

# Relasi dan Fungsi

Wisnu OPS

December 1, 2014

## Contents

<b>1 Relasi</b>	<b>1</b>
<b>2 Fungsi</b>	<b>8</b>
2.1 Fungsi . . . . .	8
2.2 Produk Himpunan dan Jenis-jenis Fungsi . . . . .	12
2.3 Menghitung Nilai Fungsi, Domain, dan Range . . . . .	18

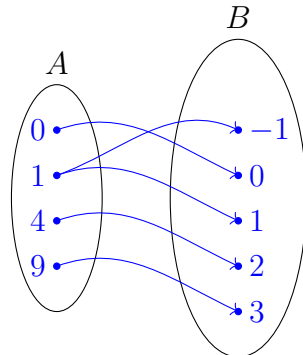
## 1 Relasi

Konsep yang dicakup:

1. Pengenalan terhadap konsep relasi dua himpunan
2. Himpunan penyelesaian dan grafik
3. Menyatakan relasi sebagai himpunan pasangan terurut
4. Konsep Domain dan Range
5. Jenis-jenis relasi; relasi invers, refleksif, simetris, antisimetris, transitif, dan ekuivalensi.

### Soal-soal Relasi - 1

1. Diketahui relasi berikut ini:



Relasi  $R : A \rightarrow B$  bisa dinyatakan dalam ....

- (A) lebih dari
- (B) kurang dari
- (C) kuadrat dari
- (D) pangkat tiga dari
- (E) sama dengan

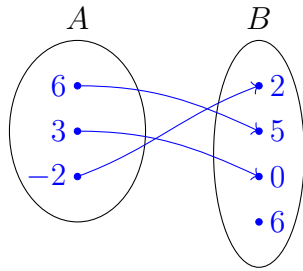
*Jawab: C*

2. Himpunan relasi  $R : A \rightarrow B$  yang menunjukkan "faktor prima dari" adalah ...

- (A)  $R = \{(1, 6), (2, 6), (3, 6)\}$
- (B)  $R = \{(2, 6), (3, 12), (7, 7)\}$
- (C)  $R = \{(2, 6), (3, 12), (1, 7), (7, 7)\}$
- (D)  $R = \{(2, 6), (3, 6), (2, 12), (3, 12), (1, 7), (7, 7)\}$
- (E)  $R = \{(2, 6), (3, 6), (2, 12), (3, 12), (7, 7)\}$

*Jawab: E*

3. Diketahui relasi yang dinyatakan diagram berikut:

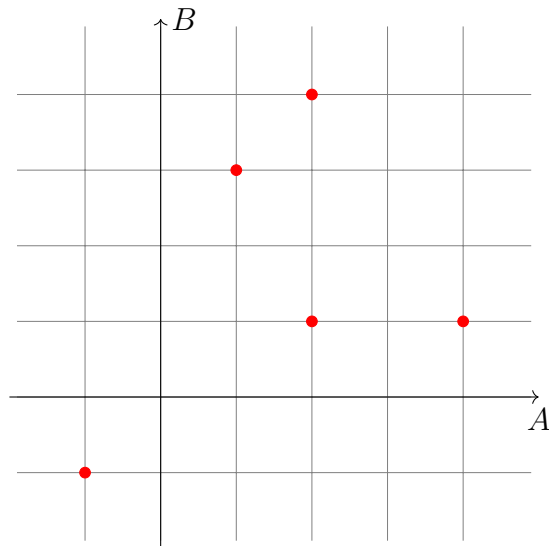


Range dari relasi tersebut adalah ....

