

## PROJET ACTUARIAT NON VIE

Réalisé par

**Wissal BAYOUDH**

**Wissal KHEMIRI**

**Mustapha BOUATTOUR**

**Mohamed Amine HAMZA**

---

---

## Provisionnement Non Vie

---

---

Encadré par :

**Najed Ksouri**

**Irad chammem**



# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Contexte général</b>	<b>2</b>
1.1 État de l'art du provisionnement en assurance non-vie . . . . .	3
1.2 Présentation des données . . . . .	3
1.3 Méthodes d'évaluation des provisions pour sinistres . . . . .	5
1.3.1 Méthodes déterministes . . . . .	5
1.3.2 Méthodes stochastiques . . . . .	7
<b>2 Mise en oeuvre sur R et interprétation des résultats</b>	<b>8</b>
2.1 Données utilisées . . . . .	10
2.2 Analyse des triangles . . . . .	10
2.2.1 Triangle des ouvertures . . . . .	10
2.2.2 Triangle des règlements . . . . .	13
2.2.3 Triangle des charges . . . . .	16
2.2.4 Analyse du triangle des charges . . . . .	16
2.2.5 Triangle des couts moyens . . . . .	18
2.3 Application des méthodes déterministes . . . . .	19
2.3.1 Application de la méthode de Chain-Ladder . . . . .	19
2.3.2 Application de la méthode de Bornhuetter-Ferg . . . . .	20
2.4 Application des méthodes stochastiques . . . . .	22
2.4.1 Application du modèle de Mack . . . . .	22
2.4.2 Application du modèle de Bootstrap . . . . .	24
2.5 Application Pour le triangle de règlements . . . . .	26
<b>Bibliographie</b>	<b>35</b>

# Table des figures

1.1	Triangle des paiements cumulés . . . . .	4
1.2	Table des paiements cumulés estimés . . . . .	4
2.1	Triangle des règlements . . . . .	10
2.2	Triangle des ouvertures . . . . .	10
2.3	Triangle des ouvertures Cumulés . . . . .	11
2.4	Le nombre de sinistres cumulés par nombre de survenance . . . . .	11
2.5	Triangle des cadences des ouvertures . . . . .	12
2.6	Tableau de statistiques descriptives . . . . .	13
2.7	Triangle de règlements . . . . .	13
2.8	Triangle des règlements cumulés . . . . .	14
2.9	Les règlements cumulés par nombre de survenance . . . . .	14
2.10	Triangle des cadences des règlements . . . . .	15
2.11	Statistiques descriptives de règlements . . . . .	15
2.12	Triangle cumulés des charges . . . . .	16
2.13	Les charges cumulés par nombre de survenance . . . . .	16
2.14	Triangle des cadences des charges . . . . .	17
2.15	Statistique descriptives des charges . . . . .	17
2.16	Triangle des couts moyen cumulés . . . . .	18
2.17	Triangle des cadences des couts moyen . . . . .	18
2.18	Statistiques descriptives des couts moyen . . . . .	18
2.19	Estimation de nombre de tardifs . . . . .	19
2.20	Estimation de P SAP Charges . . . . .	19
2.21	Projection graphique des valeurs prédites par nombre de survenance . . . . .	20
2.22	Estimation par la méthode de Bornhuetter-Ferguson . . . . .	21
2.23	Calcul des Primes acquises sous R . . . . .	21
2.24	Loss ratio de Bornhuetter-Ferguson . . . . .	21
2.25	Evolution du loss ratio Bornhuetter-Ferguson . . . . .	22
2.26	Estimation avec la méthode de Mack . . . . .	22
2.27	Projection graphique des valeurs prédites par nombre de survenance . . . . .	23
2.28	Graphique d'estimation pour les différents années de survenance . . . . .	24

2.29	Estimation de nombre de tardifs avec la méthode de bootstrap . . . . .	24
2.30	Graphique d'estimation de nombre de tardifs . . . . .	25
2.31	Estimation de nombre de tardifs de chaque année . . . . .	26
2.32	Estimation de triangle de règlements . . . . .	26
2.33	Projection graphique des valeurs prédites par nombre de survenance . . . . .	27
2.34	Estimation de triangle des règlements par la méthode de Mack chain-ladder . . . . .	27
2.35	Graphique d'estimation de nombre de tardifs . . . . .	28
2.36	Graphique d'estimation pour les différents années de survenance . . . . .	29
2.37	Estimation de triangle des règlements par la méthode de Bootstrap chain-ladder . . . .	30
2.38	Graphique d'estimation de nombre de tardifs . . . . .	30
2.39	Estimation de nombre de tardifs de chaque année par la méthode de Bootstrap chain-ladder	31
2.40	Estimation de triangle des règlements par la méthode de Bornhuetter-Ferguson . . . .	31
2.41	Loss ratio de Bornhuetter-Ferguson . . . . .	32
2.42	Evolution du loss ratio Bornhuetter-Ferguson . . . . .	33
2.43	calcul du PSAP . . . . .	33

# Introduction générale

Afin de pouvoir couvrir leurs engagements, les assureurs doivent établir des provisions, notamment pour les sinistres survenus dont les coûts ne sont pas totalement réglés. Les techniques traditionnelles pour quantifier ces provisions reposent sur l'agrégation de données individuelles en triangles de développement agrégés.

Les provisions sont une part primordiale dans le bilan d'une société d'assurance. D'après une étude Swiss Re (2008), la principale cause de non solvabilité des sociétés d'assurances américaines de 1969 à 2002 était liée à des pertes causées par des provisions mal estimées. En France, l'évolution de l'environnement réglementaire, de par les normes Solvabilité 2 et IFRS 17, impose un suivi plus précis des risques, notamment par l'estimation des provisions.

Dans ce projet nous allons appliquer des méthodes d'évaluation des provisions, pour obtenir le best estimate de la provision pour sinistres à payer selon les approches étudiées en classe.

---

# CONTEXTE GÉNÉRAL

---

## Plan

<b>1</b>	<b>État de l'art du provisionnement en assurance non-vie . . . . .</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Présentation des données . . . . .</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Méthodes d'évaluation des provisions pour sinistres . . . . .</b>	<b>5</b>
1.3.1	Méthodes déterministes . . . . .	5
1.3.1.1	Méthode Chain-Ladder . . . . .	5
1.3.1.2	Méthode de Bornhuetter-Ferguson . . . . .	6
1.3.2	Méthodes stochastiques . . . . .	7
1.3.2.1	Modèle de Mack . . . . .	7
1.3.2.2	Le Modèle de Bootstrap . . . . .	7

## Introduction

Dans ce chapitre, nous allons tout d'abord étudier les méthodes d'évaluation des provisions, avant d'énoncer le sujet de notre projet . Nous finirons par le chargement et la compréhension des données.

### 1.1 État de l'art du provisionnement en assurance non-vie

En 1938, E. Astesan [1] a formalisé la technique des triangles de développement, engendrant ainsi la méthode très populaire dite Chain-Ladder.

En 1993, R. Mack [2] a démontré que les estimateurs de Chain-Ladder pouvaient être modélisés par un simple modèle stochastique. England et Verrall (2002) ont eux fourni un aperçu global des méthodes stochastiques pouvant être connectées à la méthode Chain-Ladder, notamment des méthodes de régression.

Nous allons tout d'abord introduire la notion de triangle de développement avant d'étudier quelques méthodes parmi les plus utilisées en provisionnement non-vie.

### 1.2 Présentation des données

Les données sont représentées sous forme de triangle qui reflète la dynamique de liquidation des sinistres. Les données utilisées sont annuelles et les notations utilisées sont les suivantes [3] :

- $i$  : l'indice des années de survenance  $i = 1, \dots, n$
- $j$  : l'indice des années de développement
- $Y_{i,j}$  : les paiements non cumulés des sinistres survenus l'année  $i$  , en  $i + j - 1$  années de développement
- $C_{i,j}$  : les paiements cumulés des sinistres survenus l'année  $i$ , en  $j$  années de développement[3]

$$C_{i,j} = Y_{i,1} + Y_{i,2} + \dots + Y_{i,j} = \sum_{K=1}^j Y_{i,k}$$

Le triangle contenant les paiements cumulés se présente sous la forme ci-dessous :



$\begin{smallmatrix} j \\ i \end{smallmatrix}$	1	2	...	n-1	n
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	...	$C_{1,n-1}$	$C_{1,n}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	...	$C_{2,n-1}$	
...	...	...	...		
n-1	$C_{n-1,1}$	$C_{n-1,2}$			
n	$C_{n,1}$				

**Figure 1.1:** Triangle des paiements cumulés

L'objectif est d'estimer la partie inférieure du triangle de liquidation à partir des informations que nous disposons dans la partie supérieure. Les  $C_{i,j}$  sont les valeurs estimées des règlements cumulés.

$\begin{smallmatrix} j \\ i \end{smallmatrix}$	1	2	...	n-1	n
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	...	$C_{1,n-1}$	$C_{1,n}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	...	$C_{2,n-1}$	$\hat{C}_{2,n}$
...	...	...	...	...	...
n-1	$C_{n-1,1}$	$C_{n-1,2}$	...	$\hat{C}_{n-1,n-1}$	$\hat{C}_{n-1,n}$
n	$C_{n,1}$	$\hat{C}_{n,2}$	...	$\hat{C}_{n,n-1}$	$\hat{C}_{n,n}$

**Figure 1.2:** Table des paiements cumulés estimés

Après l'estimation des  $Y_{i,j}$  et  $\hat{C}_{i,j}$ , on peut déterminer les provisions pour chaque année de sinistre notées :

$$\hat{R}_i = \hat{Y}_{i,n+2-i} + \hat{Y}_{i,n+3-i} + \dots + \hat{Y}_{i,n} = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n+1-i}$$

La réserve totale s'obtient à partir de l'expression :

$$\hat{R}_i = \sum_{i=2}^n \hat{R}_i = \sum_{i=2}^n (\hat{C}_{i,n} - C_{i,n+1-i})$$

Pour l'estimation de la partie inférieure nous avons utilisé les méthodes déterministes de Chain Ladder et Bornhuetter-Ferguson ainsi que les méthodes stochastiques de Mack, GLM et bootstrap.

Dans la partie suivante, nous présentons et appliquons ces différentes méthodes au triangle de règlements en vue de déterminer la réserve à constituer

## 1.3 Méthodes d'évaluation des provisions pour sinistres

### 1.3.1 Méthodes déterministes

Les méthodes déterministes reposent sur la stabilité du délai qui s'écoule entre la survenance d'un sinistre et les règlements. Ces méthodes s'avèrent plus pratiques dans l'estimation de la charge finale lorsque les hypothèses suivantes sont vérifiées [4] :

- Absence de changement de structure du portefeuille
- Absence de l'inflation...

#### 1.3.1.1 Méthode Chain-Ladder

**Description de la méthode :** Il s'agit de considérer que l'évolution des charges cumulées d'une année à une autre reste semblable pour toutes les années de survenance. Cette évolution est caractérisée par un facteur multiplicatif propre à chaque année de développement.

Considérons le facteur de développement individuel :

$$\lambda_j = \frac{C_{j,i+1}}{C_{i,j}} \quad \forall i, j = 1 \dots n$$

La méthode de Chain Ladder repose sur l'hypothèse d'indépendance des facteurs de développement  $\lambda_j$  des années de survenance.

Disposant d'un triangle de  $n$  années et en considérant les coefficients de passage d'une année à une autre commun pour les années de survenance, l'estimateur du facteur de développement est donné par :

$$\hat{\lambda}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} C_{ij+1}}{\sum_{i=1}^{n-1} C_{i,j}} \quad j = 1 \dots n$$

Ces facteurs nous permettent d'estimer par la suite [3] :

- Les charges ultimes par exercice :

$$C_{i,j} = C_{i,n+1-i} \cdot \prod_{j=n+1-i}^{j-1} \hat{\lambda}_j \quad \text{Pour } i = 2, \dots, n \text{ et } j = n+2-i, \dots, n$$

- Connaissant ces charges futures, on détermine le montant de provision pour l'année de survenance  $i$  par la relation :

$$\hat{R}_1 = \hat{C}_{i,n} - \hat{C}_{i,n+1-i} \quad \text{pour } i = 2, \dots, n$$

— Le montant total de réserve sera donc estimé comme suit :

$$\hat{R} = \sum_{i=2}^n \hat{R}_i = \sum_{i=2}^n \hat{C}_{i,n} - \hat{C}_{i,n+1-i}$$

les résultats sont obtenus à partir du logiciel R et Excel. Par ailleurs, les paiements, les évaluations et les provisions sont en milliers de FCFA.

