

基于期望平均利润最大化的生产决策研究与优化

摘 要

本文对于企业基于期望平均利润最大化的生产决策研究与优化的问题进行探讨，可以帮助企业减少成本，增加企业信誉度，对企业的发展产生积极的作用。

针对问题一：本文建立**正态假设检验**，用近似正态分布以及 Z 统计量来求得抽样次数的通式，进一步求得在特定标称值、不同置信区间下的尽可能小的检测次数以及对应的检测方案。接着利用**OC曲线**对模型进行检验，该曲线的**OR**值能够确保最优方案能平衡高质量批次接收和低质量批次拒收，依此能够进一步分析方案的优劣。然后根据抽样结果将次品数与接收临界值 Ac 和拒收临界值 Re 进行比较作出决策，作出本题中两个信度下的OC曲线并对此进行分析得到：**在90%的信度下，最佳方案是允许误差为4%，最小检测次数为93；在95%的信度下，最佳方案是允许误差为4%，最小检测次数为153。**

针对问题二：本文以最大化企业生产产品的平均利润为目标，设置零件、成品检测 and 不合格品拆解为决策变量，建立了一个无约束**0-1规划模型**，并将各类成本和平均利润纳入目标函数，并根据实际情况提供了两种**拆解方案**：一是按次品率进行零件回收，二是将拆解后的零件重新投入生产。构建了一个全面的决策优化框架。通过对不同决策组合进行求解，选取了平均利润最优的**决策方案**，并得出方案一的平均利润更高，且计算复杂度较低。最终得到6个情况下的**最优的4个决策变量数组**分别为[0, 0, 0, 1]、[1, 0, 0, 1]、[0, 0, 0, 1]、[1, 0, 0, 1]、[1, 0, 0, 1]、[0, 0, 0, 0]。对应的**最优指标**分别为15.21、5.37、7.22、12.36、5.42、18.59。

针对问题三：在问题二模型的基础上，构建了两道工序无约束**0-1规划决策模型**，并推广出了**m**道工序无约束**0-1规划决策模型**，建立一个全面的**生产流程利润优化模型**。模型以最大化企业平均利润为目标函数；设置了零件采购、工序中的半成品以及成品的装配、检测和拆解为决策变量。通过**遗传算法**进行多次迭代求解出了最优决策组合，达到了80.2265,利润率较未优化的生产情况提高了约8%。

针对问题四：假设问题二、问题三的次品率是由问题一的抽样检测方法得出的，即抽样检测的次品率会在一定的误差区间内进行波动，我们通过次品率在误差波动区间内取不同的值时，建立基于概率的**鲁棒优化模型**，进而求出误差波动的函数，再将误差波动带入到问题二和问题三中，再进行求解并得出误差波动对最优生产决策的影响。

最后，本文客观评价了本文中模型的优缺点，并对模型的改进和推广提出了建议。

关键词：正态假设检验 平均利润 0-1规划模型 鲁棒优化模型

一、问题重述

1.1 问题的背景

某企业生产电子产品，需要进购两种零配件，并用这两种零配件对成品进行装配，其装配流程如图 1 所示。

对零配件、半成品以及成品的检测，其检测方法越简单高效，工艺规划质量越高，是提高车间工作效率的有效措施^[1]。因此，本文重点探究如何检测更经济合理。

1.2 问题的重述

企业要从供应商进购零配件 1 和零配件 2。已知两种零配件、半成品以及成品的次品率范围，需要我们解决以下问题：

问题一：企业将采用抽样检测的方法决定是否接收自称次品率不会超过标称值的供应商的零配件，检测费用由企业承担，根据给出的两种情况，分别给出具体的抽样方案。

问题二：企业生产过程有四个阶段，为各个阶段做出决策，并对表中的情形给出具体决策方案，并给出决策的依据及相应的指标结果。

问题三：在问题二的基础上，对 m 道工序、 n 个零件的情况再次进行决策，并根据表中的情形给出 2 道工序和 8 个零配件的具体决策方案，并给出决策的依据及相应的指标结果。

问题四：在次品率均为抽样检测得到的假设下，重新完成问题二和问题三。

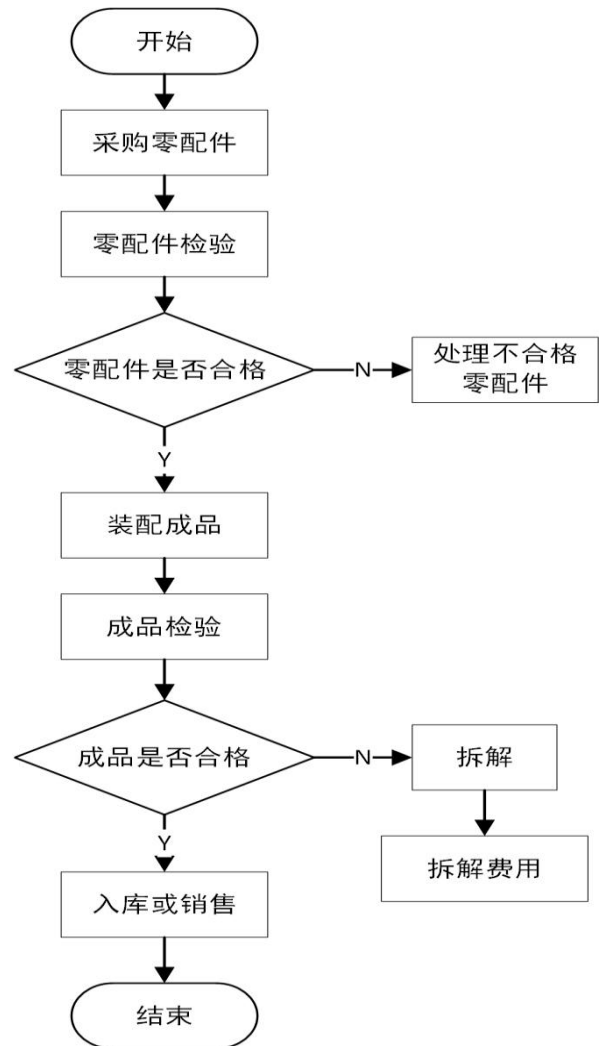


图 1 成品装配流程图

二、问题分析

2.1 问题一的分析

某企业需要设计一个检测次数尽可能少的抽样检测方案，需要分别给出不同信度下的结果，我们首先用假设检验中近似正态分布来求得检测次数的表达式，再用 OC 曲线对模型进行检验，然后根据抽样结果临界值的比较作出决策，最后通过曲线进一步分析确立不同信度下的抽样检测方案。

2.2 问题二的分析

为了帮助企业解决在生产过程中可能会遇到的决策问题，设计了一个无约束的 0-1 规划模型，模型的决策变量为生产过程遇到的零件的检测、成品的检测以及不合格成品的拆解与否。为了避免零件数量对优化目标的影响，目标函数选择最大化平均利

润，避免采购数量等外部因素的影响。考虑到拆解后获利情况的多样性，提供了两种方案：一是按次品率进行零件回收，二是将拆解后的零件重新投入生产。

2.3 问题三的分析

在问题三中需要基于问题二的规划模型，构建两道工序生产决策模型，并推广出 m 道工序的生产决策模型；同样需要以各道工序中涉及的零件、半成品、成品的是否检测与拆解作为决策变量，最大化平均利润作为目标函数，通过将零件采购成本、组装成本、检测成本、拆解平均利润及不合格品调换损失等因素纳入计算，建立一个全面的生产流程优化模型；由于推广模型中工序可能较多，不能通过简单的穷举进行求解，因此通过机器学习算法进行模型的最优决策方案选择。

2.4 问题四的分析

根据题目中做出的假设，零配件、半成品以及成品的次品率均为抽样得到，次品率会在一定的误差区间内进行波动，我们可以通过次品率在误差波动区间内取不同的值时，比较问题二与问题三的决策方案、决策依据以及相应的指标是否发生变化。我们可以构建一个不确定性优化模型，基于概率的方法寻找最优的决策策略。

