

基本再生産数

Basic reproduction number R_0

Chaochen Wang | 王 超辰

公衆衛生学講座

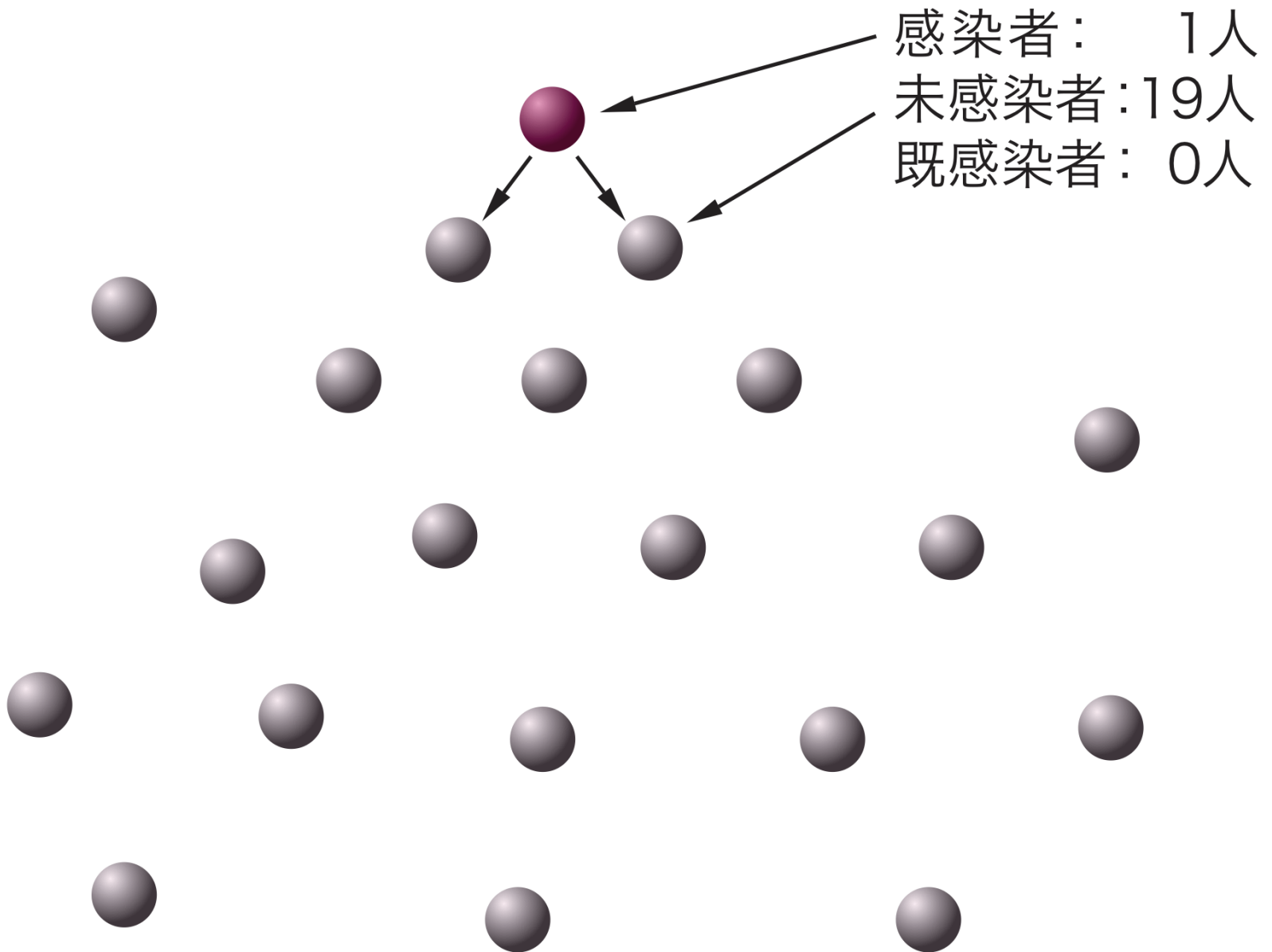
2020-07-29 (水) 1限

感染症の感染モデル

- 20人の集団の中で1人が感染者となった。
- 1人が2人に感染させる力があるとする。
- 人の出入りのない、すなわち
出生、死亡がなく、
引っ越しもない集団とする。