### 1.3.1.2 Méthode de Bornhuetter-Ferguson

**Description de la méthode :** La méthode de Bornhuetter-Ferguson permet d'insérer un indicateur d'exposition qui est en général le montant des primes acquises. Elle a l'avantage d'assurer une meilleure stabilité des estimations. En effet, cette méthode repose sur une hypothèse exogène d'estimation préalable de la charge finale sur laquelle est appliquée un taux de liquidation. En procédant ainsi, les estimations récentes dépendent moins des anciens paiements comparativement à la méthode de Chain Ladder qui reflète une dépendance entre les années. La méthode de Bornhuetter-Ferguson s'adapte donc aux triangles dont les paiements sont instables. [3]

Classiquement, on suppose qu'il existe  $\mu_i$  et des facteurs de développement  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  avec  $\alpha_n = 1$  tel que :

$$\begin{aligned} E(C_{i,1}) &= \alpha_1 \mu_i \\ E(C_{i,j+k}/C_{i,1} \dots C_{i,j}) &= C_{i,j} + [\alpha_{j+k} - \alpha_j] \mu_i \\ E(C_{i,j}) &= \alpha_j \mu_i \end{aligned}$$

On estime statistiquement  $\alpha (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$  et  $\hat{\mu}_i$  un estimateur de  $E(C_{i,n})$ . Connaissant ces deux estimations, nous déduisons la charge ultime par la formule :

$$\hat{C}_{i,n} = C_{i,j} + [1 - \hat{\alpha}_{j-i}] \hat{\mu}_i$$

A partir de la méthode Chain Ladder, Bornhuetter-Ferguson propose l'estimateur :

$$\hat{\alpha}_i = \prod_{k=j+1}^n \frac{1}{\hat{\lambda}_k}$$

En fin nous estimons  $\hat{\mu}_i$  à partir du ratio de sinistralité (loss ratio) par année de survenance :

$$L_{i,j} = \frac{c_{ij}}{P_i}$$

### 1.3.2 Méthodes stochastiques

Un modèle stochastique suppose que la variable à modéliser possède un élément aléatoire. Dans cette partie, nous présentons deux autres modèles usuels à savoir :

Le modèle de Mack et le modèle Bootstrap qui permettent non seulement l'obtention des provisions mais aussi de déterminer le degré d'incertitude correspondant à la réserve. Ce qui peut s'avérer une information capitale pour les stratégies financières de la compagnie [3].

#### 1.3.2.1 Modèle de Mack

Le modèle de Mack (1993) est la méthode stochastique du modèle de Chain Ladder évoqué dans la première partie. Sous certaines hypothèses, nous obtenons à partir de ce modèle la même réserve trouvée par Chain Ladder. Ces hypothèses sont les suivantes[3] :

$$\begin{aligned} H_1 : & \{C_{i,1}, \dots, C_{i,n}\}, \{C_{j,1}, \dots, C_{j,n}\}, \quad i \neq j \text{ sont indépendants;} \\ H_2 : & E \left[ \frac{C_{i,k+1}}{C_{i,1}}, \dots, C_{i,k} \right] = \lambda_k * C_{i,k} \\ H_3 : & \text{Var} [C_{i,k+1}/C_{i,1}, \dots, C_{i,k}] = \sigma_k^2 * C_{i,k} \end{aligned}$$

Avec  $i = 1 \dots n$  et  $k=1 \dots n-1$

#### 1.3.2.2 Le Modèle de Bootstrap

Inventé par **Efron** en 1979, le modèle de bootstrap consiste à effectuer un ré échantillonnage avec remise en utilisant des simulations de Monte-Carlo. Il permet d'estimer en particulier la variabilité d'un paramètre. Elle est beaucoup utilisée en assurance non vie du fait de sa simplicité. ‘

**Hypothèse :** Le modèle de Bootstrap suppose que les éléments de l'échantillon de départ sont indépendants et identiquement distribués (*iid*). Le problème qui se pose est le suivant : les paiements non cumulés  $Y_{i,j}$  ne sont pas en général identiquement distribués. C'est pourquoi, on fait recours aux résidus du modèle et en particulier les résidus de Pearson. Pour corriger les biais dans la comparaison des estimations analytiques et bootstrap d'erreur de prédiction, il est conseillé d'ajuster les résidus en intégrant le nombre de paramètres de régression dans l'erreur bootstrap de prédiction.

Les résidus ajustés s'expriment par la formule [3] :

$$r_{ij}^{aj} = \sqrt{\frac{N}{N-P}} r_{ij}^p$$

où N et p sont respectivement la taille de l'échantillon et le nombre de paramètres de régression. On utilisera lors de l'application de cette méthode le modèle Log Poisson qui donne les mêmes résultats fournis par la méthode de Chain Ladder.

---

# MISE EN OEUVRE SUR R ET INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS

---

## Plan

<b>1</b>	<b>Données utilisées . . . . .</b>	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>Analyse des triangles . . . . .</b>	<b>10</b>
2.2.1	Triangle des ouvertures . . . . .	10
2.2.1.1	Analyse de triangle des ouvertures . . . . .	11
2.2.1.2	Analyse graphique . . . . .	11
2.2.1.3	Analyse du triangle des cadences . . . . .	12
2.2.2	Triangle des règlements . . . . .	13
2.2.2.1	Analyse de triangle des règlements . . . . .	13
2.2.2.2	Analyse graphique . . . . .	14
2.2.2.3	Analyse du triangle des cadences . . . . .	15
2.2.3	Triangle des charges . . . . .	16
2.2.4	Analyse du triangle des charges . . . . .	16
2.2.4.1	Analyse graphique . . . . .	16
2.2.4.2	Analyse du triangle des cadences de charge cumulés . . . . .	17
2.2.5	Triangle des couts moyens . . . . .	18
2.2.5.1	Analyse de triangle des vouts moyen . . . . .	18
2.2.5.2	Analyse du triangle de cadences des couts moyens . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Application des méthodes déterministes . . . . .</b>	<b>19</b>
2.3.1	Application de la méthode de Chain-Ladder . . . . .	19
2.3.1.1	Estimation de nombre des tardifs . . . . .	19
2.3.1.2	Estimation de PSAP règlements . . . . .	19
2.3.1.3	Analyse graphique des résultat . . . . .	20
2.3.2	Application de la méthode de Bornhuetter-Ferg . . . . .	20
2.3.2.1	Calcul des Primes acquises . . . . .	20

2.3.2.2	Loss ratio de Bornhuetter-Ferguson . . . . .	21
<b>4</b>	<b>Application des méthodes stochastiques . . . . .</b>	<b>22</b>
2.4.1	Application du modèle de Mack . . . . .	22
2.4.1.1	Analyse graphique des résultat . . . . .	23
2.4.2	Application du modèle de Bootstrap . . . . .	24
2.4.2.1	Analyse Graphique . . . . .	25
<b>5</b>	<b>Application Pour le triangle de règlements . . . . .</b>	<b>26</b>

## Introduction

### 2.1 Données utilisées

En ce qui concerne les données que nous utiliserons par la suite, nous avons décidé d'appliquer les différentes méthodes sur des données de marché d'un assureur automobile.

### 2.2 Analyse des triangles

Le tableau ci-dessous présente un exemple du triangle des règlements décumulés :

Triangle des règlements										
REG	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2005	1171960	6604454	7247851	4476007	2140354	1315501	1500735	495272	264542	91392
2006	803251	3936933	7216462	5498608	2076533	2775363	749770	348477	327902	
2007	360205	3305002	7954925	5121387	3134808	1652229	1525124	688869		
2008	639281	5118946	8945907	8464976	4141026	1430473	695916			
2009	1345321	7380489	13706351	8043920	3263113	1278109				
2010	1613627	10069551	13520486	6380116	3886241					
2011	1484187	9634063	10671624	5886916						
2012	2907655	10322393	8763518							
2013	3465669	9640431								
2014	3619805									

Figure 2.1: Triangle des règlements

- La partie supérieure du triangle représente les règlements décumulés.
- La partie inférieure est celle à estimer, elle constitue les provisions que la compagnie doit mettre de côté pour faire face à ses engagements.

En fonction des spécificités de chaque méthode d'estimation ( Chain Ladder,Mack,bootstrap ), nous utiliserons soit le triangle des règlements décumulés ou le triangle des règlements cumulés.

#### 2.2.1 Triangle des ouvertures

Représente le nombre des sinistres survenus en années  $i$  et ouverts dans l'année  $j$ .

Triangle des ouvertures										
NB	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2005	1330	854	82	24	4	0	4	0	0	0
2006	1330	874	70	26	12	0	0	0	0	
2007	1786	1410	162	62	20	2	2	2		
2008	2278	1556	168	46	8	2	4			
2009	2568	1582	178	54	8	2				
2010	2380	1484	124	36	8					
2011	2424	1362	184	56						
2012	2348	1606	228							
2013	2464	1454								
2014	1984									

Figure 2.2: Triangle des ouvertures

### 2.2.1.1 Analyse de triangle des ouvertures

c'est le fait de transformer les triangles incrémentaux en des triangles cumulatifs en utilisant la formule des valeurs cumulés suivante :

$$Oc_{i,j} = \sum_{i=0,j=0}^K (O_{ij})$$

avec :

- $Oc_{i,j}$  : le nombre cumulés des sinistres survenus l'année  $i$  jusqu'à l'année  $j$  de développement des sinistres.
- $O_{ij}$  : le nombre des sinistres survenus l'année  $i$  et réglés ou ouverts l'année  $j$ .

Triangle des ouvertures										
NB	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2005	1330	2184	2266	2290	2294	2294	2298	2298	2298	2298
2006	1330	2204	2274	2300	2312	2312	2312	2312	2312	
2007	1786	3196	3358	3420	3440	3442	3444	3446		
2008	2278	3834	4002	4048	4056	4058	4062			
2009	2568	4150	4328	4382	4390	4392				
2010	2380	3864	3988	4024	4032					
2011	2424	3786	3970	4026						
2012	2348	3954	4182							
2013	2464	3818								
2014	1984									

Figure 2.3: Triangle des ouvertures Cumulés

### 2.2.1.2 Analyse graphique

La projection graphique du nombre de sinistres cumulés par nombre de survenance nous donne la figure suivante :

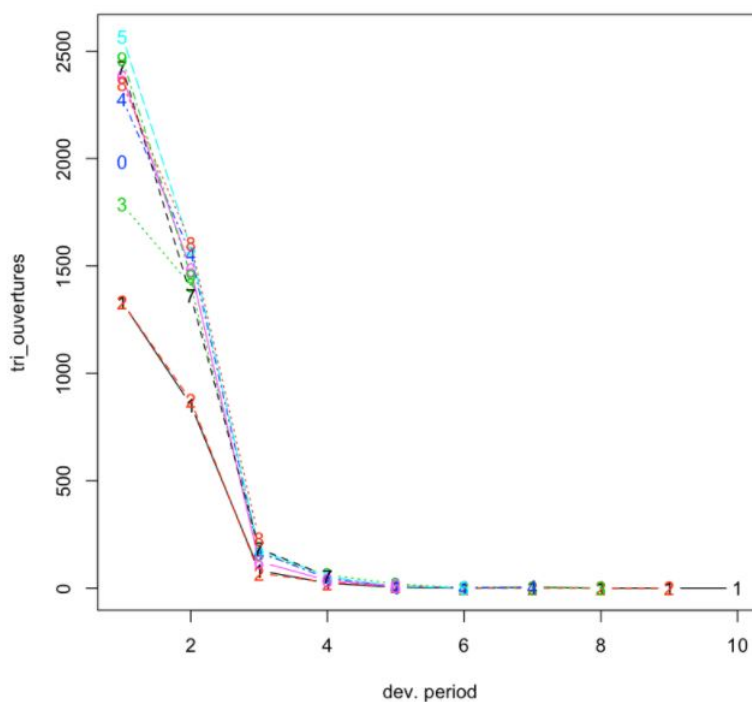


Figure 2.4: Le nombre de sinistres cumulés par nombre de survenance



**Interprétation** Ce graphe montre le nombre de sinistres cumulés par année de survenance. On constate la présence d'une grande évolution de nombres des sinistres au cours des années surtout entre les années 2005-2008 . Aussi, il y a une irrégularité dans la gestion des sinistres expliquée par l'augmentation brutale des sinistres au cours ces années des cadences de nombre de sinistres selon les années de survenances. Cela implique des cadences de nombre de sinistres selon les années de survenances.

