EMERGENT MATHEMATICAL ENVIRONMENTS IN CHILDREN'S GAMES

*LINGKUNGAN MATEMATIKA DALAM PERMAINAN ANAK-ANAK*

In their daily lives, children engage in a wide range of cultural practices: They play games, participate in sports, and sell goods. For many, such activities are the staples of childhood, and much of what has come to be called out-of-school mathematics learning occurs through children's participation in such practices.

*Dalam kehidupan sehari-, anak-anak terlibat dalam berbagai praktik budaya: Mereka bermain game, berpartisipasi dalam olahraga, dan menjual barang. Bagi banyak orang, kegiatan semacam itu adalah pokok masa kanak-kanak, dan banyak dari apa yang disebut pembelajaran matematika di luar sekolah terjadi melalui partisipasi anak-anak dalam praktik semacam itu.*

What kinds of environments emerge in everyday cultural practices in which children engage in mathematics learning? The question presents difficult problems for analysis. We know that learning environments are not presented to individuals and thus directly observable by analysts; rather, they are constructed by individuals in activity. Further, such constructions are deeply interwoven with historical achievements as well as cultural values and norms. Much of the existing research on children's learning environments have not produced adequate coordinations of these epistemological and cultural issues in descriptions of learning environments in practices.

*Apa jenis lingkungan yang muncul dalam praktik budaya sehari-hari di mana anak-anak terlibat dalam pembelajaran matematika? Pertanyaan itu menyajikan probabilitas yang sulit untuk analisis. Kita tahu bahwa lingkungan belajar tidak disajikan kepada individu dan dengan demikian secara langsung dapat diamati oleh para analis; sebaliknya, mereka dikonstruksi oleh individu dalam aktivitas. Lebih jauh lagi, konstruksi seperti itu sangat terkait dengan pencapaian sejarah serta nilai-nilai dan norma-norma budaya. Banyak penelitian yang ada pada lingkungan belajar anak-anak belum menghasilkan koordinasi yang memadai dari isu-isu epistemologis dan budaya dalam deskripsi lingkungan belajar dalam praktek.*

Sociological approaches often skirt efforts to analyze practices entirely. In-stead, such approaches often use distal features of children's environments (social class, economic organization), properties of individuals (race, gender), or small-group organization in classrooms (e.g., reward structures) to analyze effects of these "proxy" variables on children's achievements. Although such distal variables as social class or reward structure may be predictive of children's accomplishments (e.g., Johnson, Johnson, & Stanne, 1985; Slavin, 1980, 1983), such approaches can provide little insight into the learning environments that emerge in children's practices.

*Pendekatan sosiologis sering mengitari upaya untuk menganalisis praktik sepenuhnya. Sebagai gantinya, pendekatan semacam itu sering menggunakan fitur-fitur distal dari lingkungan anak-anak (kelas sosial, organisasi ekonomi), properti individu (ras, gender), atau organisasi kelompok kecil di ruang kelas (misalnya, struktur hadiah) untuk menganalisa efek variabel "proxy" ini pada pencapaian anak-anak. Meskipun variabel distal seperti itu sebagai struktur kelas sosial atau penghargaan dapat menjadi prediksi pencapaian anak-anak (misalnya, Johnson, Johnson, & Stanne, 1985; Slavin, 1980, 1983), pendekatan semacam itu dapat memberikan sedikit wawasan ke dalam lingkungan belajar yang muncul dalam praktik anak-anak.*

Social-interactional approaches have offered useful fine-grained analyses of children's turn-forrtum exchanges in terms of categories of questions and explanations (Webb, 1982, 1991) or social conflicts (Ames & Murray, !982;Botvin& Murray, 1975; Doise & Mugny, 1984) and how these variables affect children's achievement. However, we do not find critical analyses of mathematics in these analyses or the way in which aspects of culture are interwoven with individuals' mathematical environments.

*Pendekatan-pendekatan sosial-interaksional telah menawarkan analisis-analisis yang berguna mengenai pertukaran turn-forrtum anak-anak dalam hal kategori pertanyaan dan penjelasan (Webb, 1982, 1991) atau konflik sosial (Ames & Murray,! 982; Botvin & Murray, 1975; Doise & Mugny, 1984) dan bagaimana variabel-variabel ini mempengaruhi prestasi anak-anak. Namun, kami tidak menemukan analisis kritis matematika dalam analisis ini atau cara di mana aspek budaya terjalin dengan lingkungan matematika individu.*

Ethnographic approaches often point to cultural aspects of children's activities as ingredient to children's learning environments (Clark, 1983; Eckert, 1989). Although such approaches are more sensitive to the cultural features of practices, they do not offer frameworks for the systematic analysis of mathemati-cal environments nor how such environments might come to be represented in individuals' activities.

*Pendekatan etnografi sering menunjuk pada aspek budaya dari aktivitas anak-anak sebagai bahan untuk lingkungan belajar anak-anak (Clark, 1983; Eckert, 1989). Meskipun pendekatan semacam itu lebih sensitif terhadap fitur budaya dari praktik, mereka tidak menawarkan kerangka kerja untuk analisis sistematis lingkungan matematis atau bagaimana lingkungan seperti itu dapat terwakili dalam kegiatan individu.*

In this chapter, we describe a framework for the analysis of children's learning environments in which a core construct is children's emergent goals (Saxe, 1991). To illustrate the approach, we focus on our recent work on children's play of a game in which children become engaged with mathematical problems.

*Dalam bab ini, kami menjelaskan kerangka kerja untuk analisis lingkungan belajar anak-anak di mana inti konstruksi adalah tujuan yang muncul anak-anak (Saxe, 1991). Untuk mengilustrasikan pendekatan ini, kami fokus pada karya terbaru kami pada permainan anak-anak dari permainan di mana anak-anak menjadi terlibat dengan masalah matematika.*

SOME CORE ASSUMPTIONS OF THE EMERGENT GOALS FRAMEWORK

*BEBERAPA ASUMSI DASAR DARI KERANGKA KERJA YANG MUNCUL*

Central to our work is the view that an understanding of the mathematical environments that emerge in the game requires the coordination of two analytic perspectives (Saxe, 1991). The first is a constructivist treatment of children's mathematics: We take as a core assumption that children's mathematical environ-ments cannot be understood apart from children's own cognizing activities (Pi-aget, 1952, 1977; Saxe, 1991; Steffe, von Glasersfeld, Richards, & Cobb, 1983; von Glasersfeld, 1992). Indeed, mathematical environments take form as children construct and accomplish goals and subgoals that are grounded in their prior understandings. Such goals may be relatively elementary, such as those that a child constructs in counting a collection of objects, or relatively sophisticated, such as those that an adolescent constructs in creating a geometrical proof. Regardless, mathematical environments become constituted only as individuals structure mathematical goals.

*Inti dari pekerjaan kami adalah pandangan bahwa pemahaman tentang lingkungan matematika yang muncul dalam permainan membutuhkan koordinasi dua perspektif analitik (Saxe, 1991). Yang pertama adalah perlakuan konstruktivis terhadap matematika anak-anak: Kita anggap sebagai asumsi inti bahwa lingkungan matematika anak-anak tidak dapat dipahami terpisah dari aktivitas kognitif anak-anak sendiri (Pi-aget, 1952, 1977; Saxe, 1991; Steffe, von Glasersfeld, Richards , & Cobb, 1983; von Glasersfeld, 1992). Memang, lingkungan matematika mengambil bentuk sebagai anak-anak membangun dan mencapai tujuan dan sub-tujuan yang didasarkan pada pemahaman sebelumnya. Sasaran semacam itu mungkin relatif mendasar, seperti yang dikonstruksi oleh anak dalam menghitung kumpulan objek, atau yang relatif canggih, seperti yang dibangun oleh remaja dalam menciptakan bukti geometri. Apapun, lingkungan matematika menjadi hanya sebagai individu struktur tujuan matematika.*

The second perspective derives from sociocultural treatments of cognition (e.g., Laboratory of Comparative Human Cognition, 1986; Rogoff, 1990; Saxe, 1991). Children's construction of mathematical goals and subgoals is interwoven with the socially organized activities in which thpy are participants; whether computing batting averages or making change for lemonade, children construct goals that are framed by cultural artifacts (e.g., currency or number systems), activity structures (e.g., the rules and objectives of playing Monopoly), and social interactions.

*Perspektif kedua berasal dari perawatan sosiokultural kognisi (misalnya, Laboratorium Kognisi Manusia Komparatif, 1986; Rogoff, 1990; Saxe, 1991). Konstruksi anak-anak dari tujuan dan sub-tujuan matematika terjalin dengan kegiatan-kegiatan yang diatur secara sosial di mana para peserta adalah; apakah menghitung rata-rata batting atau membuat perubahan untuk limun, anak-anak membuat sasaran yang dibingkai oleh artefak budaya (mis., mata uang atau sistem nomor), struktur aktivitas (misalnya, aturan dan tujuan bermain Monopoli), dan interaksi sosial.*

The game that is the focus of our analysis was designed specifically to favor the emergence of particular kinds of mathematical goals in children's peer interactions.1 Through analyses of videotapes of children's play, our aim was to provide some insight into children's emergent mathematical environments.

