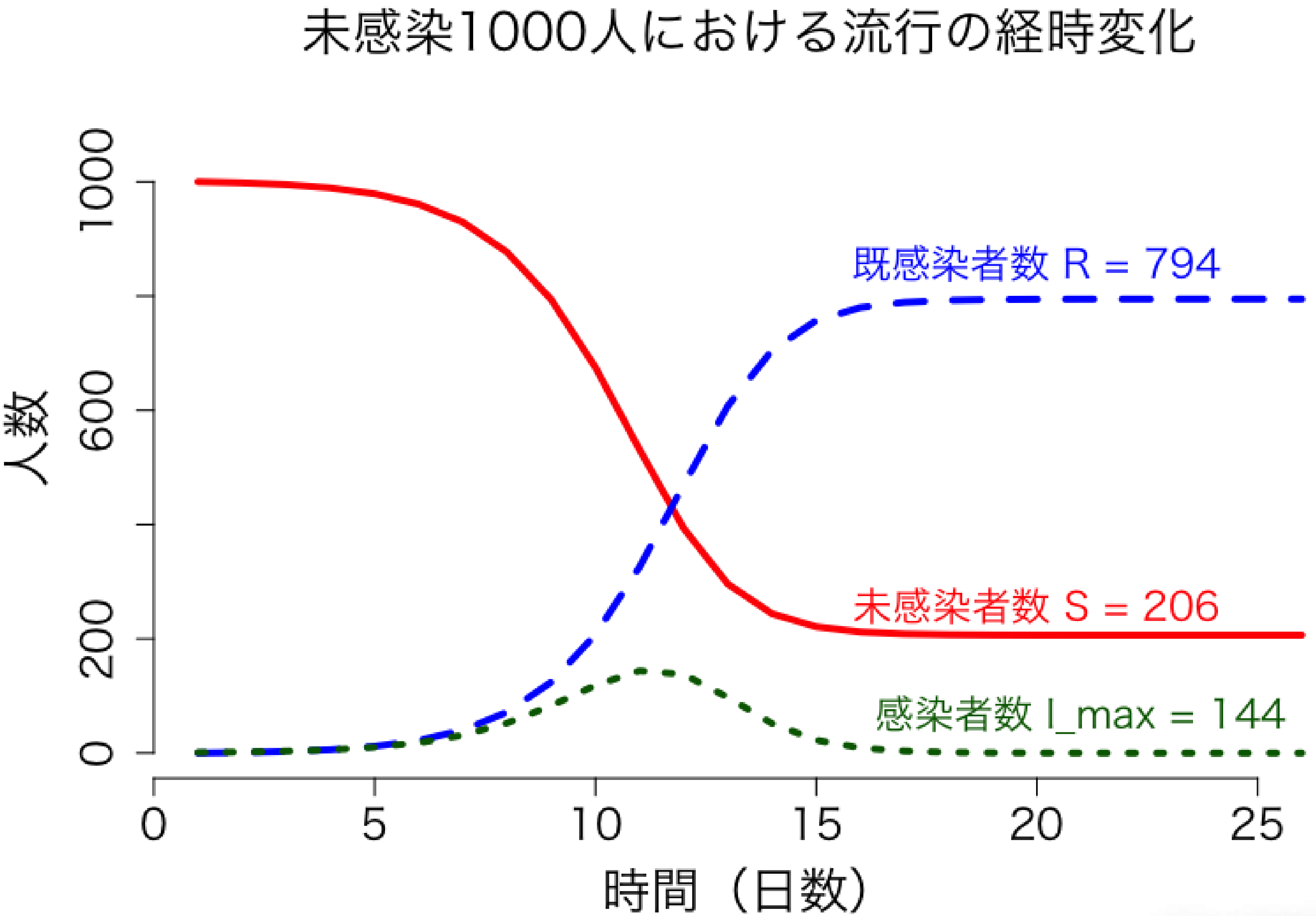
$$\mathfrak{R}_0 = \frac{\beta S_0}{\gamma} = \frac{0.0018 \times 1000}{1} = 1.8$$

Show 6 entries Search:

	日	S	I	R	dS/dt	dI/dt	dR/dt	R_0
1	1	1000	1	0	-1.8	0.8	1	1.8
2	2	998.2	1.8	1	-3.234168	1.434168	1.8	1.79676
3	3	994.965832	3.234168	2.8	-5.792195979	2.558027979	3.234168	1.790938498
4	4	989.173636	5.792195979	6.034168	-10.3130776	4.520881624	5.792195979	1.780512545
5	5	978.8605584	10.3130776	11.82636398	-18.17111682	7.858039219	10.3130776	1.761949005
6	6	960.6894416	18.17111682	22.13944158	-31.42224013	13.25112331	18.17111682	1.729240995

Showing 1 to 6 of 26 entries

Previous 1 2 3 4 5 Next


未感染1000人における流行の経時変化
既感染者数 R = 794
未感染者数 S = 206
感染者数 I_max = 144
人数
1000
600
200
0
0
5
10
15
20
25
時間（日数）

集団免疫

例のシミュレーションによれば、結局全員が罹患することなく、約200人が感染症にかからずに流行が終息した。最後に残った200人は、800人の免疫獲得者によって、感染患者からブロックされた形となる。