### 2.2.1.3 Analyse du triangle des cadences

L'analyse du triangle des cadences nous permet de détecter entre autres la présence des gros sinistres qui biaisent le triangle et ne permettent pas d'aboutir à des estimations fiables. Donc, Il est nécessaire de les isoler et de les traiter séparément du reste des sinistres. On définit les coefficients individuels du triangle de cadences comme suit :

$$\lambda_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$$

avec

- $C_{i,j+1}$  : Le nombre de sinistres cumulé de l'année  $j + 1$
- $C_{i,j}$  : Le nombre de sinistres cumulé de l'année  $j$ .

Triangle des cadences										
NB	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2005		164,21%	103,75%	101,06%	100,17%	100,00%	100,17%	100,00%	100,00%	100,00%
2006		165,71%	103,18%	101,14%	100,52%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	
2007		178,95%	105,07%	101,85%	100,58%	100,06%	100,06%	100,06%		
2008		168,31%	104,38%	101,15%	100,20%	100,05%	100,10%			
2009		161,60%	104,29%	101,25%	100,18%	100,05%				
2010		162,35%	103,21%	100,90%	100,20%					
2011		156,19%	104,86%	101,41%						
2012		168,40%	105,77%							
2013		159,01%								
2014										

**Figure 2.5:** Triangle des cadences des ouvertures

On remarque une forte irrégularité pendant la première année (au delà de 150%), ainsi une irrégularité légère pendant les 2 années suivantes et les restes années de développements prennent des valeurs au alentour de 100% (ce qui est expliqué par la graphe de triangle des ouverture cumulés) Cette Irrégularité présente des valeurs aberrante/atypique surtout pour l'années 2007 de la première année de développement dont la valeur est 178.95

**Analyse Statistiques descriptives** Afin d'approfondir notre analyse, nous avons réalisé une analyse descriptive de triangle de cadence.

La figure ci-dessous montre le résultat obtenu :

Analyse des cadences									
Facteur	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Moyenne	164,97%	104,31%	101,25%	100,31%	100,03%	100,08%	100,02%	100,00%	100,00%
Ecartype	6,24%	0,85%	0,28%	0,17%	0,03%	0,06%	0,03%	0,00%	0,00%
Coef Variation	3,78%	0,82%	0,28%	0,17%	0,03%	0,06%	0,03%	0,00%	0,00%
Min	158,73%	103,46%	100,97%	100,14%	100,01%	100,02%	99,99%	100,00%	100,00%
Max	171,21%	105,17%	101,53%	100,48%	100,06%	100,15%	100,05%	100,00%	100,00%

**Figure 2.6:** Tableau de statistiques descriptives

L'analyse descriptive nous amène à remarquer l'irrégularité pour la première année (la plus remarquable) avec une moyenne de 164.97% et de Ecartype de 6.23% , par contre la présence d'une stabilité pour le restes des années (sauf la deuxième et la troisième). Le coefficient de variation est très volatiles pour la première année(3.78%), et légèrement volatile pour la deuxième et la troisième année de développement (respectivement de 0.81% et 0.28%).

Les irrégularités sont expliquées par soit la mauvaise gestion des sinistres, soit le retard d'ouvertures des sinistres, soit le retard de couvremments des sinistres.

## 2.2.2 Triangle des règlements

Nous présentons dans la table suivante le triangle des règlements cumulés, utilisés pour estimer la réserve :

Triangle des règlements										
REG	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2005	1 171 960	6 604 454	7 247 851	4 476 007	2 140 354	1 315 501	1 500 735	495 272	264 542	91 392
2006	803 251	3 936 933	7 216 462	5 498 608	2 076 533	2 775 363	749 770	348 477	327 902	
2007	360 205	3 305 002	7 954 925	5 121 387	3 134 808	1 652 229	1 525 124	688 869		
2008	639 281	5 118 946	8 945 907	8 464 976	4 141 026	1 430 473	695 916			
2009	1 345 321	7 380 489	13 706 351	8 043 920	3 263 113	1 278 109				
2010	1 613 627	10 069 551	13 520 486	6 380 116	3 886 241					
2011	1 484 187	9 634 063	10 671 624	5 886 916						
2012	2 907 655	10 322 393	8 763 518							
2013	3 465 669	9 640 431								
2014	3 619 805									

**Figure 2.7:** Triangle de règlements

### 2.2.2.1 Analyse de triangle des règlements

En utilisant la formule des valeurs cumulés , nous avons obtenus le triangle des règlements cumulés présenté dans la figure suivante :

Triangle des règlements										
REG	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2005	1 171 960	7 776 414	15 024 265	19 500 271	21 640 625	22 956 126	24 456 861	24 952 133	25 216 675	25 308 068
2006	803 251	4 740 185	11 956 646	17 455 255	19 531 788	22 307 151	23 056 921	23 405 397	23 733 299	
2007	360 205	3 665 206	11 620 131	16 741 518	19 876 326	21 528 555	23 053 679	23 742 548		
2008	639 281	5 758 227	14 704 134	23 169 110	27 310 136	28 740 608	29 436 524			
2009	1 345 321	8 725 810	22 432 161	30 476 081	33 739 194	35 017 303				
2010	1 613 627	11 683 178	25 203 664	31 583 780	35 470 021					
2011	1 484 187	11 118 250	21 789 874	27 676 791						
2012	2 907 655	13 230 048	21 993 565							
2013	3 465 669	13 106 099								
2014	3 619 805									

Figure 2.8: Triangle des règlements cumulés

### 2.2.2.2 Analyse graphique

La projection graphique du règlement de sinistres cumulés par nombre de survenance nous donne la figure suivante :

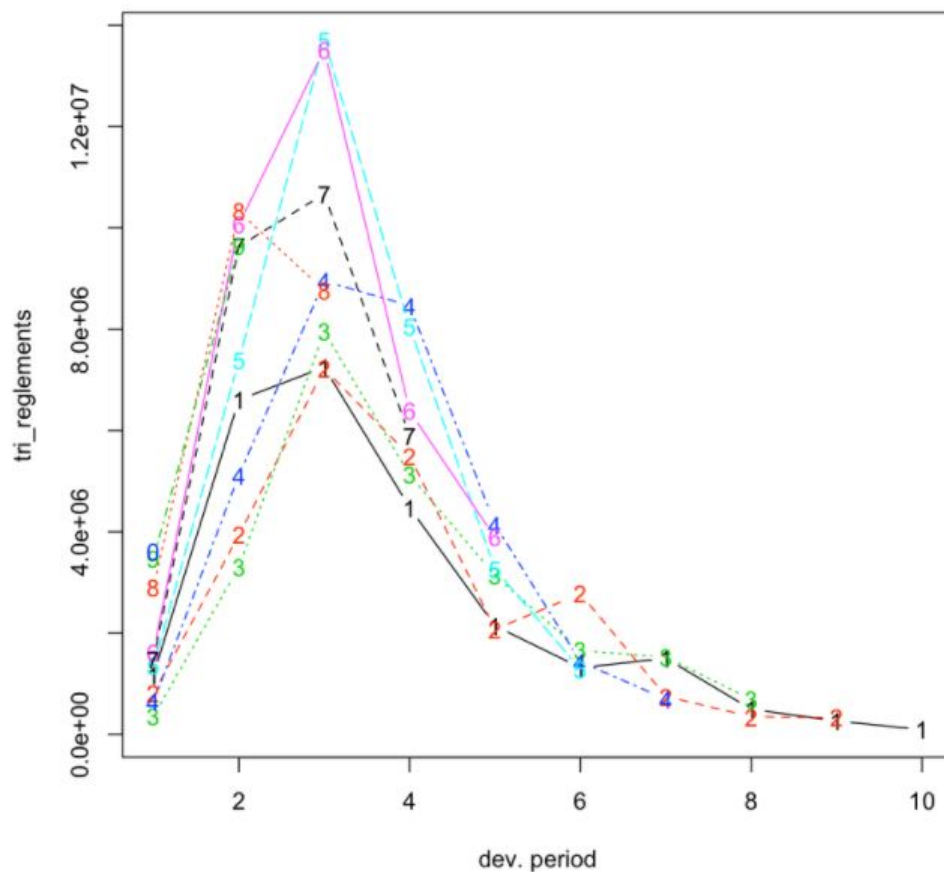


Figure 2.9: Les règlements cumulés par nombre de survenance

**Interprétation** On constate des irrégularités dues à la grande évolution de règlements de sinistres au cours des années surtout pour l'année 2010, Ce qui montre une mauvaise gestion des sinistres ou bien l'existence des clients aberrants par la présence soit d'un grand nombre de sinistres soit des sinistres avec des coûts de règlements importants.

### 2.2.2.3 Analyse du triangle des cadences

La figure ci-dessous présente le triangle des cadences de règlements cumulés :

Triangle des cadences										
NB	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2005		663,54%	193,20%	129,79%	110,98%	106,08%	106,54%	102,03%	101,06%	100,36%
2006		590,12%	252,24%	145,99%	111,90%	114,21%	103,36%	101,51%	101,40%	
2007		1017,53%	317,04%	144,07%	118,72%	108,31%	107,08%	102,99%		
2008		900,74%	255,36%	157,57%	117,87%	105,24%	102,42%			
2009		648,60%	257,08%	135,86%	110,71%	103,79%				
2010		724,03%	215,73%	125,31%	112,30%					
2011		749,11%	195,98%	127,02%						
2012		455,01%	166,24%							
2013		378,17%								
2014										

Figure 2.10: Triangle des cadences des règlements

On remarque une forte irrégularité pour les sept premières années expliquée par la grande fluctuation des valeurs de règlements cumulés. Ils existent des valeurs très anormales surtout pour la première années de développement surtout pour la valeur 1017.53% qui correspond à l'année 2007, par contre, les valeurs commencent à se stabiliser à partir de la huitième année de développement pour atteindre des valeurs normales .

**Analyse Statistiques descriptives** Afin d'approfondir notre analyse, la figure ci-dessous représente le résultat de la statistique descriptive de cette triangle des cadences de règlements :

Analyse des cadences									
Facteur	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Moyenne	680,76%	231,61%	137,94%	113,75%	107,53%	104,85%	102,17%	101,23%	100,36%
Ecartype	188,69%	45,01%	10,94%	3,27%	3,65%	2,00%	0,61%	0,17%	0,00%
Coef Variation	27,72%	19,43%	7,93%	2,88%	3,39%	1,90%	0,60%	0,17%	0,00%
Min	492,08%	186,60%	127,01%	110,48%	103,88%	102,85%	101,56%	101,06%	100,36%
Max	869,45%	276,62%	148,88%	117,02%	111,17%	106,85%	102,79%	101,40%	100,36%

Figure 2.11: Statistiques descriptives de règlements

On constate la présence des valeurs excentrique pour les sept premières ans surtout pour la première année de développement avec une moyenne de 680.7600%. En plus une forte volatilité est ramarquable, avec des valeurs de coefficients de variations allant de 138.23% de la 1re année jusqu'à 0.61% de la septième année. Donc, Ce Triangle d'analyse de règlements de sinistres cumulés nous confirme la présence des irrégularités peut qui sont probablement expliquées par la présence du mauvais gestion des sinistres ou de retard de règlement de ces sinistres.