*Permainan yang menjadi fokus analisis kami dirancang khusus untuk mendukung munculnya jenis-jenis tujuan matematika tertentu dalam interaksi teman-teman anak-anak.1 Melalui analisis rekaman video permainan anak-anak, tujuan kami adalah untuk memberikan beberapa wawasan ke dalam lingkungan matematika anak-anak yang muncul.*

TREASURE HUNT AND THE EMERGENT GOALS FRAMEWORK

*TREASURE HUNT DAN KERANGKA KERJA YANG MUNCUL*

The game of Treasure Hunt is depicted in Fig. 3.1. To play the game, children assume the roles of treasure hunters in search of "gold doubloons," gold-painted base-10 blocks in denominations of 1, 10, 100, and 1000. In play, children collect their gold in treasure chests that consist of long rectangular cards organized into thousands, hundreds, tens, and ones columns, and children report their quantity of gold on their gold register with the number orthography. The child who acquires the most gold wins the game.

*Permainan Treasure Hunt digambarkan pada Gambar 3.1. Untuk memainkan permainan, anak-anak mengasumsikan peran pemburu harta karun mencari "gold doubloons," blok dasar-10 emas dalam denominasi 1, 10, 100, dan 1000. Dalam permainan, anak-anak mengumpulkan emas mereka di peti harta karun yang terdiri dari kartu persegi panjang yang disusun menjadi ribuan, ratusan, puluhan, dan kolom-kolom, dan anak-anak melaporkan kuantitas emas mereka pada daftar emas mereka dengan nomor ortografi. Anak yang memperoleh emas terbanyak memenangkan pertandingan.*

Emergent Goals in the Play of Treasure Hunt

*Tujuan Yang Muncul dalam Permainan dari Perburuan Harta Karun*

A basic assumption of the Emergent Goals Framework is that goals are not fixed or static constructions, but rather take form and shift as children participate in practices. In this process, goals are necessarily interwoven with cognitive and socio-cultural aspects of children's functioning. The Emergent Goals Framework targets four principal parameters (see Fig. 3.4): activity structures, social interactions, artifacts/conventions, and prior understandings. Next, we sketch these parameters, pointing to the way in .which they serve as a frame for an analysis of emergent goals in Treasure Hunt.

*Asumsi dasar dari Kerangka Tujuan Muncul adalah bahwa sasaran bukan merupakan konstruksi tetap atau statis, melainkan mengambil bentuk dan pergeseran ketika anak berpartisipasi dalam praktik. Dalam proses ini, tujuan selalu terkait dengan aspek kognitif dan sosio-budaya dari fungsi anak-anak. The Emergent Goals Framework menargetkan empat parameter utama (lihat Gambar 3.4): struktur aktivitas, interaksi sosial, artefak / konvensi, dan pemahaman sebelumnya. Selanjutnya, kami membuat sketsa parameter-parameter ini, menunjuk ke cara di mana mereka berfungsi sebagai bingkai untuk analisis tujuan yang muncul dalam Treasure Hunt.*

Parameter 1: Activity Structures

*Parameter 1: Struktur Kegiatan*

In our analyses of the activity structure (Parameter 1) of Treasure Hunt, we distinguish between an intended structure and an actual structure. The intended structure consists of the rules, objectives, and organization of play as prescribed by the designers of Treasure Hunt. The actual structure, in contrast, is the game that emerges as children play. Each serves an important function in our analyses: Our specification of the intended structure provides a schema of the organization of play as presented to children, whereas our analyses of the actual structure provides a description of the transformation of this structure in the play ol children. In our empirical analyses of play, a central concern is with the way the actual structure of play—the emergent rules by which children play, the values that they form in play, and their own particular routines by which they play—is interwoven with children's emergent mathematical goals.

*Dalam analisis kami tentang struktur aktivitas (Parameter 1) dari Treasure Hunt, kami membedakan antara struktur yang dimaksudkan dan struktur yang sebenarnya. Struktur yang dimaksudkan terdiri dari aturan, tujuan, dan organisasi permainan seperti yang ditentukan oleh para perancang Treasure Hunt. Struktur sebenarnya, sebaliknya, adalah permainan yang muncul saat anak-anak bermain. Masing-masing berfungsi penting dalam analisis kami: Spesifikasi kami dari struktur yang dimaksudkan menyediakan skema organisasi bermain seperti yang disajikan kepada anak-anak, sedangkan analisis kami tentang struktur yang sebenarnya memberikan gambaran tentang transformasi struktur ini dalam permainan anak-anak. Dalam analisis empiris kita tentang bermain, perhatian utama adalah pada cara struktur bermain yang sebenarnya - aturan-aturan yang muncul dimana anak-anak bermain, nilai-nilai yang mereka bentuk dalam permainan, dan rutinitas khusus mereka sendiri di mana mereka bermain - terjalin dengan anak-anak. tujuan matematis yang muncul.*

The Intended Structure. Our prescribed objective for players of Treasure Hunt is to acquire gold, and the rules of the game specify a routine turn-taking organization. Each player begins the game with a specified quantity of gold (players generally started with 9 hundreds, 5 tens, and 6 ones blocks [9(100), 5(10), and 6(1)]). This quantity is both contained in each player's treasure chest and represented in numeric form on each player's gold register. Play begins when the first player rolls the die and moves his or her ship to one of the six islands as a function of the roll.

*Struktur yang Dimaksud. Tujuan kami yang ditentukan untuk pemain Treasure Hunt adalah untuk mendapatkan emas, dan aturan permainan menentukan suatu organisasi pengambilan-giliran rutin. Setiap pemain memulai permainan dengan kuantitas emas yang ditentukan (pemain umumnya dimulai dengan 9 ratusan, 5 puluhan, dan 6 yang memblokir [9 (100), 5 (10), dan 6 (1)]). Jumlah ini sama-sama terkandung dalam peti harta karun masing-masing pemain dan diwakili dalam bentuk angka pada daftar emas masing-masing pemain. Bermain dimulai ketika pemain pertama memutar dadu dan memindahkan kapalnya ke salah satu dari enam pulau sebagai fungsi gulungan.*

After moving to the appropriate island, a player's turn consists of an ordered sequence of five routine phases (see Fig. 3.5). In the first phase, the challenge, the player has the option of questioning whether the opponent's numeric representation in the opponent's gold register actually reflects the appropriate quantity of gold in the opponent's treasure chest. To initiate a challenge, the player draws a challenge card from the center of the playing board. The card contains a number, indicating how many doubloons the player will receive from the bank if the player's challenge to the opponent is, in fact, appropriate (as determined by player-opponent negotiation). The second phase of a turn, the rent, occurs if the player lands on an island on which the opponent has placed a fort or castle (previously purchased and positioned by the opponent). If so, the player is obligated to pay the opponent a specified amount of gold. The purchase phase follows; the player now has the option of purchasing supplies using the two or three menus contained at the port of the player's island (see Fig. 3.3). Next, the player draws a colored card that initiates the region phase, in which the player moves—as a function of the color on the card—to one of four colored regions of the island. At the colored region, the player receives a printed message indicating whether the player may trade some of the specified supplies to either gain gold or to avoid losing gold (see Fig. 3.3). Finally, after a purchase is complete, the player, in a check phase, adjusts the gold regicter (numeric representation of quantity) to adequately reflect the amount of gold in the treasure chest (see Fig. 3.1). Once the phase is completed, the player turns an arrow on the center of the game board toward her opponent, signaling that the turn is completed.