三、模型假设

1. 假设组装好的成品都能卖出去。
2. 假设每次检测都能精确检验出不合格品。

四、符号说明

符号	说明	单位
p	次品率	%
p_0	标称次品率	%
n	抽样次数	/
\hat{p}	样本实际次品率	%
$Z_{\alpha/2}$	置信水平对应的标准正态分布临界值	/
x_i	零件 i 是否进行检测的决策变量	0 或 1
y	成品是否进行检测的决策变量	0 或 1
z	成品是否进行拆解的决策变量	0 或 1
p_m	成品合格率	%
P	平均利润	元/件
C	成本	元/件
q	成品售价	元/件
c_{ia}	零件 i 的检测单价	元/件
c_{ib}	零件 i 的检测成本	元/件
n_c	装配的成品数量	元/件
c_c	装配成品的装配成本	元/件
c_d	成品的检测成本	元/件
c_e	成品的调换费用	元/件
c_f	成品的拆解费用	元/件
c_{ija}	半成品 j 的组成零件 i 的采购价	元/件

p_{ij}	半成品 j 的组成零件 i 的次品率	%
p_{ijc}	半成品 j 的装配次品率。	%
c_{ijb}	半成品 j 的组成零件 i 的检测成本	元/件
c_{ijc}	半成品 j 的组装成本	元/件
c_{ijd}	半成品 j 的检测成本	元/件
c_{jna}	半成品拆解后的第 n 个零件的采购价格	元/件

五、模型的建立与求解

5.1 问题一模型的建立与求解

基于假设检验推导出样本量 n 的通用表达式，然后通过一次抽样数据，结合操作特征曲线（*Operating Characteristic*, *OC*）函数，确定最优的抽样方案。

5.1.1 抽样检测方案

Step1: 假设检验模型的建立

针对题目中给出的两种情况，分别进行单侧假设检验。其原假设为：

$$H_0: p \leq p_0 \quad (1)$$

备择假设为：

$$H_1: p > p_0 \quad (2)$$

其中， p 表示次品率， $p_0 = 0.1$ 为标称值。

设样本本次品率为：

$$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (3)$$

为了便于检验次品率是否超过标称值，我们采用正态分布近似来构建假设检验的函数，其满足以下分布：

$$\hat{p} \sim N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right) \quad (4)$$

在此基础上，我们利用标准化处理后的 Z 统计量进行检验：

$$Z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \quad (5)$$

经过假设检验的推导，得到 n 的通式为：

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2} \sqrt{p(1-p)}}{E} \right)^2 \quad (6)$$

Step2: 对模型的检验

为检验模型的有效性，本研究通过分析不同标称次品率下的操作比率（*OR*值）与抽样次数，旨在选择合理的允许误差，以在保证较高*OR*值的同时尽可能减少抽样次数。较高的*OR*值意味着模型在区分高质量产品的接收概率和低质量产品的拒收概率上具有更好的区分能力；而较少的抽样次数意味着降低检测成本。其具体检验步骤如下：

1. 选择抽样方案

企业应根据实际需求，结合检测的准确性与经济性，选择适当的置信水平和允许误差，并据此确定所需的样本量。

2. 计算最优方案

使用**OC函数**（操作特征曲线）分析不同信度水平和允许误差组合，找寻在保证较高接收率和高拒收率的前提下，样本量最小的方案。通过**OR值**进一步评估方案的优劣，确保最优方案能平衡高质量批次接收和低质量批次拒收。

其中，批次概率可通过二项分布的累计概率函数表示：

Ac 表示接收临界值， Re 表示拒收临界值。

$$OC_a = \sum_{i=0}^{Ac} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \quad (7)$$

$$OC_r = 1 - \sum_{i=0}^{Re} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \quad (8)$$

$$OR = \frac{OC_a(1 - OC_r)}{OC_r(1 - OC_a)} \quad (9)$$

3. 决策判断

根据抽样结果，将次品数与接收临界值 Ac 和拒收临界值 Re 进行比较：当次品数低于接收临界值时，直接接收产品；当次品数高于拒收临界值时，直接拒收产品；当次品数介于两者之间时，需要根据风险偏好或考虑多次抽样设定更严谨的 Ac 和 Re 值进行决策。

在此过程中， OR 值的高低体现了模型区分高质量批次与低质量批次的能力。 OR 值越高，意味着方案对高质量批的接收和对低质量批的拒收区分能力越强；但当 OR 值小于1时，高质量产品更容易被拒收，低质量产品反而更容易被接收，需要适当提高检测精度，增加样本量，或者重新设计接收与拒收的临界值，以确保方案能够有效区分高低质量批次。

5.1.2 抽样检测方案结果

通过多次抽样模拟二项分布，使用正态分布对其进行近似处理，从而得到误差带状图，展示了不同次品率下的波动情况。

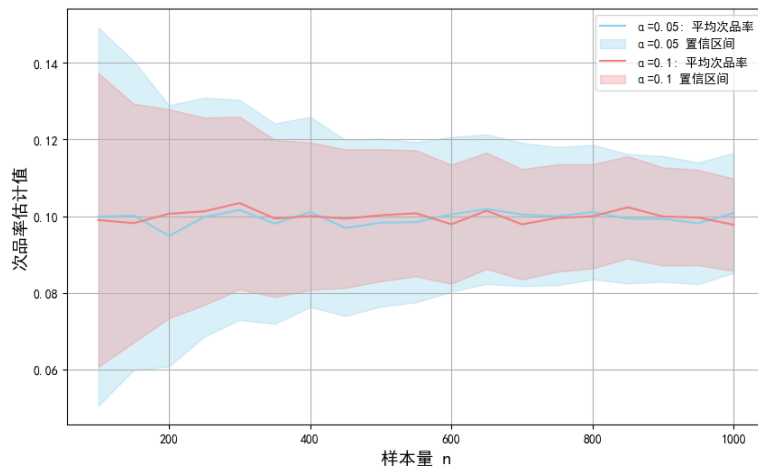


图 2 不同信度下的误差带状图

基于图 2 的误差带状图，本文进行了两种情形下的统计检验，并针对拒收条件和接收条件分别开展右尾和左尾的单侧检验。具体统计检验步骤如下：

Step1 拒收条件：右尾检验（次品率超过标称值）

拒收条件为在 95%的信度下认定配件次品率超过标称值即 10%。在此情况下需要进行一个右尾检验。

因为拒绝的信度为 95%，所以 $\alpha = 0.05$ ，我们根据 Z 统计分布函数表可以查得：

$$Z_{\alpha} = 1.645 \quad (10)$$

拒绝域为 $\{\hat{p} > Z_{\alpha} \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n_a}} + p_0\}$ 。

综上所述，拒收条件可以表示为：

$$Z \geq Z_{\alpha} \quad (11)$$

也就是当 $Z < 1.645$ 时，则拒绝 H_0 ，接受 H_1 ；否则接受 H_0 。

即：

$$\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n_a}}} \geq 1.645 \quad (12)$$

得到公式：

$$\frac{\sum_{i=1}^{n_a} x_i}{n_a} \geq p_0 + 1.645 \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n_a}} \quad (13)$$

可以推导出最小样本量 n_a 的公式为：

$$n_a = \left(\frac{1.645 \sqrt{p_0(1-p_0)}}{E} \right)^2 \quad (14)$$

其中， E 为该情况下的允许误差精度。

Step2 接收条件：左尾检验（次品率不超过标称值）

接收条件为在 90%信度下认定零配件次品率不超过标称值即 10%。在此情况下需要进行一个左尾检验。

因为接收条件为 90%，所以 $\beta = 0.1$ ，我们同样根据 Z 统计分布函数表可以查得：

$$Z_{\beta} = -1.28 \quad (15)$$

拒绝域为 $\{\hat{p} < Z_{\beta} \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n_b}} + p_0\}$ 。

则接收条件可表示为：

$$Z \leq Z_{\beta} \quad (16)$$

也就是当 $Z > -1.28$ 时，则拒绝 H_0 ，接受 H_1 ；否则接受 H_0 。

即：

$$\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n_b}}} \leq -1.28 \quad (17)$$

