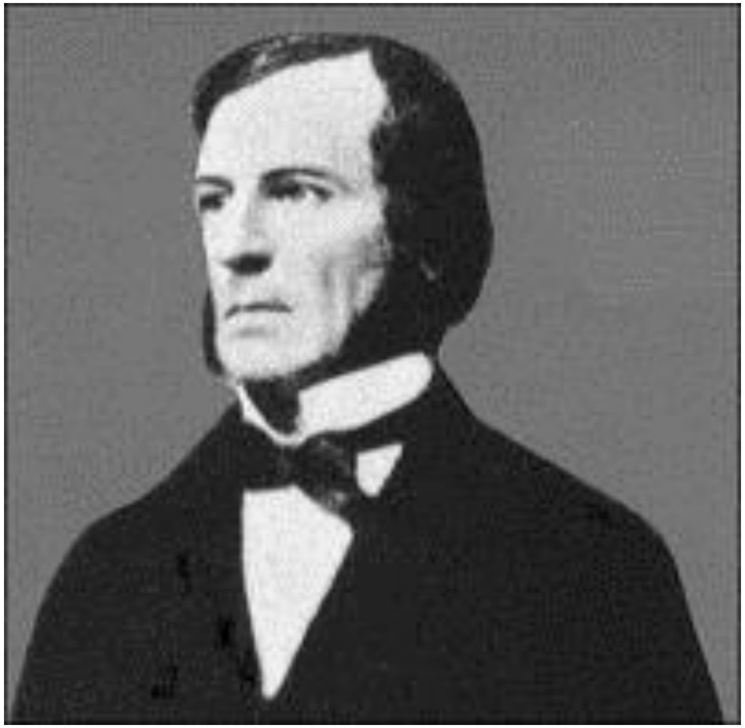
Chương 2:

ĐẠI SỐ BOOLE – CỔNG LOGIC

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **George Boole, 1815-1864.**
- **Book, *The Laws of Thought*, 1853**



Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

3.1 CÁC TIÊN ĐỀ:

K = {a, b, c, …}.

Biến Boole (Biến nhị phân).

Trên K, định nghĩa 2 phép toán:

+ (OR)

· (AND)

thỏa các tiên đề:

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Tiên đề 1: Tính đóng (Closure Property).**

  Nếu a,b $\in$ K thì a+b $\in$ K và a $\cdot$ b$\in$ K.

- **Tiên đề 2: Phần tử đồng nhất (Identity Elements).**

  Tồn tại phần tử 0 và phần tử 1 thuộc K sao cho :

  $$a + 0 = a$$

  $$a \cdot 1 = a$$

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Tiên đề 3:Tính giao hoán (Commutative Property).**

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

- **Tiên đề 4: Tính phân bố (Distributive Property).**

$$a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$$

$$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$$

Chú ý: Phép · được thực hiện trước phép +

$$a + b \cdot c = a + (b \cdot c) \neq (a + b) \cdot c$$

Phép · có thể không viết: $ab = a \cdot b$

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Tiên đề 5 :Phần tử bù (Complement Element)**

  $\forall a \in K, \exists \bar{a} \in K$:

  $$a + \bar{a} = 1$$

  $$a \cdot \bar{a} = 0$$

  Phần tử bù $\bar{a}$ có thể được viết là a'

- **Nguyên lý đối ngẫu (Duality Principle).**

  Thay $+ \leftrightarrow \cdot$ và $0 \leftrightarrow 1$: Hai biểu thức đối ngẫu.

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

3.2 CÁC ĐỊNH LÝ CƠ BẢN:

- **Định lý 1: Luật phủ định (Involution Holds)**

$$\overline{\overline{a}} = a$$

- **Định lý 2: Luật đồng nhất (Idempotency)**

$$a + a = a$$

$$a \cdot a = a$$

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Định lý 3: Quy tắt tính giữa biến và hằng**

$$a + 1 = 1$$

$$a \cdot 0 = 0$$

- **Định lý 4: Quy tắt tính đối với hằng**

$$\overline{1} = 0$$

$$\overline{0} = 1$$

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

Luật hấp thụ (Absorption)

- **Định lý 5: Luật nuốt**

$$a + a \cdot b = a$$

$$a \cdot (a + b) = a$$

- **Định lý 6: Luật dán**

$$a + \bar{a} \cdot b = (a+b)$$

$$a \cdot (\bar{a} + b) = a \cdot b$$

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Định lý 7 : Quy tắt De Morgan**

$$\overline{a+b} = \overline{a} \cdot \overline{b}$$
$$\overline{a \cdot b} = \overline{a} + \overline{b}$$

- **Định lý 8 : Luật kết hợp (Associativity)**

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$
$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Định lý 9: Luật liên ứng (Consensus)**