*Setelah pindah ke pulau yang tepat, giliran pemain terdiri dari urutan lima fase rutin (lihat Gambar 3.5). Pada tahap pertama, tantangan, pemain memiliki pilihan untuk mempertanyakan apakah representasi numerik lawan dalam daftar emas lawan benar-benar mencerminkan jumlah emas yang tepat di dada harta karun lawan. Untuk memulai tantangan, pemain menarik kartu tantangan dari pusat papan permainan. Kartu berisi nomor, menunjukkan berapa banyak doubloons yang akan diterima pemain dari bank jika tantangan pemain terhadap lawan sebenarnya sesuai (sebagaimana ditentukan oleh negosiasi lawan-pemain). Fase kedua dari belokan, sewa, terjadi jika pemain mendarat di sebuah pulau di mana lawan telah menempatkan benteng atau benteng (sebelumnya dibeli dan diposisikan oleh lawan). Jika demikian, pemain berkewajiban untuk membayar lawan jumlah emas yang ditentukan. Fase pembelian berikut; pemain sekarang memiliki pilihan untuk membeli persediaan menggunakan dua atau tiga menu yang terdapat di pelabuhan pulau pemain (lihat Gambar 3.3). Selanjutnya, pemain menarik kartu berwarna yang mengawali fase wilayah, di mana pemain bergerak — sebagai fungsi warna pada kartu — ke salah satu dari empat wilayah berwarna di pulau itu. Di daerah berwarna, pemain menerima pesan tercetak yang menunjukkan apakah pemain dapat memperdagangkan beberapa persediaan tertentu untuk mendapatkan emas atau untuk menghindari kehilangan emas (lihat Gambar 3.3). Akhirnya, setelah pembelian selesai, pemain, dalam fase cek, menyesuaikan regenter emas (representasi numerik kuantitas) untuk secara memadai mencerminkan jumlah emas di peti harta karun (lihat Gambar 3.1). Setelah fase selesai, pemain mengubah panah di tengah papan permainan ke arah lawannya, menandakan bahwa pergantian selesai.*

The intended structure of Treasure Hunt has various implications for chil-dren's emergent mathematical goals in play. In the purchase phase, for instance, players should buy supplies at island trading posts, attempting to add or multiply supply values and then subtract the sum from their gold, and perhaps even attempt to accomplish price-ratio comparisons. In the region phase, players draw island cards that send them to particular island areas where, depending on the particular region, they must add gold to their chests in exchange for certain supplies, or they must pay for gold if they lack certain supplies by subtracting a value of gold from their treasure chest. Later, in the check phase, children compare their gold and gold registers to make sure that their gold registers (orthographic representations) adequately represent their quantities of gold (base-10 block representations); this cross-representation comparison goal is supported by their opponents' license to challenge, the phase that begins the opponent's turn. Thus, the intended structure of the game—the objective to acquire gold, the rules of play, and the cyclical phase organization—was designed to support the emergence of various kinds of mathematical goals.

*Struktur Perburuan Harta Karun yang dimaksudkan memiliki berbagai implikasi untuk tujuan matematika yang muncul dalam drama. Pada fase pembelian, misalnya, pemain harus membeli persediaan di pos perdagangan pulau, mencoba menambah atau mengalikan nilai persediaan dan kemudian mengurangi jumlah dari emas mereka, dan mungkin, bahkan berusaha untuk mencapai perbandingan rasio harga. Dalam fase wilayah, pemain menarik kartu pulau tersebut yang mengirim mereka ke daerah pulau tertentu di mana, tergantung pada wilayah tertentu, mereka harus menambahkan emas ke peti mereka dengan imbalan persediaan tertentu, atau mereka harus membayar untuk emas jika mereka kekurangan persediaan tertentu dengan mengurangi nilai emas dari peti harta mereka. Kemudian, dalam tahap pemeriksaan, anak-anak membandingkan register emas dan emas mereka untuk memastikan bahwa register emas mereka (representasi ortografi) cukup mewakili jumlah emas mereka (representasi blok-10); Tujuan perbandingan lintas representasi ini didukung oleh lisensi lawan mereka untuk menantang, fase yang memulai giliran lawan. Dengan demikian, struktur permainan yang dituju — tujuan untuk memperoleh emas, aturan main, dan siklus fase organisasi — dirancang untuk mendukung munculnya berbagai macam tujuan matematis.*

Actual Structure. The actual structure of play is a principal target of empiri-cal analysis. In play, children transform the intended structure—an external definition of how to play—into their own rules, values, and routines. Although the intended rules are presented as external prescriptions, the actual rules are the ones that define for them what is legitimate and important in play. Similarly, while the intended objectives (e.g., to acquire more gold) are defined externally for children, in play children form their own values that guide their own objectives. Finally, although we present a routine structure of play (e.g., our five phases), children in the course of play form their own idiosyncratic routines. Thus, the intended structure of play defines a potential organization of play that is realized in different ways by children in activity. Children's emergent mathematical goals take form in relation to this emergent activity structure.

*Struktur Aktual. Struktur bermain yang sebenarnya adalah target utama analisis empiris. Dalam permainan, anak-anak mengubah struktur yang dimaksudkan — definisi eksternal tentang cara bermain — ke dalam aturan, nilai, dan rutinitas mereka sendiri. Meskipun aturan yang dimaksudkan disajikan sebagai resep eksternal, aturan yang sebenarnya adalah yang menentukan bagi mereka apa yang sah dan penting dalam permainan. Demikian pula, sementara tujuan yang dimaksudkan (misalnya, untuk memperoleh lebih banyak emas) didefinisikan secara eksternal untuk anak-anak, dalam bermain anak-anak membentuk nilai-nilai mereka sendiri yang memandu tujuan mereka sendiri. Akhirnya, meskipun kami menyajikan struktur permainan rutin (misalnya, kelima fase), anak-anak dalam perjalanan bermain membentuk rutinitas idiosynkratik mereka sendiri. Dengan demikian, struktur bermain yang dimaksudkan mendefinisikan suatu organisasi permainan potensial yang diwujudkan dalam berbagai cara oleh anak-anak dalam aktivitas. Tujuan matematika anak-anak yang muncul muncul dalam kaitannya dengan struktur aktivitas yang muncul ini.*

We sketch next three additional parameters, each of which is necessary for the analysis of children's emergent mathematical goals. These consist of the artifacts and conventions that may become interwoven with children's mathematical activities, the social interactions during play that may either constrain or enable children's construction of mathematical goals, and the prior understandings that form the cognitive basis of children's construction of mathematical goals.

*Kami membuat sketsa tiga parameter tambahan berikutnya, yang masing-masing diperlukan untuk analisis tujuan matematika yang muncul pada anak-anak. Ini terdiri dari artefak dan konvensi yang dapat menjadi terjalin dengan kegiatan matematika anak-anak, interaksi sosial selama bermain yang mungkin baik membatasi atau memungkinkan konstruksi anak-anak tujuan matematika, dan pemahaman sebelumnya yang membentuk dasar kognitif konstruksi anak-anak dari tujuan matematika.*

Parameter 2: Artifacts, Conventions

*Parameter 2: Artefak, Konvensi*

There are several artifacts and conventions (Parameter 2) that are intrinsic to play that influence the character of children's mathematical goals. These include the price-ratio menus, base-10 blocks (gold doubloons, Fig. 3.6), and the numerals for representing gold. During play, children's mathematical goals are interwoven with properties of these artifacts. Consider, for instance, an arithmetical problem that may emerge in the purchase of supplies and .the implications for accomplishing the purchase using two different sets of artifacts. First, the player must sum the prices of the specified number of supplies, keeping tallies of prices and number of supplies as prescribed by the different price ratios (a form of addition linked to the price ratios). Then, in the purchase of supplies, a player needs to accomplish a subtraction problem; the child's goals will differ as a function of whether the child calculates using the base-10 blocks or using the standard orthography. For instance, to perform the subtraction in gold doubloons, the player may generate goals and subgoals involving equivalence trades of larger blocks for smaller blocks in order to accomplish the subtraction; in contrast, with the orthography, the player may apply the school linked column subtraction procedure with borrowing.

*Ada beberapa artefak dan konvensi (Parameter 2) yang intrinsik untuk bermain yang mempengaruhi karakter tujuan matematika anak-anak. Ini termasuk menu rasio harga, blok berbasis-10 (gold doubloons, Gambar 3.6), dan angka untuk mewakili emas. Selama bermain, tujuan matematika anak-anak terjalin dengan sifat-sifat artefak ini. Pertimbangkan, misalnya, masalah aritmatika yang mungkin muncul dalam pembelian persediaan dan implikasi untuk menyelesaikan pembelian menggunakan dua set artefak yang berbeda. Pertama, pemain harus menjumlahkan harga dari jumlah persediaan yang ditentukan, menjaga harga dan jumlah persediaan seperti yang ditentukan oleh rasio harga yang berbeda (bentuk tambahan terkait dengan rasio harga). Kemudian, dalam pembelian persediaan, pemain harus menyelesaikan masalah pengurangan; tujuan anak akan berbeda sebagai fungsi apakah anak menghitung menggunakan blok pangkalan-10 atau menggunakan ortografi standar. Sebagai contoh, untuk melakukan pengurangan dalam doubloon emas, pemain dapat menghasilkan gol dan sub penjualan yang melibatkan perdagangan kesetaraan dari blok yang lebih besar untuk blok yang lebih kecil untuk mencapai pengurangan tersebut; Sebaliknya, dengan ortografi, pemain dapat menerapkan prosedur pengurangan kolom terkait sekolah dengan peminjaman.*

Parameter 3: Prior Understanding

*Parameter 3: Pemahaman Sebelum*

The prior understandings (Parameter 3) children bring to Treasure Hunt have implications for the mathematical goals that emerge in play. For Treasure Hunt, prior understandings may include children's knowledge of board games as well as their knowledge of basic arithmetic operations. For instance, some children have difficulty understanding the denominational structure of the blocks. They may treat all blocks with a value of unity, not conceptualizing blocks with reference to their many-to-one equivalence relations [e.g., 10(1) is equivalent to 1(10)]. As a result, when faced with a problem that requires payments when one does not have exact change to pay [e.g., paying 14 when one has only 8(100) 1(10)], a child will structure different kinds of subgoals in the formation and accomplishment of the arithmetical problem. Thus, goals are rooted in children's conceptual constructions, and analyses of processes of goal formation must be grounded in a treatment of children's understandings.