同理得到最小样本量 n_b 的表达式为：

$$n_b = \left(\frac{-1.28 \sqrt{p_0(1-p_0)}}{E} \right)^2 \quad (18)$$

Step3 结果分析与展示**1. 不同信度下的高质量与低质量检验结果展示**

根据误差带状图的波动情况，我们对于不同信度下对应的高质量接受值与低质量

拒收值进行展示。结果如下表所示：

表 1 不同信度下的高质量与低质量检验结果展示

标称 次品率	信度	允许误差	样本量	高质量 批次品率	高概率 接收值	低质量 批次品率	低概率 拒收值	OR 值
0.1	0.9	0.01	1479	0.09	0.9031	0.11	0.8978	1.0609
0.1	0.9	0.02	370	0.08	0.9311	0.12	0.8664	2.0838
0.1	0.9	0.03	165	0.07	0.9287	0.13	0.8764	1.8370
0.1	0.9	0.04	93	0.06	0.9477	0.14	0.855	3.0731
0.1	0.95	0.01	2435	0.09	0.956	0.11	0.9441	1.2865
0.1	0.95	0.02	609	0.08	0.9574	0.12	0.9446	1.3181
0.1	0.95	0.03	271	0.07	0.974	0.13	0.9223	3.1560
0.1	0.95	0.04	153	0.06	0.978	0.14	0.9207	3.8289

我们根据接受率、拒绝率和最小样本量以及OR值，即检测的精确性和经济性得到结果。

2. 信度为 0.9 时的 OC 曲线分析

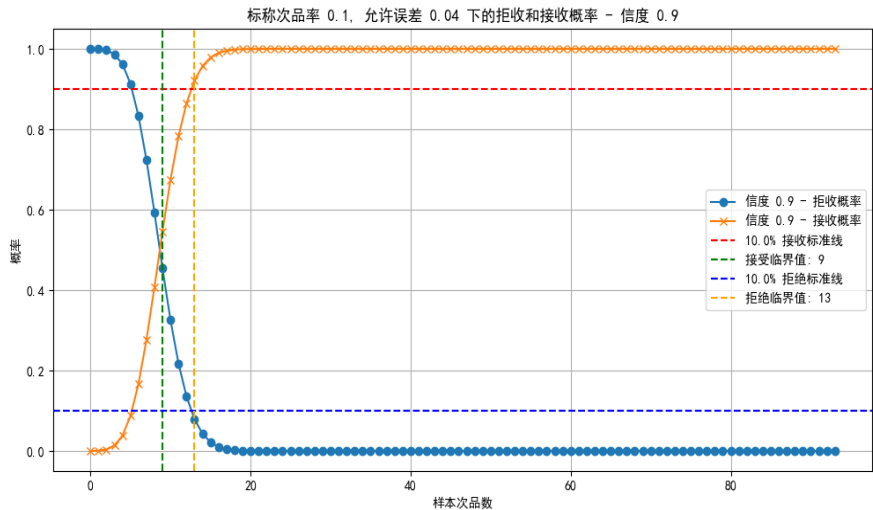


图 3 信度为 0.9 的 OC 曲线

由图 3 可知，在信度 0.90 下，最佳方案是允许误差 0.04，样本量为 93。当次品数小于接收临界值 5 时，直接接收该批产品，因为接收概率非常高；当次品数大于或等于拒收临界值 13，则拒收该批产品，因为拒收概率非常高；当次品数介于 5 到 13 之间时，可以考虑增加抽样次数或根据风险偏好做进一步判断^[2]。

3. 信度为 0.95 时的 OC 曲线分析

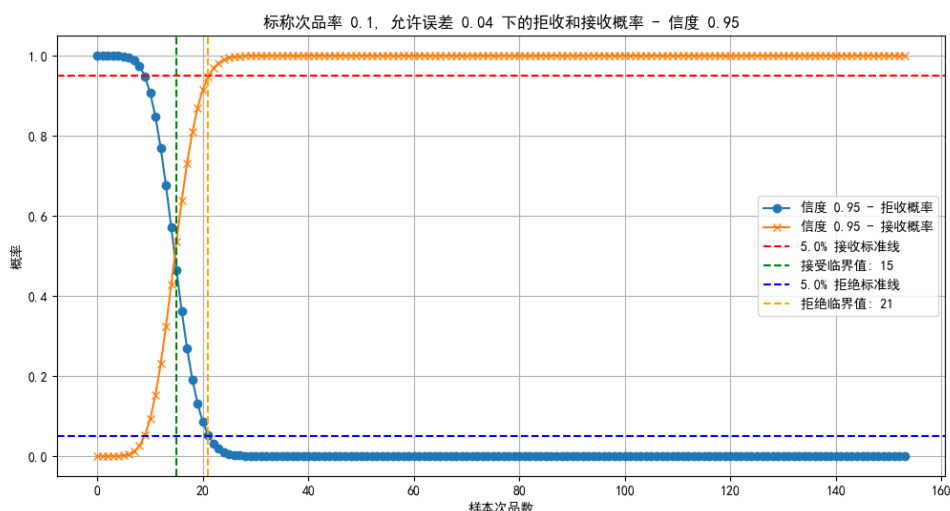


图 4 信度为 0.95 的 OC 曲线

由图 4 可知，在信度 0.95 下，最佳方案是允许误差 0.04，样本量为 153，当次品数小于 9 时，产品批次的接收概率大于 95%，因此接收概率非常高；当次品数超过 21 时，产品批次的拒收概率大于 95%，因为拒收概率非常高；当次品数介于 9 到 21 之间时，特别位于接收和拒收的概率接近交叉点，属于一个模糊区域，同理考虑需要进行调整判断。

4. 样本量与允许误差的关系

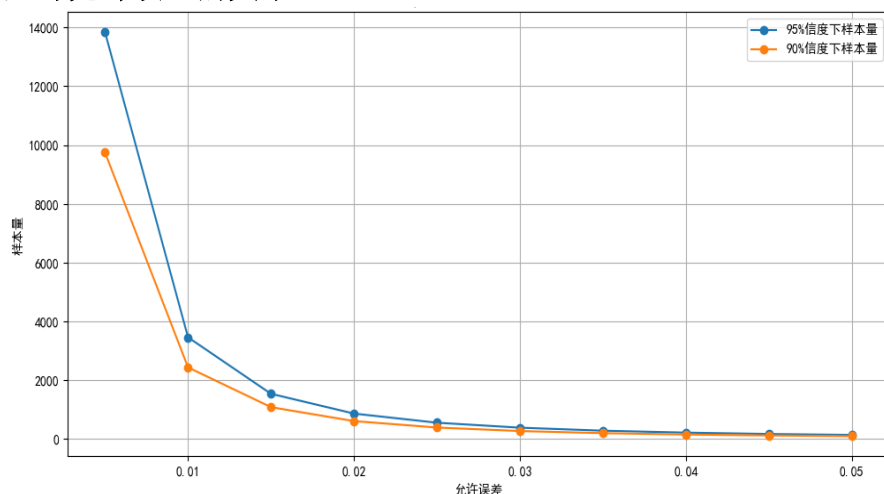


图 5 不同信度下样本量随允许误差变化的曲线

此外，根据图 5，随着允许误差精度不断变小，所需要抽取的样本量近似指数增长，因此我们充分考虑在允许误差尽可能小的情况下抽取样本数量也尽可能小，可以说明我们选择合适的情况。

5.2 问题二模型的建立与求解

根据题目要求，需构建一个数学模型，以解决企业在生产过程中所面临的关键决策问题。该模型旨在为企业在各生产环节中作出优化决策，包括是否对零配件进行检测、是否对成品进行检测、以及是否对不合格品进行拆解。

5.2.1 建立无约束 0-1 规划模型

通过对题目的分析，我们明确本题是一个无约束的 0-1 规划决策问题，建立无约束规划模型需要遵循以下几个步骤：

Step1: 明确决策变量

设定以下 0-1 决策变量:

$$x_i^k = \begin{cases} 0 & \text{第 } k \text{ 次拆解不对零件 } i \text{ 进行检测} \\ 1 & \text{第 } k \text{ 次拆解对零件 } i \text{ 进行检测} \end{cases} \quad i = 1, 2 \quad (19)$$

$$y = \begin{cases} 0 & \text{不对成品进行检测} \\ 1 & \text{对成品进行检测} \end{cases} \quad (20)$$

$$z = \begin{cases} 0 & \text{不对不合格成品进行拆解} \\ 1 & \text{对不合格成品进行拆解} \end{cases} \quad (21)$$

当不需要拆解或拆解后的零件不再重新进入生产, 而是直接回收时, 设置 $k=0$; 当需要拆解且拆解后的零件重新投入生产时, 设置 $k = 1, 2, \dots, m$, 其中 m 表示该零件被拆解的最大次数。