- (A)  $\{6, 3, -2\}$
- (B)  $\{2, 5, 0\}$
- (C)  $\{2, 5, 0, 6\}$
- (D)  $\{2, 5, 0, 6, 3, -2\}$
- (E)  $\{2, 5, 0, 6, 6, 3, -2\}$

*Jawab: B. Sekalian jelasin aja konsep domain di sini. Juga konsep co-domain juga bisa. Cuma harus rada hati-hati. Untuk himpunan A, nggak ada term yang bisa membedakan antara konsep range dan kodomain seperti di himpunan B*

4. Diketahui relasi  $R : A \rightarrow B$  yang dinyatakan dalam bentuk grafik berikut (setiap kotak menunjukkan satu satuan):

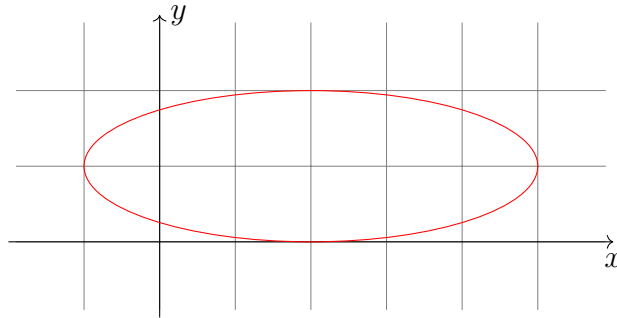


Range dari relasi tersebut adalah ....

- (A)  $\{-1, 1, 3, 4\}$
- (B)  $\{-1, 1, 1, 3, 4\}$
- (C)  $\{-1, 1, 2, 4\}$
- (D)  $\{-1, 1, 2, 3, 4\}$
- (E)  $\{-1, 1, 1, 2, 4\}$

*Jawab:* A

5. Diketahui relasi  $R : x \rightarrow y$  yang dinyatakan dalam bentuk grafik berikut (setiap kotak menunjukkan satu satuan):



Domain dari relasi tersebut adalah ....

- (A)  $0 \leq y \leq 2$
- (B)  $-1 \leq y \leq 5$
- (C)  $0 \leq x \leq 2$
- (D)  $-1 \leq x \leq 5$
- (E)  $0 \leq x \leq 5$

*Jawab: D*

6. Diketahui relasi  $R : A \rightarrow B$  yang dinyatakan dalam bentuk himpunan penyelesaian  $HP = R = \{(1, 2), (2, 3), (4, 5), (6, 5)\}$ . Invers dari relasi tersebut adalah?

- (A)  $R^{-1} = \{(1, 2), (2, 3), (4, 5), (6, 5)\}$
- (B)  $R^{-1} = \{(2, 1), (2, 3), (4, 5), (6, 5)\}$
- (C)  $R^{-1} = \{(2, 1), (3, 2), (4, 5), (6, 5)\}$
- (D)  $R^{-1} = \{(2, 1), (3, 2), (5, 4), (6, 5)\}$
- (E)  $R^{-1} = \{(2, 1), (3, 2), (5, 4), (5, 6)\}$
- (F)  $R^{-1} = \{(2, 1), (3, 2), (5, 4)\}$

7. Di antara tiga relasi berikut ini:

- (1)  $R : x \rightarrow y$  dengan  $x \geq y$
- (2)  $R : x \rightarrow y$  dengan  $x > y$
- (3)  $R : A \rightarrow B$  dengan  $A = \{1, 2, 3\}$  dan  
 $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (2, 3), (3, 3), (3, 4)\}$

Yang manakah yang merupakan relasi yang reflektif?

- (A) 1 dan 2
- (B) 1 dan 3
- (C) 2 dan 3
- (D) 1, 2, dan 3
- (E) 3 saja

*Jawab: B*

8. Diketahui suatu relasi  $R : A \rightarrow B$  dinyatakan dalam himpunan penyelesaian  $R = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (2, 6)\}$ . Agar relasi tersebut menjadi relasi yang simetris, maka anggota himpunan penyelesaiannya perlu ditambah lagi dengan ....

- (A) (1, 2)
- (B) (2, 4)
- (C) (2, 5)
- (D) (5, 2)
- (E) (6, 2)

*Jawab: E*

9. Di antara tiga relasi berikut ini:

- (1)  $R : x \rightarrow y$  dengan  $x \geq y$
- (2)  $R : x \rightarrow y$  dengan  $x > y$
- (3) Relasi antara  $x$  dan  $y$  yang tergambarkan dengan lingkaran dengan pusat di  $(2, 2)$  dan jari-jari 1.