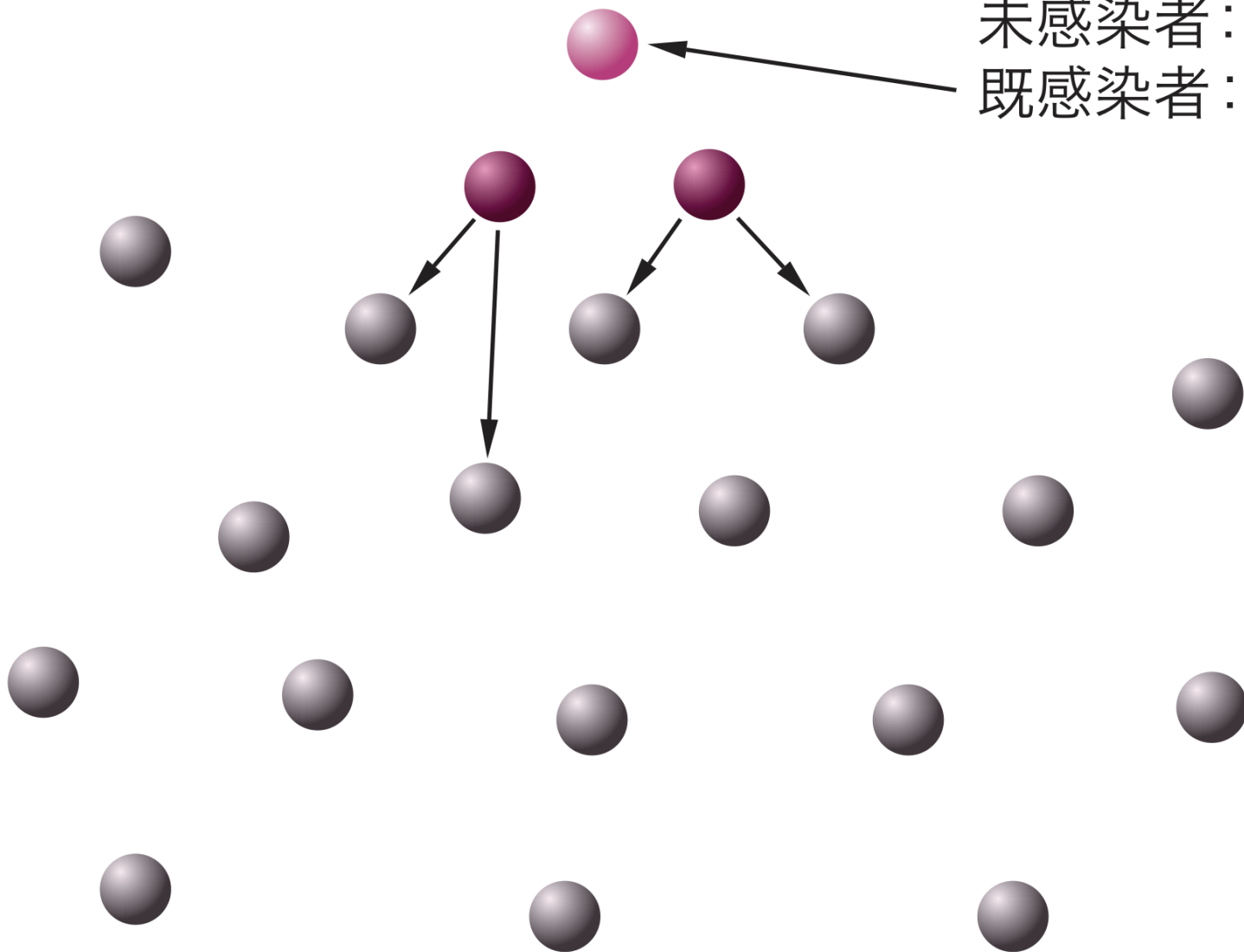
最終的には、感染者は何人になるか？

①



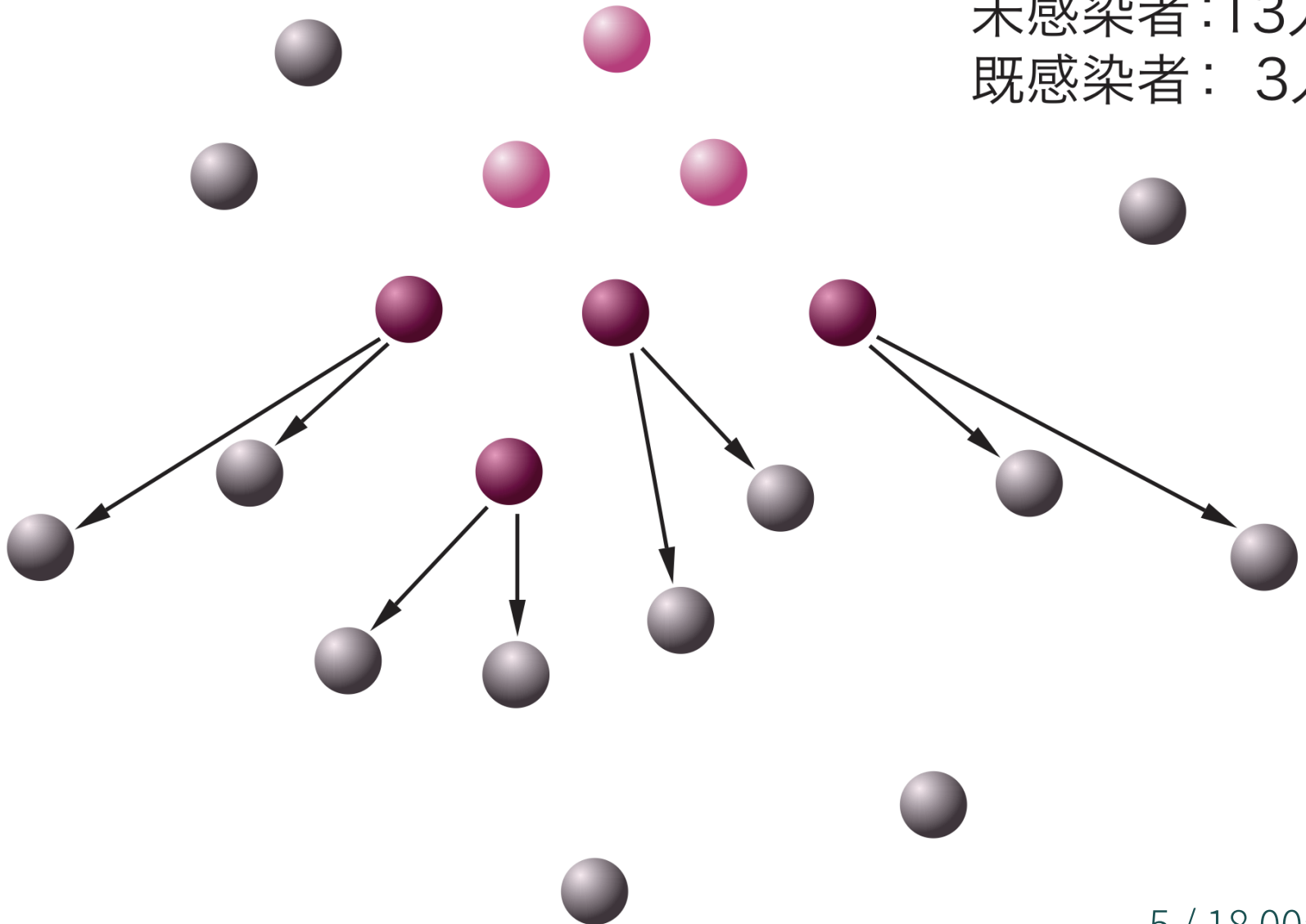