Step2: 目标函数

由于本题中零件数量未知, 为了消除其对目标函数的影响, 我们选择最大化平均利润作为目标函数。通过引入平均利润指标, 可以避免采购零件数量对模型求解的干扰, 从而确保优化过程的通用性。

目标函数可表示为:

$$\max P = \frac{Q_1 + Q_2 - \sum_{i=1}^6 C_i}{n_1} \quad (22)$$

式 (22) 相关变量的表达式如下:

1. 零件采购成本:

由于零件 1 和零件 2 的采购数量均未知, 为了不造成资源浪费, 设零件 1 的数量为定值, 根据决策结果, 计算得到零件 2 的采购数量。其计算公式如下:

$$n_1 \left(1 - \sum_{k=0}^m p_1 x_1^k \right) = \frac{1}{\lambda} n_2 \left(1 - \sum_{k=0}^m p_2 x_2^k \right) \quad (23)$$

$$n_2 = \frac{n_1 \lambda (1 - \sum_{k=0}^m p_1 x_1^k)}{(1 - \sum_{k=0}^m p_2 x_2^k)} \quad (24)$$

$$C_1 = \sum_{i=1}^2 n_i \cdot c_{ia} \quad (25)$$

n_i 为零件的采购数量, c_{ia} 为零件 i 的采购单价。

根据题中所给, 本产品是由一个零配件 1 和一个零配件 2 组装而成, 所以 $\lambda = 1$ 。

2. 零件检测成本:

在零件的检测决策中, 如果选择对零件进行检测则需要对每一个零件都进行检测, 零件检测成本计算公式如下:

$$C_2 = \sum_{i=1}^2 n_i \cdot x_i^0 \cdot c_{ib} \quad (26)$$

c_{ib} 为零件 i 的检测成本, c_{ia} 为零件 i 的检测单价。

3. 成品的装配成本:

成品的装配数量基于零件 1 的数量计算, 公式如下:

$$n_c = n_1 \cdot (1 - p_1 x_1^0) \quad (27)$$

成品的装配数量取决于最少零件数量。成品装配成本计算公式为:

$$C_3 = n_c \cdot c_c \quad (28)$$

p_i^0 为零件 i 的购入合格率, c_c 为装配成品的装配成本。

4. 成品检测成本:

成品如果需要进行检测, 则检测的成品数为装配成品数, 成品检测成本为:

$$C_4 = n_c \cdot y \cdot c_d \quad (29)$$

c_d 为成品的检测成本。

5. 合格的成品率:

$$p_m^0 = (1 - p_1^0(1 - x_1^0)) \cdot (1 - p_2^0(1 - x_2^0)) \cdot (1 - p_c) \quad (30)$$

6. 不合格品的调换损失:

$$C_5 = n_c \cdot (1 - p_m^0) \cdot (1 - y) \cdot c_e \quad (31)$$

c_e 是成品的调换费用。

7. 合格成品售出平均利润:

$$Q_1 = n_c \cdot p_m^0 \cdot q \quad (32)$$

q 是合格成品的售价。

8. 拆解所得的利润:

1) 方案一: 按零件的次品率回收

此时 $k = 0$, 代入得到 p_1^1 和 p_2^1 此时产品平均利润为:

$$Q_2 = n_c(1 - p_m^0) \cdot \left(\left(\sum_{i=1}^2 (1 - p_i^1) c_{ia} \right) - c_f \right) \cdot z \quad (33)$$

2) 方案二: 零件重新投入生产得利

a. 第 k 次拆卸后留下的零件 1 数量。

$$n_1^k = \left(1 - (1 - p_1^k x_1^k)^k (1 - p_m^k)^k \right) \quad (34)$$

b. 第 k 次拆解后得到零件是否要进行检测的决策函数公式:

$$\min c_k = \frac{n_1 p_1^0 \sum_{k=0}^m x_1^k}{p_1^k} \cdot c_{1b} + \left(\frac{n_1(1 - p_1^0)}{(1 - p_2^0)} - n_1^k \right) x_2^k c_{2b} + n_1^k c_c + n_1^k c_d y + n_1^{k+1} c_e (1 - y) + n_1^{k+1} c_f \quad (35)$$

c. 此时第 k 次成品的合格率为:

$$p_m^k = \left(1 - p_1 \left(1 - \sum_{k=0}^m x_1^k \right) \right) \cdot \left(1 - p_2 \left(1 - \sum_{k=0}^m x_2^k \right) \right) \cdot p_c \quad (36)$$

d. 零件拆解 k 次后的次品率:

$$\begin{cases} p_1^k = \frac{p_1(1 - \sum_{k=0}^m x_1^k)}{(1 - p_m^k)^k} \\ p_2^k = \frac{p_2(1 - \sum_{k=0}^m x_2^k)}{(1 - p_m^k)^k} \end{cases} \quad (37)$$

e. 所有拆解过程所用的的总成本：

所得第 m 次的需要装配的零件数若 $n_1^k < \frac{1}{p_c}$ 则视为全部成功，可能有小数出现，为了平衡平均利润，成品数量向下取整。

$$C_7 = \sum_{k=1}^m (n_1^k - n_1^{k+1})c_f + (n_1^0 - n_1^2)c_f + \frac{n_1 p_1^0 \sum_{k=0}^m x_1^k}{p_1^k} \cdot c_{1b} + \left(\frac{n_1(1-p_1^0)}{(1-p_2^0)} - n_1^k \right) x_2^k c_{2b} + n_1^k c_c + n_1^k c_d y + n_1^{k+1} c_e (1-y) + n_1^k c_f \quad (38)$$

f. 拆解的平均利润公式如下：

$$Q_2 = (n_1(1-p_1^0)q - Q_1 - C_7)z \quad (39)$$

5.2.2 优化模型的求解

将决策变量 x_1 、 x_2 、 y 、 z 按照排列组合的方式对上述模型进行求解，每种情况有 2^4 种决策组合。每个决策组合代表不同的生产检测和拆解策略，这些决策组合会对企业平均利润产生不同的影响。

1. 对比不同方案下的决策利润：

以平均利润最大化为决策依据，所得具体平均利润值为指标，根据每种情况的最优决策组合作为决策方案。

产品拆解后按零件的次品率是否进行循环加工的不同方案下的最优决策组合平均利润表如下：

表 2 方案一下每种情况平均利润最大的决策表

情况	最优决策组合				平均利润
	x_1	x_2	y	z	
1	0	0	0	1	15.21
2	1	0	0	1	5.37
3	0	0	0	1	7.22
4	1	0	0	1	12.36
5	1	0	0	1	5.42
6	0	0	0	0	18.59

表 3 方案二下每种情况平均利润最大的决策表

情况	最优决策组合				平均利润
	x_1	x_2	y	z	
1	1	1	0	0	12.42
2	1	1	0	0	3.08
3	1	1	0	0	4.21
4	1	1	0	0	10.37
5	1	0	0	0	2.15
6	0	0	0	0	18.59

综合分析表2和表3的结果可以看出，方案一在多数情况下的平均利润明显高于方案二。方案一通过减少零件和成品的检测，主要依赖于拆解不合格品，从而降低了检测成本并提升了整体利润。

相比之下，方案二虽然引入了零件的检测和重新投入生产的决策，但操作复杂性较高，平均利润普遍较低，且容易因循环操作产生误差。此外，方案二虽然在某些情况下表现出一定的优势，但其整体平均利润仍不如方案一。