*Pemahaman sebelumnya (Parameter 3) anak-anak membawa ke Treasure Hunt memiliki implikasi untuk tujuan matematika yang muncul dalam bermain. Untuk Treasure Hunt, pemahaman sebelumnya mungkin termasuk pengetahuan anak-anak tentang permainan papan serta pengetahuan mereka tentang operasi aritmatika dasar. Misalnya, beberapa anak mengalami kesulitan memahami struktur denominasi dari blok-blok tersebut. Mereka dapat memperlakukan semua blok dengan nilai kesatuan, bukan membuat konsep blok dengan referensi ke banyak hubungan kesetaraan [misalnya, 10 (1) setara dengan 1 (10)]. Akibatnya, ketika dihadapkan dengan masalah yang membutuhkan pembayaran ketika seseorang tidak memiliki perubahan pembayaran yang tepat [misalnya, membayar 14 ketika seseorang hanya memiliki 8 (100) 1 (10)], seorang anak akan menyusun berbagai jenis sub-tujuan dalam pembentukan dan pencapaian masalah aritmatika. Dengan demikian, tujuan berakar pada konstruksi konseptual anak-anak, dan analisis proses pembentukan tujuan harus didasarkan pada perlakuan terhadap pemahaman anak-anak.*

Parameter 4: Social Interactions

*Parameter 4: Interaksi Sosial*

Children's goals often shift and take form as individuals participate in practice-linked social interactions (Parameter 4), For instance, in the purchase of supplies that cost 14 doubloons without exact change, a child who has difficulty accomplishing the payment may receive assistance with the more difficult aspects of the problem from his or her opponent. Such assistance may have the effect of reducing the complexity of the arithmetical goals that the child structures and accomplishes in the problem. Rather than conceptualizing the trade of a large for middle doubloon values, the trade may be accomplished by the opponent, and the player may merely need to form and accomplish goals of paying the exact amount (adding single or multidenominational doubloon pieces).

*Tujuan anak-anak sering bergeser dan mengambil posisi sebagai individu yang berpartisipasi dalam interaksi sosial yang berhubungan dengan praksis (Parameter 4), Misalnya, dalam pembelian persediaan yang harganya 14* doubloons *tanpa kembalian, seorang anak yang mengalami kesulitan menyelesaikan pembayaran dapat menerima bantuan dari lawannya dengan semakin sulit masalahnya. Bantuan seperti itu mungkin memiliki efek mengurangi kompleksitas tujuan aritmatika yang dibentuk dan diselesaikan oleh anak dalam masalah. Daripada mengkonseptualisasikan perdagangan besar untuk nilai-nilai doubloon tengah, perdagangan dapat dicapai oleh oposisi, dan pemain mungkin hanya perlu membentuk dan mencapai tujuan membayar jumlah yang tepat (menambahkan sepotong doubloon tunggal atau multidenominasi).*

The Emergent Goals Framework and Children's Mathematical Environments

*Kerangka Tujuan Yang Muncul dan Lingkungan Matematika Anak-Anak*

The view put forth here is that the mathematical environment known by the child is no more than the process of mathematical goal and subgoal formation and accomplishment. From this perspective, the Emergent Goals model provides a basis for the analysis of the mathematical environments children structure in practices. In analyzing aspects of the mathematical environments that emerge in Treasure Hunt, we guide our analyses by the three principal constructs that define the actual structure of play—children's rules, values, and routines.

*Pandangan yang dikemukakan di sini adalah bahwa lingkungan matematika yang dikenal oleh anak tidak lebih dari proses tujuan matematika dan pembentukan dan pencapaian subgoal. Dari perspektif ini, model Emergent Goals memberikan dasar bagi analisis struktur lingkungan anak-anak dalam praktik matematika. Dalam menganalisis aspek lingkungan matematis yang muncul dalam Treasure Hunt, kami memandu analisis kami dengan tiga konstruksi utama yang menentukan struktur nyata dari permainan — aturan, nilai, dan rutinitas anak-anak.*

Rules

*Aturan*

Rules are warrants that are used to define what is and what is not legitimate in play. In this section, we point to the way rules, an aspect of the actual activity structure of play, are interwoven with children's emergent mathematical goals and how rules themselves may emerge and take new forms in the course of play.

*Aturan adalah perintah yang digunakan untuk menentukan apa yang dan apa yang tidak sah dalam permainan. Dalam bagian ini, kami menunjukkan cara aturan, aspek dari struktur kegiatan bermain yang sebenarnya, yang terjalin dengan tujuan matematika yang muncul dan bagaimana aturan itu sendiri dapat muncul dan mengambil bentuk-bentuk baru dalam proses bermain.*

In the design of Treasure Hunt, we developed a rule structure that we believed would involve students in sustained play and at the same time lead them to structure some rich mathematical environments. Recall that rules of play were linked to each phase of the game. For instance, in the purchase phase, children could buy supplies using prices from the menus of the island that they had landed on. They could buy as many supplies as they liked, drawing gold from their own treasure chests and depositing the payment in the bank. In actual play, some children embellished the rules, others simplified the rules, and still others played more or less faithfully by them. In the interactions discussed next, we focus on some of the emergent purchase-phase rules and the way these rules were inter-woven with the emergence of children's mathematical environments.

*Dalam desain Treasure Hunt, kami mengembangkan struktur aturan yang kami yakini akan melibatkan siswa dalam bermain berkelanjutan dan pada saat yang sama memimpin mereka untuk struktur beberapa lingkungan matematika yang kaya. Ingat bahwa aturan main terkait dengan setiap fase permainan. Misalnya, dalam tahap pembelian, anak-anak dapat membeli persediaan menggunakan harga dari menu pulau tempat mereka mendarat. Mereka bisa membeli persediaan sebanyak yang mereka suka, menarik emas dari peti harta mereka sendiri dan menyetorkan pembayaran di bank. Dalam permainan yang sebenarnya, beberapa anak menghiasi aturan, yang lain menyederhanakan aturan, dan yang lain bermain kurang lebih dengan setia oleh mereka. Dalam interaksi yang dibahas berikutnya, kami fokus pada beberapa aturan fase pembelian yang muncul dan cara aturan-aturan ini terjalin dengan munculnya lingkungan matematika anak-anak.*

Like most children, in their play Monica and Jackie frequently made use of base-10 blocks, the principal artifact of play (Parameter 2). We know from observations of their play and prior assessments that Monica and Jackie had difficulty understanding denominational transformations [like 1 one hundred block is equivalent to 10 ten blocks, 1(100) = 10(10) (Parameter 3)1: Whenever they were "running low" on ones and tens doubloon pieces in supply purchases, they merely drew a challenge card and then collected from the bank the amount indicated on the card. Through their invented rule, Monica and Jackie, through a negotiated process (Parameter 4), created a means of preempting the emergence of base-10 block problem that would require them to make an equivalence transformation [e.g., trade 1(10) for 10(1) or 1(100) for 10(10)]. Now, they merely counted single-unit blocks (or a combination of single- and multiunit blocks) to pay for a supply purchase. Thus, the mathematical environment for these children emerged as adding units, or multiples of units, to produce a particular sum.

*Seperti kebanyakan anak-anak, dalam permainan mereka Monica dan Jackie sering memanfaatkan blok-blok basis-10, prinsip artefak permainan (Parameter 2). Kita tahu dari pengamatan permainan mereka dan penilaian sebelumnya bahwa Monica dan Jackie mengalami kesulitan memahami transformasi kelompok keagamaan [seperti 1 seratus blok setara dengan 10 sepuluh blok, 1 (100) = 10 (10) (Parameter 3)] Kapanpun mereka "kehabisan" pada yang dan puluhan potongan doubloon dalam pembelian persediaan, mereka hanya menarik kartu tantangan dan kemudian mengumpulkan dari bank jumlah yang ditunjukkan pada kartu.3 Melalui aturan yang mereka ciptakan, Monica dan Jackie, melalui proses negosiasi (Parameter 4 ), menciptakan sarana mendahului munculnya masalah blok basis-10 yang akan mengharuskan mereka untuk membuat transformasi kesetaraan [misalnya, perdagangan 1 (10) untuk 10 (1) atau 1 (100) untuk 10 (10)]. Sekarang, mereka hanya menghitung blok unit tunggal (atau kombinasi blok tunggal dan multiunit) untuk membayar pembelian pasokan. Dengan demikian, lingkungan matematika untuk anak-anak ini muncul sebagai unit tambahan, atau kelipatan unit, untuk menghasilkan jumlah tertentu.*

Toni and Veronica's play, described next, presents an interesting instance in which children's emergent rules led them to construct more complex goals. In the prescribed rules of play, children were allowed to buy supplies sold only on the ishnd on which they had landed, a rule that Toni and Veronica chose to ignore early in their first session of the game:

*Permainan Toni dan Veronica, yang dijelaskan selanjutnya, menyajikan contoh menarik di mana aturan-aturan yang muncul pada anak-anak membuat mereka membangun sasaran yang lebih kompleks. Dalam aturan main yang ditentukan, anak-anak diizinkan untuk membeli persediaan yang hanya dijual di tempat mereka mendarat, peraturan yang Toni dan Veronica pilih untuk diabaikan di awal sesi pertama permainan mereka:*

Toni landed on Skunk Island and indicated to Veronica that she wanted to purchase spyglasses. Indicating that no spyglasses were sold on the island, Veronica then proceeded to look at other island supply menus to determine on which island they were sold (with Toni's tacit agreement that this was a legitimate activity.) Veronica located a spyglass menu on Snake Island, and quoted Toni the price (6 doubloons for 1 spyglass), whereupon Toni paid and took the supplies.