### 2.2.3 Triangle des charges

### 2.2.4 Analyse du triangle des charges

Nous présentons dans la table suivante le triangle des charges : En appliquant la formule des valeurs cumulés , nous avons obtenus le triangle des charges cumulés présenté ci-dessous :

Triangle des charges										
REG	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2005	25 045 962	30 954 620	33 050 733	31 349 969	30 751 671	29 799 268	29 158 651	28 396 589	27 732 513	27 752 608
2006	22 888 865	32 798 213	32 628 708	32 133 457	30 762 408	28 824 519	28 174 907	27 340 405	26 872 939	
2007	23 478 829	35 405 412	37 229 597	36 496 080	34 053 726	31 401 781	30 261 939	29 884 350		
2008	28 759 303	42 718 157	44 619 548	43 721 478	40 612 950	38 997 944	38 030 028			
2009	33 658 423	56 720 354	58 115 989	56 472 277	52 464 696	50 648 367				
2010	39 995 511	56 285 084	56 005 790	52 982 562	50 614 425					
2011	38 910 075	55 571 562	53 058 812	50 125 413						
2012	51 589 381	65 226 156	65 848 407							
2013	47 829 213	64 537 251								
2014	43 231 429									

Figure 2.12: Triangle cumulés des charges

#### 2.2.4.1 Analyse graphique

La projection graphique des charges de sinistres cumulés par nombre de survenance nous donne la figure suivante :

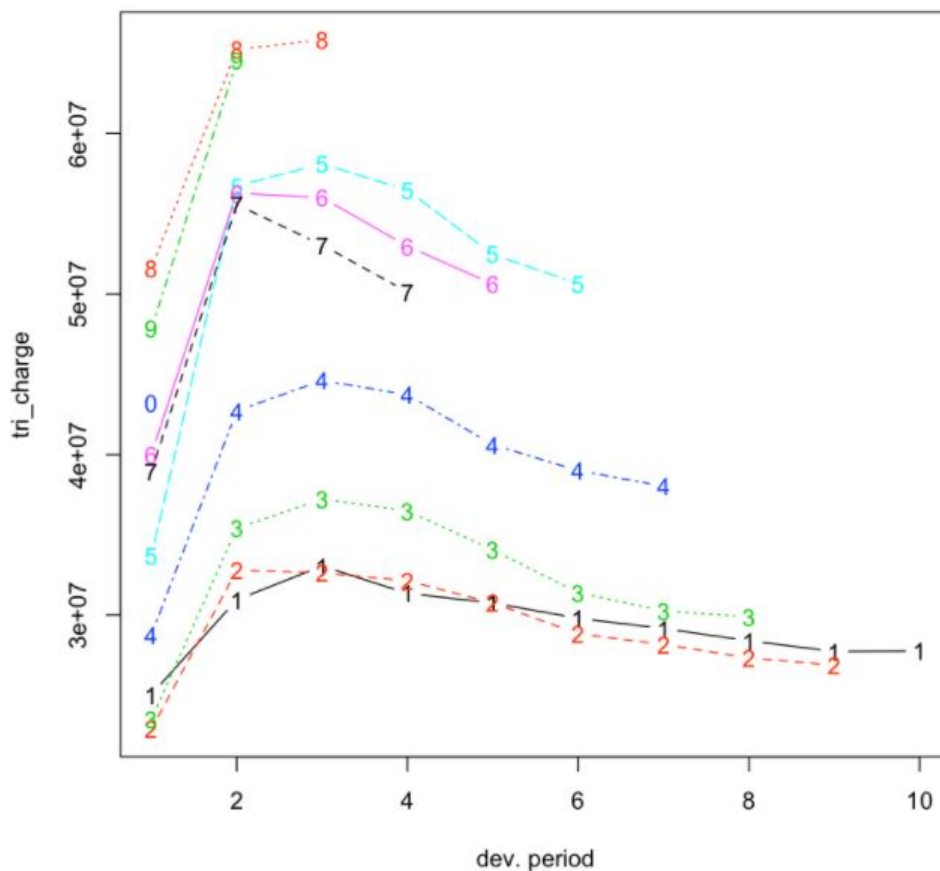


Figure 2.13: Les charges cumulés par nombre de survenance



**Interprétation :** A partir du graphique précédent, On constate la croissance des charges de sinistres au cours des années et il atteints le maximum l'année 2012 . Cela nous montre des irrégularités dans la gestion des règlements des sinistres et la gestion de provisionnement des sinistres à payer.

#### 2.2.4.2 Analyse du triangle des cadences de charge cumulés

La figure ci-dessous présente le triangle des cadences de charge cumulés :

Triangle des cadences										
NB	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2005		123,59%	106,77%	94,85%	98,09%	96,90%	97,85%	97,39%	97,66%	100,07%
2006		143,29%	99,48%	98,48%	95,73%	93,70%	97,75%	97,04%	98,29%	
2007		150,80%	105,15%	98,03%	93,31%	92,21%	96,37%	98,75%		
2008		148,54%	104,45%	97,99%	92,89%	96,02%	97,52%			
2009		168,52%	102,46%	97,17%	92,90%	96,54%				
2010		140,73%	99,50%	94,60%	95,53%					
2011		142,82%	95,48%	94,47%						
2012		126,43%	100,95%							
2013		134,93%								
2014										

**Figure 2.14:** Triangle des cadences des charges

On constate une forte irrégularité pour la première année. De plus, il existe des valeurs très atypiques pour pour chaque première année des années de développement de 168.52% et 150.80% respectivement pour les années 2009 et 2007. Puis, les valeurs commencent à se stabiliser pour atteindre des valeurs normales à partir de la deuxième année de développement.

**Analyse Statistiques descriptives :** Afin d'approfondir notre analyse, la figure ci-dessous représente le résultat de la statistique descriptive de cette triangle des cadences de charges :

Analyse des cadences									
Facteur	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Moyenne	142,18%	101,78%	96,51%	94,74%	95,08%	97,37%	97,73%	97,98%	100,07%
Ecartype	12,73%	3,44%	1,66%	1,90%	1,81%	0,59%	0,74%	0,31%	0,00%
Coef Variation	8,95%	3,38%	1,72%	2,01%	1,91%	0,61%	0,76%	0,32%	0,00%
Min	129,46%	98,34%	94,85%	92,84%	93,26%	96,78%	96,99%	97,66%	100,07%
Max	154,91%	105,22%	98,18%	96,64%	96,89%	97,96%	98,47%	98,29%	100,07%

**Figure 2.15:** Statistique descriptives des charges

On remarque que pour la première année de développement la présence d'une valeurs atypique avec une moyenne de 142.18% . On constate la présence d'une grande volatilité pour les sept premières années avec des valeurs de coefficients de variations allant de 8.95% jusqu'à 0.75% . Cela confirme que la triangle des charges de sinistre cumulés présente des irrégularités expliquées par la mauvaise prédiction des Provisions SAP ou de retard de règlement des sinistres.

## 2.2.5 Triangle des couts moyens

### 2.2.5.1 Analyse de triangle des vouts moyen

Nous présentons dans la table suivante le triangle des couts moyens cumulés :

Triangle des couts moyens										
REG	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2005	18 832	14 173	14 585	13 690	13 405	12 990	12 689	12 357	12 068	12 077
2006	17 210	14 881	14 349	13 971	13 306	12 467	12 186	11 825	11 623	
2007	13 146	11 078	11 087	10 671	9 899	9 123	8 787	8 672		
2008	12 625	11 142	11 149	10 801	10 013	9 610	9 362			
2009	13 107	13 668	13 428	12 887	11 951	11 532				
2010	16 805	14 567	14 044	13 167	12 553					
2011	16 052	14 678	13 365	12 450						
2012	21 972	16 496	15 746							
2013	19 411	16 472								
2014	21 790									

Figure 2.16: Triangle des couts moyen cumulés

### 2.2.5.2 Analyse du triangle de cadences des couts moyens

La figure ci-dessous présente le triangle des cadences des couts moyen :

Triangle des cadences										
NB	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2005		75,26%	102,91%	93,86%	97,92%	96,90%	97,68%	97,39%	97,66%	100,07%
2006		86,47%	96,42%	97,37%	95,24%	93,70%	97,75%	97,04%	98,29%	
2007		84,27%	100,08%	96,25%	92,77%	92,16%	96,31%	98,69%		
2008		88,25%	100,07%	96,87%	92,71%	95,98%	97,42%			
2009		104,28%	98,25%	95,97%	92,73%	96,49%				
2010		86,68%	96,41%	93,76%	95,34%					
2011		91,44%	91,05%	93,16%						
2012		75,08%	95,45%							
2013		84,86%								
2014										

Figure 2.17: Triangle des cadences des couts moyen

**Analyse Statistiques descriptives :** Afin d'approfondir notre analyse, la figure ci-dessous représente le résultat de la statistique descriptive de cette triangle des cadences des couts moyen :

Analyse des cadences									
Facteur	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Moyenne	86,29%	97,58%	95,32%	94,45%	95,05%	97,29%	97,71%	97,98%	100,07%
Ecartype	8,22%	3,37%	1,57%	1,93%	1,82%	0,58%	0,71%	0,31%	0,00%
Coef Variation	9,52%	3,46%	1,64%	2,04%	1,91%	0,59%	0,73%	0,32%	0,00%
Min	78,07%	94,20%	93,75%	92,52%	93,23%	96,71%	96,99%	97,66%	100,07%
Max	94,50%	100,95%	96,89%	96,38%	96,87%	97,87%	98,42%	98,29%	100,07%

Figure 2.18: Statistiques descriptives des couts moyen

## 2.3 Application des méthodes déterministes

### 2.3.1 Application de la méthode de Chain-Ladder

En appliquant la méthode de Chain Ladder , on trouve les résultats suivants :

#### 2.3.1.1 Estimation de nombre des tardifs

[illegible]

**Figure 2.19:** Estimation de nombre de tardifs

On remarque que le nombre de tardifs par l'estimation ponctuel vaut 1,821.96 qui presque égale à celle de chain ladder de 1822.

### 2.3.1.2 Estimation de PSAP règlements

Après l'application du modèle Chain Ladder , la figure ci-dessous représente l'estimation obtenue ainsi les valeurs des facteurs de développement.

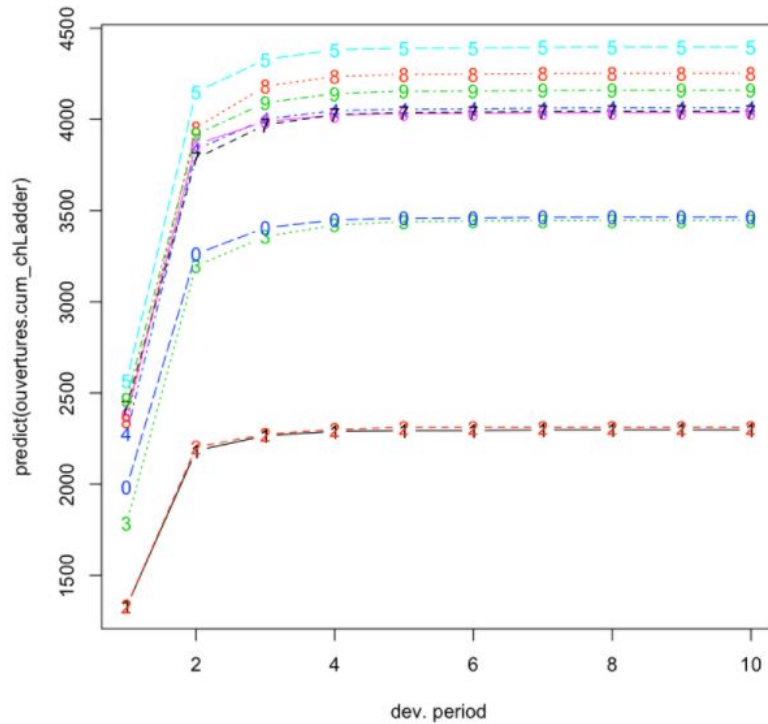
[illegible]

**Figure 2.20:** Estimation de P SAP Charges

On remarque que les facteurs de développement obtenus par la méthode de Mack sont presque égaux aux celles de la méthode de Chain Ladder.



### 2.3.1.3 Analyse graphique des résultat



**Figure 2.21:** Projection graphique des valeurs prédites par nombre de survénance

### 2.3.2 Application de la méthode de Bornhuetter-Ferg

La première année de survénance est une année complète (ie tous les sinistres ont été réglé ) et que le S/P de cette année là est de 95% (à la fin), donc on calcule la charge ultime de l'année 2005 comme suit :

$$Primeacquises = \frac{ChargesSinistres}{S/P}$$

AN :

$$\frac{25308068}{0.95} = 26640071$$

Après l'application du modèle Bornhuetter-Ferg, la figure ci-dessous représente l'estimation obtenu ainsi les valeurs des facteurs de développement :

#### 2.3.2.1 Calcul des Primes acquises

Selon l'exercice qu'il existe une évolution annuelle de la prime acquise de 4%, la formule est la suivante :

avec  $i = 1..9$

$$Primeacquises_i = Primeacquises_{i-1} * 1.04$$

Triangle des règlements											PSAP_REG
REG	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2005	1171960	7 776 414	15 024 265	19 500 271	21 640 625	22 956 126	24 456 861	24 952 133	25 216 675	25 308 068	0
2006	803 251	4 740 185	11 956 646	17 455 255	19 531 788	22 307 151	23 056 921	23 405 397	23 733 299	23 819 315	86 016
2007	360 205	3 665 206	11 620 131	16 741 518	19 876 326	21 528 555	23 053 679	23 742 548	24 033 425	24 120 529	377 982
2008	639 281	5 758 227	14 704 134	23 169 110	27 310 136	28 740 608	29 436 524	30 075 840	30 444 309	30 554 648	118 124
2009	1 345 321	8 725 810	22 432 161	30 476 081	33 739 194	35 017 303	36 656 342	37 452 462	37 911 304	38 048 706	3 031 403
2010	1 613 627	11 683 178	25 203 664	31 583 780	35 470 021	37 925 269	39 700 420	40 562 653	41 059 599	41 208 411	5 738 390
2011	1 484 187	11 118 250	21 789 874	27 676 791	31 390 658	33 563 531	35 134 525	35 897 593	36 337 386	36 469 083	8 792 292
2012	2 907 655	13 230 048	21 993 565	29 855 484	33 861 704	36 205 624	37 900 284	38 723 421	39 197 834	39 339 898	17 346 333
2013	3 465 669	13 106 099	28 438 518	38 604 279	43 784 474	46 815 252	49 006 513	50 070 859	50 684 294	50 867 988	37 761 889
2014	3 619 805	20 946 240	45 450 536	61 697 570	69 976 586	74 820 392	78 322 477	80 023 522	81 003 916	81 297 497	77 677 692
											151 930 121

