

Traitement du Signal

TD 1 : Fonction d'autocorrélation et produit de convolution

Exercice 1 : Autocorrélation d'un signal à énergie finie

Calculer la fonction d'autocorrélation de l'exponentielle amortie telle que :

$$x(t) = \begin{cases} Ae^{-\alpha t} & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1)$$

Exercice 2 : Autocorrélation d'un signal périodique

1. Rappeler la propriété de la fonction d'autocorrélation d'un signal périodique.
2. Calculer $\gamma_x(t)$, la fonction d'autocorrélation d'une signal sinusoïdal $x(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \phi)$.

Exercice 3 : Convolution de deux signaux portes

On note Π_T la fonction porte de largeur T :

$$\Pi_T(t) = \begin{cases} 1 & \forall t \in [-\frac{T}{2}; \frac{T}{2}] \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (2)$$

1. Calculer $\Pi_T * \Pi_T(t)$.
2. Calculer $\Pi_{T_1} * \Pi_{T_2}(t)$, avec $T_1 > T_2$.

Exercice 4 : réponse impulsionnelle

Soit le système linéaire de réponse impulsionnelle suivante

$$h(t) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha t} & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3)$$

la variable α est un réel tel que $\alpha > 0^*$.

Calculer $y(t)$ la sortie du système lorsqu'en entrée est appliqué $x(t)$

1. Un signal sinusoïdal.
2. Un signal créneau tel que

$$x(t) = A\Pi(t - \frac{T}{2}) = \begin{cases} A & \text{si } t \in [0; T] \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (4)$$

* $\frac{1}{\alpha}$ est en fait la constante de temps de la réponse impulsionnelle $h(t)$, la réponse impulsionnelle du filtre passe-bas du premier ordre.