$$a \cdot b + \bar{a} \cdot c + b \cdot c = a \cdot b + \bar{a} \cdot c$$

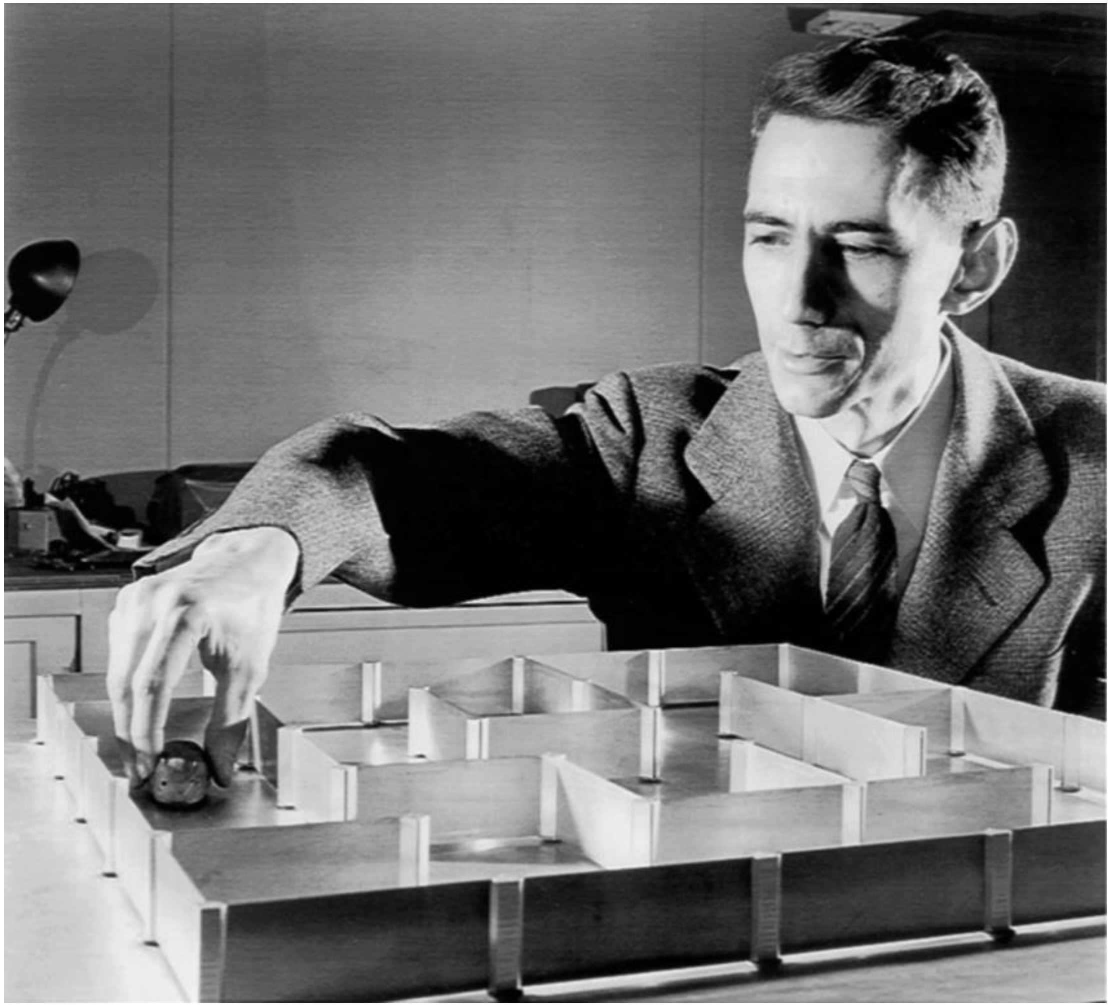
$$(a + b) \cdot (\bar{a} + c) \cdot (b + c) = (a + b) \cdot (\bar{a} + c)$$

- **Định lý 10: Định lý Shanon**

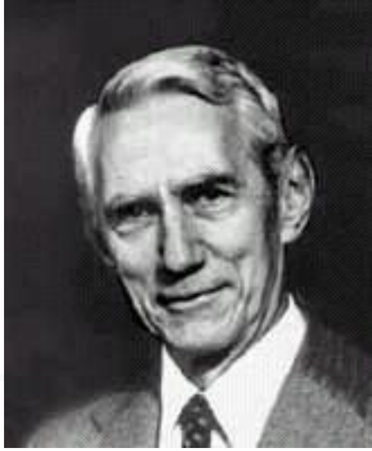
$$F(A_1, A_2, \ldots, A_n) = A_1.F(1, A_2, \ldots, A_n) + \overline{A_1}.F(0, A_2, \ldots, A_n)$$

$$F(A_1, A_2, \ldots, A_n) = [A_1 + F(0, A_2, \ldots, A_n)].[\overline{A_1} + F(1, A_2, \ldots, A_n)]$$

Claude E. Shannon (1916-2001)



Shannon's Legacy



- A Symbolic Analysis of Relay and Switching Circuits, Master's Thesis, MIT, 1940. Perhaps the most influential master's thesis of the 20th century.
- An Algebra for Theoretical Genetics, PhD Thesis, MIT, 1940.
- Founded the field of Information Theory.
- C. E. Shannon and W. Weaver, The Mathematical Theory of Communication, University of Illinois Press, 1949. A "must read."

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

3.3 CÁC PHẦN TỬ LOGIC CƠ BẢN:

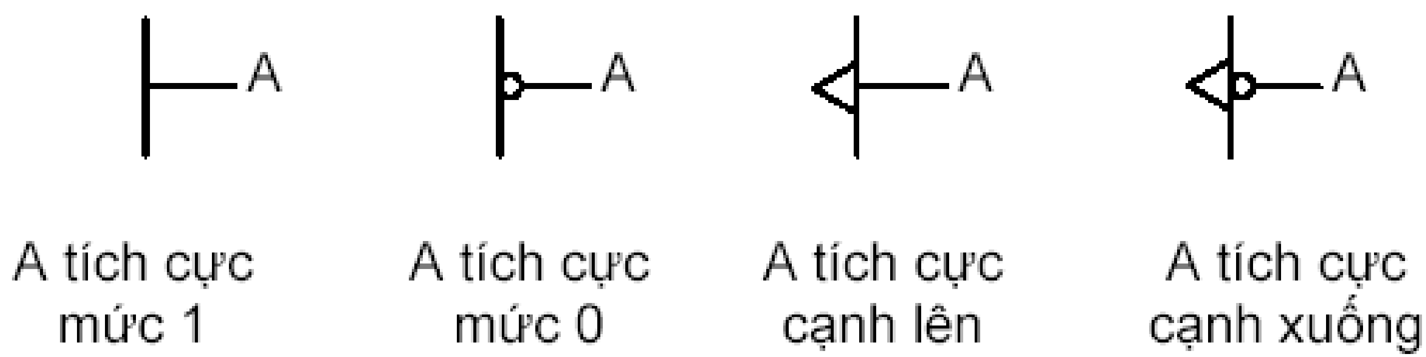
- **Mức logic:**

	Logic dương	
Ký hiệu	0	1
Điện áp	Thấp (L)	Cao (H)
TTL	0 – 0.7 V	3 – 5 V
Logic	FALSE	TRUE
	GND	VCC

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Mức logic:**

Khái nhiệm về mức logic tích cực.

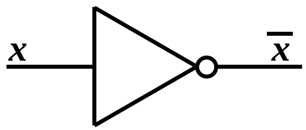


Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Cổng NOT: phép bù (đảo bit nhị phân)**

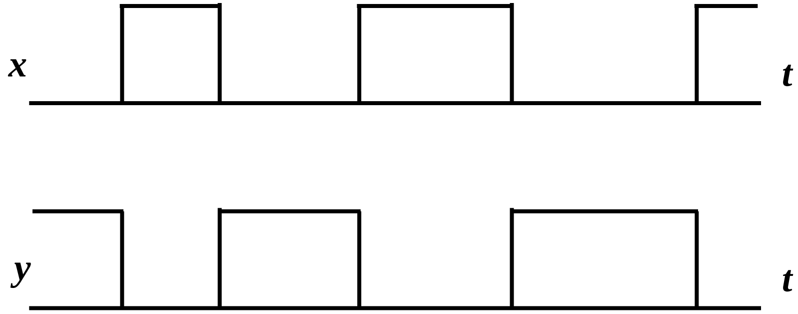
Hàm chức năng : $y = \overline{x}$

Ký hiệu:



