|  |
| --- |
| МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  Учреждение образования «Полоцкий государственный университет»    Факультет информационных технологий  Кафедра технологий программирования  ОТЧЕТ по  ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №8  По дисциплине  **«Методы численного анализа»**  На тему: «Методы решения граничных задач для нестационарного уравнения теплопроводности»  ВЫПОЛНИЛ студент группы 15-КБ  Осипенко В.В.  ПРОВЕРИЛА ассистент кафедры ТП  Рудькова Т.С.  Полоцк, 2017 г. |

**Название**: «Методы решения граничных задач для нестационарного уравнения теплопроводности».

**Цель работы**: Научиться находить решения задач для нестационарного уравнения теплопроводности используя явную, чисто неявную и симметричную схему.

**Теоретическая часть**: Постановка задачи Будем рассматривать смешанную задачу для уравнения теплопроводности с постоянными коэффициентами в стержне единичной длины, т.е. в области D={0≤x≤1; 0≤t≤T}. Нужно найти непрерывное решение u= u(x,t) смешанной задачи, которая записывается следующим образом:

u(x,0)=u0(x) начальное условие

u(0,t)=u1(t) граничное условие слева

u(1,t)=u2(t) граничное условие cправа

Все функции u0(x), u1(t),u2(t) предполагаются заданными. Начальные и граничные условия должны быть согласованы, т.е. должны выполняться условия:

u(0;0)=u0(0)=u1(0); u(1;0)=u0(1)=u2(0).

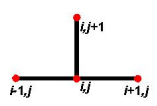
**Явная схема**:

Пусть имеем смешанную задачу. Для решения применим метод сеток. Для этого:

1. В области, ограниченной отрезками 0≤x≤1 и 0≤t≤T построим пространственно- временную прямоугольную сетку ;

2. в узлах сетки определим сеточные функцию

3. для выбора соотношений, аппроксимирующие производные, зададим 4-х точечный шаблон вида:



4. В соответствие с выбранным шаблоном запишем конечно-разностную производную по времени:

5. вторую производную по параметру х аппроксимируем как:

6. функцию источника заменим сеточной функцией вида

7. В результате имеем разностное уравнение, которое аппроксимирует исходное дифференциальное уравнение в узле с первым порядком по τ и вторым по h при условии, что разность имеет тот же порядок малости. И для завершения построения разностной схемы распространим разностное уравнение на все внутренние точки сетки и учтем начальные и граничные условия. Получим:

Эта схема представляет собой систему линейных алгебраических уравнений, число которых совпадает с числом неизвестных. Следовательно, система имеет единственное решение, находить которое нужно по слоям. Решение на нулевом слое задается начальным условием. Если решение на j-том слое уже найдено, то на j+1 слое решение находится по явной формуле:

Именно из-за существования формулы схема называется явной разностной схемой.

**Практическая часть:**

Дана смешанная задача для уравнения теплопроводности в области ={0 ≤ x ≤1;0 ≤ t ≤ 0.01 } :

Методом сеток решите эту задачу с шагами по пространству и времени. Соответственно h = 0,1, τ = 0,005. Ответы даются с округлением до третьего знака после запятой.

Для решения используйте:

1. Явную схему. (на 7-8)

2. Чисто неявную схему. (на 8-9)

3. Симметричную неявную схему. (на 9-10)

Сравните полученные решения. Значения параметров a, b, c, α и β приведены в таблице.

**Вариант №9**

a = -1.60

b = 2.81

c = 0.96

α = 0,9

β = 1,2.

**Ход работы:**

Напишем программу для метода и оценим её точность.

Листинг 1 – Программа явного метода написанная на Java.

**public class** Main1 {  
 **static double** *Alfa* = 0.9;  
 **static double** *Beta* = 1.2;  
 **static double** *a* = -1.6;  
 **static double** *b* = 2.81;  
 **static double** *c* = 0.96;  
 **static double** *h* = 0.1;//шаг  
 **static double** *tau* = 0.005;  
 **public static double** func1(**double** x, **double** t){  
 **return** *Beta*\*(t+1);  
 }  
 **public static double** func2(**double** x, **double** t){  
 **return** *Alfa*\*(Math.*pow*(t,2)+1);  
 }  
 **public static double** func3(**double** x, **double** t){  
 **return** *Alfa*\*Math.*sin*(3.14/2\*x) + *Beta*\*(Math.*cos*(3.14/2\*x));  
 }  
 **public static double** fi(**double** x, **double** t){//функция фи  
 **return** *a*\*(Math.*pow*(x,2)-Math.*pow*(t,2)+*b*\*t\*x-0.378\*(*c*-1.9));  
 }  
  
 **public static void** main(String[] args) {  
 **double** [][]u=**new double** [3][11];  
 **double** [][]fi=**new double**[3][11];  
 **double** x0 = 0;  
 **double** t0 = 0;  
 **for**(**int** i = 0;i<3; i++){  
 u[i][0]= *func1*(x0,t0);  
 t0 += *tau*;  
 }  
 x0 = 0;  
 t0 = 0;  
 **for**(**int** i = 0;i<11; i++){  
 u[0][i]= *func3*(x0,t0);  
 x0 +=*h*;  
 }  
 x0 = 1;  
 t0 = 0;  
 **for**(**int** i = 0;i<3; i++){  
 u[i][10]= *func2*(x0,t0);  
 t0 += *tau*;  
 }  
 x0=0;  
 t0=0;  
 **for** (**int** i = 0; i < 3; i++) {  
 **for** (**int** j = 0; j < 11; j++) {  
 fi[i][j]=*fi*(x0,t0);  
 x0 += *h*;  
 }  
 t0 += *tau*;  
 }  
 **for** (**int** i = 0; i < 2; i++) {  
 **for** (**int** j = 1; j < 10; j++) {  
 u[i + 1][j] = u[i][j] + *tau*\*(((u[i][j + 1] - 2 \* u[i][j] + u[i][j - 1]) / *h*)+fi[i][j]);  
 }  
 }  
 System.***out***.println(**"Явный метод\n=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-="**);  
 **for** (**int** i = 0; i < 3; i++) {  
 **for** (**int** j = 0; j <11; j++) {  
 System.***out***.print(String.*format*(**"%.3f"**,(**float**)u[i][j]));  
 System.***out***.print(**" "**);  
 }  
 System.***out***.println();  
 }  
  
}  
}

Результатом работы программы будет:

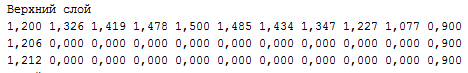


Рисунок 1 – верхний слой

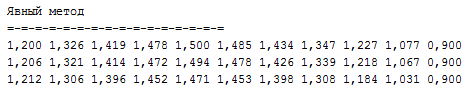


Рисунок 2 – результат программы

Поскольку определить точное решение с помощью средств MathCad не является возможным то мы не можем определить погрешность данного метода.

**Выводы о проделанной работе.**

В ходе данной лабораторной работы была решена задача граничных условий для нестационарных уравнений теплопроводности с помощью явного метода, но не была оценена погрешность в связи с отсутствием таковой возможности.