

# Persamaan Differensial

Uzumaki Sang Raja Kucing

Institut Teknologi Bandung

*nagato.uzumaki17@yahoo.com*

January 18, 2021

## PD Linier Homogen

Persamaan differensial biasa berorde- $n$  memiliki bentuk umum

$$y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \cdots + a_{n-1}y' + a_ny = \phi(x)$$

Persamaan ini **linear** karena jika  $f(x)$  dan  $g(x)$  solusi dari persamaan diferensial tersebut maka  $kf(x)$  dan  $f(x) + g(x)$  juga merupakan solusi.

Untuk  $\phi(x) = 0$  kita sebut persamaan diferensial tersebut adalah persamaan diferensial **homogen**.

## Persamaan Diferensial Homogen Orde 2

Misalkan persamaan diferensial berbentuk  $y'' + a_1y + a_2y = 0$ .

## Persamaan Diferensial Homogen Orde 2

Misalkan persamaan diferensial berbentuk  $y'' + a_1y + a_2y = 0$ .

Didefinisikan **persamaan karakteristik** dari persamaan diferensial tersebut adalah  $r^2 + a_1r + a_2 = 0$ .

## Persamaan Diferensial Homogen Orde 2

Misalkan persamaan diferensial berbentuk  $y'' + a_1y' + a_2y = 0$ .  
Didefinisikan **persamaan karakteristik** dari persamaan diferensial tersebut adalah  $r^2 + a_1r + a_2 = 0$ .

### Teorema

*Jika  $r_1$  dan  $r_2$  adalah akar-akar real berbeda dari persamaan karakteristik dari persamaan diferensial  $y'' + a_1y' + a_2y = 0$  maka solusi umum dari persamaan diferensial tersebut adalah*

$$y(x) = c_1 e^{r_1 x} + c_2 e^{r_2 x}.$$

# Persamaan Diferensial Homogen Orde yang Lebih Tinggi

Persamaan karakteristik dari persamaan diferensial

$$y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \cdots + a_{n-1}y' + a_ny = 0$$

adalah

$$r^n + a_1r^{n-1} + a_2r^{n-2} + \cdots + a_{n-1}r + a_n = 0.$$

## Contoh

*Misalkan persamaan karakteristik dari suatu persamaan diferensial adalah*

$$(r - r_1)(r - r_2)^3(r - (\alpha + i\beta))(r - (\alpha - i\beta)) = 0$$

*maka solusi dari persamaan diferensial tersebut adalah*

$$y(x) = c_1e^{r_1x} + (c_2 + c_3x + c_4x^2)e^{r_2x} + (e^{\alpha x}(c_5 \cos x + c_6 \sin x))$$

# Persamaan Diferensial Linier Non Homogen

Bentuk umum persamaan linier non homogen.

$$y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \cdots + a_{n-1}y' + a_ny = \phi(x)$$

dengan  $\phi(x) \neq 0$ .

**Kasus 1.** Jika  $E^2 - 4B^2 < 0$  maka diperoleh akar-akarnya adalah  $r_{1,2} = -\alpha \pm i\beta$ . Solusi persamaan diferensialnya adalah

$$y(t) = c_1 e^{-\alpha t} \cos(\beta t) + c_2 e^{-\alpha t} \sin(\beta t).$$



**Kasus 2.** Jika  $E^2 - 4B^2 = 0$  maka diperoleh akarnya kembar  $r_{1,2} = -\alpha$  dimana  $\alpha = \frac{E}{2}$ . Solusi persamaan diferensialnya adalah

$$y(t) = c_1 e^{-\alpha t} + c_2 t e^{-\alpha t}$$

# Daftar Pustaka



Verberg, Purcell and Ridgon, (2007). *Calculus*(9<sup>th</sup> edition). Southern illinois university edwardsville.



Soal-soal Tutorial MAC 2019/2020

## Sample frame title

This is a text in second frame. For the sake of showing an example.

- Text visible on slide 1

## Sample frame title

This is a text in second frame. For the sake of showing an example.

- Text visible on slide 1
- Text visible on slide 2

## Sample frame title

This is a text in second frame. For the sake of showing an example.

- Text visible on slide 1
- Text visible on slide 2
- Text visible on slide 3

## Sample frame title

This is a text in second frame. For the sake of showing an example.

- Text visible on slide 1
- Text visible on slide 2
- Text visible on slide 4

## Sample frame title

In this slide, some important text will be **highlighted** because it's important. Please, don't abuse it.

### Remark

Sample text

### Important theorem

Sample text in red box

### Examples

Sample text in green box. The title of the block is “Examples”.