Bảng chân trị:

x	y
0	1
1	0



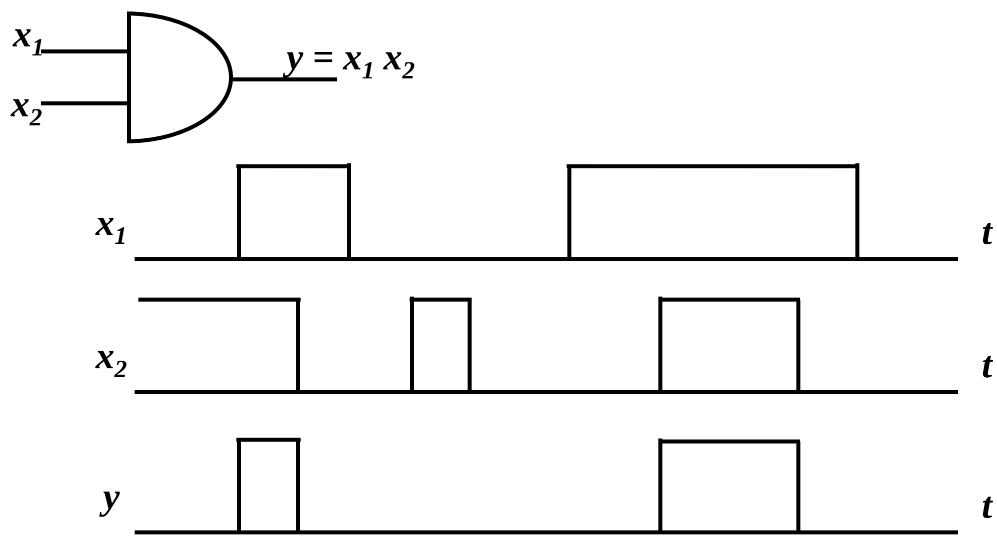
Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Cổng AND hai ngõ vào x_1 và x_2: (phép and bit)**

  Hàm chức năng: $y = x_1x_2$

  Ký hiệu:

x_1	x_2	y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

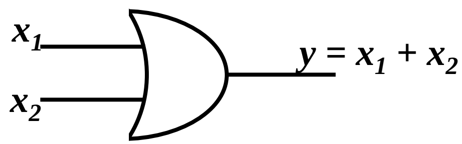


Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

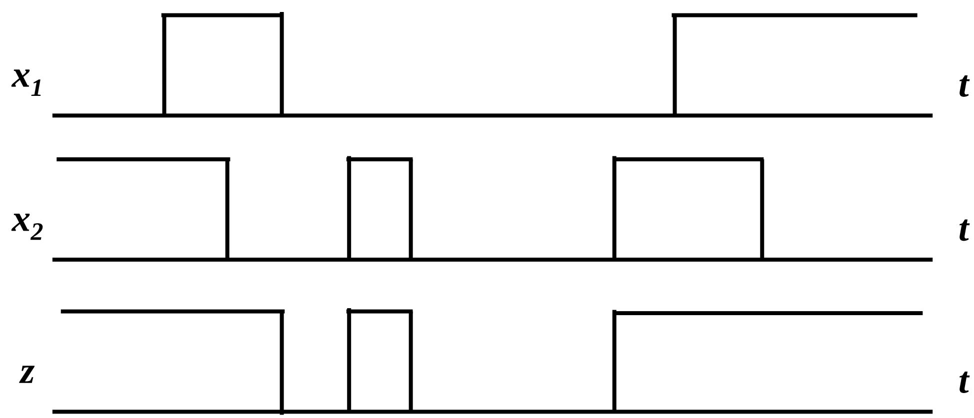
- Cổng OR hai ngõ vào $x_1$và x_2: (phép or bit)

  Hàm chức năng: $y = x_1+x_2$

  Ký hiệu:



x_1	x_2	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

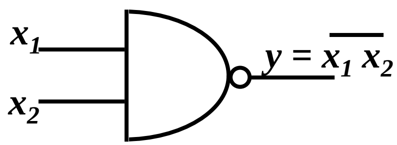


Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

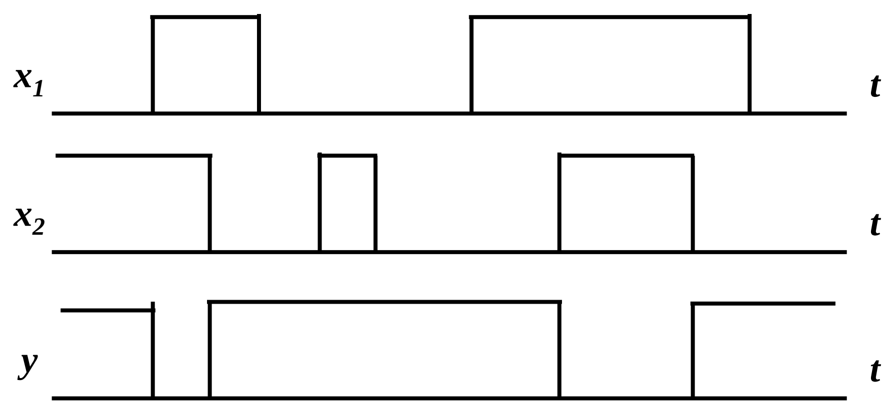
- **Cổng NAND (AND_NOT) hai ngõ vào x_1 và x_2:**

  Hàm chức năng: $y = \overline{x_1 x_2}$

  Ký hiệu:



x_1	x_2	y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

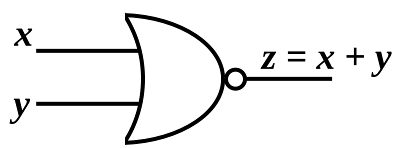


Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

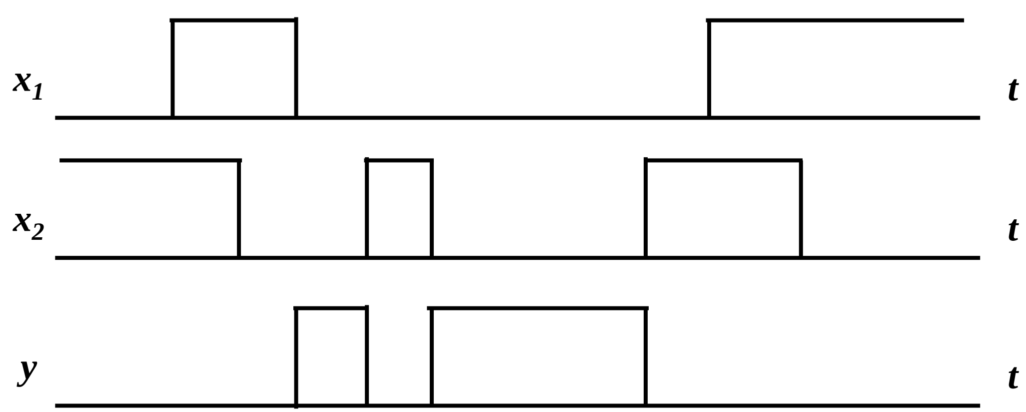
- **Cổng NOR (OR_NOT) hai ngõ vào x_1 và x_2:**