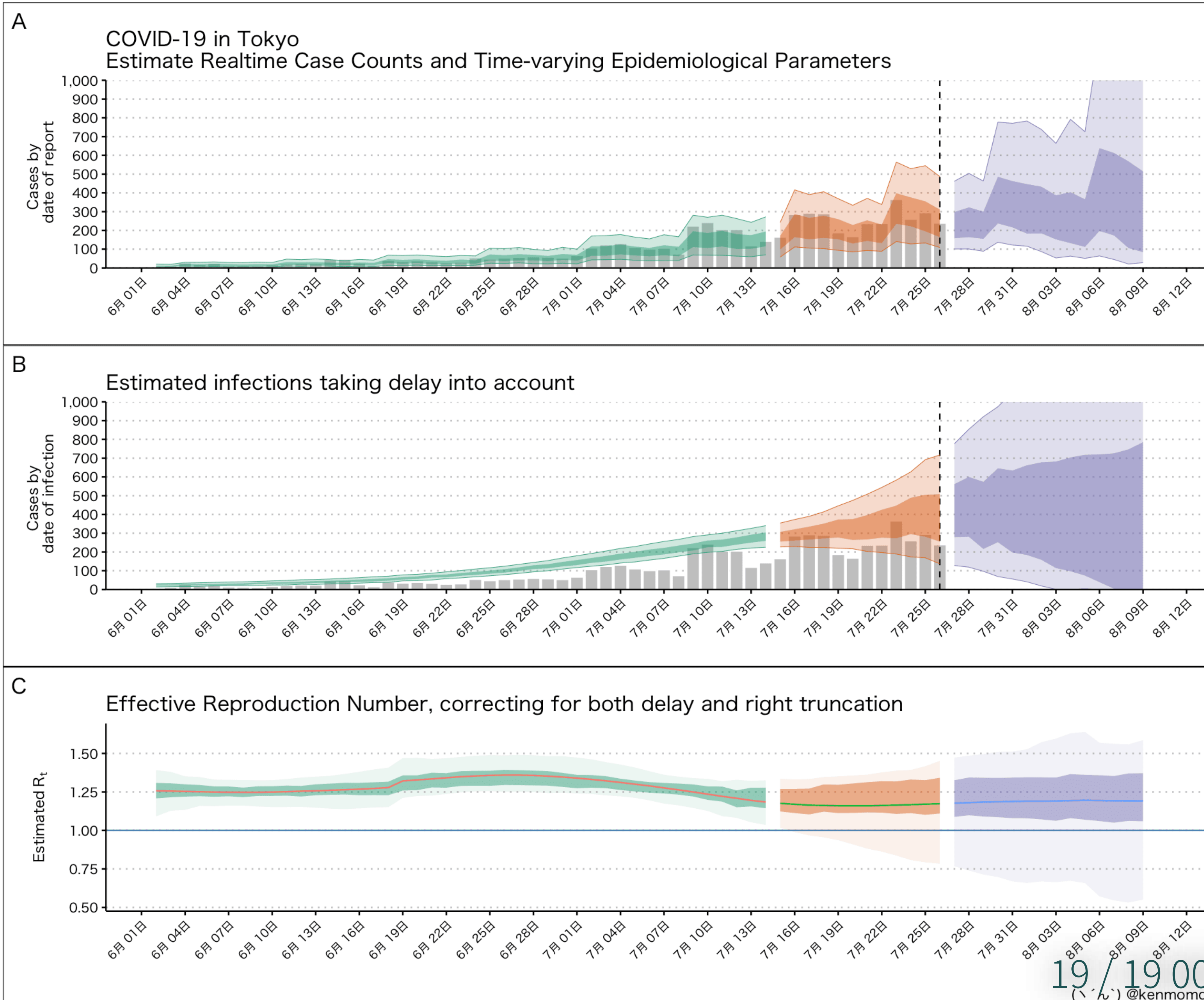
（未感染者の減少と既感染者が増加するため、感染者と未感染者の接触する機会が減る）**病原性が弱まるからではない。**

これを集団免疫 (herd immunity)と呼ぶ。

基本再生産数を減らすには

$$\mathfrak{R}_0 = \frac{\beta S_0}{\gamma}$$

- ワクチンを導入すれば、未感染者 (S) が減る
- 積極的に検査と感染者を治療することによって、回復率 (γ) を上げる
- 手洗い、運動、マスク着用、3密を避けることによって、感染確率 (β) が減る


A
COVID-19 in Tokyo
Estimate Realtime Case Counts and Time-varying Epidemiological Parameters
Cases by date of report
B
Estimated infections taking delay into account
Cases by date of infection
C
Effective Reproduction Number, correcting for both delay and right truncation
Estimated R_t
6月 01日
6月 04日
6月 07日
6月 10日
6月 13日
6月 16日
6月 19日
6月 22日
6月 25日
6月 28日
7月 01日
7月 04日
7月 07日
7月 10日
7月 13日
7月 16日
7月 19日
7月 22日
7月 25日
7月 28日
7月 31日
8月 03日
8月 06日
8月 09日
8月 12日
(ヽ´ん`) @kenmomd