Figure 2.22: Estimation par la méthode de Bornhuetter-Ferguson

```
primes(tri_reglements.cum_chLadder)
```

```
1. 26640071.5789474
2. 27705674.4421053
3. 28813901.4197895
4. 29966457.4765811
5. 31165115.7756443
6. 32411720.4066701
7. 33708189.2229369
8. 35056516.7918544
9. 36458777.4635285
10. 37917128.5620697
```

Figure 2.23: Calcul des Primes acquises sous R

### 2.3.2.2 Loss ratio de Bornhuetter-Ferguson

REG	1-pc	Prime acquises	Loss Ratio Estimé	PSAP
2005	0,00%	26 640 071	95,00%	-
2006	0,36%	27 705 674	85,66%	85 706
2007	1,57%	28 813 901	82,40%	372 058
2008	3,66%	29 966 457	98,23%	1077 207
2009	7,97%	31 165 115	112,36%	2 789 886
2010	13,93%	32 411 720	109,44%	4 939 303
2011	24,11%	33 708 189	82,11%	6 672 568
2012	44,09%	35 056 516	62,74%	9 697 730
2013	74,24%	36 458 777	35,95%	9 729 323
2014	95,55%	37 917 128	9,55%	3 458 632
				38 822 412

S/P	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2004	4,40%	29,19%	56,40%	73,20%	81,23%	86,17%	91,80%	93,66%	94,66%	95,00%
2005	2,90%	17,11%	43,16%	63,00%	70,50%	80,51%	83,22%	84,48%	85,66%	
2006	1,25%	12,72%	40,33%	58,10%	68,98%	74,72%	80,01%	82,40%		
2007	2,13%	19,22%	49,07%	77,32%	91,14%	95,91%	98,23%			
2008	4,32%	28,00%	71,98%	97,79%	108,26%	112,36%				
2009	4,98%	36,05%	77,76%	97,45%	109,44%					
2010	4,40%	32,98%	64,64%	82,11%						
2011	8,29%	37,74%	62,74%							
2012	9,51%	35,95%								
2013	9,55%									

Figure 2.24: Loss ratio de Bornhuetter-Ferguson

*Avant l'estimation* : On constate que le ratio S/P reste toujours inférieur à 100% sauf pour l'année de 2009 et 2010 à partir de la quatrième année de développement et pour le 2 l'année . Alors l'entreprise d'assurance dans ces années n'a pas pu couvrir ces charges probablement à cause de retard de règlements sinistres ou d'augmentation de nombre de sinistres ou de la survenance de gros sinistre et des sinistres non estimées particulièrement pour l'année de 2006.

**Après l'estimation** : On remarque que le ratio S/P estimé est inférieur à 100% seulement pour les trois premières années. De Plus, il est croissant ,ce ratio, au cours des années. Alors Cette assurance est en cas de ruine. Un graphe ci-dessous illustre bien ce qu'on a dit

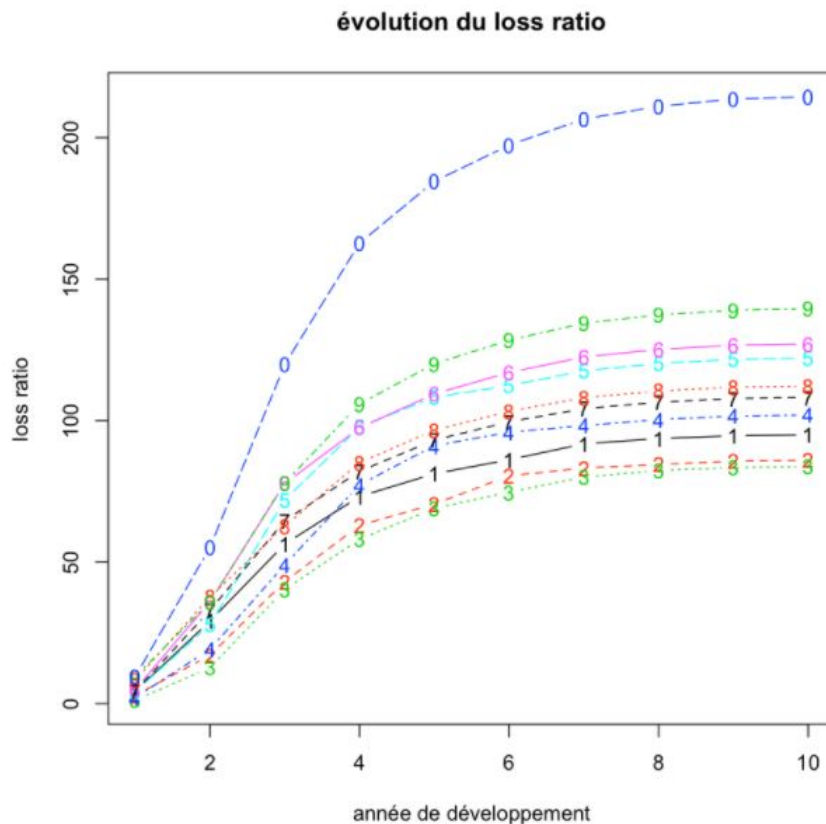


Figure 2.25: Evolution du loss ratio Bornhuetter-Ferguson

## 2.4 Application des méthodes stochastiques

### 2.4.1 Application du modèle de Mack

On commence par l'importation de triangle de nombres et le triangle de règlements. Il faut noter que la partie inférieure de triangle pour l'estimation doit contenir des valeurs manquantes afin que le modèle de MackChainLadder accepte ses valeurs.

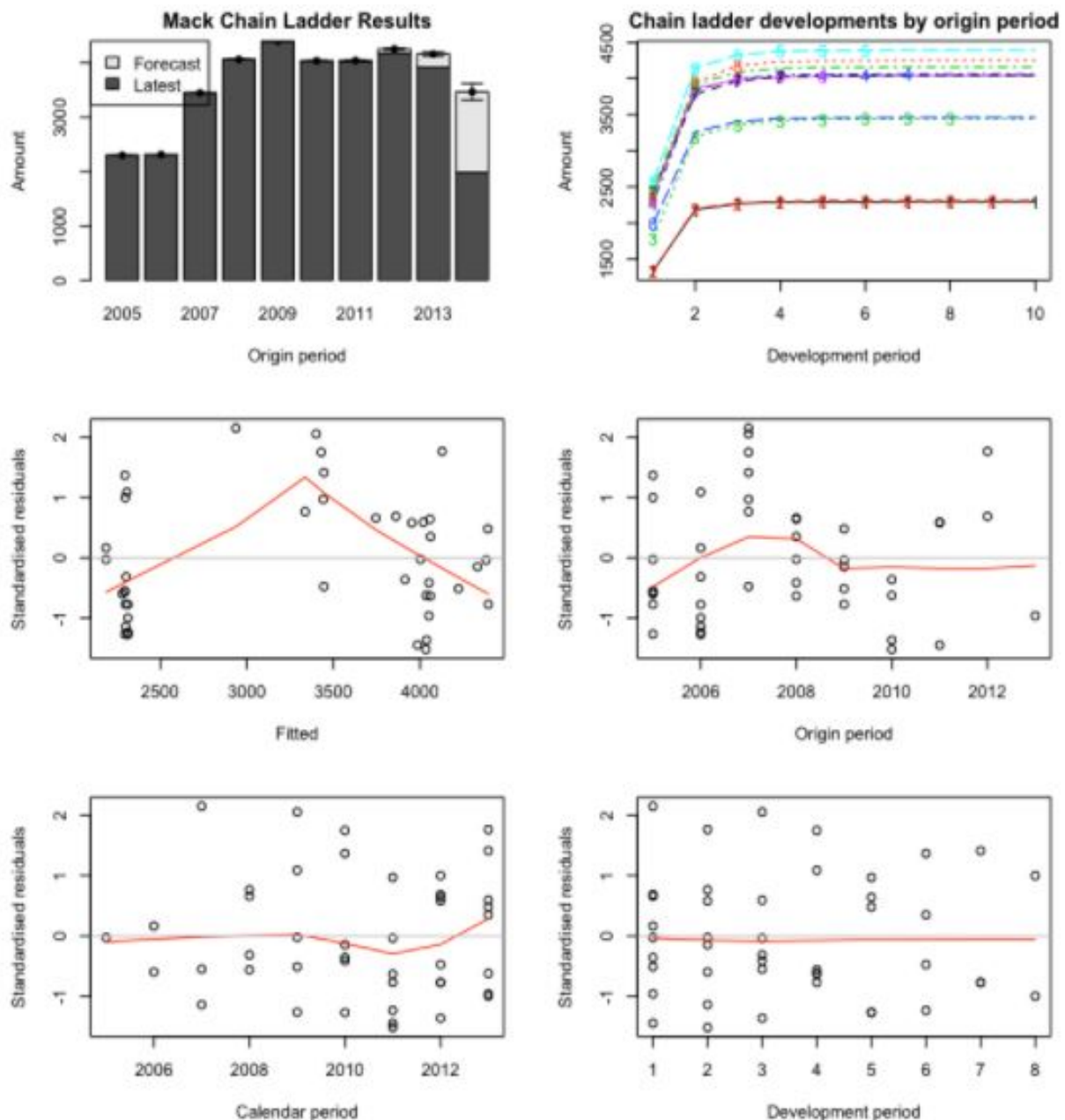
	Latest	Dev.To.Date	Ultimate	IBNR	Mack.S.E	CV(IBNR)
2005	2,298	1.000	2,298	0.00	0.00e+00	NaN
2006	2,312	1.000	2,312	0.00	1.89e-25	Inf
2007	3,446	1.000	3,446	0.00	5.51e-13	Inf
2008	4,062	1.000	4,063	1.01	1.43e+00	1.413
2009	4,392	0.999	4,397	4.72	3.14e+00	0.666
2010	4,032	0.999	4,038	5.80	3.16e+00	0.544
2011	4,026	0.996	4,044	17.61	8.06e+00	0.458
2012	4,182	0.983	4,253	71.09	1.51e+01	0.212
2013	3,918	0.942	4,160	241.99	3.88e+01	0.160
2014	1,984	0.573	3,464	1,479.73	1.53e+02	0.103
<b>Totals</b>						
Latest:	34,652.00					
Dev:	0.95					
Ultimate:	36,473.96					
IBNR:	1,821.96					
Mack.S.E	160.61					
CV(IBNR):	0.09					

Figure 2.26: Estimation avec la méthode de Mack

On remarque que le nombre de tardifs par l'estimation ponctuel vaut 1,821.96 qui presque égale à celle de chain ladder de 1822 .

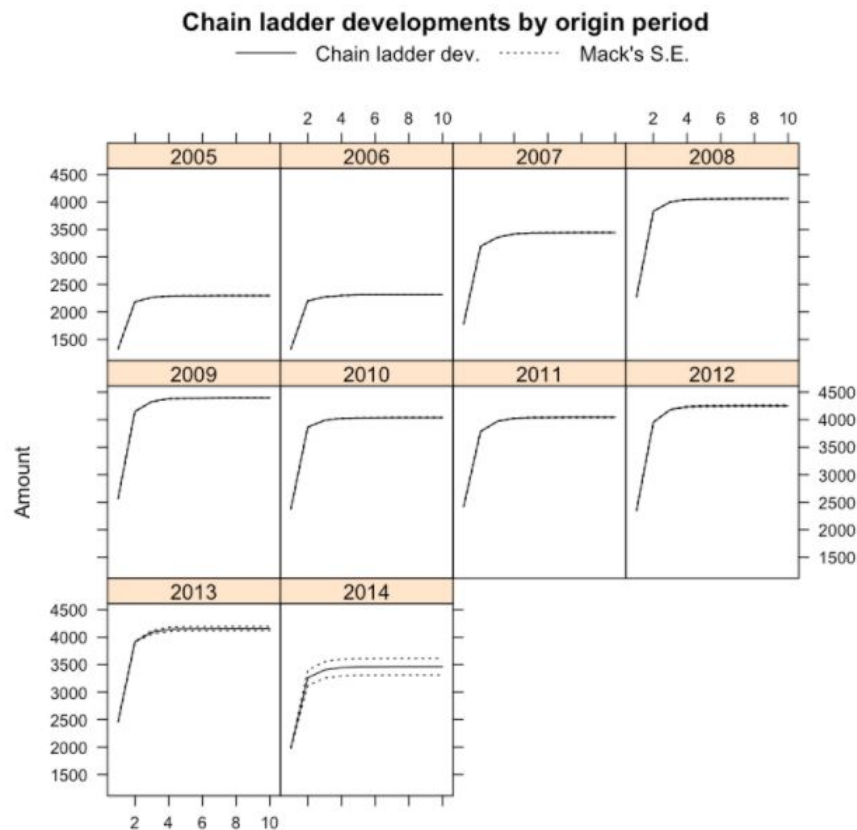
On remarque que les facteurs de développement obtenus par la méthode de Mack sont presque égaux aux celles de la méthode de Chain Ladder.