Yang manakah yang merupakan relasi yang antisimetris?

- (A) 1 dan 2
- (B) 1 dan 3
- (C) 2 dan 3
- (D) 1, 2, dan 3
- (E) 3 saja

*Jawab: A. Note: mereka masih kelas 1 dan belum belajar persamaan lingkaran. Jadi nanti ngebahasnya jangan pakai persamaan lingkaran, pakai gambar aja.*

10. Pada relasi  $R : x \rightarrow y$  dengan relasi "kurang dari" selalu dipenuhi hal berikut: untuk setiap  $(a, b) \in R$  dan  $(b, c) \in R$ , berlaku juga  $(a, c) \in R$ . Contoh, jika  $a < b$  dan  $b < c$ , maka berlaku juga  $a < c$ . Relasi ini adalah relasi ....

- (A) Invers
- (B) Reflektif
- (C) Simetris
- (D) Transitif
- (E) Ekuivalensi

*Jawab: D. Btw, materi terakhir yang belum ada soalnya itu relasi ekuivalensi. Jadi di pembahasan ini sekalian kasih tau aja secara singkat tentang relasi ekuivalensi. Relasi ekuivalensi itu adalah relasi yang reflektif, simetris, dan transitif. Contohnya relasi "X sebangun dengan Y" (untuk X dan Y himpunan segitiga)*

## 2 Fungsi

### 2.1 Fungsi

Konsep yang dicakup:

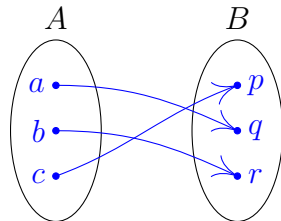
1. Definisi Fungsi; Relasi  $R : A \rightarrow B$  disebut fungsi jika setiap anggota dari himpunan  $A$  dapat dipasangkan dengan tepat satu unsur di himpunan  $B$ .
2. Menyatakan suatu fungsi. Misalkan, luas dinyatakan dalam suatu fungsi panjang. Fungsi-fungsi ini bisa dinyatakan dalam bentuk: diagram anak panah, himpunan pasangan terurut, dan pada koordinat kartesius.



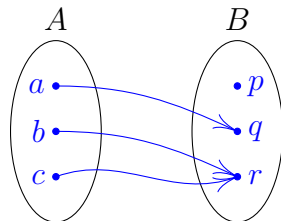
### Soal-soal Fungsi - 1

1. Di antara ketiga diagram panah berikut ini, manakah yang merupakan fungsi?

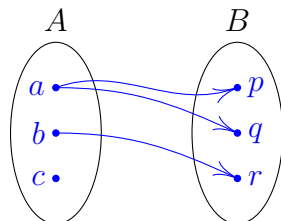
I. .



II. .



III. .



- (A) Diagram I saja  
 (B) Diagram II saja  
 (C) Diagram III saja  
 (D) Diagram I dan II saja  
 (E) Diagram I, II, dan III

2. Di antara himpunan pasangan terurut di bawah ini, manakah yang merupakan fungsi?

(A)  $A = \{(1, 2), (3, 4), (5, 6), (5, 4), (3, 2)\}$

(B)  $B = \{(a, b), (c, d), (e, f), (g, f), (e, d)\}$

(C)  $C = \{(1, 3), (5, 7), (9, 8), (9, 4), (2, 1)\}$

(D)  $D = \{(-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4), (3, 9)\}$

(E)  $E = \{(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (1, 2)\}$

3. Di antara relasi  $x$  dan  $y$  berikut ini, manakah yang bisa dinyatakan dalam  $y$  sebagai fungsi dari  $x$  ( $y = f(x)$ )?