  Hàm chức năng: $y = \overline{x_1 + x_2}$

  Ký hiệu:



x_1	x_2	y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

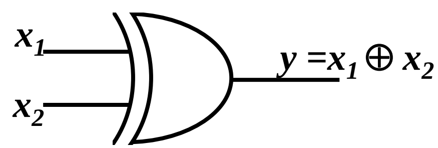


Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

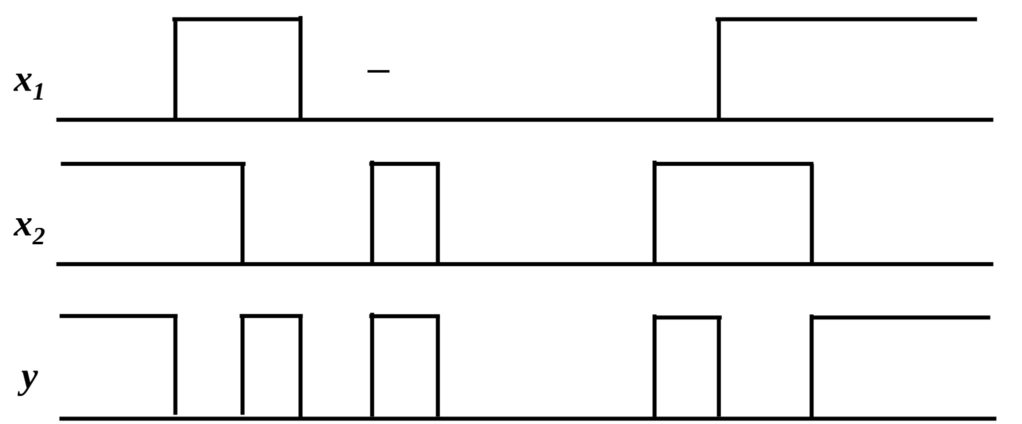
- **Cổng XOR (eXclusive OR): hai ngõ vào $x_1$và x_2:**

  Hàm chức năng: $y = x_1 \oplus x_2 = \overline{x}_1 x_2 + x_1 \overline{x}_2$

  Ký hiệu:



x_1	x_2	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

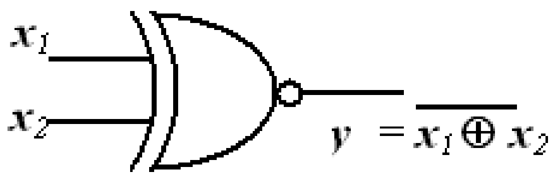


Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

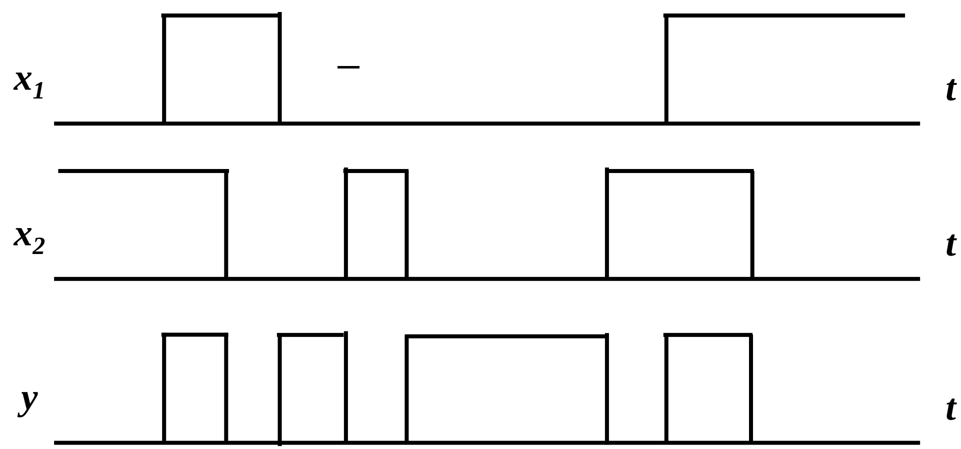
- Cổng XNOR (eXclusive NOR):2 ngõ vào $x_1$và x_2:

  Hàm chức năng: $y = \overline{x_1 \oplus x_2} = \overline{x}_1\overline{x}_2 + x_1x_2$

  Ký hiệu:



x_1	x_2	y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

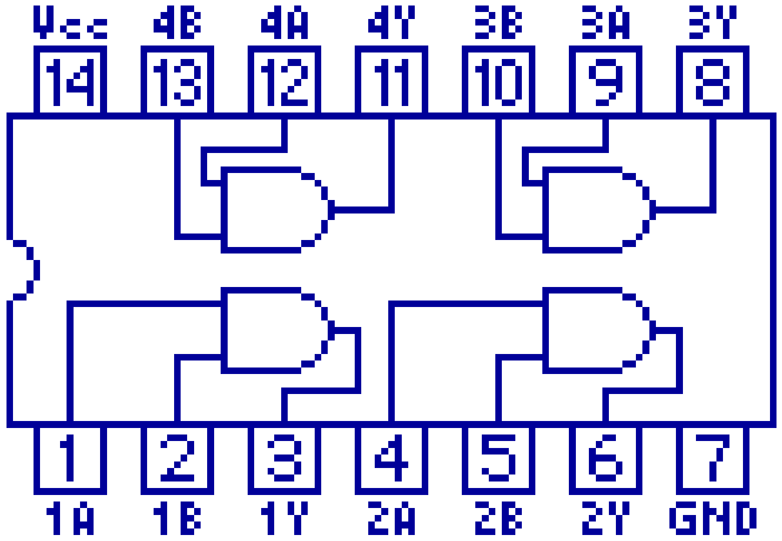


Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Một số cổng logic họ TTL:**
  - **AND: 74LS08, …**
  - **OR: 74LS32, …**
  - **NOT: 74LS04/05, …**
  - **NAND: 74LS00, …**
  - **NOR: 74LS02, …**
  - **XOR: 74LS86, …**
  - **NXOR: 74LS266, …**