#### 2.4.1.1 Analyse graphique des résultat



**Figure 2.27:** Projection graphique des valeurs prédites par nombre de survenance

**Interprétation** Pour les deux dernières années, la prévision est supérieure aux nombre de sinistres effectués, De plus, on peut vérifier la troisième hypothèse de modèle de Mack : les résidus sont non structurés.



**Figure 2.28:** Graphique d'estimation pour les différents années de survenance

Ce graphe montre une visibilité sur l'estimation des tardifs pour les différents années de survenances au cours la période de développement, ce qui permet de constater que les nombre de tardifs commencent à diminuer pour les dernières années ce qui est normal

## 2.4.2 Application du modèle de Bootstrap

On commence par appliquer le modèle de bootstrap sur le triangle de nombre cumulés afin d'estimer le nombre des tardifs. La figure ci-dessous présente le résultat obtenu :

```
BootChainLadder(Triangle = ouvertures.cum, R = 999, process.distr = "gamma")
```

	Latest	Mean	Ultimate	Mean IBNR	IBNR.S.E	IBNR 75%	IBNR 95%
2005	2,298		2,298	0.000	0.00	0.00	0.00
2006	2,312		2,312	0.000	0.00	0.00	0.00
2007	3,446		3,446	0.000	0.00	0.00	0.00
2008	4,062		4,063	0.934	3.09	1.14	6.08
2009	4,392		4,397	4.647	5.45	7.16	15.02
2010	4,032		4,038	5.972	6.18	8.66	18.13
2011	4,026		4,043	16.827	9.80	22.41	34.50
2012	4,182		4,253	70.919	19.03	82.78	102.52
2013	3,918		4,159	240.700	35.44	264.25	300.58
2014	1,984		3,465	1,480.509	115.37	1,553.19	1,671.30

```
Totals
Latest:      34,652
Mean Ultimate: 36,473
Mean IBNR:   1,821
IBNR.S.E     126
Total IBNR 75%: 1,903
Total IBNR 95%: 2,032
```

**Figure 2.29:** Estimation de nombre de tardifs avec la méthode de bootstrap



On conclut que le nombre des tardifs obtenus par le modèle bootstrap vaut 1,821 ce qui est presque égale aux valeurs obtenus par les modèles de chain ladder et Mack. Les trois méthodes d'estimation de provisionnement(classique, Mack, Bootstrap) reposent sur les hypothèses de Chain Ladder.

#### 2.4.2.1 Analyse Graphique

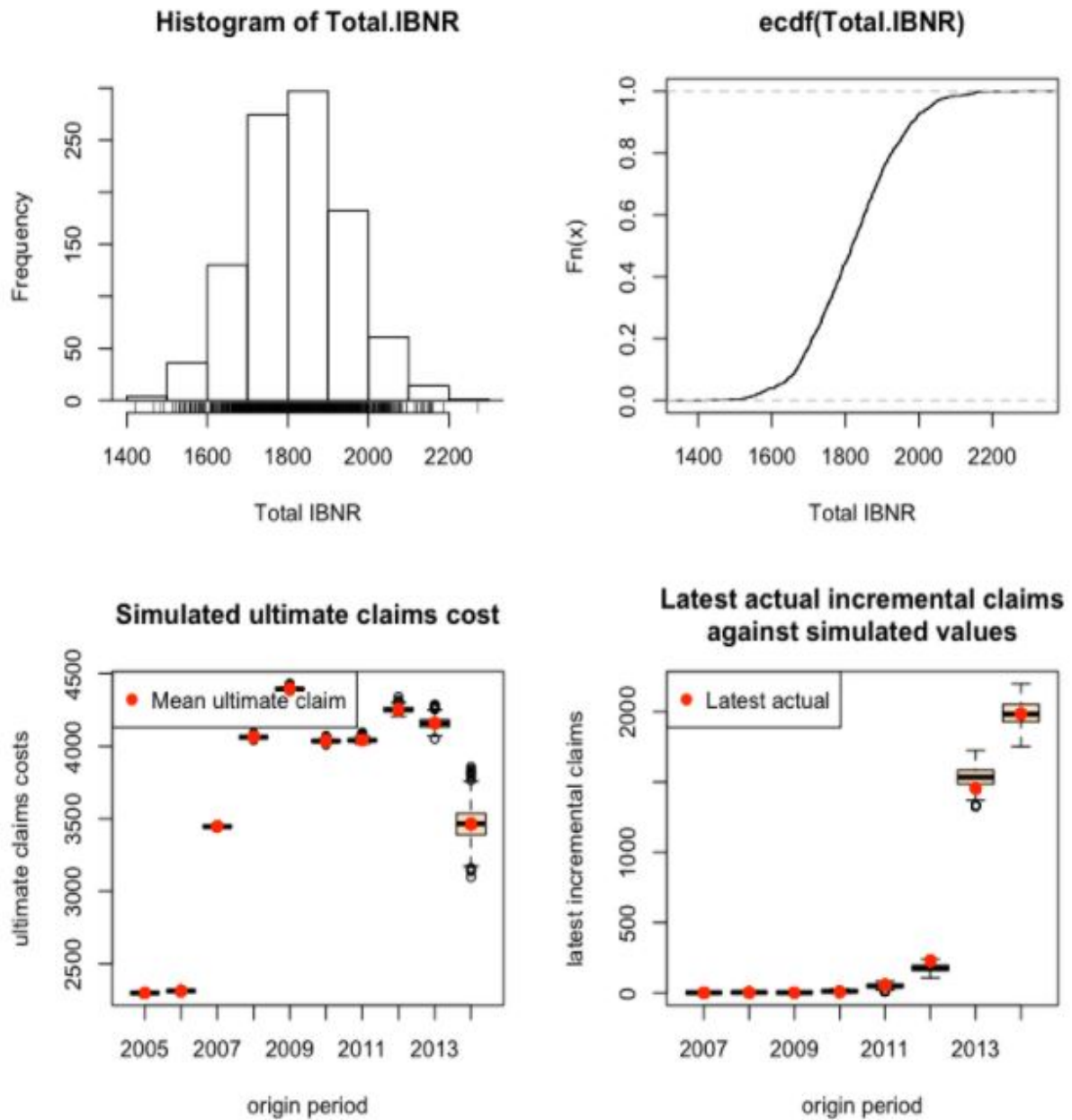


Figure 2.30: Graphique d'estimation de nombre de tardifs

Le premier graphique permet de tracer la distribution d'ouverture de sinistre et à l'aide de la deuxième graphique de la courbe **ecdf**, on peut remarquer que cette distribution se rassemble à la loi Log normal. les graphiques des boites à moustaches, vérifie la variabilité des ouvertures des sinistres selon les années de survenance ce qui est important pour les dernières années de 2013 et 2014

	<i>IBNR</i>	<i>IBNR.S.E</i>	<i>CDR(1).S.E</i>	<i>CDR(1)75%</i>	<i>CDR(1)95%</i>
2005	0.0000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.00000
2006	0.0000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.00000
2007	0.0000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.00000
2008	0.9343985	3.085518	3.085518	1.140034	6.08008
2009	4.6467396	5.450866	4.679577	6.587076	13.67373
2010	5.9724038	6.178502	3.393462	6.877145	11.91682
2011	16.8265081	9.795547	7.576199	21.141331	32.39884
2012	70.9189809	19.032744	17.049782	82.302787	100.16804
2013	240.7003469	35.443134	29.639205	260.396550	294.06882
2014	1480.5094056	115.369186	108.581052	1553.911841	1664.18353
Total	1820.5087835	125.766967	117.235887	1897.258887	2019.34782

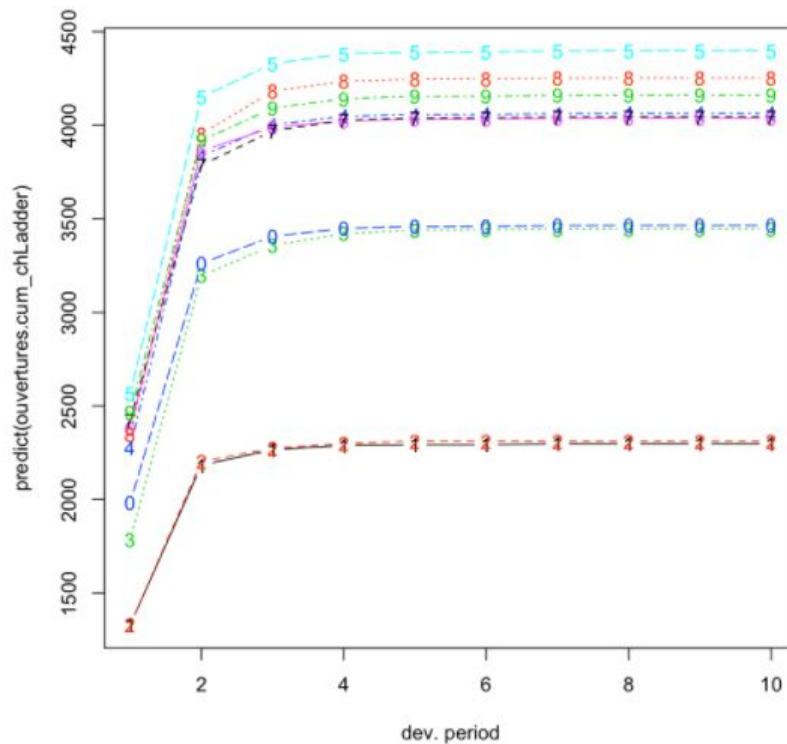
Figure 2.31: Estimation de nombre de tardifs de chaque année

## 2.5 Application Pour le triangle de règlements

On commence par l'application du modèle chain-ladder classique sur le triangle de nombre cumulés afin d'estimer le triangle de règlements. La figure ci-dessous présente le résultat obtenu :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2005	1171960	7776414	15024265	19500272	21640626	22956127	24456862	24952134	25216676	25308068
2006	803251	4740184	11956646	17455254	19531787	22307150	23056920	23405397	23733299	23819315
2007	360205	3665207	11620132	16741519	19876327	21528556	23053680	23742549	24033427	24120530
2008	639281	5758227	14704134	23169110	27310136	28740609	29436525	30075842	30444311	30554649
2009	1345321	8725810	22432161	30476081	33739194	35017303	36656343	37452463	37911305	38048706
2010	1613627	11683178	25203664	31583780	35470021	37925269	39700421	40562654	41059600	41208411
2011	1484187	11118250	21789874	27676790	31390657	33563531	35134524	35897593	36337386	36469082
2012	2907655	13230048	21993566	29855485	33861705	36205625	37900286	38723422	39197836	39339899
2013	3465669	13106100	28438520	38604281	43784476	46815255	49006516	50070863	50684297	50867991
2014	3619805	20946236	45450588	61697560	69976575	74820380	78322464	80023509	81003904	81297483

Figure 2.32: Estimation de triangle de règlements



**Figure 2.33:** Projection graphique des valeurs prédites par nombre de survénance

### Méthode Mack chain-ladder

On applique maintenant la méthode de Mack chain-ladder sur le triangle de nombre cumulés.