*Toni mendarat di Pulau Skunk dan diindikasikan kepada Veronica bahwa dia ingin membeli teropong. Menunjukkan bahwa tidak ada teropong dijual di pulau itu, Veronica kemudian melanjutkan untuk melihat menu pasokan pulau lain untuk menentukan di pulau mana mereka dijual (dengan perjanjian diam-diam Toni bahwa ini adalah kegiatan yang sah.) Veronica menemukan menu teropong di Pulau Snake, dan menawarkan Toni harga (6 doubloons untuk 1 teropong), dimana Toni membayar dan mengambil persediaan.*

**In this interaction, Veronica and Toni reached an implicit agreement about a new rule: You can buy any supply regardless of where it is sold. The new rule led to Toni's formulation of a subtraction goal to pay 6 from her treasure chest. Thus, the new rule (Parameter 1) in conjunction with the interaction between players (Parameter 4) framed the emergence of the problem. Further, the representational embodiment of the goal was set in the context of the base-10 blocks, a principal artifact of play (Parameter 2), and the cognitions entailed in formulating and accomplishing the goal necessarily involved an understanding of base-10 block arithmetical transformations (Parameter 3).**

*Dalam interaksi ini, Veronica dan Toni mencapai kesepakatan implisit tentang aturan baru: Anda dapat membeli pasokan apa pun di mana pun dijual. Aturan baru mengarahkan Toni mengenai perumusan pengurangan untuk membayar 6 dari peti harta karunnya. Dengan demikian, aturan baru (Parameter 1) dalam hubungannya dengan interaksi antar pemain (Parameter 4) mendeskripsikan masalah yang muncul. Lebih lanjut, perwujudan representasional dari tujuan itu ditetapkan dalam konteks blok berbasis-10, artefak utama permainan (Parameter 2), dan kognisi yang diperlukan dalam merumuskan dan mencapai tujuan perlu melibatkan pemahaman tentang transformasi aritmatika blok berbasis-10 (Parameter 3).*

Values

*Nilai-nilai*

Children came to value some aspects of the game over others. Children's emergent game linked values were central in their creation of their own objectives of the game. Like emergent rules, we found that children's values varied and that they could enhance as well as limit the complexity of children's goals. We next consider two emergent values during play: a value linked to obtaining a "best buy" in the purchase of supplies, and a value linked to acquiring the "thousands" block.

*Anak-anak datang untuk menilai beberapa dalam aspek permainan dan yang lainnya. Nilai-nilai yang muncul terkait permainan pada anak-anak merupakan inti dalam penciptaan tujuan mereka sendiri dari permainan tersebut. Seperti aturan yang muncul, kami menemukan bahwa nilai pada anak-anak bervariasi dan bahwa mereka dapat meningkatkan serta membatasi kompleksitasnya. Kami selanjutnya mempertimbangkan dua nilai yang muncul selama bermain: nilai yang terkait untuk mendapatkan "pembelian terbaik" dalam pembelian persediaan, dan nilai yang terkait dengan perolehan blok "ribuan".*

Finding a "Best Buy."

*Menemukan "Pembelian Terbaik."*

Consider an interaction during a purchase phase in Toni and Veronica's last session of play. Toni constructs the goal to compare ratios and the appropriate subgoals that allow her to accomplish this comparison successfully:

*Pertimbangkan interaksi selama fase pembelian di sesi terakhir Toni dan Veronica. Toni membangun tujuan untuk membandingkan rasio dan sub-tujuan yang sesuai yang memungkinkan dia mencapai perbandingan ini dengan sukses:*

Toni says: "I wanna buy two chests and two ..." [points to the ladders and says] "and that's it, 'cause two of these over here" [Spider Island] "is seven and two over here" [Monkey Island] "is five, so I'll get them over there."

*Toni mengatakan: "Saya ingin membeli dua peti dan dua ..." [menunjuk ke tangga dan berkata] "dan itu saja, karena dua dari ini di sini" [Spider Island] "adalah tujuh dan dua di sini" [Monyet Pulau] "lima, jadi saya akan membawanya ke sana."*

During her turn, Toni compared the price for two ladders at two different islands, and decided not to buy them where she had landed because they cost more. Toni formulated the goal of ratio comparison: two for seven doubloons versus two for five doubloons, reaching the conclusion that two ladders for seven doubloons is a more expensive price than two for five doubloons. Then during Veronica's turn, Toni advised Veronica what to purchase based upon her compar-ison of price ratios, further evidence that she has come to value best buys.

*Selama gilirannya, Toni membandingkan harga untuk dua tangga tali di dua pulau berbeda, dan memutuskan untuk tidak membelinya di mana dia mendarat karena harganya lebih mahal. Toni merumuskan tujuan perbandingan rasio:* ***dua untuk tujuh doubloons dengan dua untuk lima doubloon****, mencapai kesimpulan bahwa* ***dua tangga tali untuk tujuh doubloons adalah harga yang lebih mahal daripada dua untuk lima doubloon****. Kemudian, selama giliran Veronica, Toni menasihati Veronica apa yang harus dibeli berdasarkan perbandingan rasio harga, bukti lebih lanjut bahwa dia datang untuk menilai pembelian terbaik.*

It is instructive to compare this example in which Toni guides her activity by her value to find a "best buy" with the prior example in which Toni and Veronica formed a new implicit rule. Toni and Veronica's earlier rule-linked interaction consisted of an across-island search for supplies. The search occurred because Toni wanted to find spyglasses (a single supply). The across-island search and the discovery that the same supplies were sold for different values on different islands could well have provided a context for Toni's construction of a new value—obtaining a "best buy." The value led her to form ratio comparison goals, conceptually more complex goals than other children formed when they were making purchases.

*Adalah instruktif untuk membandingkan contoh ini, di mana Toni memandu aktivitasnya berdasarkan nilainya untuk menemukan "pembelian terbaik" dengan contoh sebelumnya di mana Toni dan Veronica membentuk aturan implisit baru. Interaksi Toni dan Veronica yang sebelumnya terkait aturan terdiri dari pencarian pasokan di pulau-pulau. Pencarian terjadi karena Toni ingin menemukan teropong. Pencarian lintas pulau dan penemuan bahwa persediaan yang sama dijual untuk nilai yang berbeda di pulau-pulau yang berbeda dapat memberikan konteks bagi konstruksi nilai baru Toni — memperoleh "pembelian terbaik." Nilai itu mendorongnya untuk membentuk rasio perbandingan tujuan, sasaran yang secara konseptual lebih kompleks daripada anak-anak lain yang terbentuk ketika mereka melakukan pembelian.*

The 1000 Piece. A more common value than obtaining a "best buy" was that of acquiring enough doubloons to obtain a 1000-doubloon piece, the largest denomination used in the game. In observing Jorge play with Felix, we found that Jorge came to value obtaining a 1000 block and that his value resulted in more complex mathematical goals.

*1000 Potongan. Nilai yang lebih umum daripada mendapatkan "pembelian terbaik" adalah mendapatkan cukup banyak doubloon untuk mendapatkan potongan 1000-doubloon, denominasi terbesar yang digunakan dalam permainan. Dalam mengamati Jorge bermain dengan Felix, kami menemukan bahwa Jorge mencapai nilai untuk mendapatkan 1000 blok dan menghasilkan tujuan matematika yang lebih kompleks.*

Prior to showing evidence that he regarded the 1000 block in any special way, Jorge had not formed goals that involved equivalence transformations of his blocks, despite sanctions we built into the game to encourage doubloon equivalence trades. Indeed, Jorge had left the gold in noncanonical form—more than 9 units of a single denomination [e.g., 12(1) instead of 1(10) + 2(1) pieces]. With the emergence of the concern to get the 1000 block (a new value), Jorge formed goals of trading across denominations in order to obtain the valued block. In the following excerpt, we observe an instance of the import of the 1000 block for Jorge's emergent goals.

