

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Институт компьютерных наук и технологий  
Кафедра компьютерных систем и программных технологий

# Отчет по расчетной работе №1

по дисциплине «Вычислительная математика»

## **Решение обыкновенных дифференциальных уравнений**

**Работу**

**выполнил:**

Ильин В.П.

Группа:

35300901/10005

**Преподаватель:**

Куляшова З.В.

Санкт-Петербург  
2023

## Содержание

<b>1</b>	<b>Задача</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Ход работы</b>	<b>2</b>
2.1	Метод стрельбы . . . . .	2
2.2	Конечно-разностный метод . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Вывод</b>	<b>5</b>

## 1. Задача

Для дифференциального уравнения, иллюстрирующего второй закон Ньютона, решить краевую задачу методом стрельбы и конечно-разностным методом.

$$my'' + py' + ky = F(t)$$

Параметры:

$$k = 1/8 \text{ Н/м}, m = 1 \text{ кг}, p = 3/4 \text{ Нс/м}^2$$
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -p/m \end{pmatrix}, \lambda_1 = -\frac{1}{2}, \lambda_2 = -\frac{1}{4}$$

## 2. Ход работы

### 2.1. Метод стрельбы

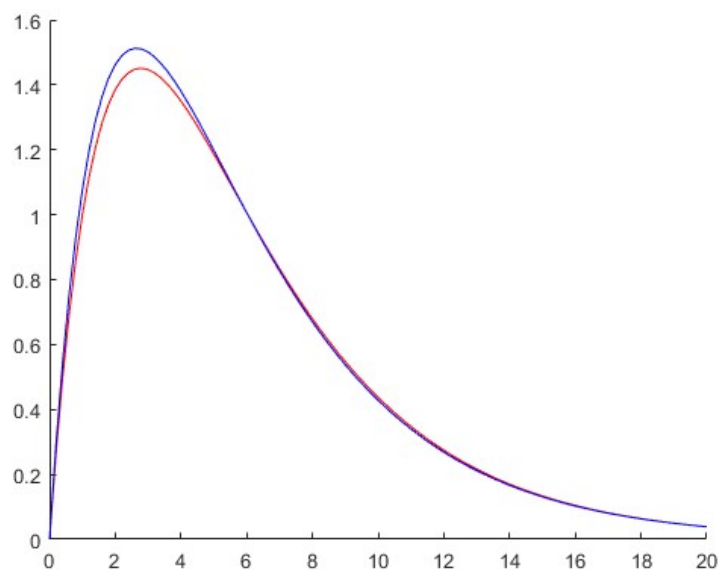


Рис. 2.1: Сравнение решения методом стрельбы с точным

```
1 clear all;
2 stv = 0;
3 endv = 20;
4 h = 0.2;
5 x = stv:h:endv;
6 s = size(x);
7 n = s(2);
8 hold on;
9 yp = @(t) exp(-0.5 * t) / (exp(-0.5) - exp(-0.25)) - exp(-0.25 * t) / (exp(-0.5) - exp(-0.25));
10 plot(x, yp(x), 'r');
11 X = zeros(n);
12 XX = zeros(n, 1);
13 t = 0;
14 endval = yp(endv);
15 d = abs(heul(t, n, h) - endval);
16 step = 1;
17 prec = 1e-10;
18 while d > prec
19     t = t + step;
20     newval = heul(t, n, h);
21     if abs(newval - endval) < prec
22         break
23     end
24     newd = abs(newval - endval);
25     if newd > d
26         t = t - step;
27         step = -step / 2;
28     else
29         t = t + step;
30     end
31     d = newd;
32 end
33 X(1) = t;
34 XX(1) = 0;
35 for i = 2:n
36     X(i) = X(i - 1) + ((-3/4) * X(i-1) - (1/8) * XX(i - 1)) * h;
37     XX(i) = XX(i - 1) + X(i) * h / 2 + X(i - 1) * h / 2;
38 end
39 plot(x, XX, 'b');
40 hold off;
41 function heul = heul(t, n, h)
42     X(1) = t;
43     XX(1) = 0;
44     for i = 2:n
45         X(i) = X(i - 1) + ((-3/4) * X(i-1) - (1/8) * XX(i - 1)) * h;
46         XX(i) = XX(i - 1) + X(i) * h / 2 + X(i - 1) * h / 2;
47     end
48     heul = XX(n);
49 end
```

---

## 2.2. Конечно-разностный метод

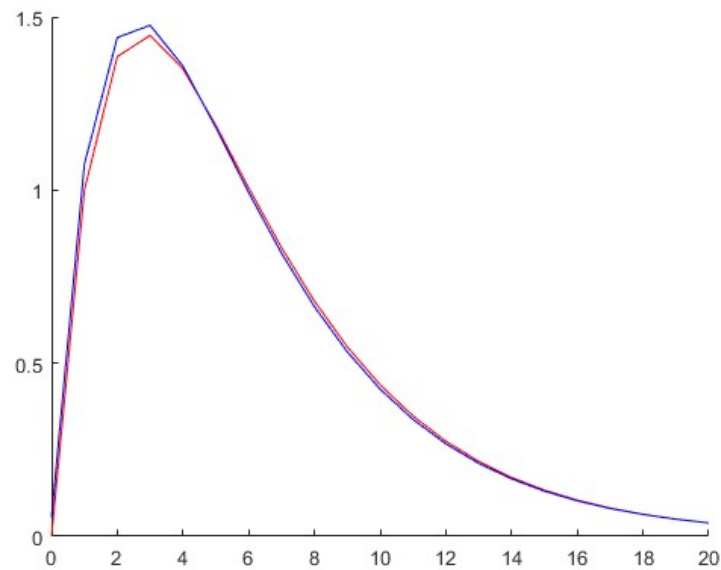


Рис. 2.2: Сравнение решения методом сетки с точным

---

```
1 clear all;
2 stv = 0;
3 endv = 20;
4 h = 1;
5 x = stv:h:endv;
6 s = size(x);
7 n = s(2);
8 hold on;
9 yp = @(t) exp(-0.5 * t) / (exp(-0.5) - exp(-0.25)) - exp(-0.25 * t) / (exp(-0.5) - exp(-0.25));
10 plot(x, yp(x), 'r');
11 ai = 1 / h^2 - 3/4 / (2 * h);
12 bi = -2 / h + 1/8;
13 ci = 1 / h^2 + 3/4 / (2 * h);
14 a(1) = -ci / bi;
15 a(1) = ci / bi;
16 for i = 2:n
17     a(i) = ci / (-bi - ai * a(i - 1));
18     b(i) = (ai * b(i - 1)) / (-bi - ai * a(i - 1));
19 end
20 y = zeros(1, n);
21 y(n) = yp(endv);
22 for i = (n - 1):-1:1
23     y(i) = a(i) * y(i + 1) + b(i);
24 end
25 plot(x, y, 'b');
26 hold off;
```

---

### 3. Вывод

В ходе работы была решена краевая задача методами стрельбы и сетки. Полученные решения близки к точному.