Ci-dessous les résultat obtenus :

```
MackChainLadder(Triangle = reglements.cum, est.sigma = "Mack")
```

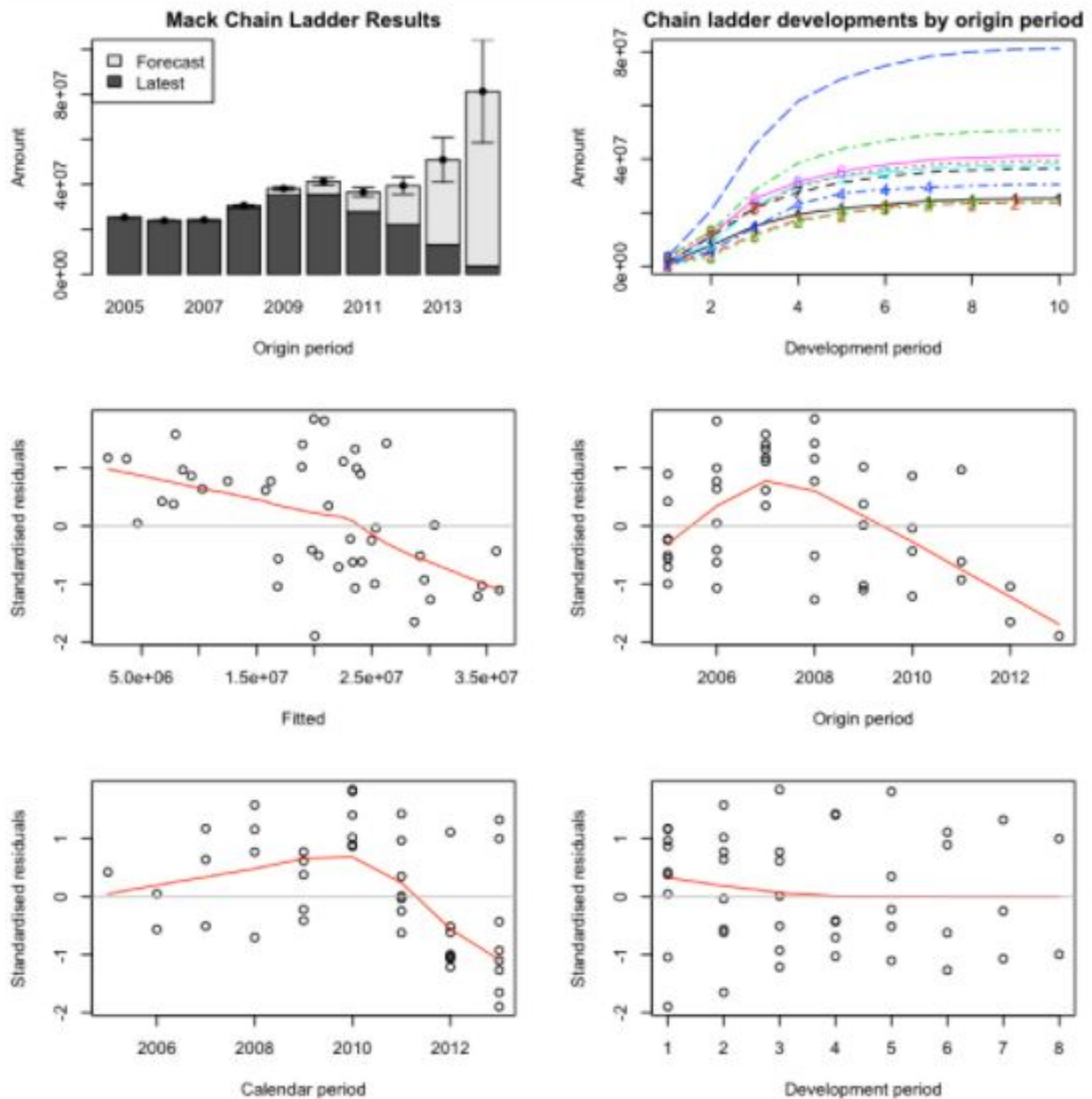
	Latest	Dev.To.Date	Ultimate	IBNR	Mack.S.E	CV(IBNR)
2005	25,308,068	1.0000	25,308,068	0	0	NaN
2006	23,733,299	0.9964	23,819,315	86,016	26,429	0.307
2007	23,742,549	0.9843	24,120,530	377,981	75,580	0.200
2008	29,436,525	0.9634	30,554,649	1,118,124	252,512	0.226
2009	35,017,303	0.9203	38,048,706	3,031,403	868,343	0.286
2010	35,470,021	0.8607	41,208,411	5,738,390	1,691,732	0.295
2011	27,676,790	0.7589	36,469,082	8,792,292	1,916,223	0.218
2012	21,993,566	0.5591	39,339,099	17,346,333	3,811,911	0.220
2013	13,106,100	0.2576	50,867,991	37,761,891	9,873,002	0.261
2014	3,619,005	0.0445	81,297,483	77,677,678	22,941,570	0.295
<b>Totals</b>						
Latest:	239,104,026.00					
Dev:	0.61					
Ultimate:	391,034,134.32					
IBNR:	151,930,108.32					
Mack.S.E	27,085,649.33					
CV(IBNR):	0.18					

1. 5.78656481008554
2. 2.16986898933477
3. 1.35746449002776
4. 1.13418706975661
5. 1.06922038161619
6. 1.0468065602259
7. 1.02171847982856
8. 1.01225132854694
9. 1.00362426832149
10. 1

**Figure 2.34:** Estimation de triangle des règlements par la méthode de Mack chain-ladder

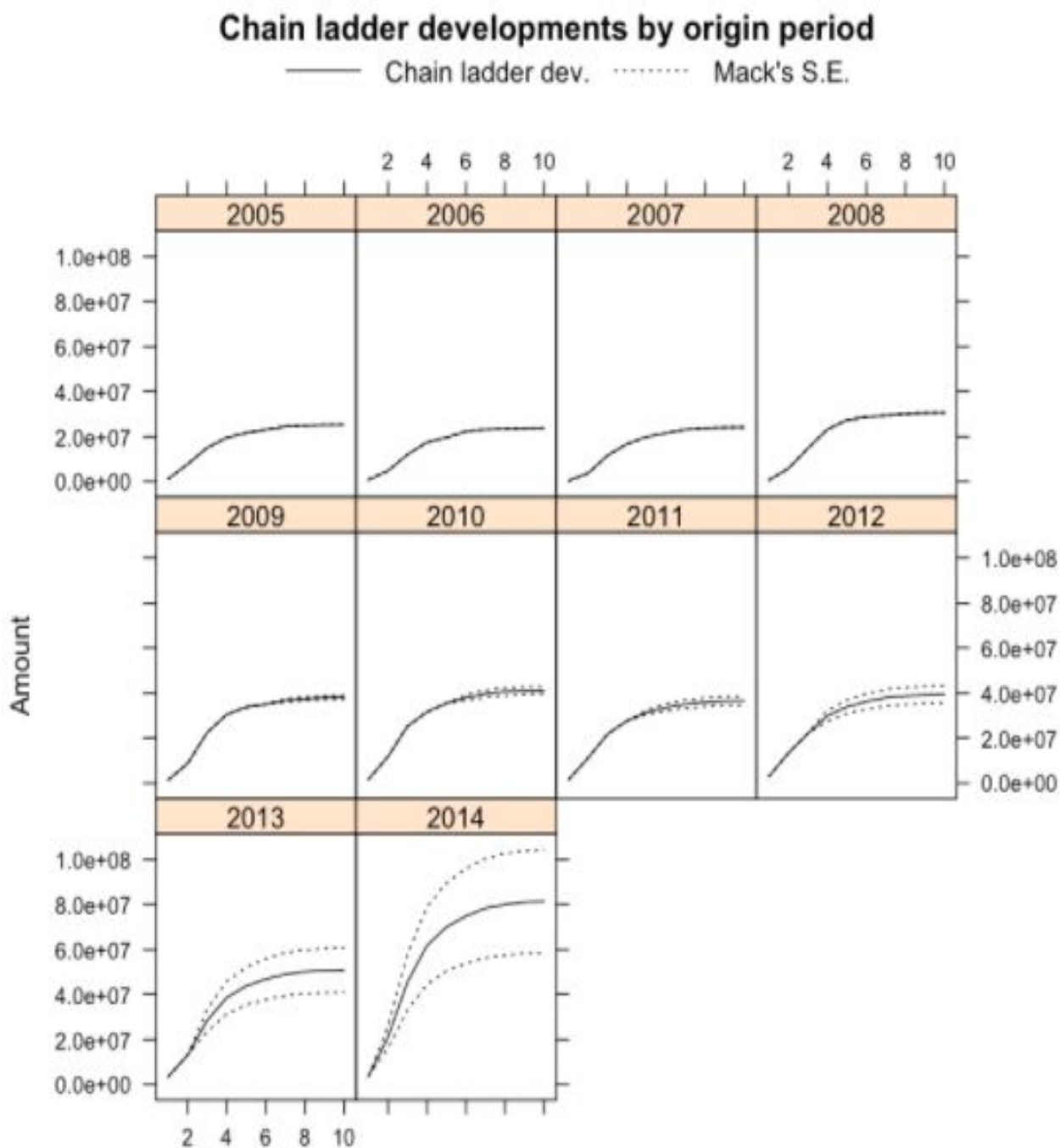
On remarque que le règlement des sinistres par l'estimation ponctuel vaut 151,930,108.32 qui presque égale à celle de chain ladder de 151,930,121. On remarque aussi que les facteurs de développement obtenus par la méthode de Mack sont presque égaux aux celles de la méthode de Chain Ladder.



*Analyse graphique des résultats***Figure 2.35:** Graphique d'estimation de nombre de tardifs

le premier graph (dont il y a des boxplot) montre que pour les cinq dernières années, l'estimation des valeurs de règlement des sinistres avec une large Intervalle d'erreur particulièrement pour l'année 2014, en plus, on peut aussi vérifier la 3me hypothèse de modèle de Mack que les résidus sont non structurés.

```
plot(reglements.cum_chMack, lattice=TRUE)
```



**Figure 2.36:** Graphique d'estimation pour les différents années de survénance

Ce graphe montre une visibilité sur l'estimation des règlements pour les différents années de survénances au cours de la période de développement, ce qui permet de constater que les nombre de tardifs commencent à diminuer pour les dernières années.

## Méthode Bootstrap chain-ladder

```

BootChainLadder(Triangle = reglements.cum, R = 999, process.distr = "gamma")

      Latest Mean Ultimate Mean IBNR IBNR.S.E IBNR 75% IBNR 95%
2005 25,308,068 25,308,068 0 0 0 0.00e+00
2006 23,733,299 23,812,391 79,092 286,031 95,782 5.44e+05
2007 23,742,549 24,114,712 372,163 491,338 563,840 1.27e+06
2008 29,436,525 30,548,126 1,111,601 796,475 1,562,886 2.66e+06
2009 35,017,303 38,067,072 3,049,769 1,348,878 3,811,587 5.59e+06
2010 35,470,021 41,172,434 5,702,413 1,799,956 6,888,610 8.79e+06
2011 27,676,790 36,401,959 8,725,169 2,219,260 10,108,315 1.26e+07
2012 21,993,566 39,260,871 17,267,305 3,389,196 19,374,320 2.30e+07
2013 13,106,100 51,131,164 38,025,064 7,475,509 42,325,043 5.25e+07
2014 3,619,805 82,641,860 79,022,055 27,102,211 94,477,685 1.29e+08

Totals
Latest: 2.39e+08
Mean Ultimate: 3.92e+08
Mean IBNR: 1.53e+08
IBNR.S.E: 2.97e+07
Total IBNR 75%: 1.71e+08
Total IBNR 95%: 2.04e+08

```

Figure 2.37: Estimation de triangle des règlements par la méthode de Bootstrap chain-ladder

On voit que les provisions de règlements estimés par le modèle bootstrap vaut  $1.55e+08$  ce qui est un peu supérieur aux valeurs obtenus par les modèles de chain ladder et Mack