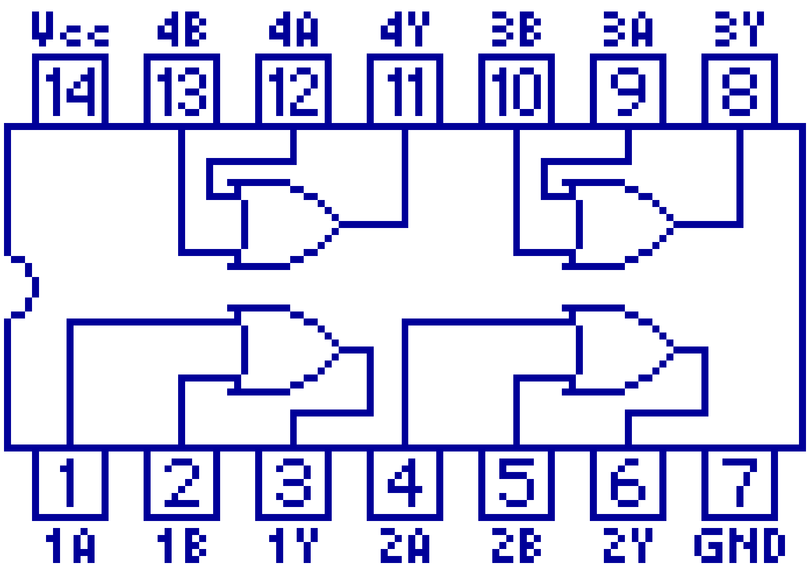
Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **AND: 74LS08.**



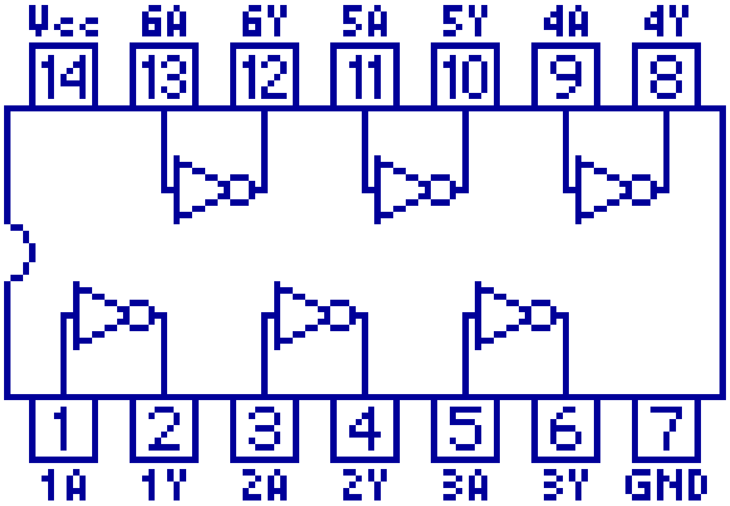
Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **OR: 74LS32.**



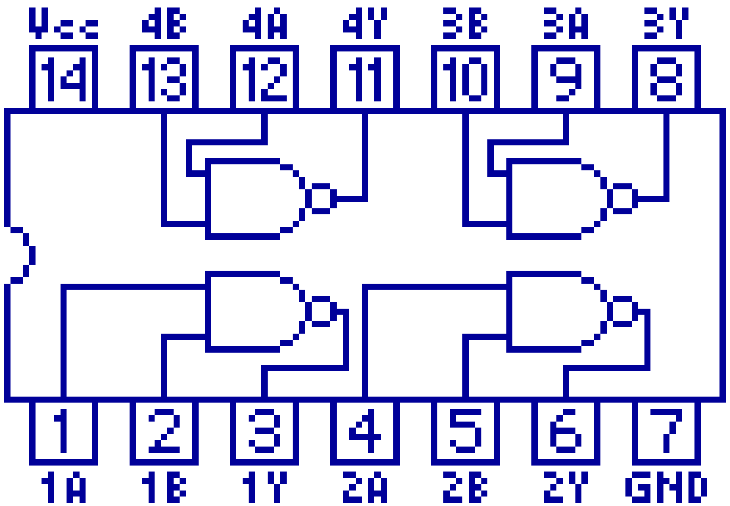
Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **NOT: 74LS04.**



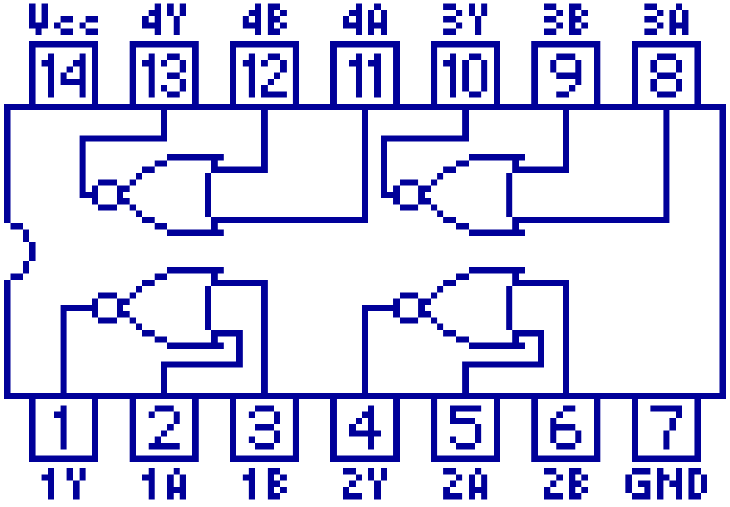
Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **NAND: 74LS00.**



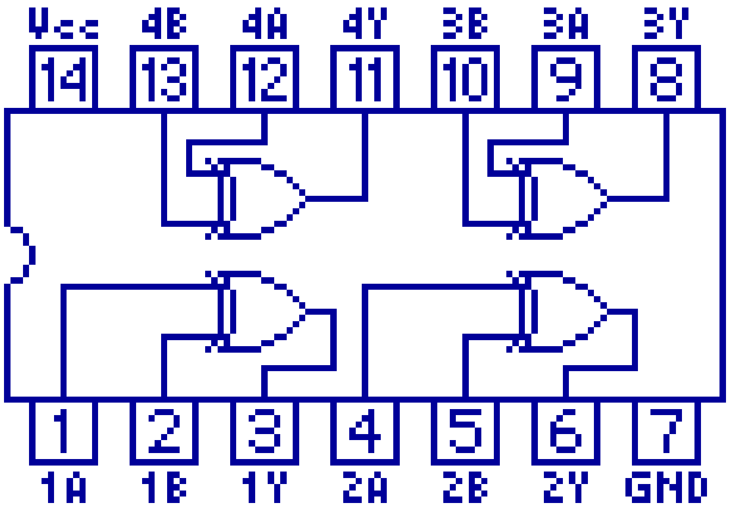
Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **NOR: 74LS02**