②

感染者： 2人
未感染者：17人
既感染者： 1人



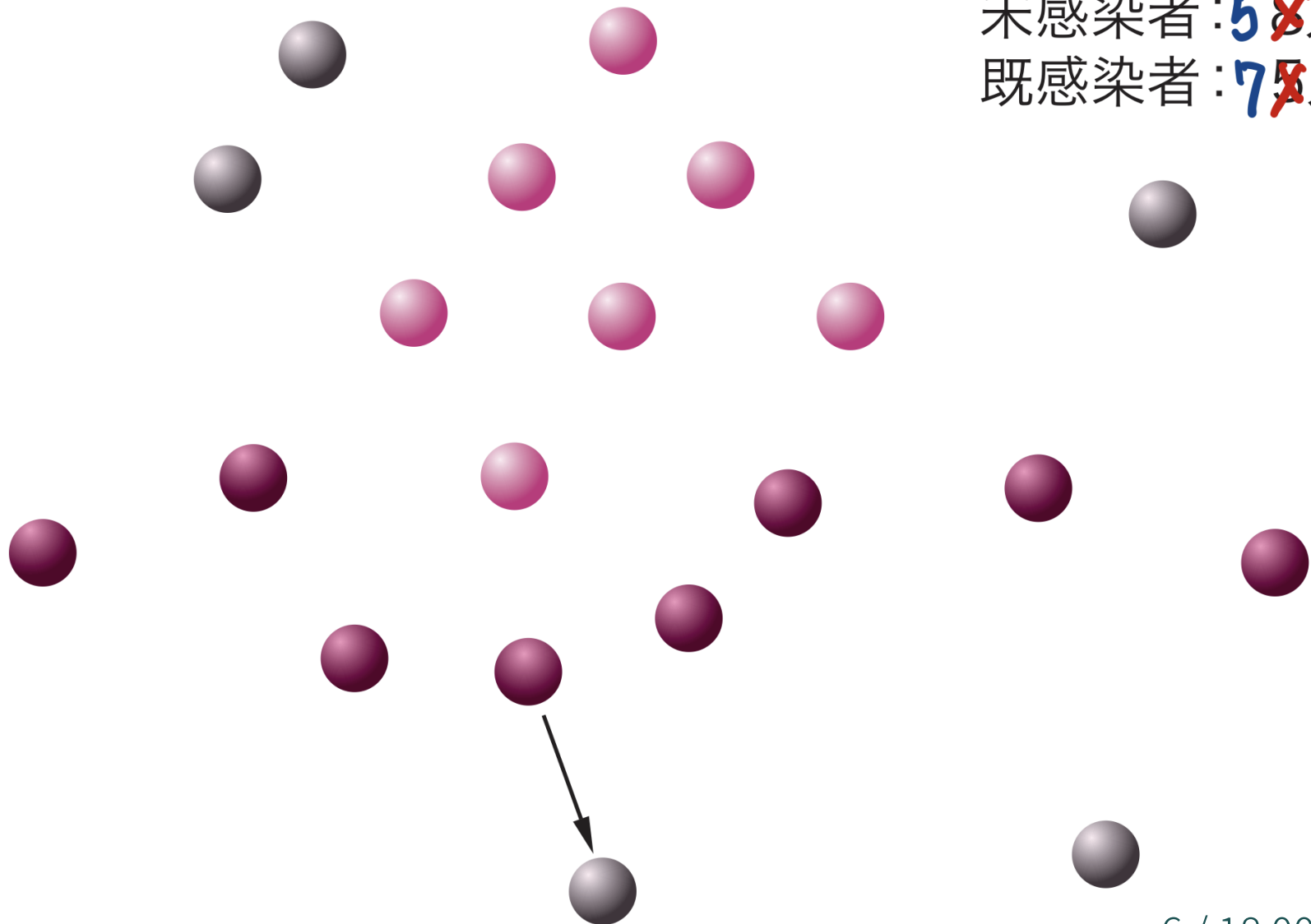
③

感染者： 4人
未感染者：13人
既感染者： 3人