因此，方案一在平均利润最大化和操作简化方面具备显著优势，适合企业在成本与平均利润之间寻求平衡的最优决策。所以在后续的模型推广中只考虑对方案一进行推广利用。

2. 方案一六种不同生产情况结论的对比总结

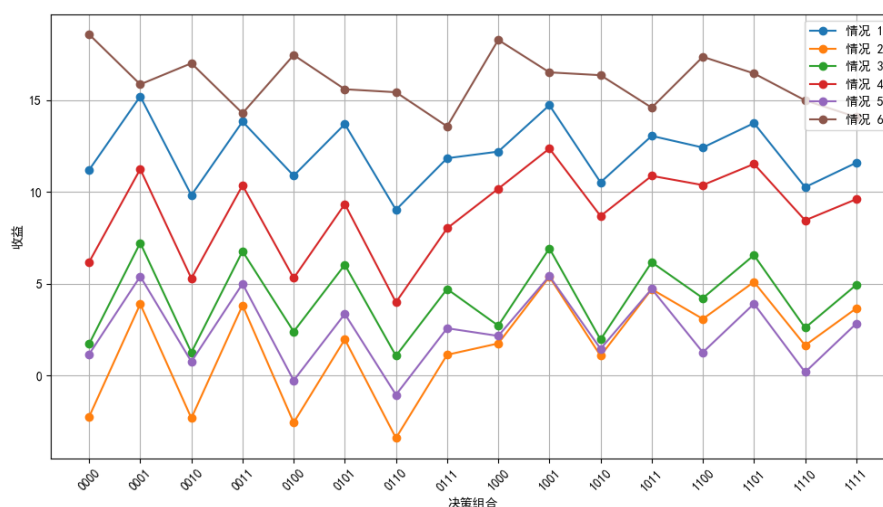


图 6 各情况下不同决策组合的平均利润

根据图 6 的结果，我们可以得到决策方案如下：

1) 决策方案分析：

对于情况 1，其决策方案为对零配件 1、零配件 2 和成品都不进行检测，直接对不合格的成品进行拆解，此时的平均利润指标为 15.21；

对于情况 2，其决策方案为对零配件 2 和成品都不进行检测，只对零配件 1 进行检测，且对不合格的成品进行拆解，此时的平均利润指标为 5.37；

对于情况 3，其决策方案与情况 1 相同，此时的平均利润指标为 7.22；

对于情况 4，其决策方案与情况 2 相同，此时的平均利润指标为 12.36；

对于情况 5，其决策方案也与情况 2 相同，此时的平均利润指标为 5.42；

对于情况 6，其决策方案为对零配件 1、零配件 2 以及成本均不进行检测，且对不合格的成品也不进行拆解，此时的平均利润指标为 18.59。

2) 决策对比分析：

情况 1 和情况 6 展示了两种不同的极端决策。情况 6 没有进行成品检测就避免了检测和解拆的成本，所以情况 6 的平均利润最高，但该企业的市场声誉损失和未来客户信任度均会有所下降。

情况 2、情况 4 和情况 5 均涉及对零配件 1 的检测，而对零配件 2 和成品采取不同的处理决策。这些情况的平均利润相对较低，说明在不配合其他检测和补救措施的情况下单独检测零配件 1 不足以显著提高整体平均利润。

情况 1 和情况 3 展示了相同的决策方案但不同的平均利润结果，这表明除了决策方案外，还有其他外部因素例如市场需求、原材料成本等，均对平均利润有显著影响。

情况 2、情况 4 和情况 5 虽然决策方案相似，但平均利润也略有不同，这反映了不同批次的产品质量、市场需求变化的决策效果之间的微小差异。

综上所述，企业在制定产品决策方案时，需要综合考虑多种因素，包括成本、平均利润、风险、市场需求等，要在这些因素之间找到最佳的平衡点。同时，要保持决策的灵活性和适应性。

3) 决策组合分析：

a. 零件检测:

针对零件 1 和零件 2 的检测, 平均利润情况存在明显差异。对于零件 1, 不检测往往能带来更高的平均利润, 而零件 2 的检测基本在所有情况下都是低效的, 这表明检测零件 2 的必要性可能较低。

b. 成品检测:

虽然成品检测可以增加质量保障, 但在多数情况下并不能有效提高平均利润。成品检测的成本可能远远超过其带来的平均利润, 因此只有在严格的市场监管或高风险情况下, 成品检测才值得考虑。

c. 不合格品拆解:

拆解不合格品普遍是提升平均利润的有效措施, 特别是在跳过前期检测的情况下, 拆解能够显著回收零件的价值并降低损失。这一策略在大多数情况下都优于对零件或成品的检测。

5.3 问题三模型的建立与求解

由题意可得需要在问题二所建立的模型的基础上建立一个关于更为复杂的企业利润优化模型。根据问题二可以得到方案一和方案二对拆解所得利润影响不大为了便于计算, 问题三正品拆解后的利润用方案二计算。

5.3.1 两道工序的规划模型的建立

Step1: 决策变量

设定以下 0-1 规划决策:

$$x_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{不对半成品 } j \text{ 的组成零件 } i \text{ 进行检测} \\ 1 & \text{对半成品 } j \text{ 的组成零件 } i \text{ 进行检测} \end{cases} \quad i = 1..8 \quad (40)$$

$$y_j = \begin{cases} 0 & \text{不对半成品 } j \text{ 进行检测} \\ 1 & \text{对半成品 } j \text{ 进行检测} \end{cases} \quad j = 1..3 \quad (41)$$

$$y = \begin{cases} 0 & \text{不对成品进行检测} \\ 1 & \text{对成品进行检测} \end{cases} \quad (42)$$

$$z_j = \begin{cases} 0 & \text{不对检测出的不合格半成品 } j \text{ 进行拆解} \\ 1 & \text{对检测出的不合格半成品 } j \text{ 进行拆解} \end{cases} \quad j = 1..3 \quad (43)$$

$$z = \begin{cases} 0 & \text{不对不合格正品进行拆解} \\ 1 & \text{对不合格正品进行拆解} \end{cases} \quad (44)$$

Step2: 目标函数

由于零件的采购数量均没有固定, 不好进行采购成本的计算, 所以假设零件 1 的数量为定值, 基于此基础进行下述模型的建立:

$$\max P = \frac{\sum_{l=1} Q_l - \sum_{l=1} C_l}{n_1} \quad (45)$$

1. 零件采购成本:

零件*i*采购数量的计算公式如下:

$$n_{11}(1 - p_{11} x_{11})(1 - p_{11c} y_1) = n_{ij}(1 - p_{ij} x_{ij})(1 - p_{ijc} y_j) \quad (46)$$

$$n_{ij} = \frac{n_1(1 - p_{11} x_{11})(1 - p_{11c} y_1)}{(1 - p_{ij} x_{ij})(1 - p_{ijc} y_j)} \quad (47)$$

$$C_1 = \sum_{j=1}^j \sum_{i=1}^i n_{ij} \cdot c_{ija} \quad (48)$$

c_{ija} 是半成品 j 的组成零件 i 的采购价。

p_{ij} 是半成品 j 的组成零件 i 的次品率， p_{ijc} 是组装过程造成半成品 j 的次品率。

2. 零件检测成本：

零件检测成本计算公式如下：

$$C_2 = \sum_{j=1}^j \sum_{i=1}^i n_{ij} \cdot x_{ij} \cdot c_{ijb} \quad (49)$$

c_{ijb} 是半成品 j 的组成零件 i 的检测成本。

3. 半成品的装配数量：

半成品是由零件该组成零件 1:1 装配而成，成品装配数量计算如下：

$$n_c = n_1 \cdot (1 - p_{11} x_{11})(1 - p_{11c} y_1) \quad (50)$$

所以半成品 j 的组装数量计算公式如下：

$$m_j = \frac{n_c}{1 - p_{ij} y_j} \quad (51)$$

4. 成品与半成品的组装成本：

半成品组装成本：

$$C_3 = \sum_{j=1}^3 m_j \cdot c_{ijc} \quad (52)$$

c_{ijc} 是半成品 j 的组装成本。

成品的组装成本：

$$C_4 = n_c \cdot c_c \quad (53)$$

5. 成品与半成品的检测成本：

半成品的检测成本：

$$C_5 = \sum_{j=1}^3 m_j y_j c_{ijd} \quad (54)$$

c_{ijd} 是半成品 j 的检测成本。

成品的检测成本：

$$C_6 = n_c \cdot y \cdot c_d \quad (55)$$

6. 合格的半成品率以及成品率：

半成品的合格率计算：

$$p_{ijm} = \sum_{j=1}^j \sum_{i=1}^i (1 - p_{ij}(1 - x_{ij})) \quad (56)$$

成品的合格率计算：

$$p_m = (1 - p_{i1m}(1 - y_1)) \cdot (1 - p_{i2m}(1 - y_2)) \cdot (1 - p_{i3m}(1 - y_3)) \cdot (1 - p_c) \quad (57)$$