*Sebelum menunjukkan bukti bahwa ia menganggap blok 1000 dengan cara khusus, Jorge belum membentuk tujuan yang melibatkan transformasi ekuivalensi dari blok-bloknya, meskipun kami memberikan sanksi ke dalam permainan untuk mendorong perdagangan kesetaraan doubloon. Memang, Jorge telah meninggalkan emas dalam bentuk non-kanonik — lebih dari 9 unit denominasi tunggal [misalnya, 12 (1) bukan 1 (10) + 2 (1) lembar]. Dengan munculnya perhatian untuk mendapatkan blok 1000 (nilai baru), Jorge membentuk tujuan perdagangan lintas denominasi untuk mendapatkan blok yang bernilai. Dalam kutipan berikut, kami mengamati contoh impor blok 1000 untuk tujuan-tujuan Jorge yang muncul.*

Jorge has just purchased two parrots and two lanterns and then draws an orange region card (if you have a parrot, collect 27 doubloons). He looks through his supplies and finds one parrot. His opponent gives him 2(10)s and 7(l)s, and Jorge now has 9(100)s, 8(10)s and 20(1). He once again expresses a desire of "getting one like that" (referring to the 1000). He counts his ones up to ten, then ten more. Then says, with sudden realization, "Twenty, twenty. I change, I change, I wanna chance!" He trades, saying: "I change for a thousand."

*Jorge baru saja membeli dua beo dan dua lentera dan kemudian menarik kartu wilayah berwarna oranye (jika Anda memiliki burung kakaktua, kumpulkan 27 doubloon). Dia memeriksa persediaannya dan menemukan seekor burung beo. Lawannya memberinya 2 (10) dan 7 (l) s, dan Jorge sekarang memiliki 9 (100), 8 (10) dan 20 (1). Dia sekali lagi menyatakan keinginan untuk "mendapatkan yang seperti itu" (mengacu pada 1000). Dia menghitung satauan hingga puluhannya, lalu sepuluh lagi. Kemudian berkata, dengan realisasi tiba-tiba, "Dua puluh, dua puluh. Saya berubah, saya berubah, saya ingin kesempatan!" Dia berdagang dengan mengatakan: "Saya berkesempatan untuk ribuan."*

As the excerpt shows, Jorge became involved in a trading problem that involved forming and accomplishing several consecutive many-to-one correspondence goals. When he counted his 20 ones, he realized that it would result in his total of 1000: We infer that he calculated a series of trades—20 ones could be traded for 2 tens; those 2 tens would be added to his already existing 8 tens to form a total of 10 tens; those 10 tens could be traded in for an additional hundred block, which together with his existing 9 hundreds would total 10 hundreds; in turn, those 10 hundreds could be traded for the 1000 block. Jorge did not physically accomplish every trading step; he was able to mentally work out the equivalence of 9 hundreds, 8 tens, and 20 ones, to 1000.

*Seperti yang ditunjukkan oleh kutipan, Jorge terlibat dalam masalah perdagangan yang melibatkan pembentukan dan pencapaian beberapa tujuan korespondensi banyak-ke-satu. Ketika dia menghitung 20 satuannya, dia menyadari bahwa itu akan menghasilkan total 1000: Kami menyimpulkan bahwa dia menghitung serangkaian perdagangan — 20 satuan yang dapat diperdagangkan untuk 2 puluhan; 2 puluhan tersebut akan ditambahkan ke 8 puluhan yang sudah ada untuk membentuk total 10 puluhan; 10 puluhan itu dapat diperdagangkan untuk seratus blok tambahan, yang bersama dengan 9 ratusan yang ada padanya akan berjumlah 10 ratusan; pada gilirannya, 10 ratusan tersebut dapat diperdagangkan untuk blok 1000. Jorge tidak secara fisik mencapai setiap langkah perdagangan; ia mampu secara mental menyusun kesetaraan dari 9 ratusan, 8, dan 20, hingga 1000.*

In a subsequent game, we noted Jorge's interest in the 1000 block leading to new kinds of arithmetical goals. Rather than simply trading to determine whether he could obtain a 1000 block, Jorge became concerned with anticipating through additions and subtractions how much gold he would have to add to his treasure chest in order to obtain a 1000 block. For instance, at one point Jorge had 9(100) + 8(10) + 7(1), and he stated to his opponent that he needed two more tens to have 1000. Later in play, Jorge had 9(100) + 9(10) + 3(1) and stated the he needed "one more [ten]."

*Dalam permainan berikutnya, kami mencatat ketertarikan Jorgepada blok 1000 yang mengarah ke jenis baru tujuan aritmatika. Daripada sekadar berdagang untuk menentukan apakah ia bisa memperoleh 1000 blok, Jorge menjadi khawatir dengan mengantisipasi melalui penambahan dan pengurangan berapa banyak emas yang harus dia tambahkan ke peti harta karunnya untuk mendapatkan 1000 blok. Misalnya, pada satu titik Jorge memiliki 9 (100) + 8 (10) + 7 (1), dan ia menyatakan kepada lawannya bahwa ia membutuhkan dua lagi puluhan untuk memiliki 1000. Kemudian dalam permainan, Jorge memiliki 9 (100) + 9 (10) + 3 (1) dan menyatakan bahwa dia membutuhkan "satu lagi [sepuluh]."*

In contrast to Jorge and his opponent, Ralph's play illustrates how valuing the 1000 block could limit the complexity of emergent mathematical goals. On one occasion, we observed that Ralph's doubloons approached 1000 (he had 993). In order to keep his doubloons, Ralph reduced his supply purchases, since every payment for supplies would further deplete his treasure chest, taking him further from his targeted 1000 block. As a result, Ralph reduced the complexity and frequency of emergent mathematical goals. Unfortunately, there was some irony to his strategy. Over the course of the game, Ralph never did acquire the appro-priate supplies that would allow him to garner additional gold to obtain his targeted block.

*Berbeda dengan Jorge dan lawannya, Ralph bermain menggambarkan bagaimana menilai blok 1000 dapat membatasi kompleksitas tujuan matematika yang muncul. Pada suatu kesempatan, kami mengamati bahwa keraguan Ralph mendekati 1000 (dia memiliki 993). Untuk menjaga jumlah* doubloonsnya*, Ralph mengurangi pembelian pasokannya, karena setiap pembayaran untuk persediaan akan semakin menguras peti harta karunnya, membawanya lebih jauh dari 1000 blok yang ditargetkan. Akibatnya, Ralph mengurangi kompleksitas dan frekuensi tujuan matematika yang muncul. Sayangnya, ada beberapa ironi dalam strateginya. Selama pertandingan, Ralph tidak pernah memperoleh pasokan yang sesuai yang akan memungkinkannya mengumpulkan emas tambahan untuk mendapatkan blok yang ditargetkan.*

In the examples just cited related to finding best buys and obtaining the 1000 block, we find that the mathematical environments that emerged in play arc constituted by children's emergent mathematical goals and interprctable from the perspective of the Emergent Goals model. In all cases, children's values (Parameter 1) were the basis for structuring problems in which mathematical goals emerged, whether they involved ratio comparisons or block trades and computations. These goals were shaped by the principal artifacts of play (Parameter 2), price ratios, and base- 10 blocks, and the goals took form in the context of the. give-and-take exchanges with their opponents (Parameter 4). Finally, both the ratio comparison goals and the computations involving the thousand block necessarily involved at least an incipient understanding of the mathematics involved in these concepts (Parameter 3).

*Dalam contoh-contoh yang dikutip terkait dengan menemukan pembelian terbaik dan memperoleh blok 1000, kita menemukan bahwa lingkungan matematika yang muncul dalam busur bermain didasari oleh tujuan matematika yang muncul dan terinterpretasi dari perspektif model “Tujuan Yang Muncul”. Dalam semua kasus, nilai-nilai anak-anak (Parameter 1) adalah dasar untuk menyusun permasalahn di mana tujuan matematika muncul, apakah mereka melibatkan perbandingan rasio atau perdagangan blok dan komputasi. Tujuan-tujuan ini dibentuk oleh artefak utama permainan (Parameter 2), rasio harga, dan blok basis-10, dan tujuan yang diambil dalam konteks memberi dan menerima pertukaran dengan lawan-lawan mereka (Parameter 4). Akhirnya, rasio perbandingan tujuan dan perhitungan yang melibatkan ribuan blok perlu melibatkan setidaknya pemahaman baru tentang matematika yang terlibat dalam konsep-konsep ini (Parameter 3).*

Routines

*Rutinitas*  
  
Children's idiosyncratic routines were organizing schemas that, like rules and values, had implications for the emergence of children's mathematical goals. Common classes of routines were related to purchasing and to challenging. The purchase routines varied from regular purchases of large quantities of supplies to regular purchases of only one or two items for exact change. Sometimes purchase habits became shared by players, usually by mutual imitation, and thus we found large scale purchasers playing with one another (and, reciprocally, small-scale purchasers playing with one another). Challenging routines included callenging after every change in gold and regular warnings by opponents of possible upcoming challenges. We next consider the way both kinds of routines were related to children's emerging mathematical goals.