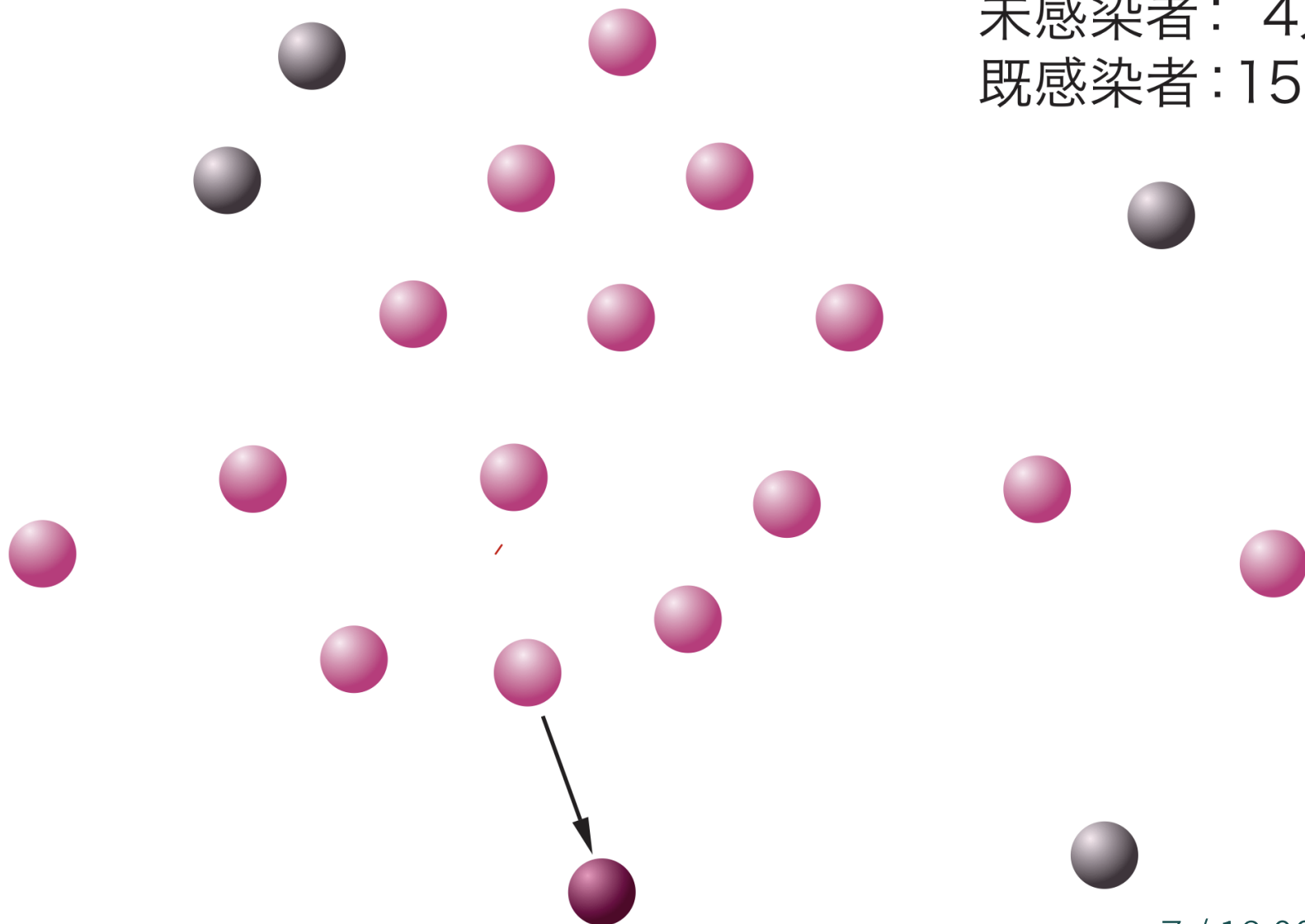
④

感染者：~~8~~人
未感染者：~~5~~人
既感染者：~~7~~人