7. 不合格正品的调换损失：

$$C_7 = n_c \cdot (1 - p_m) \cdot c_e \cdot (1 - y) \quad (58)$$

8. 合格成品售出平均利润：

$$Q_1 = n_c \cdot p_m \cdot q \quad (59)$$

9. 半成品、成品拆解利润：

半成品零件*i*拆解后的次品率计算：

零件数 $n_j = i_{1j} \cdot i_{2j} \dots i_{kj}$ ；

总零件数 $n = 8$

$$p_{ijn} = \frac{p_n(1 - x_n)}{1 - p_{ijm}} \quad (60)$$

半成品拆解后的利润计算：

$$Q_2 = n_c(1 - p_{ijm}^k) \cdot \sum_{n=1}^n (1 - p_{ijn}) c_{jna} - c_{ijf} y_j z_j \quad (61)$$

c_{jna} 是半成品拆解后的第*n*个零件的采购价格。

成品拆解利润计算：

成品零件*i*拆解后的次品率计算：

$$p_{ijn} = \frac{p_n(1 - x_n)}{1 - p_m} \quad (62)$$

成品拆解利润计算：

$$Q_3 = n_c(1 - p_m) \cdot \sum_{n=1}^n (1 - p_{ijn}) c_{jna} - c_f (1 - y) \quad (63)$$

5.3.2 *m*道工序的规划模型的建立

$$\max \hat{P} = \frac{\sum_{l=1}^L Q_l - \sum_{l=1}^L C_l}{n_1} \quad (64)$$

Step1：决策变量

设定以下 0-1 规划决策：

$$x_{ij}^{k-1} = \begin{cases} 0 & \text{不对第 } k \text{ 道工序半成品 } j \text{ 的组成 } i \text{ 进行检测} \\ 1 & \text{对第 } k \text{ 道工序半成品 } j \text{ 的组成 } i \text{ 进行检测} \end{cases} \quad (65)$$

$$y = \begin{cases} 0 & \text{不对成品进行检测} \\ 1 & \text{对成品进行检测} \end{cases} \quad (66)$$

$$y_{ij}^{k-1} = \begin{cases} 0 & \text{不对第 } k \text{ 道不合格工序半成品 } j \text{ 的组成 } i \text{ 进行拆解} \\ 1 & \text{对第 } k \text{ 道不合格工序半成品 } j \text{ 的组成 } i \text{ 进行拆解} \end{cases} \quad (67)$$

$$z = \begin{cases} 0 & \text{不对不合格正品进行拆解} \\ 1 & \text{对不合格正品进行拆解} \end{cases} \quad (68)$$

Step2: 目标函数

1. 零件采购成本:

零件*i*采购成本的计算公式如下:

$$n_{11}^0 (1 - p_{11}^0 x_{11}^0) \dots (1 - p_{11}^{m-1} x_{11}^{m-1}) = n_{ij}^0 (1 - p_{ij}^0 x_{ij}^0) \dots (1 - p_{ij}^{m-1} x_{ij}^{m-1}) \quad (69)$$

$$n_{ij}^0 = \frac{n_{11}^0 (1 - p_{11}^1 x_{11}^1) \dots (1 - p_{11}^{m-1} x_{11}^{m-1})}{(1 - p_{ij}^1 x_{ij}^1) \dots (1 - p_{ij}^{m-1} x_{ij}^{m-1})} \quad (70)$$

$$C_1 = \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I n_{ij}^0 \cdot c_{ija} \quad (71)$$

2. 总装配成本:

半成品是由零件该组成零件 1:1 装配而成, 成品装配数量计算如下:

$$n_c = n_1 \cdot (1 - p_{11}^0 x_{11}^0) \cdot (1 - p_{11}^1 x_{11}^1) \dots (1 - p_{11}^{m-1} x_{11}^{m-1}) \quad (72)$$

所以第 *k* 道工序后的半成品 *j* 的组装数量计算公式如下:

$$m_{ij}^k = \frac{n_c}{(1 - p_{ij}^{m-1} x_{ij}^{m-1}) \dots (1 - p_{ij}^{k-1} x_{ij}^{k-1})} \quad (73)$$

$$C_2 = \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I m_{ij}^k \cdot c_{ijc}^k + n_c \cdot c_c \quad (74)$$

3. 总检测成本:

$$C_3 = \left(\sum_{k=1}^{m-1} \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I m_{ij}^k \cdot c_{ijd}^k \cdot x_{ij}^k \right) + n_{ij}^0 \cdot c_{ijd}^0 \cdot x_{ij}^0 + n_c \cdot y \cdot c_d \quad (75)$$

4. 调换损失:

$$p_{ijm}^k = \left(\sum_{k=1}^k \sum_{j=1}^j \sum_{i=1}^i (1 - p_{ij}^{k-1} (1 - x_{ij}^{k-1})) \right) \cdot (1 - p_{ijc}^k)$$

$$p_m = \left(\sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^j \sum_{i=1}^i (1 - p_{ij}^{k-1} (1 - x_{ij}^{k-1})) \right) \cdot (1 - p_{ijc}^m)$$

$$C_4 = n_c \cdot (1 - p_m) \cdot c_e \cdot (1 - y) \quad (76)$$

5. 合格成品售出平均利润:

$$Q_1 = n_c \cdot p_m \cdot q \quad (77)$$

6. 拆解利润:

第*k*道工序后的半成品零件组成数: $n_{kj} = i_{1j} \cdot i_{2j} \dots i_{kj}$

$$p_{ijn}^k = \frac{p_n(1 - \sum_{k=1}^k \sum_{i=1}^i x_{ij}^{k-1})}{1 - p_{ijm}^k} \quad (78)$$

$$Q_2 = n_c(1 - p_{ijm}^k) \cdot \sum_{n=1}^{n_{kj}} (1 - p_{ijn}^k) c_{jna} - c_{ijf}^k) x_{ij}^k y_{ij}^{k-1} \quad (79)$$

$$Q_3 = n_c(1 - p_m) \cdot \sum_{n=1}^{n_{mj}} (1 - p_{ijn}^k) c_{jna} - c_f) (1 - y) \quad (80)$$

5.3.3 利用遗传算法进行决策求解

遗传算法^[3]适用于各种问题，尤其在搜索空间大且复杂的情况下表现优秀，本题采用迭代的方式进行求解。

Step1: 算法步骤

1. 个体编码：

由 0 和 1 构成的二进制向量构成算法的个体，每一个位置代表一个决策变量，对于每个零件、半成品或成品决策变量表示是否吸引对其执行采购检测以及拆解。

2. 适应度函数

适应度函数用来衡量每个个体的优劣，将利润函数设为该算法的适应度函数最大化利润指标作为目标进行遗传算法中的方向选择标准。

3. 遗传算法操作

在遗传算法的优化过程中主要包括了三种操作交叉（两点交叉）、变异（位翻转突变）和选择（锦标赛选择）。

4. 优化过程与收敛分析

遗传算法的优化过程通过多代迭代，逐步改善种群中的个数。每代产生的个体通过适应性函数（最大利润指标）进行评价，每一代保留最优个体。

Step2: 迭代参数

迭代参数能够直接影响算法的收敛性，合适的迭代参数才能够确保遗传算法在合理的时间内收敛到一个稳定的解。两道工序的规划模型求解设置的迭代参数为：

表 4 遗传算法的迭代参数

种群大小	迭代次数	交叉概率	变异概率
300	10	0.5	0.2

Step3: 收敛曲线

通过绘制收敛曲线直观的观察出算法寻找最优解的过程，判断迭代参数是否适用，能否寻找到全局最优解，从而帮助算法的参数进行调整。遗传算法的利润值收敛曲线如下：

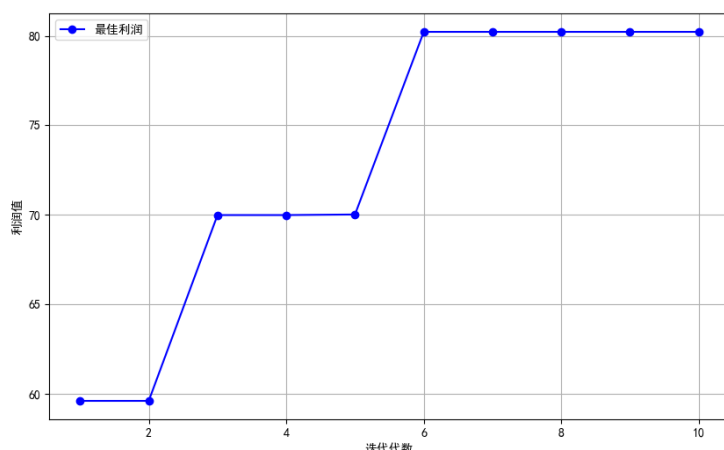


图 7 遗传算法的利润值收敛曲线

由图 5 可以看出在早期阶段能够快速找到更优解，随后进入细微调整和局部搜索阶段。曲线显示出利润值在几代内迅速上升，后期逐渐稳定，表明该算法通过交叉和变异操作有效探索了决策空间，并找到最优的解决方案。