(A)  $2x + y^2 = 0$

(B)  $x^2 + y^2 = 25$

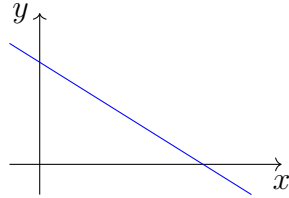
(C)  $x^2 - y = 0$

(D)  $x^4 + y^4 = 32$

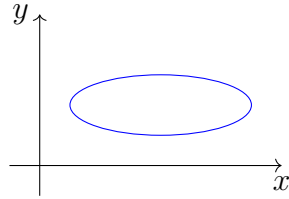
(E)  $y^2 = 16x$

4. Di antara grafik pada koordinat kartesius di bawah ini, manakah yang merupakan fungsi  $y = f(x)$ ?

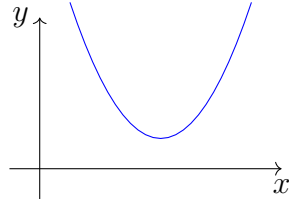
I. .



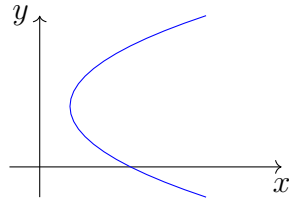
II. .



III. .



IV. .



- (A) I, II, dan III  
(B) I dan III  
(C) II dan IV  
(D) IV saja  
(E) I, II, III, dan IV

5. Diketahui  $f(x) = 3x^2 + 4$ ,  $g(x) = 7$ , dan  $h = \{(2, 5), (3, 5), (4, 5)\}$ . Pernyataan berikut ini yang benar adalah ....
- (A) Hanya  $f$  yang merupakan fungsi
  - (B) Hanya  $g$  yang merupakan fungsi
  - (C) Hanya  $h$  yang merupakan fungsi
  - (D) Hanya  $f$  dan  $g$  yang merupakan fungsi
  - (E)  $f$ ,  $g$ , dan  $h$  adalah fungsi
6. Diketahui  $A = \{(3, 4), (5, 6), (4, 7), (1, 2), (3, 9)\}$ . Agar  $A$  menjadi sebuah fungsi, pasangan yang harus dibalik kedudukannya  $((a, b)$  dibalik menjadi  $(b, a))$  adalah ....
- (A)  $(3, 4)$
  - (B)  $(5, 6)$
  - (C)  $(4, 7)$
  - (D)  $(1, 2)$
  - (E)  $(3, 9)$
7. Suatu balok memiliki panjang  $x$ , lebar setengah kali panjangnya, dan tinggi 20 satuan. Volume balok dapat dinyatakan sebagai fungsi dari  $x$  sebagai berikut:
- (A)  $V(x) = 10x^2$
  - (B)  $V(x) = x(x - 20)$
  - (C)  $V(x) = \frac{x(x-20)}{2}$
  - (D)  $V(x) = 10x$
  - (E)  $V(x) = 5x^3$

## 2.2 Produk Himpunan dan Jenis-jenis Fungsi

1. Produk himpunan  $A \times B$
2. Jenis-jenis fungsi
  - a. Fungsi Surjective; Nama lainnya itu fungsi Onto
  - b. Fungsi Injective; Nama lainnya itu fungsi satu-satu atau fungsi one-to-one

- c. Fungsi Bijective; Fungsi Bijective itu adalah fungsi yang surjective dan juga injective. Nama lainnya itu fungsi korespondensi satu-satu atau one-to-one correspondence.
  - d. **Catatan Penting: Bedain antara fungsi satu-satu sama fungsi korespondensi satu-satu.** Buku Sukino salah karena dua hal itu dianggap sama. Mungkin perlu dikasih tau kalau bisa aja yang gurunya ajarin itu salah kalau mereka pakai buku yang salah.
3. Suatu fungsi itu pasti memiliki invers kalau dia merupakan fungsi injective.