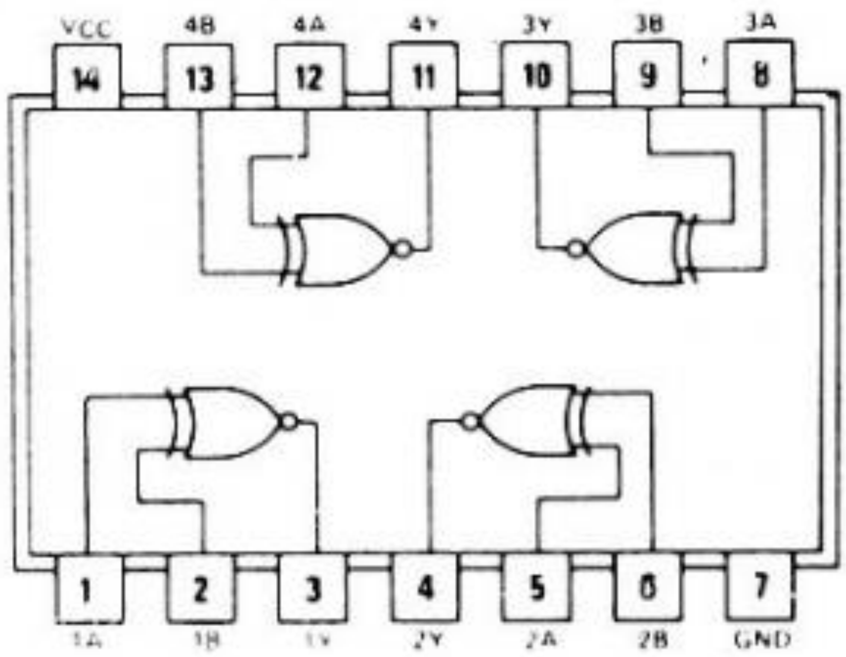
Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **XOR: 74LS86**



Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **NXOR: 74LS266**



Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

3.4 HÀM BOOLE.

- **Định nghĩa: Cho $x_1, x_2, \ldots x_n \in B$, $f: B \to B$**

f là hàm boole n biến :

  - $f(x_1, x_2, \ldots x_n) = 0$, $f(x_1, x_2, \ldots x_n) = 1$.
  - $f(x_1, x_2, \ldots x_n) = x_i$
  - **Nếu** $f(x_1, x_2, \ldots x_n)$ **là 1 hàm boole thì** $\overline{f}(x_1, x_2, \ldots x_n)$ **cũng là 1 hàm boole.**
  - **Nếu** f_1, f_2 **là các hàm boole thì** $f_1 + f_2$ **và** $f_1 \cdot f_2$ **cũng là những hàm boole.**

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- Miền xác định: tập hợp tổ hợp biến.
- Với hàm n biến sẽ có 2^n tổ hợp.
- Với n biến sẽ có 4^n hàm boole
- Với một biến x, có 4 hàm boole:
  - $f(x) = 0$
  - $f(x) = x$
  - $f(x) = \overline{x}$
  - $f(x) = 1$
- Với 2 biến x_1,x_2, có 16 hàm boole.

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Định lý đối ngẫu:**

Cho $f(x_1, x_2, \ldots x_n)$ là một hàm boole.

Gọi $f_d(x_1, x_2, \ldots x_n)$ là hàm đối ngẫu của f.

$$f'(x_1, x_2, \ldots x_n) = f_d(x'_1, x'_2, \ldots x'_n)$$

- **Bù của 1 hàm:**
  - **Sử dụng định lý De Morgan.**
  - **Lấy biểu thức đối ngẫu và lấy bù các biến (theo định lý trên).**

3.5.Các phương pháp biểu diễn hàm Boole

- Biểu diễn hàm bằng bảng chân trị (true table)
  - Bảng có 2^n tổ hợp cho hàm có n biến.
  - Dựa vào các phép (), NOT, AND, OR để xác định giá trị của hàm là 0 hay 1.
  - Hàm có thể có giá trị tuỳ định (x).

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

Ví dụ:

$$F(x, y, z) = x \cdot y + x' \cdot y' \cdot z$$

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Biểu diễn hàm bằng biểu thức đại số:**
  - **Dạng tổng các tích chuẩn (SOP-Sum Of Product)**
    - **Tích chẩn minterm m_i ($0 \le i \le 2^n-1$) là số hạng tích (AND) của n biến mà hàm Boole phụ thuộc với quy ước biến đó có bù nếu nó là 0 và không bù nếu là 1.**
    - **Dạng chính tắc 1 là dạng tổng của các tích chuẩn (minterm) mà tại tổ hợp đó hàm Boole có giá trị 1.**
    - **Ký hiệu: $f(x_1, x_2, \ldots x_n) = \Sigma (m_i)$**
    - **Áp dụng định lý Shanon.**

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

Ví dụ:

Tổ hợp	x	y	z	Minterm	F
0	0	0	0	$m_0 = x'y'z'$	0
1	0	0	1	$m_1 = x'y'z$	1
2	0	1	0	$m_2 = x'y\,z'$	0
3	0	1	1	$m_3 = x'y\,z$	1
4	1	0	0	$m_4 = x\,y'z'$	1
5	1	0	1	$m_5 = x\,y'z$	0
6	1	1	0	$m_6 = x\,y\,z'$	0
7	1	1	1	$m_7 = x\,y\,z$	0

$$F(x, y, z) = x'\,y'\,z + x'\,y\,\,z + x\,y'\,z' = m_1 + m_3 + m_4$$

$$= \Sigma(1, 3, 4)$$

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Dạng tích các tổng chuẩn (POS-Product Of Sum)**
  - **Tổng chẩn maxterm M_i ($0 \le i \le 2^n$-1) là số hạng tổng (OR) của n biến mà hàm Boole phụ thuộc với quy ước biến đó có bù nếu nó là 1 và không bù nếu là 0.**
  - **Dạng chính tắc 2 là dạng tích của các tổng chuẩn (Maxterm) mà tại tổ hợp đó hàm Boole có giá trị 0.**
  - **Ký hiệu: $f(x_1, x_2, \ldots x_n) = \Pi(M_i)$**
  - **Áp dụng định lý Shanon.**

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

Ví dụ:

Tổ hợp	x	y	z	Maxterm	F
0	0	0	0	$M_0 = x + y + z$	0
1	0	0	1	$M_1 = x + y + z'$	1
2	0	1	0	$M_2 = x + y' + z$	0
3	0	1	1	$M_3 = x + y' + z'$	1
4	1	0	0	$M_4 = x' + y + z$	1
5	1	0	1	$M_5 = x' + y + z'$	0
6	1	1	0	$M_6 = x' + y' + z$	0
7	1	1	1	$M_7 = x' + y' + z'$	0

$$F(x, y, z) = (x + y + z)(x + y' + z)(x' + y + z')(x' + y' + z)(x' + y' + z')$$
$$= M0 \,.\, M2 \,.\, M5 \,.\, M6 \,.\, M7 = \Pi(0, 2, 5, 6, 7)$$

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Trường hợp tùy định (don't care –x):**

Hàm Boole nhận giá trị tùy định (có thể nhận giá tri 0 hoặc 1) tại những tổ hợp mà hàm Boole không được định nghĩa.

