

확률변수론 프로젝트 #1

Example 4.11 에 대하여 다음과 같이 수행하라.

1. $v=0.5$ $p=0.5$ 라 가정한다. 또한 N 은 평균 0 분산 1 인 가우시안 분포라 가정한다.
2. $[0,1]$ 사이에서 uniformly distributed 된 random number generator 를 이용하여 X ($=-0.5$ 또는 0.5)를 10,000 개 generate 하라.
3. $[0,1]$ 사이에서 uniformly distributed 된 random number generator 를 이용하여 N 을 10,000 개 generate 하라. 이를 이용하여 Gaussian random number 를 generate 하고 이 때 사용한 방법을 설명하라.
4. $Y=X+N$ 를 계산하라.
5. Y 의 pdf 그래프를 그려라.
6. 다음과 같은 규칙에 의한 sender 가 보낸 데이터를 판단한다.
Received data $Y < 0$ 이면 sender 가 0 을 보냈다고 판단한다.
Received data $Y \geq 0$ 이면 sender 가 1 을 보냈다고 판단한다.
7. 위의 2 의 참값과 6 의 판단 결과를 비교하여
Sender 가 0 을 보냈을 때 receiver 가 1 이라 판단한 횟수를 제시하라.
Sender 가 1 을 보냈을 때 receiver 가 0 이라 판단한 횟수를 제시하라.
8. 아래의 식은 Sender 가 0 을 보냈을 때 receiver 가 1 이라 판단할 확률을 나타낸다.
컴퓨터를 이용하여 Sender 가 0 을 보냈을 때 receiver 가 1 이라 판단할 확률과
Sender 가 1 을 보냈을 때 receiver 가 0 이라 판단할 확률을 계산하라. 또한, 7 의 결과와 비교하라.

$$P(Y = 1|X = 0)P(X = 0) = (1 - p) \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(y+v)^2/2\sigma^2} dy$$

9. 위의 1 부터 8 까지의 과정을 $p=0.8$ 인 경우에 대하여 반복하라.
10. 위의 1 부터 8 까지의 과정을 $v=1$ $p=0.5$ 인 경우에 대하여 반복하라.

11. (1) $v=0.5$ $p=0.5$, (2) $v=0.5$ $p=0.8$ 및 (3) $v=1$ $p=0.5$ 의 세 가지 경우의 특성을 비교 분석하라.

Example 4.11

Sender				Channel Noise	Receiver
Data	확률	실제 보내는 신호 (V)	RV	RV	RV
0	(1-p)	-v	N	N	Y
1	p	+v			

Random variable 과 PDF

X : -v 또는 v $f_X(x)$

N : noise $f_N(x)$

Y : received signal $f_Y(y)$

$$Y=X+N$$

$$\begin{aligned} F_Y(y) &= P(Y \leq y) = F_Y(Y|X=-v)P(X=-v) + F_Y(Y|X=+v)P(X=+v) \\ &= P(Y \leq y | X=-v)(1-p) + P(Y \leq y | X=+v) p \end{aligned}$$

$Y=X+N$ 이므로

$$\{Y \leq y | X=-v\} = \{X+N \leq y | X=-v\} = \{-v+N \leq y\} = \{N \leq y+v\}$$

$$P\{Y \leq y | X=-v\} = P\{N \leq y+v\} = F_N(y+v)$$

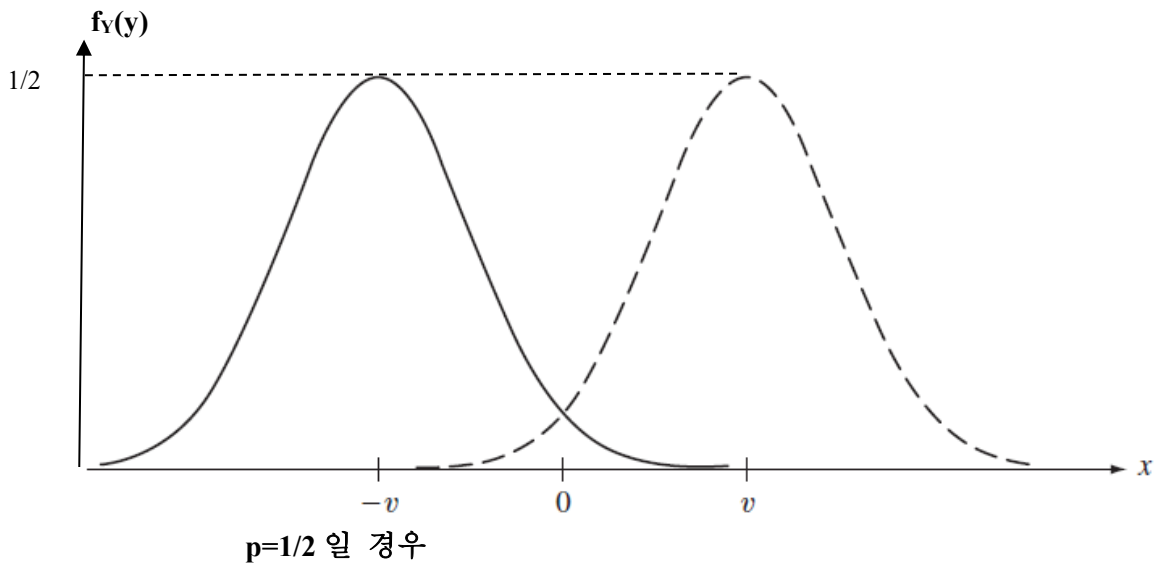
$$F_Y(y) = F_N(y+v)(1-p) + F_N(y-v) p$$

$$f_Y(y) = f_N(y+v)(1-p) + f_N(y-v) p$$

RV N 이 Gaussian RV 이라면

$$f_N(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-n^2/2\sigma^2}$$

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(y+v)^2/2\sigma^2} (1-p) + \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(y-v)^2/2\sigma^2} (p)$$



$Y \geq 0$ 이면 receiver 가 1 이라 판단하고 $Y < 0$ 이면 0 이라 판단한다고 한다.
 Sender 가 0 을 보냈을 때 receiver 가 1 이라 판단할 받을 확률은 ?

$$P(Y = 1|X = 0)P(X = 0) = (1 - p) \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(y+v)^2/2\sigma^2} dy$$

검토 : 오차의 확률은 noise 의 분산과 v 값에 의해 결정된다