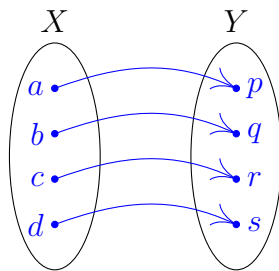
### Soal-soal Fungsi - 2

1. Jika  $n(A) = 2$  dan  $n(B) = 5$ , maka  $n(A \times B) = \dots$ 
  - (A) 2
  - (B) 7
  - (C) 10
  - (D) 25
  - (E) 32
2. Diketahui  $A = \{5, 6\}$  dan  $B = \{1, 3, 7\}$ . Banyaknya anggota dari  $A \times B$  adalah ....
  - (A) 2 buah
  - (B) 3 buah
  - (C) 4 buah
  - (D) 6 buah
  - (E) 8 buah
3. Jika  $x < 0$  dan  $x \cdot y > 0$ , titik  $(x, y)$  terletak di kuadran ....
  - (A) I
  - (B) II
  - (C) III
  - (D) IV
  - (E) I dan II

4. Jika  $y > 0$  dan  $x \cdot y < 0$ , titik  $(x, y)$  terletak di kuadran ....

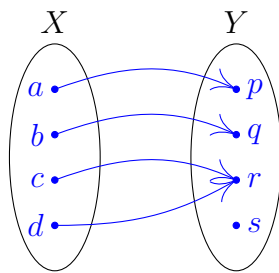
- (A) I
- (B) II
- (C) III
- (D) IV
- (E) III dan IV

5. Diagram berikut ini yang menunjukkan fungsi apa?



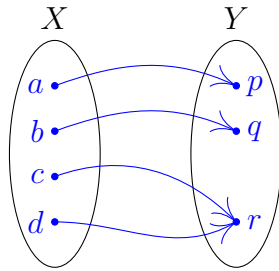
- (A) Fungsi surjective (onto) dan injective (one-to-one)
- (B) Fungsi surjective dan non-injective
- (C) Fungsi non-surjective dan injective
- (D) Fungsi non-surjective dan non-injective
- (E) Bukan Fungsi

6. Diagram berikut ini yang menunjukkan fungsi apa?



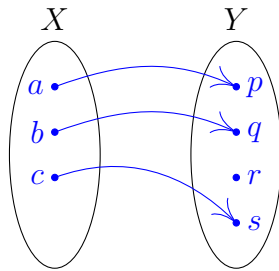
- (A) Fungsi surjective (onto) dan injective (one-to-one)
- (B) Fungsi surjective dan non-injective
- (C) Fungsi non-surjective dan injective
- (D) Fungsi non-surjective dan non-injective
- (E) Bukan Fungsi

7. Diagram berikut ini yang menunjukkan fungsi apa?



- (A) Fungsi surjective (onto) dan injective (one-to-one)
- (B) Fungsi surjective dan non-injective
- (C) Fungsi non-surjective dan injective
- (D) Fungsi non-surjective dan non-injective
- (E) Bukan Fungsi

8. Diagram berikut ini yang menunjukkan fungsi apa?



- (A) Fungsi surjective (onto) dan injective (one-to-one)
- (B) Fungsi surjective dan non-injective
- (C) Fungsi non-surjective dan injective
- (D) Fungsi non-surjective dan non-injective
- (E) Bukan Fungsi

9. Fungsi  $f : R \rightarrow R$ , dengan  $R$  himpunan bilangan real. Berikut yang merupakan fungsi injective yang non-surjective adalah ....

- (A)  $f(x) = x^4$
- (B)  $f(x) = x^2$
- (C)  $f(x) = |x|$
- (D)  $f(x) = \frac{1}{2}x + 6$
- (E)  $f(x) = 2^x$