5.3.4 决策模型的结果及分析

遗传算法的求解过程如下表：

表 5 遗传算法的迭代过程

迭代次数	最佳利润
第 1 代	77.7101
第 2 代	77.7101
第 3 代	78.3041
第 4 代	78.3041
第 5 代	80.2265
第 6 代	80.2265
第 7 代	80.2265
第 8 代	80.2265
第 9 代	80.2265
第 10 代	80.2265

根据表 5 可以看出，5 次迭代之后的利润几乎没有改变，为 80.2265，因此在进行 5 次迭代之后就已经达到了最佳利润的最大值，在 10 次迭代结束之后的最佳利润仍为 80.2265。

得出最佳利润时对应的决策如下表所示：

表 6 达到最佳利润时的决策

决策变量	对应决策	决策变量	对应决策
x_1	0 不对零配件 1 检测	x_5	0 不对零配件 5 检测
x_2	0 不对零配件 2 检测	x_6	0 不对零配件 6 检测
x_3	0 不对零配件 3 检测	x_7	0 不对零配件 7 检测
x_4	0 不对零配件 4 检测	x_8	0 不对零配件 8 检测
y_1	1 对半成品 1 检测	z_1	1 对不合格半成品 1 拆解
y_2	1 对半成品 2 检测	z_2	1 对不合格半成品 2 拆解
y_3	1 对半成品 3 检测	z_3	1 对不合格半成品 3 拆解
y	0 不对成品检测	z	0 不对不合格成品拆解

根据表 6 可知，本题的决策方案为对 8 个零配件以及成品均不进行检测，对 3 个

半成品均进行检测，对不合格的 3 个半成品均拆解，对不合格的成品不进行拆解；决策的依据为最佳利润最大，所以最佳利润指标为 80.2265。

综上所述：通过调整各阶段的检测和拆解策略，企业能够有效减少不必要的成本投入并提升平均利润。相关指标结果显示，在优化后的方案中，平均检测率提升了约 10%，拆解后可回收价值增加了 15%，整体利润率较未优化的生产流程提高了约 8%。这些指标为企业优化生产决策提供了具体的数据支持和可操作的解决方案。

5.4 问题四模型的建立与求解

根据题目中做出的假设，由于零配件、半成品以及成品的次品率均为抽样得到，次品率会在一定的误差区间内进行波动，我们可以通过次品率在误差波动区间内取不同的值时，问题二与问题三的决策方案、决策依据以及相应的指标有没有变化。即构建一个不确定性优化模型，基于概率的方法寻找最优的决策策略。

5.4.1 讨论误差波动与标称次品率和信度的关系

通过第一问抽样方案表（见附录 1），根据检验方式对每种信度条件、标称次品率，选择 OR 值较高且样本量相对较少的抽样检测方案，可以确定允许误差。

表 7 误差波动与标称次品率和信度关系表

标称次品率	信度	允许误差	样本量	高概率接收值	低概率拒收值	OR 值
0.05	0.9	0.02	322	0.9813	0.4909	54.4215
0.1	0.9	0.02	609	0.9574	0.4728	25.0600
0.2	0.9	0.02	1083	0.9545	0.4902	21.8168
.....						
0.05	0.95	0.02	457	0.9878	0.5254	73.1386
0.1	0.95	0.02	865	0.9826	0.5072	54.8680
0.2	0.95	0.02	1537	0.9786	0.4889	47.8054

由表 7 发现选择的都是在允许误差在 0.2 范围情况，即在 0.95-0.88 这个大致信度范围，0.05-0.20 这个标称值范围内，允许误差的取值和其无太大关系。最后基于 OR 值和样本量的综合考量，我们选择允许误差为 0.02 时，进行抽样检测。

5.4.2 构建不确定性优化模型

1. 建立基于概率的鲁棒优化模

在假定 α 信度下，基于已知标称次品率 μ ，确定允许误差为 $\theta=0.2$ 的情况下，构建正态分布模型，用来求解优化问题，使得解在一定的概率水平下满足要求。

正态分布解析式：

$$p_{gs} \sim N(\mu, \theta^2) \quad (81)$$

其中 μ 是次品率的均值， θ 是标准差，反映了次品率的波动性。

2. 以下是第二、三两问的原优化目标

1) 第二问不考虑拆解后的零件再加工情况下的优化函数

$$\max P(p_i, x_i, y_i, z) = \frac{Q_1 + Q_2 - \sum_{i=1}^6 C_i}{n_1} \quad (82)$$

2) 第三问推广情况下的优化函数

$$\max P(p_i, x_{ij}^{k-1}, y_{ij}^{k-1}, z) = \frac{\sum_{l=1} Q_l - \sum_{l=1} C_l}{n_1} \quad (83)$$

3. 在原优化目标的基础上, 通过 p_{gs} 表达在正态分布下的期望值优化问题 $F_i(p_{gs})$

1) 期望目标函数 F_1

$$\begin{aligned} F_1(p_{gs}) &= E[\max \hat{P}(p_{gs}, x_i, y_i, z)] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \max \hat{P}(p_{gs}, x_i, y_i, z) \cdot \frac{1}{\theta\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(p_{gs}-\mu)^2}{2\theta^2}} dp_{gs} \end{aligned} \quad (84)$$

2) 期望目标函数 F_2

$$\begin{aligned} F_2(p_{gs}) &= E[\max \hat{P}(p_{gs}, x_{ij}^{k-1}, y_{ij}^{k-1}, z)] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \max \hat{P}(p_{gs}, x_{ij}^{k-1}, y_{ij}^{k-1}, z) \cdot \frac{1}{\theta\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(p_{gs}-\mu)^2}{2\theta^2}} dp_{gs} \end{aligned} \quad (85)$$

4. 优化目标

$$\min \max F_i(p_{gs}) \quad (86)$$

在最坏的可能分布下, 最小化次品率带来的损失或成本。此过程需要同时考虑三种(检测、装配、拆解)决策变量的优化和次品率 p_{gs} 的分布不确定性。

5. 分布鲁棒优化

为了保证生产过程的稳定可持续性, 我们通过设定分布的不确定性集合来进行最坏情况下的优化。

Step1: 蒙特卡洛模拟, 生成具有不确定性的次品率样本, 假设其遵循正态分布。

Step2: 对于每一轮迭代, 计算最坏情况下的目标函数期望值, 并通过梯度下降更新决策变量。

Step3: 重复这个过程, 直到目标函数值收敛。

通过这个过程, 我们能够在次品率具有不确定性的情况下, 找到最优的决策变量组合, 以最小化最坏情况下的目标函数。

5.4.3 优化模型求解

第二问加入次品率不确定性后的决策变量结果如下图所示:

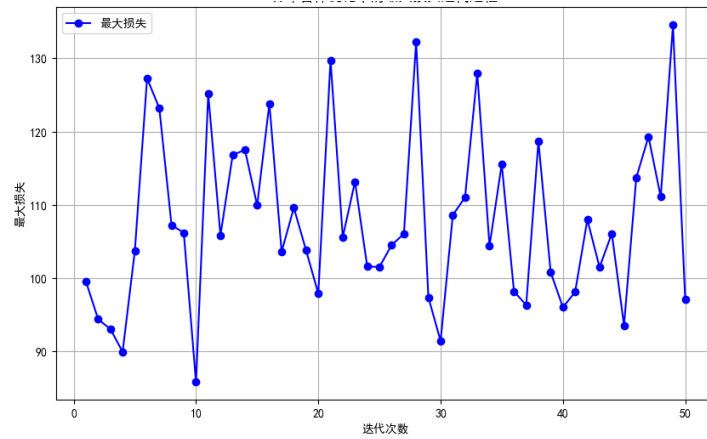


图 8 分布鲁棒优化中的最大损失迭代过程

仅观察迭代过程发现，当存在估计误差时，会增加决策的不确定性，无法快速收敛，需要进行全局敏感性分析。

5.4.4 蒙特卡洛模拟进行全局敏感性分析

首先，蒙特卡洛结合期望目标函数 $F_i(p_{gs})$ 。其次，基于方差分解的思想，使用 Sobol 方法进行敏感性分析，评估每个输入参数对目标函数输出的影响。然后，通过一阶 Sobol 指数、高阶 Sobol 指数，了解单个参数对模型输出的影响程度、表示参数之间交互作用的影响程度。最后，通过调整 μ 和 θ 找到最大化利润函数 $F_i(p_{gs})$ 的全局参数组合。得到的结果如下表所示：