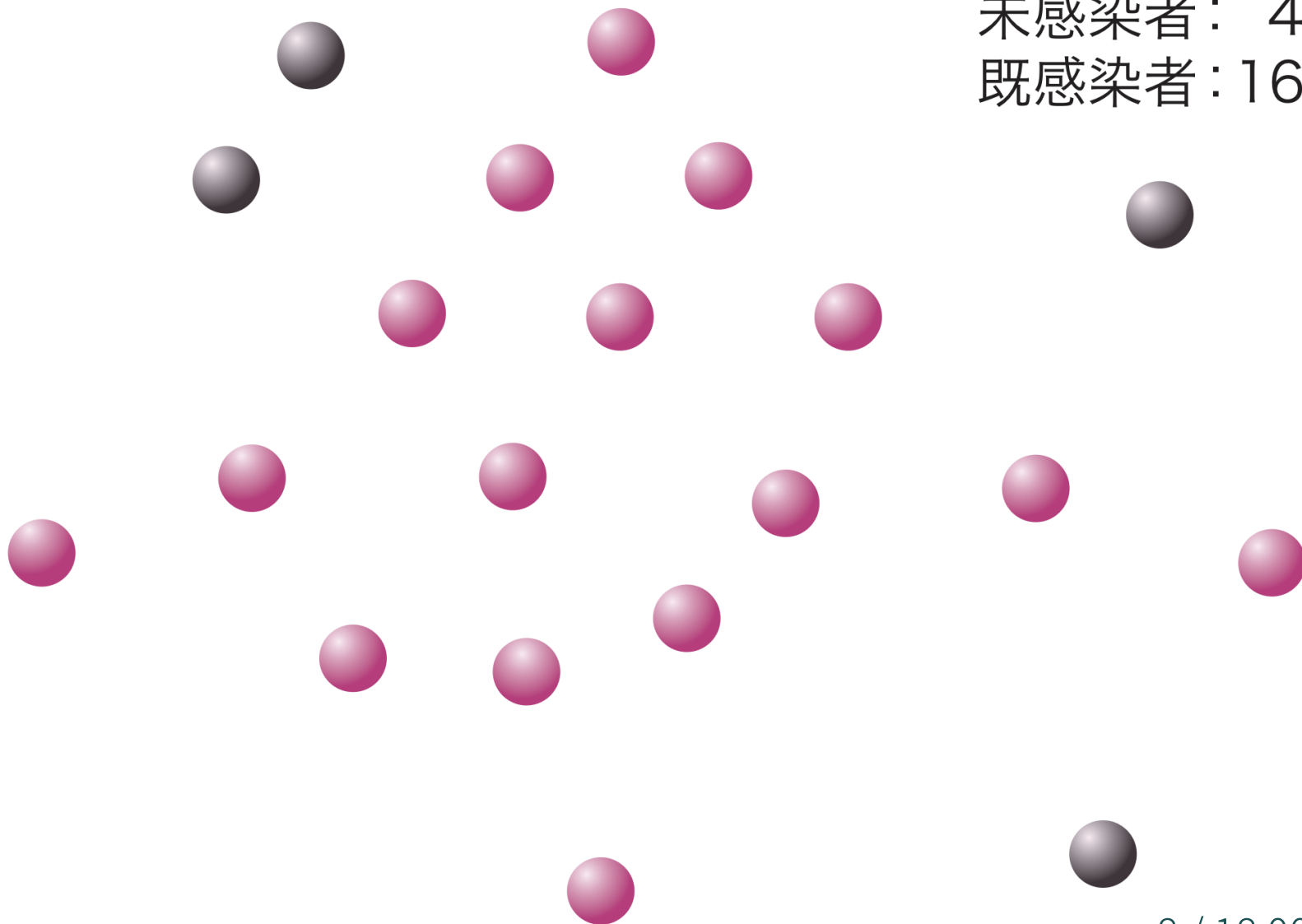
⑤

感染者： 1人
未感染者： 4人
既感染者：15人



⑥

感染者： 0人
未感染者： 4人
既感染者： 16人



間接予防効果 (herd immunity)

- 次々と感染者は増えていくが
- 未感染者の数が減るに従って
- 既感染者が増えることによって
- 感染者の数は減少に向かう
- 最終的に未感染者を残したまま感染流行は終息する

