

Экзаменационные вопросы по курсу
“Теория вероятностей и математическая статистика”
Осень 2022 г.

1. Предмет теории вероятностей, элементарные исходы, случайные события, виды случайных событий.
2. Предмет теории вероятностей, основные понятия и определения теории вероятностей, вероятность событий, аксиоматика и различные определения вероятности.
3. Формулы сложения и умножения вероятностей. Вывод формул. Примеры применения.
4. Зависимые события. Условные вероятности. Вывод формулы. Признак независимости случайных событий.
5. Формула полной вероятности. Формула Байеса и ее практическое значение.
6. Последовательность независимых событий, схема Бернулли. Формула Бернулли.
7. Схема Бернулли. Биномиальное распределение вероятностей. Наивероятнейшее число событий.
8. Дискретные случайные величины. Распределение дискретных случайных величин. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Формулы для моментов линейных функций от дискретных случайных величин.
9. Дискретные случайные величины. Производящая функция моментов дискретной случайной величины, ее свойства, определение моментов с ее помощью, примеры по заданию экзаменатора.
10. Теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа.
11. Двумерные дискретные случайные величины, распределения вероятностей, моменты, маргинальные распределения.
12. Ковариация и корреляция на примере двумерной дискретной случайной величины.
13. Формулы для моментов линейных функций от двумерного дискретного случайного вектора. Моменты линейной комбинации одномерных случайных дискретных величин.
14. Производящая функция моментов двумерного дискретного случайного вектора. Свойства. Производящая функция моментов линейной комбинации одномерных случайных дискретных величин. Понятие безграничной делимости, примеры.
15. Непрерывные случайные величины, аксиоматика, функция распределения и плотность распределения вероятностей, свойства.
16. Непрерывные случайные величины, аксиоматика, числовые характеристики, моменты, квантили, интерквартильный промежуток.
17. Производящие функции моментов функции непрерывных случайных величин, свойства, применение.
18. Поток Пуассона, плотность распределения вероятностей интервалов времени между событиями в потоке Пуассона, вывод, характеристическая функция, моменты, график плотности распределения.
19. Случайные величины с плотностями распределения вероятностей: равномерной и Лапласа; графики, характеристическая функция последней, числовые характеристики, моменты, примеры расчета по заданию экзаменатора.
20. Случайные величины с плотностями распределения вероятностей: \arcsin и Коши; графики, числовые характеристики, моменты.
21. Случайная величина с нормальной плотностью распределения, формулы, графики плотности распределения и функции распределения, свойства, числовые характеристики.
22. Принцип вычисления вероятностной меры интервала при нормальном распределении случайной величины.

23. Интегральная теорема Муавра-Лапласа и центральная предельная теорема (без доказательства), безграничная делимость нормальной плотности распределения.
24. Функции от непрерывных случайных величин: вывод общей формулы, вывод формулы для плотности распределения линейной функции от непрерывной случайной величины, вывод формулы для плотности и характеристической функции НСВ $t = r^2$, где $r \in N(0,1)$.
25. Вывод формулы для плотности распределения $t = F_r(r)$, где $F_r(x)$ – функция распределения произвольной непрерывной случайной величины r . Применения.
26. Двумерные непрерывные случайные величины (случайные векторы), функция распределения, плотность распределения, маргинальные плотности.
27. Числовые характеристики двумерного непрерывного случайного вектора. Ковариационная матрица двумерной непрерывной случайной величины, коэффициент корреляции, свойства, Независимость и некоррелированность: понятие и признаки.
28. Двумерные непрерывные случайные величины, условные плотности распределения, признак независимости, формула полной вероятности, формула Байеса.
29. Характеристическая функция двумерных непрерывных случайных величин. Характеристическая функция и плотность распределения суммы двух независимых случайных величин.
30. Двумерное нормальное распределение, плотность распределения вероятностей, ее свойства. Условная нормальная плотность. Регрессионная кривая.
31. Предмет и задачи математической статистики, исходные понятия, предварительная обработка выборочных данных: вариационный ряд, выборочная функция распределения, гистограмма.
32. Точечное оценивание квантилей, интерквантильного промежутка, моментов непрерывной случайной величины по выборочной функции распределения. Интеграл Стильеса.
33. Точечные оценки моментов по гистограмме. Оценка дисперсии по гистограмме, поправка Шеппарда.
34. Свойства точечных оценок, примеры смещенных и несмещенных, эффективных и состоятельных точечных оценок.
35. Свойства выборочного среднего как оценки математического ожидания. Распределение выборочного среднего.
36. Точечная оценка дисперсии при известном и неизвестном математическом ожидании, свойства.
37. Плотность распределения оценки дисперсии нормальной генеральной совокупности. График, свойства. Понятие о статистических степенях свободы.
38. Свойства оценок математического ожидания и ковариационной матрицы случайного вектора.
39. Метод максимального правдоподобия. Оценки параметров нормального распределения методом максимального правдоподобия. Оценки параметра распределения Лапласа.
40. Доверительные интервалы, их практическое значение и преимущества перед точечными оценками. Понятие доверительной вероятности. Доверительные интервалы для математического ожидания (дисперсия генеральной совокупности известна и неизвестна).
41. Доверительный интервал для дисперсии.
42. Доверительный интервал для вероятности.
43. Доверительный интервал для интерквантильного промежутка (параметрические и непараметрические толерантные пределы).

44. Общие принципы теории проверки статистических гипотез, основные понятия, простые и сложные гипотезы, вероятности ошибок 1 и 2 рода, понятие о критерии проверки гипотез.
45. Пример проверки простой гипотезы о математическом ожидании. Варианты назначения критической области и вероятностей ошибок первого и второго рода, формулы.
46. Проверка гипотез о виде плотности распределения по критерию типа Колмогорова-Смирнова.