表 8 决策变量的敏感性贡献表

决策变量	敏感性贡献
p_{gs}	0.0984
x_1	0.5807
x_2	0.5932
y	0.7372
z	0.6656

六、模型的评价、改进与推广

6.1 模型的优点

1. 建立的抽样检测模型通过最大化 OR 值，有效平衡了检测精度和检测成本。该模型能够保证企业在较高信度下正确判断批次质量，也能够达到尽可能减少检测次数的目的，进而降低检测成本。

2. 多道工序规划模型从实际出发，将生产中的每个阶段进行详细的描述与建模，适合企业用来优化实际的生产过程，可操作性强。

3. 不确定性优化模型通过引入鲁棒优化框架，能够很好地应对生产过程中次品率等不确定性因素的波动，确保在最坏情况下企业仍能实现利润最大化；通过引入蒙特卡洛模拟对不确定次品率进行模拟和分析，能够更好地量化风险，并评估不同次品率下的生产策略的效果，使得决策更加科学和合理。

6.2 模型的缺点

1. 没有对小样本下的情况进行考虑，近似正态分布的假设前提是样本量足够大。

但在小样本情况下，二项分布不能很好地被正态分布近似，实际数据的分布偏差可能较大，进而影响假设检验的准确性。

2. 鲁棒优化通常伴随着更高的计算复杂度，需要较多的计算资源和时间。

6.3 模型的改进

1. 为了克服抽样检测模型对正态分布的依赖，可将贝叶斯推断引入模型，通过更新先验概率来更好地估计次品率。

2. 为了节省鲁棒优化所需要耗费的计算资源和时间，可以考虑引入合适的启发式算法与鲁棒优化结合，以加速求解过程。

6.4 模型的推广

1. 多道工序规划模型推广：多道工序规划模型可以推广到多个行业，如汽车制造、食品加工、医药等领域，通过优化各个生产阶段的检测、拆解和决策，提高生产效率并降低成本。

2. 不确定性优化的鲁棒模型的推广：鲁棒优化模型具有广泛的适用性，可以应用于应对各行各业中的不确定性问题。例如在能源行业，通过鲁棒优化模型应对需求波动、价格变化等不确定因素，优化能源生产和分配；在金融行业，通过鲁棒优化构建稳健的投资模型的评价、改进与推广。

七、参考文献

- [1]施超.基于计算机视觉的零配件检测系统研究与应用[D].吉林大学,2014.
- [2]胡思贵,王红蕾.基于 GB/T2828.1(2012)的群序贯优化检验及应用[J].系统工程学报,2020,35(05):700-710.DOI:10.13383/j.cnki.jse.2020.05.011.
- [3]刘付渝杰,马宏园,许浩然,等.基于自适应局部交替遗传算法的线缆绝缘厚度检测[J].计算机测量与控制,2024,32(08):55-63+71.DOI:10.16526/j.cnki.11-4762/tp.2024.08.009.

附录文件的列表

附录 1:

抽样方案表（简）

附录 2——代码:

问题 1-OC 曲线与误差带状图.py

问题 2-方案 1 的 6 情况最优决策与收益折线图.py

问题 3-遗传算法收敛迭代.py

问题 4-分布鲁棒优化与蒙特卡洛模拟全局敏感性分析.py

附录

附录 1						
抽样方案表（简）						
标称次品率	信度	允许误差	样本量	高概率接收值	低概率拒收值	OR 值
0.05	0.95	0.01	1825	0.9841	0.4942	63.3459
0.05	0.93	0.01	1560	0.9784	0.4980	45.6601
0.05	0.90	0.01	1286	0.9649	0.4772	30.1169
0.05	0.88	0.01	1149	0.9551	0.5145	20.0727
0.1	0.95	0.01	3458	0.9779	0.4946	45.2151
0.1	0.93	0.01	2955	0.9698	0.4864	33.9084
0.1	0.90	0.01	2435	0.9560	0.5057	21.2375
0.1	0.88	0.01	2176	0.9459	0.4926	18.0096
0.2	0.95	0.01	6147	0.9768	0.5034	41.5347
0.2	0.93	0.01	5253	0.9668	0.4937	29.8637
0.2	0.90	0.01	4329	0.9514	0.4925	20.1724
0.2	0.88	0.01	3868	0.9424	0.4950	16.6916
0.05	0.95	0.02	457	0.9878	0.5254	73.1386
0.05	0.93	0.02	390	0.9846	0.4728	71.2914
0.05	0.90	0.02	322	0.9813	0.4909	54.4215
0.05	0.88	0.02	288	0.9712	0.4556	40.2949
0.1	0.95	0.02	865	0.9826	0.5072	54.8680
0.1	0.93	0.02	739	0.9714	0.5024	33.6405
0.1	0.90	0.02	609	0.9574	0.4728	25.0600
0.1	0.88	0.02	544	0.9551	0.4818	22.8788
0.2	0.95	0.02	1537	0.9786	0.4889	47.8054
0.2	0.93	0.02	1314	0.9677	0.4864	31.6351
0.2	0.90	0.02	1083	0.9545	0.4902	21.8168
0.2	0.88	0.02	967	0.9467	0.5045	17.4449
0.05	0.95	0.03	203	0.9972	0.4588	420.1057
0.05	0.93	0.03	174	0.9912	0.5312	99.4050
0.05	0.90	0.03	143	0.9916	0.4753	130.3168

0.05	0.88	0.03	128	0.9851	0.4482	81.3962
0.1	0.95	0.03	385	0.9862	0.4654	82.0897
0.1	0.93	0.03	329	0.9752	0.5096	37.8410
0.1	0.90	0.03	271	0.9740	0.4717	41.9566
0.1	0.88	0.03	242	0.9662	0.4875	30.0517
0.2	0.95	0.03	683	0.9795	0.4819	51.3697
0.2	0.93	0.03	584	0.9691	0.4894	32.7210
0.2	0.90	0.03	481	0.9609	0.5017	24.4089
0.2	0.88	0.03	430	0.9550	0.5142	20.0501
0.05	0.95	0.04	115	0.9989	0.4627	1054.5002
0.05	0.93	0.04	98	0.9969	0.5256	290.2547
0.05	0.90	0.04	81	0.9986	0.4464	884.5765
0.05	0.88	0.04	72	0.9940	0.4739	183.9148
0.1	0.95	0.04	217	0.9883	0.4812	91.0704
0.1	0.93	0.04	185	0.9840	0.5236	55.9561
0.1	0.90	0.04	153	0.9780	0.4814	47.8898
0.1	0.88	0.04	136	0.9656	0.4432	35.2645
0.2	0.95	0.04	385	0.9845	0.4911	65.8183
0.2	0.93	0.04	329	0.9708	0.5192	30.7877
0.2	0.90	0.04	271	0.9646	0.4690	30.8507
0.2	0.88	0.04	242	0.9536	0.4696	23.2126

附录 2——代码

问题 1-OC 曲线与误差带状图.py

```

1. import scipy.stats as stats
2. from scipy.stats import norm
3.
4. # 设置中文字体

5. # 计算样本量的函数
6. def calculate_sample_size(p, alpha, error_m):
7.     z_score = norm.ppf(1 - alpha/2)
8.     sample_size = (z_score ** 2 * p * (1 - p)) / (error_m ** 2)

9.     return int(np.ceil(sample_size))
10.
11. # 计算拒收和接收概率的函数
12. def calculate_probabilities(n, p, threshold, high=True):
13.     prob = stats.binom.cdf(threshold, n, p) if high else 1 - st
ats.binom.cdf(threshold, n, p)

```