SIR モデル (1)

人口は3つの集団に分類される：

- S: Susceptible 未感染者数
感染する可能性がある集団
- I: Infectious 感染者数
症状あり、伝染しうる期間である集団
- R: Recover 回復者数
感染後回復し免疫状態がある集団

SIR モデル (2)

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\beta S(t)I(t)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \beta S(t)I(t) - \gamma I(t)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = \gamma I(t)$$

- β : 感染確率
(1人の感染者が1人に1日でうつす確率)
- γ : 回復率
(1日で5人に1人回復するなら $\gamma = 0.2$)

SIR モデル (3)

感染が始まったばかりの時は（初期状態）

$S(t) = S_0$ として置き換える

$$\frac{dI(t)}{dt} = \beta S(t)I(t) - \gamma I(t)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \beta S_0 I(t) - \gamma I(t)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = (\beta S_0 - \gamma)I(t)$$

$$\Rightarrow I(t) = I_0 e^{(\beta S_0 - \gamma)t}$$

基本再生産数 \mathcal{R}_0

$$I(t) = I_0 e^{(\beta S_0 - \gamma)t} = I_0 e^{(\frac{\beta S_0}{\gamma} - 1)\gamma t}$$

$$\mathcal{R}_0 = \frac{\beta S_0}{\gamma}$$

\mathcal{R}_0 は基本再生産数と呼ぶ。 \mathcal{R}_0 は1人の感染者が何人の未感染者に感染させる期待値

$$\mathcal{R}_0 \begin{cases} > 1 & \text{感染が拡大する} \\ < 1 & \text{感染が自然に終息する} \end{cases}$$

例：1000 人の集団に新興感染症を持った1人が侵入

- 感染確率： $\beta = 0.00015 \times 12 = 0.0018$
 - 一度の接触で感染する確率が0.00015と仮定する
 - 1人が1日平均他人と12回接触があると仮定する
- 回復率: 1日で1人が回復すると仮定する $\gamma = 1$

- 1日あたりの未感染者数の変化

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\beta S(t)I(t) = 0.0018 \times 1000 \times 1 = -1.8$$

- 1日あたりの感染者数の変化

$$\frac{dI(t)}{dt} = \beta S(t)I(t) - \gamma I(t) = 1.8 - 1 \times 1 = 0.8$$

- 1日あたりの既感染者数の変化

$$\frac{dR(t)}{dt} = \gamma I(t) = 1$$

例

$$\mathfrak{R}_0 = \frac{\beta S_0}{\gamma} = \frac{0.0018 \times 1000}{1} = 1.8$$

Show entries

Search:

	日	S	I	R	dS/dt	dI/dt	dR/dt	R_0
1	1	1000	1	0	-1.8	0.8	1	1.8
2	2	998.2	1.8	1	-3.234168	1.434168	1.8	1.79676
3	3	994.965832	3.234168	2.8	-5.792195979	2.558027979	3.234168	1.790938498
4	4	989.173636	5.792195979	6.034168	-10.3130776	4.520881624	5.792195979	1.780512545
5	5	978.8605584	10.3130776	11.82636398	-18.17111682	7.858039219	10.3130776	1.761949005
6	6	960.6894416	18.17111682	22.13944158	-31.42224013	13.25112331	18.17111682	1.729240995