- **Hàm boole ở dạng chuẩn 1:**

$f(x_1, x_2, \ldots x_n) = \Sigma\,(m_i) + d$(các giá trị tuỳ định)

- **Hàm boole ở dạng chuẩn 2:**

$f(x_1, x_2, \ldots x_n) = \Pi(M_i).D$(các giá trị tuỳ định)

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Ví dụ.**

A B C	F
0 0 0	X
0 0 1	0
0 1 0	1
0 1 1	1
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 0	0
1 1 1	X

F (A, B, C)=Σ (2, 3, 5) + d(0, 7)

F(A, B, C) = Π (1, 4, 6) . D(0, 7

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Biểu diễn hàm bằng bìa Karnaugh (Cac-nô)**
  - **Bìa K gồm các ô vuông, mỗi ô vuông biểu diễn cho tổ hợp các biến mà hàm Boole phụ thuộc.**
  - **Bìa K cho n biến sẽ có 2^n ô, mỗi ô ghi giá trị tương ứng của hàm.**
  - **Ghi 1 hoặc x cho hàm dạng chuẩn 1. Các ô bỏ trống coi như bằng 0.**
  - **Ghi 0 hoặc x cho hàm dạng chuẩn 2. Các ô bỏ trống coi như bằng 1.**

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Ví dụ: F (A, B) = Σ (0, 2) + d(3) = Π (1) . D(3)**

F: B \ A	0	1
0	0	2
1	1	3

F: B \ A	0	1
0	**1**	**1**
1		**X**

F: B \ A	0	1
0		
1	**0**	**X**

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **F (A, B, C)=Σ (2,4,7)+d(0,1) = Π (3, 5, 6) . D(0, 1)**

F — C \ AB	00	01	11	10
0	0	2	6	4
1	1	3	7	5

F — C \ AB	00	01	11	10
0	X	1		1
1	X		1	

F — C \ AB	00	01	11	10
0	X		0	
1	X	0		0

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **F (A, B, C, D) =Σ (1, 3, 9, 11, 12, 13, 14, 15) + d(0, 4, 8)**

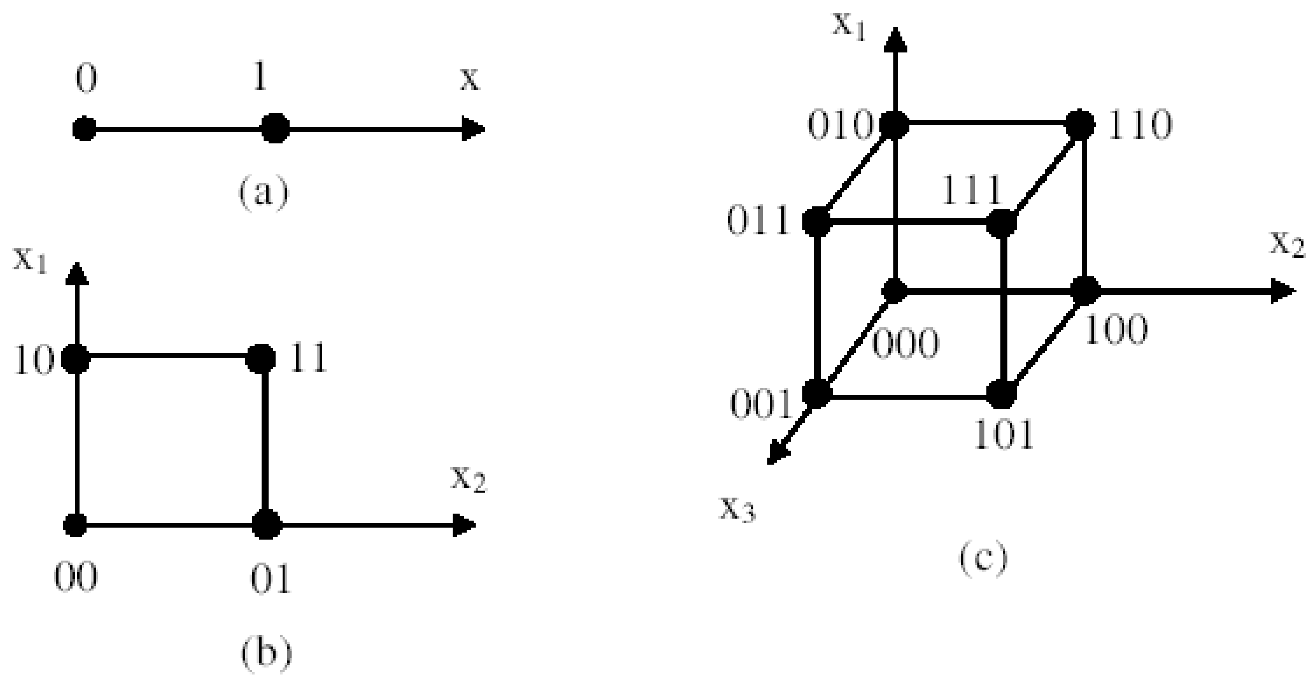
F (CD \ AB)	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

F (CD \ AB)	00	01	11	10
00	X	X	1	X
01	1		1	1
11	1		1	1
10			1	

F (CD \ AB)	00	01	11	10
00	X	X		X
01		0		
11		0		
10	0	0		0

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Biểu diễn hàm bằng phương pháp hình học:**



Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

3.6.Các rút gọn hàm Boole.