*Rutinitas idiosinkratik anak-anak mengatur skema yang seperti aturan dan nilai, memiliki implikasi untuk munculnya tujuan matematika anak-anak. Jenis rutinitas yang umum adalah terkait dengan pembelian dan tantangan. Rutinitas pembelian bervariasi dari pembelian persediaan dalam jumlah besar hingga pembelian hanya satu atau dua item untuk perubahan yang tepat. Kadang-kadang kebiasaan membeli menjadi dibagi oleh pemain, biasanya dengan saling meniru, dan dengan demikian kami menemukan pembeli berskala besar bermain dengan satu sama lain (dan, timbal balik, pembeli skala kecil bermain dengan satu sama lain). Rutinitas yang menantang meliputi tantangan setelah setiap perubahan emas dan peringatan reguler oleh lawan dari kemungkinan tantangan yang akan datang. Kami selanjutnya mempertimbangkan cara kedua jenis rutinitas yang terkait dengan tujuan matematika yang muncul pada anak-anak.*

Routines Involving Purchases. The routine of purchasing multiple supplies was shared by Ramiro and David. This routine led both players to structure arithmetical problems of addition, subtraction, and multiplication (successive additions), equivalence trades, and translations of base-10 blocks into the standard number orthography. The following excerpt illustrates well the complexity of goals that can emerge when children routinely buy large quantities of supplies.

*Rutinitas yang Melibatkan Pembelian. Rutinitas pembelian beberapa persediaan dibagi oleh Ramiro dan David. Rutinitas ini menyebabkan kedua pemain untuk menstruktur masalah aritmatika penambahan, pengurangan, dan perkalian (penambahan berturut-turut), perdagangan kesetaraan, dan terjemahan blok berbasi-10 ke dalam ortografi nomor standar. Kutipan berikut menggambarkan dengan baik kompleksitas tujuan yang dapat muncul ketika anak-anak secara rutin membeli sejumlah besar persediaan.*

On his turn, Ramiro lands ut the port on Monkey Island, reads the price menus, and decides to buy all of the castle rooms available—19—at a cost of 4 doubloons each. He pays with one one hundred piece and takes change,'trades to put his gold in canonical form, and then changes his gold register. Next, he draws a colored island card which sends him to Monkey Island's white region. The crux of the region message reads, " . . if you have a ladder, collect 20 doubloons." Being well-stocked with supplies, Ramiro presents 3 ladders, takes 6 tens from the bank and uses an additional 4 tens in his treasure chest to trade for a 100 doubloon piece, changing his gold register, accordingly, to 900.

*Pada gilirannya, Ramiro mendarat di pelabuhan di Pulau Monyet, membaca menu harga, dan memutuskan untuk membeli semua kamar kastil yang tersedia (19 kamar) dengan biaya masing-masing kamar 4 doubloon. Dia membayar dengan pecahan satu seratusan dan mengambil perubahan, 'berdagang untuk menaruh emasnya dalam bentuk kanonik, dan kemudian mengubah daftar emasnya. Selanjutnya, ia menarik kartu pulau berwarna yang mengirimnya ke wilayah putih Pulau Monyet. Inti pesan wilayah itu berbunyi,* ***"... jika Anda memiliki tangga tali, kumpulkan 20 doubloon.****" Dengan persediaan yang cukup, Ramiro menyajikan 3 tangga tali, mengambil 6 puluhan dari bank dan menggunakan tambahan 4 puluhan di peti harta karunnya untuk ditukarkan dengan 100 lembar doubloon, mengubah emas yang terdaftar menjadi 900.*

As a part of his routine purchase of large quantities of supplies (buying 19 castle rooms at 4 doubloons each), Ramiro led himself down a path in which he came to structure the goal of adding 4, 19 times. During payment, he then formed a complex subtraction goal—to subtract 86 from his 916 in gold. After collecting change, he formed and accomplished two additional mathematical goals: He transformed his gold into canonical form by trading 10(1) for 1(10), and then represented his gold in the standard orthography in his gold register. During his turns, David engaged in similar purchasing behavior, buying, for example, all of the available fort rooms. Although some of their calculations were incorrect, in this process of mathematical goal formation and accomplishment they were constructing complex arithmetical environments.

*Sebagai bagian dari rutinitas pembelian persediaan dalam jumlah besar (membeli 19 kamar kastil dengan 4 doubloon masing-masing), Ramiro memimpin dirinya di jalur di mana ia datang ke struktur tujuan menambahkan 4, 19 kali. Selama pembayaran, ia kemudian membentuk tujuan pengurangan yang rumit — untuk mengurangi 86 dari 916 emasnya. Setelah mengumpulkan perubahan, ia membentuk dan mencapai dua tujuan matematis tambahan: Dia mengubah emasnya menjadi bentuk kanonik dengan perdagangan 10 (1) untuk 1 (10), dan kemudian mewakili emasnya dalam ortografi standar dalam daftar emasnya. Selama gilirannya, David terlibat dalam perilaku pembelian yang sama, misalnya, membeli semua kamar benteng yang tersedia. Meskipun beberapa perhitungan mereka tidak benar, dalam proses pembentukan dan pencapaian tujuan matematis ini mereka membangun lingkungan aritmatika yang kompleks.*

Like Ramiro and David, Fanny and Carla also shared a purchasing routine in their play. However, unlike David and Ramiro, their routine led to emergent goals of quite a different order. Fanny and Carla would buy only those supplies for which they had exact change; further, when they did make a purchase, they would only buy one kind of supply at a time. An excerpt provides a typical example of this type of transaction routine:

*Seperti Ramiro dan David, Fanny dan Carla juga berbagi rutinitas pembelian dalam permainan mereka. Namun, tidak seperti David dan Ramiro, rutinitas mereka mengarah ke tujuan yang muncul dari tatanan yang agak berbeda. Fanny dan Carla hanya akan membeli persediaan yang bisa mereka ubah dengan tepat; lebih jauh, ketika mereka melakukan pembelian, mereka hanya akan membeli satu jenis pasokan dalam satu waktu. Kutipan beriku memberikan contoh khas dari jenis rutin transaksi ini:*

Fanny had 9(100) 4(10) 1(1) in her treasure chest when she found herself at the at the port on Monkey Island. The cost of items at the port were three, four, five, seven, and twelve doubloons. She could not pay any of those amounts with exact change, and chose not to purchase anything.

*Fanny memiliki 9 (100) 4 (10) 1 (1) dalam peti harta karunnya ketika dia menemukan dirinya di pelabuhan di Pulau Monyet. Biaya barang di pelabuhan adalah tiga, empat, lima, tujuh, dan dua belas doubloon. Dia tidak dapat membayar jumlah tersebut dengan tepat, dan memilih untuk tidak membeli apa pun.*

The routine of purchasing only when exact change was available clearly limited the emergence of addition and subtraction goals because it reduced the instances in which Fanny and Carla could purchase and pay.

*Rutinitas pembelian hanya ketika perubahan yang tepat tersedia jelas membatasi munculnya tujuan penambahan dan pengurangan karena itu mengurangi contoh di mana Fanny dan Carla dapat membeli dan membayar.*

Routine and Nonroutine Challengers. All children were told about rules linked to challenges—that they could challenge only at the beginning of their turn, and that they needed to change their gold register at the end of their turn to avoid being challenged by their opponent. Despite children's knowledge of the challenge rules, many children routinely declined to challenge. Others, however, developed some interesting routines linked to challenging that led to the emergence of particular kinds of mathematical goals.

*Penantang Rutin dan Nonroutin. Semua anak diberi tahu tentang peraturan yang terkait dengan tantangan — bahwa mereka hanya dapat menantang di awal giliran mereka, dan bahwa mereka perlu mengubah daftar emas mereka di akhir giliran mereka untuk menghindari ditantang oleh lawan mereka. Terlepas dari pengetahuan anak-anak tentang aturan tantangan, banyak anak secara rutin menolak untuk menantang. Namun, yang lain mengembangkan beberapa rutinitas yang menarik terkait dengan tantangan yang menyebabkan munculnya jenis tertentu dari tujuan matematika.*

Jose and Guni played together and developed a shared routine. After Guni challenged Jose a few times early in the game, both of these players came to challenge each other with great regularity. To defend against one another's challenges, both players did not wait until the end of their respective turns to change their register. Instead, both changed their registers whenever the amount of gold was altered in their treasure chests.