## Analyse graphique des résultats

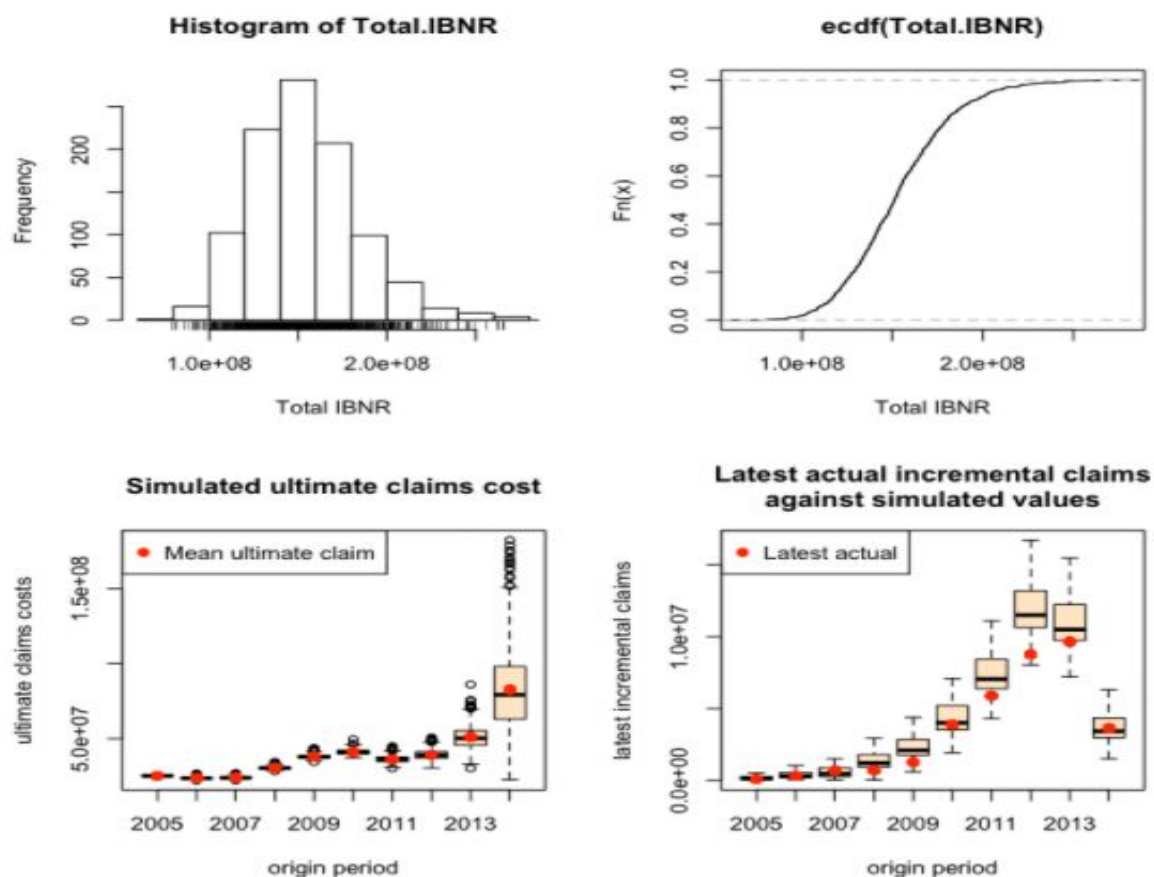


Figure 2.38: Graphique d'estimation de nombre de tardifs

Le premier graph permet de tracer la distribution des provisions des règlements et à l'aide de la deuxième graphique de la courbe ecdf, on remarque que cette distribution se rassemble à la loi Log normal.

les graphiques des boites à moustaches vérifie la variabilité des provisions selon les années de survenance ce qui est apparu important pour les années entre 2010 et 2013.

### Estimation de nombre de tardifs de chaque année

Afin de bien suivre et visualiser les PSAP\_REG de chaque année, on utilise la commande CDR() sous R, on obtient le résultat suivant :

	IBNR	IBNR.S.E	CDR(1).S.E	CDR(1).75%	CDR(1).95%
2005	0.00	0.0	0.0	0.00	0.0
2006	79092.16	286030.5	286030.5	95781.83	544392.2
2007	372163.12	491338.1	420537.0	551312.10	1157276.8
2008	1111600.85	796475.4	623922.6	1452559.30	2260263.8
2009	3049768.88	1348878.2	991916.2	3549955.63	4936962.3
2010	5702412.97	1799955.9	1221510.4	6461418.29	7708543.8
2011	8725168.57	2219260.2	1531559.1	9722388.58	11453405.2
2012	17267304.63	3389196.2	2641570.6	18977460.44	21780043.5
2013	38025064.43	7475508.9	6209137.7	41628469.17	49277339.4
2014	79022055.03	27102211.1	24712964.1	93924352.79	123291126.9
Total	153354630.65	29664233.4	26631623.1	170041898.90	201059522.2

**Figure 2.39:** Estimation de nombre de tardifs de chaque année par la méthode de Bootstrap chain-ladder

### Estimtion BF (Bornhuetter-Ferguson)

La première année de survenance est une année complète (ie tous les sinistres ont été réglé ) et que le S/P de cette année là est de 95% (à la fin), donc on calcule la charge utlime de l'année 2005 comme suit :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2005	1171960	7776414	15024265	19500272	21640626	22956127	24456862	24952134	25216676	25308068	1. 26640071.5789474
2006	803251	4740184	11956646	17455254	19531787	22307150	23056920	23405397	23733299	23819315	2. 27705674.4421053
2007	360205	3665207	11620132	16741519	19876327	21528556	23053680	23742549	24033427	24120530	3. 28813901.4197895
2008	639281	5758227	14704134	23169110	27310136	28740609	29436525	30075842	30444311	30554649	4. 29966457.4765811
2009	1345321	8725810	22432161	30476081	33739194	35017303	36656343	37452463	37911305	38048706	5. 31165115.7756443
2010	1613627	11683178	25203664	31583780	35470021	37925269	39700421	40562654	41059600	41208411	6. 32411720.4066701
2011	1484187	11118250	21789874	27676790	31390657	33563531	35134524	35897593	36337386	36469082	7. 33708189.2229369
2012	2907655	13230048	21993566	29855485	33861705	36205625	37900286	38723422	39197836	39339899	8. 35056516.7918544
2013	3465669	13106100	28438520	38604281	43784476	46815255	49006516	50070863	50684297	50867991	9. 36458777.4635285
2014	3619805	20946236	45450588	61697560	69976575	74820380	78322464	80023509	81003904	81297483	10. 37917128.5620697

**Figure 2.40:** Estimation de triangle des règlements par la méthode de Bornhuetter-Ferguson

selon l'exercice qu'il existe une évolution annuelle de la prime acquise de 4%, la formule est la suivante :

$$Primeacquires_i = Primeacquires_{i-1} * 1.04$$

### *Calcul Loss Ratios S/P*

S/P - Charges sinistres/Prime acquises

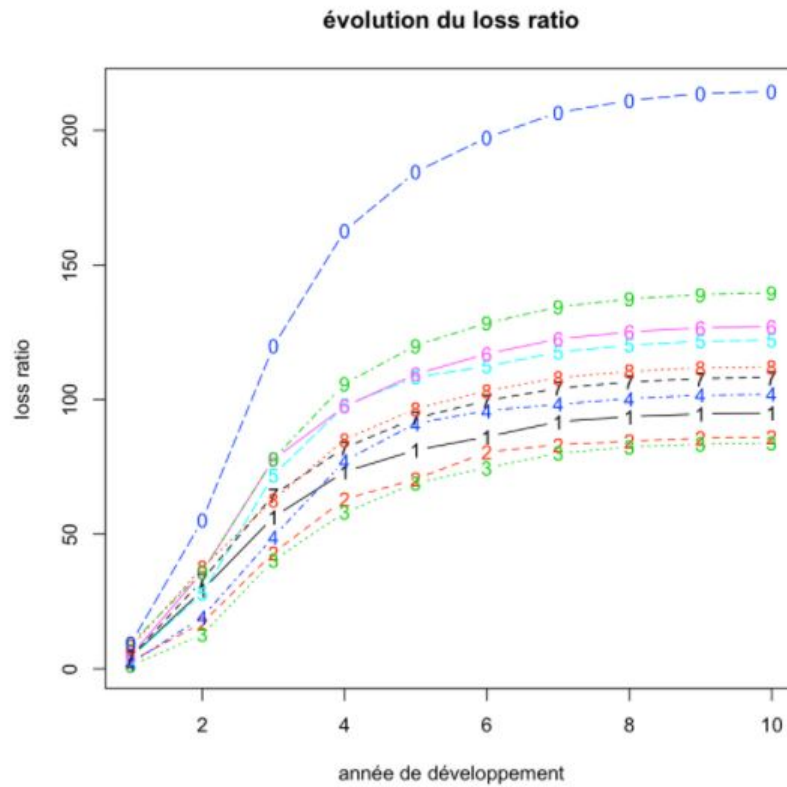
ratio_ultime_CL									
4.399237	29.19066	56.39724	73.19902	81.23336	86.17142	91.80479	93.66392	94.65694	95.00000
2.899229	17.10907	43.15595	63.00245	70.49742	80.51473	83.22093	84.47871	85.66223	85.97269
1.250108	12.72027	40.32821	58.10223	68.98173	74.71587	80.00888	82.39963	83.40914	83.71143
2.133322	19.21557	49.06864	77.31681	91.13568	95.90926	98.23158	100.36502	101.59463	101.96283
4.316753	27.99864	71.97843	97.78908	108.25949	112.36057	117.61979	120.17431	121.64660	122.08748
4.978529	36.04615	77.76096	97.44555	109.43579	117.01097	122.48785	125.14810	126.68133	127.14046
4.403046	32.98382	64.64267	82.10702	93.12472	99.57085	104.23142	106.49517	107.79987	108.19057
8.294193	37.73920	62.73745	85.16387	96.59176	103.27787	108.11196	110.45998	111.81326	112.21851
9.505719	35.94772	78.00185	105.88474	120.09310	128.40599	134.41623	137.33555	139.01809	139.52193
9.546622	55.24215	119.86822	162.71686	184.55136	197.32607	206.56223	211.04844	213.63407	214.40833

**Figure 2.41:** Loss ratio de Bornhuetter-Ferguson

**Avant l'estimation :** On constate que le ratio S/P reste toujours inférieur à 100% sauf pour l'année de 2009 et 2010 à partir de la quatrième année de développement et pour le 2 l'année . Alors l'entreprise d'assurance dans ces années n'a pas pu couvrir ces charges probablement à cause de retard de règlements sinistres ou d'augmentation de nombre de sinistres ou de la survenance de gros sinistre et des sinistres non estimées particulièrement pour l'année de 2006.

**Après l'estimation :** On remarque que le ratio S/P estimé est inférieur à 100% seulement pour les trois premières années. De Plus, il est croissant ,ce ratio, au cours des années. Alors Cette assurance est en cas de ruine. Un graphe ci-dessous illustre bien ce qu'on a dit :



*Analyse graphique des résultats***Figure 2.42:** Evolution du loss ratio Bornhuetter-Ferguson

## calcul du PSAP

$$PSAP = (1 - pc)P_{\text{prime acquises}} \text{ Lossratio Estimé}$$

Reg	pc	prime acquises	loss ratio estime	psap
2005	0.000000	26640072	95.000000	0
2006	0.361118	27705674	85.662232	8570522
2007	1.567052	28813901	82.399633	37205818
2008	3.659423	29966457	98.231581	107720704
2009	7.967164	31165116	112.360574	278988581
2010	13.925288	32411720	109.435786	493930258
2011	24.108893	33708189	82.107021	667256775
2012	44.093487	35056517	62.737454	969772987
2013	74.235074	36458777	35.947722	972932295
2014	95.547458	37917129	9.546622	345863159

**Figure 2.43:** calcul du PSAP

On constate des valeurs S/P supérieures à 100% pour les années des 2009, 2010 qui représentent des valeurs bizarres de Loss ratio. l'assurance dans ces années n'a pas pu arriver à couvrir ses charges probablement à cause de retard de règlements sinistres ou d'augmentation de nombre de sinistres ou de la survenance de gros sinistre et des sinistres non estimées.

# Conclusion générale

Les compagnies d'assurance recherchent des technologies permettant d'évaluer leurs performances Niveau d'approvisionnement et garantie de sa solvabilité. Les méthodes déterministes sont faciles à mettre en œuvre, ce qui justifie leur utilisation actuelle par les compagnies d'assurance. Cependant, ils ne permettent pas Compte tenu des aléas liés aux estimations des réserves, l'utilisation des réserves privera les compagnies d'assurance des avantages La mesure du risque est utile pour gérer ses activités. L'approche aléatoire fournit des informations sur les risques inhérents au niveau de don sélectionné. Par conséquent, utilisez-les pour déterminer le niveau de financement Il est nécessaire d'assurer la pérennité de l'entreprise.

# Bibliographie

- [1] E. ASTESAN. (). « Université de Paris. Faculté de droit. Les Réserves techniques des sociétés d'assurances contre les accidents d'automobiles, thèse pour le doctorat... présentée... par Eugène Astesan, » adresse : `R.PichonetR.Durand-Auzias,1938..`
- [2] . Thomas Mack. Distribution-free calculation of the standard error of chain ladder reserve estimates. ASTIN BULLETIN 23(02) :213–225. ().
- [3] M. D. KABA. (). « UModélisation des provisions pour sinistres à payer en assurance non vie, » adresse : `https://www.actuarialab.net/storage/dramekaba.pdf?fbclid=IwAR26Llksg-SzNWGZeqoto78eD1lYBcSKj-mBb3MJogW3PsCKR1SkepBbiz5k..`
- [4] M. D. K. Modélisation des provisions pour sinistres à payer en assurance non VIE. ().