*Jawabannya yang E. Kalau yang D itu injective dan surjective*

10. Jika  $n(P) = n(Q) = 5$ , maka  $n(f : P \xrightarrow{\text{bijective}} Q) = \dots$

- (A) 5
- (B) 25
- (C) 75
- (D) 100
- (E) 120

11. Jika  $n(f : A \xrightarrow{\text{bijective}} A) = 24$ , maka  $n(A) = \dots$

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5

12. Di antara himpunan pasangan terurut di bawah ini, manakah yang merupakan fungsi yang memiliki invers?

- (A)  $A = \{(1, 2), (3, 4), (5, 6), (6, 4), (7, 2)\}$
- (B)  $B = \{(a, b), (c, d), (e, f), (g, f), (h, d)\}$
- (C)  $C = \{(1, 3), (5, 7), (9, 8), (9, 4), (2, 1)\}$
- (D)  $D = \{(-1, -1), (0, 0), (1, 1), (2, 4), (3, 9)\}$
- (E)  $E = \{(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (1, 2)\}$



13. Suatu fungsi pasti memiliki invers jika dan hanya jika ....
- (A) Fungsi tersebut fungsi surjective
  - (B) Fungsi tersebut fungsi injective
  - (C) Fungsi tersebut fungsi surjective and injective (bijective)
  - (D) Semua fungsi memiliki invers
  - (E) A, B, C, dan D salah
14. Jika  $A = \{1, 3, 5, 7\}$  dan  $B = \{2, 3, 5\}$ , maka  $n(f : A \rightarrow B) = \dots$
- (A) 7
  - (B) 12
  - (C) 64
  - (D) 81
  - (E) 115
15. Jika  $A = \{1, 3, 5, 7\}$  dan  $B = \{2, 3, 5\}$ , maka  $n(f : B \rightarrow A) = \dots$
- (A) 7
  - (B) 12
  - (C) 64
  - (D) 81
  - (E) 115

16. Diketahui  $S = \{2, 4, 6, 8\}$  dan  $T = \{2, 3, 5\}$ . Jika  $f = \{(2, 2), (4, 5), (8, 3)\}$ , maka  $f$  adalah ....
- (A) fungsi, tapi bukan surjective maupun injective
  - (B) fungsi injective
  - (C) fungsi surjective
  - (D) relasi, tapi bukan relasi ekuivalensi
  - (E) relasi ekuivalensi

## 2.3 Menghitung Nilai Fungsi, Domain, dan Range

Konsep subbab ini:

1. Domain, Kodomain, dan Range
2. Menghitung Nilai Fungsi satu variabel
3. Menghitung Nilai Fungsi multivariabel
4. Fungsi ganjil dan Fungsi genap

### Soal-soal 3

1. Suatu fungsi  $f : A \rightarrow B$  dengan  $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$  dan  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ , terdefinisi  $f(x) = x^2$ . Tentukan range fungsi tersebut!
- (A)  $\{0, 1, 4, 6, 9\}$
  - (B)  $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
  - (C)  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
  - (D)  $\{0, 1, 4, 9\}$
  - (E)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

2. Suatu fungsi  $f : A \rightarrow B$  dengan  $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$  dan  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ , terdefinisi  $f(x) = x^2$ . Tentukan range fungsi tersebut!
- (A)  $\{0, 1, 4, 6, 9\}$   
 (B)  $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$   
 (C)  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$   
 (D)  $\{0, 1, 4, 9\}$   
 (E)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
3. Suatu fungsi  $f : R \rightarrow R$  dengan  $R$  adalah himpunan anggota bilangan real dan terdefinisi  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ . Tentukan range dari fungsi tersebut!
- (A)  $\{y|y \geq -1, y \in \mathbb{R}\}$   
 (B)  $\{y|y \leq -1, y \in \mathbb{R}\}$   
 (C)  $\{y|y \geq 1, y \in \mathbb{R}\}$   
 (D)  $\{y|y \leq 1, y \in \mathbb{R}\}$   
 (E)  $\{y| -1 \leq y \leq 1, y \in \mathbb{R}\}$
4. Suatu fungsi  $f(x) = x^2 - 6x + 5$  memiliki domain  $D = \{x|5 \leq x \leq 7, x \in \mathbb{R}\}$ . Tentukan range dari fungsi tersebut!
- (A)  $\{y| -4 \leq y \leq 12, y \in \mathbb{R}\}$   
 (B)  $\{y|0 \leq y \leq 12, y \in \mathbb{R}\}$   
 (C)  $\{y| -4 \leq y \leq 0, y \in \mathbb{R}\}$   
 (D)  $\{y|4 \leq y \leq 7, y \in \mathbb{R}\}$   
 (E)  $\{y|5 \leq y \leq 7, y \in \mathbb{R}\}$
5. Suatu fungsi  $f(x) = x^2 - 6x + 5$  memiliki domain  $D = \{x|0 \leq x \leq 1, x \in \mathbb{R}\}$ . Tentukan range dari fungsi tersebut!
- (A)  $\{y|5 \leq y \leq 0, y \in \mathbb{R}\}$   
 (B)  $\{y|0 \leq y \leq 4, y \in \mathbb{R}\}$   
 (C)  $\{y|4 \leq y \leq 0, y \in \mathbb{R}\}$   
 (D)  $\{y|4 \leq y \leq 7, y \in \mathbb{R}\}$   
 (E)  $\{y|0 \leq y \leq 5, y \in \mathbb{R}\}$