*Jose dan Guni bermain bersama dan mengembangkan rutinitas bersama. Setelah Guni menantang Jose beberapa kali di awal permainan, kedua pemain ini datang untuk menantang satu sama lain dengan sangat teratur. Untuk bertahan melawan tantangan satu sama lain, kedua pemain tidak menunggu sampai akhir giliran mereka masing-masing untuk mengubah daftar mereka. Sebaliknya, keduanya mengubah daftar mereka setiap kali jumlah emas diubah di peti harta mereka.*

Due to their routine and frequent challenges, both players came to form goals linked to translating the base-10 block representations of gold doubloons into the standard number orthography quite regularly in their play. Perhaps due to the routine challenges, Jose and Guni showed more efficient means of maintaining accurate correspondences: Sometimes they performed the math (adding or sub-tracting) directly on the gold register. In such cases, they changed their gold registers prior to their gold transactions, representing in the orthography the anticipated outcome of their forthcoming gold transaction.

*Karena rutinitas meraka dan seringnya(::intens::) tantangan, kedua pemain datang untuk membentuk tujuan terkait dengan menerjemahkan representasi blok berbasis-10 dari doubloon emas ke nomor ortografi standar cukup teratur dalam permainan mereka. Mungkin karena tantangan rutin, Jose dan Guni menunjukkan cara yang lebih efisien untuk mempertahankan korespondensi yang akurat: Kadang-kadang mereka melakukan matematika (menambahkan atau mengurangi) langsung di daftar emas. Dalam kasus seperti itu, mereka mengubah register emas mereka sebelum transaksi emas mereka, yang mewakili dalam ortografi sebagai hasil yang diharapkan dari transaksi emas yang akan datang.*

In the examples cited involving purchase and challenge routines, we find mathematical environments constituted by children's emergent mathematical goals, goals linked to each of the four parameters. Children's routines (Parameter 1) were the basis for structuring the complexity levels of arithmetical and representational problems in purchases and base-10 block translations into the standard orthography. These goals were shaped by the principal artifacts of play (Parameter 2), base-10 blocks, and the standard number orthography, and the goals took form in the context of the sometimes heated interactions of challenging their opponent or buying from their opponent (Parameter 4). Finally, the arithmetical and representation goals necessarily involve at least an incipient understanding of the mathematics involved in these activities (Parameter 3).

*Dalam contoh yang dikutip melibatkan pembelian dan tantangan rutinitas, kita menemukan lingkungan matematika yang dibentuk oleh tujuan matematika yang muncul, tujuan yang terkait dengan masing-masing dari empat parameter. Rutinitas anak-anak (Parames 1) adalah dasar untuk menyusun tingkat kompleksitas masalah aritmatika dan representasi dalam pembelian dan terjemahan blok-10 ke dalam ortografi standar. Tujuan-tujuan ini dibentuk oleh artefak utama permainan (Parameter 2), blok basis-10, dan ortografi nomor standar, dan gol-gol itu terbentuk dalam konteks interaksi yang kadang-kadang panas menantang lawan mereka atau membeli dari lawan mereka (Parameter 4). Akhirnya, tujuan aritmatika dan representasi perlu melibatkan setidaknya pemahaman baru tentang matematika yang terlibat dalam kegiatan ini (Parameter 3).*

CONCLUDING REMARKS

*KOMENTAR PENUTUP*

In our analyses of Treasure Hunt, we found that despite the fact that children were ostensibly playing the same game, using the same materials, and participating in the same classrooms, children were often engaged with different mathe-matical environments. Indeed, in our analyses of emergent goals we found that the structure of Treasure Hunt emerged over play, with children structuring varying rules, values, and routines. We found that sometimes children's emergent rules, values, and routines served to limit the potential complexity of the mathematical environments children structured in play, as when children adopted a new purchase-phase rule that allowed them to circumvent the construction and accomplishment of goals entailed in subtraction problems involving trades; at other times, children's rules, values, and routines enhanced the mathematical complexity, as when a child came to value best buys, leading to incipient ratio comparison goals. Although rules, values, and routines were central constructs for understanding the dynamic activity structure of play, to capture the character of children's emergent mathematical goals required us to anchor our analyses in the other three parameters of the Emergent Goals model. Indeed, whether we considered the emergent goals linked to best buys or to simplifying subtraction problems with trades, children's mathematical goals could not be well understood without coextensive analyses of the artifacts in play (base-10 blocks, numerals, price ratios), the mathematical understandings children brought to the game (e.g., their understanding of part-whole relations in denominational structures), and emergent social interactional processes (e.g., conflicts, negotiations, agreements).

*Dalam analisis kami tentang Perburuan Harta Karun, kami menemukan bahwa terlepas dari fakta bahwa anak-anak seolah-olah memainkan permainan yang sama, menggunakan bahan yang sama, dan berpartisipasi dalam kelas yang sama, anak-anak sering terlibat dengan lingkungan matematika yang berbeda. Memang, dalam analisis kami tentang tujuan yang muncul, kami menemukan bahwa struktur Perburuan Harta Karun muncul seiring bermain, dengan anak-anak menyusun berbagai aturan, nilai, dan rutinitas. Kami menemukan bahwa kadang-kadang aturan, nilai, dan rutinitas yang muncul bagi anak-anak berfungsi untuk membatasi potensi kerumitan lingkungan matematika yang disusun anak-anak dalam permainan, seperti ketika anak-anak mengadopsi aturan fase pembelian baru yang memungkinkan mereka untuk menghindari konstruksi dan pencapaian tujuan yang terkandung dalam masalah pengurangan yang melibatkan perdagangan; di lain waktu, aturan, nilai, dan rutinitas anak-anak meningkatkan kompleksitas matematis, seperti ketika seorang anak datang untuk menilai pembelian terbaik, yang mengarah ke sasaran perbandingan rasio yang baru jadi. Meskipun aturan, nilai, dan rutinitas adalah konstruk utama untuk memahami struktur aktivitas dinamis dari permainan, untuk menangkap karakter tujuan matematika yang muncul anak-anak mengharuskan kita untuk mengaitkan analisis kami dalam tiga parameter lain dari model Tujuan Emergen. Memang, apakah kita mempertimbangkan tujuan yang muncul terkait dengan pembelian terbaik atau untuk menyederhanakan masalah pengurangan dengan perdagangan, tujuan matematika anak-anak tidak dapat dipahami dengan baik tanpa analisis coextensive dari artefak dalam permainan (blok basis-10, angka, rasio harga), matematika pemahaman anak-anak yang dibawa ke permainan (misalnya, pemahaman mereka tentang hubungan sebagian-keseluruhan dalam struktur denominasi), dan proses interaksi sosial yang muncul (misalnya, konflik, negosiasi, perjanjian).*

In closing, the issues that we confronted in our analyses are fundamental ones for research addressed to the representation of social and cultural processes in children's mathematics. Children's learning environments, whether in or out of school, can only be adequately understood insofar as we can document the goals with which children are engaged. Understanding how particular practices support and limit children's goal-directed activities is both a critical feature of socio-cultural analyses of children's learning and key to the design and modification of educational practices.

*Sebagai penutup, isu-isu yang kami hadapi dalam analisis kami adalah yang mendasar untuk penelitian yang ditujukan untuk representasi proses sosial dan budaya dalam matematika anak-anak. Lingkungan belajar anak-anak, baik di dalam atau di luar sekolah, hanya dapat dipahami secara memadai sejauh kita dapat mendokumentasikan tujuan yang melibatkan anak-anak. Memahami bagaimana praktik tertentu mendukung dan membatasi kegiatan yang diarahkan pada anak-anak adalah fitur penting dari analisis sosio-budaya dari pembelajaran anak-anak dan kunci untuk desain dan modifikasi praktik pendidikan.*

ACKNOWLEDGMENTS

*UCAPAN TERIMA KASIH*

This chapter was presented as a paper at the 1992 Meetings of the International Congress of Mathematics Education, Montreal, Canada. The research described was supported by grants from the Spencer Foundation (M890224) and the National Science Foundation (MDR-8855643), although the opinions expressed are not necessarily those of the funding agencies. Appreciation is extended to the students, teachers, and staff at Seeds University Elementary School and Westminster Elementary School for participation and help in the conduct of the study described, and to Maryl Gearhart, Steven Guberman, and Anne McDonald for comments on an earlier draft of the chapter.

*Bab ini disajikan sebagai makalah pada 1992 Pertemuan Kongres Internasional Pendidikan Matematika, Montreal, Kanada. Penelitian yang dijelaskan didukung oleh hibah dari Spencer Foundation (M890224) dan National Science Foundation (MDR-8855643), meskipun pendapat yang diungkapkan belum tentu mereka dari lembaga pendanaan. Penghargaan diberikan kepada siswa, guru, dan staf di Sekolah Dasar Perguruan Tinggi dan Sekolah Dasar Westminster untuk partisipasi dan bantuan dalam pelaksanaan penelitian yang dijelaskan, dan untuk Maryl Gearhart, Steven Guberman, dan Anne McDonald untuk komentar pada draf awal bab.*