Showing 1 to 6 of 26 entries

Previous

1

2

3

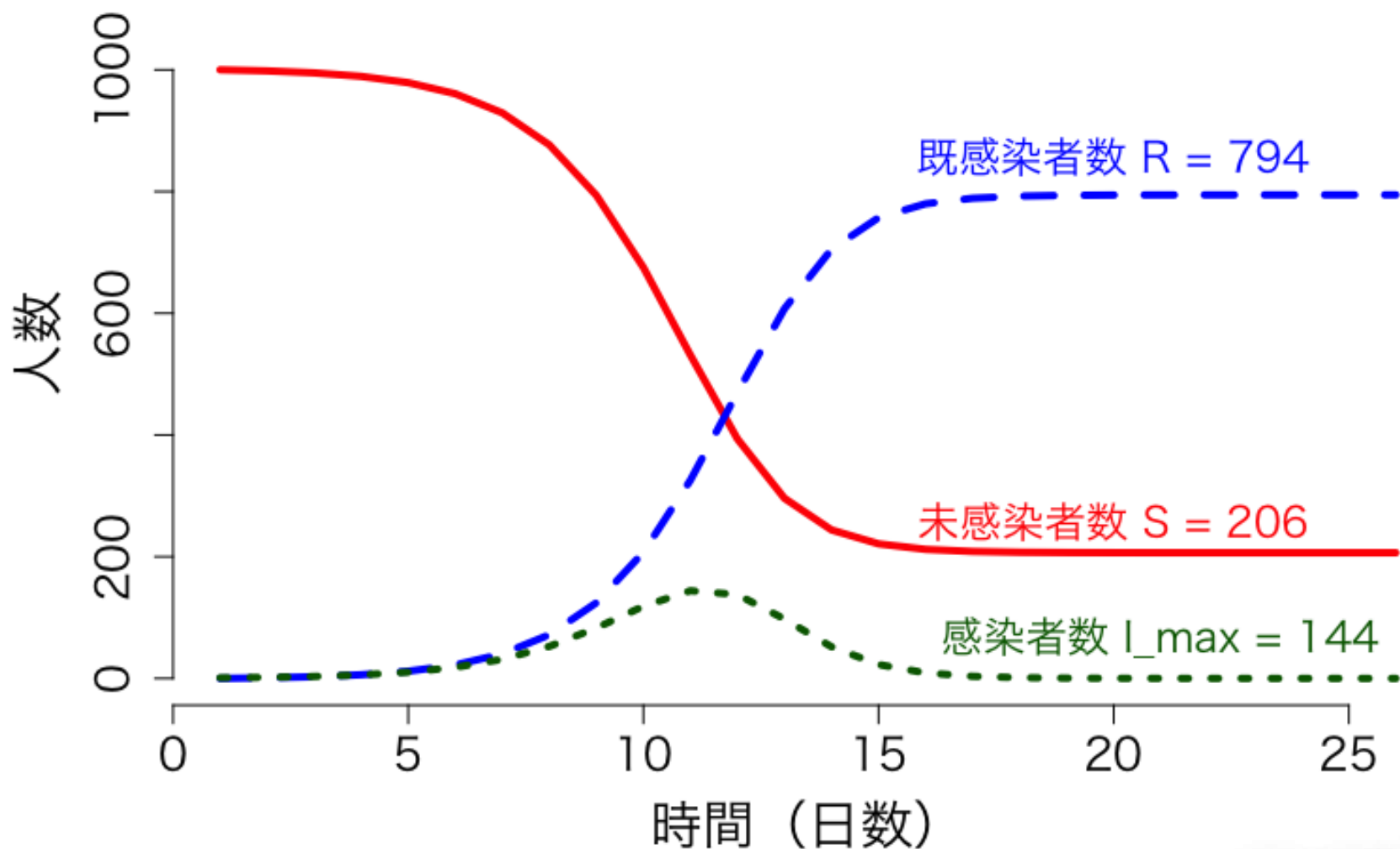
4

5

Next

15 / 18 00:59

未感染1000人における流行の経時変化



集団免疫

例のシミュレーションによれば、結局全員が罹患することなく、約200人が感染症にかからずに流行が終息した。最後に残った200人は、800人の免疫獲得者によって、感染患者からブロックされた形となる。

（未感染者の減少と既感染者が増加するため、感染者と未感染者の接触する機会が減る） **病原性が弱まるからではない。**

これを集団免疫 (herd immunity) と呼ぶ。

基本再生産数を減らすには

$$\mathcal{R}_0 = \frac{\beta S_0}{\gamma}$$

- ワクチンを導入すれば、未感染者 (S) が減る
- 積極的に検査と感染者を治療することによって、回復率 (γ) を上げる
- 手洗い、運動、マスク着用、3密を避けることによって、感染確率 (β) が減る