6. Suatu fungsi  $f(x) = x^2 - 6x + 5$  memiliki domain  $D = \{x | 0 \leq x \leq 7, x \in \mathbb{R}\}$ . Tentukan range dari fungsi tersebut!
- (A)  $\{y | -4 \leq y \leq 12, y \in \mathbb{R}\}$
  - (B)  $\{y | 0 \leq y \leq 12, y \in \mathbb{R}\}$
  - (C)  $\{y | -4 \leq y \leq 0, y \in \mathbb{R}\}$
  - (D)  $\{y | 4 \leq y \leq 7, y \in \mathbb{R}\}$
  - (E)  $\{y | 5 \leq y \leq 7, y \in \mathbb{R}\}$
7. Jika  $f(x) = x^3 - x^2 - x - 1$ , nilai dari  $f(x) = \dots$
- (A) 0
  - (B) -1
  - (C) -2
  - (D) -3
  - (E) -4
8. Jika  $f(x) = x^7 - 97x^6 - 199x^5 + 99x^4 - 2x + 190$ , nilai  $f(99) = \dots$
- (A) -8
  - (B) -2
  - (C) 4
  - (D) 10
  - (E) 16
9. Diketahui  $f(x, y, z) = (x + y)(y + z)$ . Berapa nilai dari  $f(1, -2, 3) = \dots$
- (A) 1
  - (B) 0
  - (C) -1
  - (D) -3
  - (E) -7

10. Fungsi mutlak  $f(x) = |x|$  dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & \text{jika } x \geq 0 \\ -x & \text{jika } x < 0 \end{cases}$$

Berapakah nilai dari  $|a - 10|$  jika  $a = 3$ ?

- (A) -10
- (B) -7
- (C) -3
- (D) 3
- (E) 7

11. Fungsi genap adalah fungsi yang memenuhi hubungan  $f(-x) = f(x)$ . Dengan demikian, dari fungsi berikut ini, yang termasuk fungsi genap adalah ....

- (1)  $f(x) = \frac{1}{x^2}$
- (2)  $f(x) = \frac{1}{x}$
- (3)  $f(x) = |x|$
- (4)  $f(x) = \sin x$

- (A) (1), (2), dan (3)
- (B) (1) dan (3)
- (C) (2) dan (4)
- (D) (4)
- (E) (1), (2), (3), dan (4)

12. Fungsi ganjil adalah fungsi yang memenuhi hubungan  $f(-x) = -f(x)$ . Dengan demikian, dari fungsi berikut ini, yang termasuk fungsi ganjil adalah ....

(1)  $f(x) = \frac{1}{x}$

(2)  $f(x) = \sin x$

(3)  $f(x) = x^3$

(4)  $f(x) = \cos x$

(A) (1), (2), dan (3)

(B) (1) dan (3)

(C) (2) dan (4)

(D) (4)

(E) (1), (2), (3), dan (4)