- **Phương pháp đại số: Sử dụng các tiên đề và định lý của đại số boole.**

Ví dụ:

f(A,B,C) = AB+ABC+AB’C’+AC’

=> f(A,B,C) = A(B+C’)

f(A,B,C) = (AB+C’)’+AC’+B

=> f(A,B,C)=A+B+C

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

f(A,B,C) = ABC'+A'BC+AB'C'+A'C'

f(A,B,C)=A'B'C'+AB'C+A'BC'+A'B'C

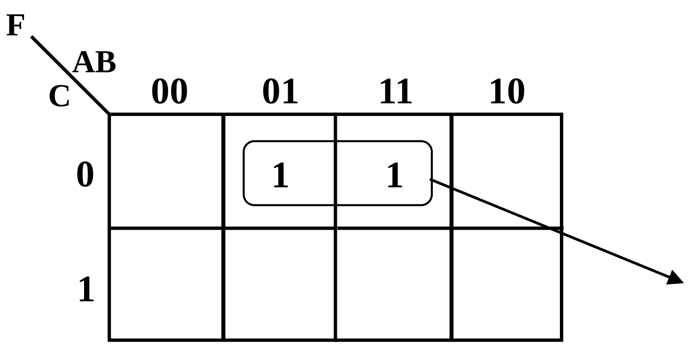
Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Rút gọn bìa Karnaugh: y.x+y.x'=y**
  - **2 ô kế cận hoặc ở rìa song song chỉ khác nhau 1 biến. Kết hợp một nhóm 2^n ô kế cận sẽ mất đi n biến**
  - **Các nhóm có thể trùng nhau vài phần tử nhưng không được trùng hoàn toàn và gom nhóm hết các ô có giá trị 1(chuẩn 1) hoặc 0 (chuẩn 2).**
  - **Trường hợp tuỳ định có thể được xem là 0 hoặc 1.**
  - **Số lượng nhóm chính là số lượng số hạng sau khi rút gọn.**

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Dạng chuẩn 1:**
  - **Ví dụ.** **f(A,B,C) = A’ B C’ + A B C’ = Σ(2,6)**

=> f(A,B,C) = BC’



B C’ : *B = 1 C = 0*

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

$$F(A,B,C) = \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C + ABC + AB\overline{C}$$

$$F(A,B,C) = A + \overline{B}C + B\overline{C}$$

A \ BC	00	01	11	10
0	0	**1**	0	**1**
1	**1**	**1**	**1**	**1**

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **F(A,B,C,D) = Σ(1,5,8,12)+d(3,7,10,11,14,15).**

AB \ CD	00	01	11	10
00			1	1
01	1	1		
11	–	–	–	–
10			–	–

$$F(A,B,C,D) = B\overline{C} + \overline{B}C$$

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

AB \ CD	00	01	11	10
00				
01	1	1		
11			1	1
10			1	1

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

AB \ CD	00	01	11	10
00		1	1	
01		1	1	
11		1	1	
10		1	1	

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

A \ BC	00	01	11	10
0		1		
1		1		

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

A \ BC	00	01	11	10
0		1	1	
1		1		

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

A \ BC	00	01	11	10
0		1	1	1
1		1		

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01	1	1		
11	1	1		
10	1			1

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

AB \ CD	00	01	11	10
00			1	1
01	1	1		
11	–	–	–	–
10			–	–

$$F(A,B,C,D) = B\,\overline{C} + \overline{B}\,C$$

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

1. Chứng minh các biểu thức sau:

   a) $$\overline{AB+\overline{A}\,\overline{B}} = \overline{A}\,B + A\,\overline{B}$$

   b) $$AB + \overline{A}\,C = (A+C)(\overline{A}+B)$$

   c) $$\overline{AC+B\,\overline{C}} = \overline{A}\,C + \overline{B}\,\overline{C}$$

2. Xây dựng bảng thật và viết biểu thức lôgic của hàm F xác định như sau:
   a) F(A,B,C) = 1 ứng với tổ hợp biến có số lượng biến bằng 1 là một số chẵn hoặc không có biến nào bằng 1. Các trường hợp khác thì hàm bằng 0
   b) F(A,B,C,D) = 1 ứng với tổ hợp biến có ít nhất 2 biến bằng 1. Các trường hợp khác thì hàm bằng 0.

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

3. Trong một cuộc thi có 3 giám khảo. Thí sinh chỉ đạt kết quả nếu có đa số giám khảo trở lên đánh giá đạt. Hãy biểu diễn mối quan hệ này bằng các phương pháp sau đây:
   a) Bảng thật
   b) Bìa Cac-nô
   c) Biểu đồ thời gian
   d) Biểu thức dạng tuyển chính quy
   e) Biểu thức dạng hội chính qui
   f) Các biểu thức ở câu d), e) dưới dạng số.

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

4. Tối thiểu hóa các hàm sau bằng phương pháp đại số:
   a) $F(A,B,C,D)=(A+BC)+\overline{A}(\overline{B}+\overline{C})(AD+C)$

   b) $F(A,B,C)=(A+B+C)(A+B+\overline{C})(\overline{A}+B+C)(\overline{A}+B+\overline{C})$

5. Tối thiểu hóa các hàm sau bằng bìa Các-nô:
   a) F(A,B,C,D) = Σ(0,2,5,6,9,11,13,14)
   b) F(A,B,C,D) = Σ(1,3,5,8,9,13,14,15)
   c) F(A,B,C,D) = Σ(2,4,5,6,7,9,12,13)
   e) F(A,B,C,D,E)= Σ(0,1,9,11,13,15,16,17, 20,21,25,26,27,30,31)

d) F(A,B,C,D) = II(1,4,6,7,9,1,12,13)

- Tối thiểu hóa các hàm sau bằng bìa Các-nô:
- a) $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,2,5,6,9,11,13,14)$
- b) $F(A,B,C,D) = \Sigma(1,3,5,8,9,13,14,15)$
- c) $F(A,B,C,D) = \Sigma(2,4,5,6,7,9,12,13)$
- e) $F(A,B,C,D,E)= \Sigma(0,1,9,11,13,15,16,17,$
- $20,21,25,26,27,30,31$
- $F(A,B,C,D,E)= \Sigma(0,1,9,11,13,15,16,17,20,21,25,26,27,30,31)$

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

a) F(A,B,C,D) = Σ(0,2,5,6,9,11,13,14)

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01		1		1
11		1		1
10		1	1	

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

c) $F(A,B,C,D) = \Sigma(2,4,5,6,7,9,12,13)$

AB \ CD	00	01	11	10
00				1
01	1	1	1	1
11	1	1		
10		1		

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

AB \ CD	00	01	11	10
00		**0**		
01	**0**		**0**	**0**
11	**0**	**0**		
10		**0**		**0**

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

AB \ CD	00	01	11	10
00		1		
01	1		1	1
11	1	1		
10		1		1

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

AB \ DE	C=0: 00	01	11	10	C=1: 10	11	01	00
00	0	1	3	2	6	7	5	4
01	8	9	11	10	14	15	13	12
11	24	25	27	26	30	31	29	28
10	16	17	19	18	22	23	21	20

$F(A,B,C,D,E) = \sum(0,1,9,11,13,15,16,17,20,21,25,26,27,30,31)$

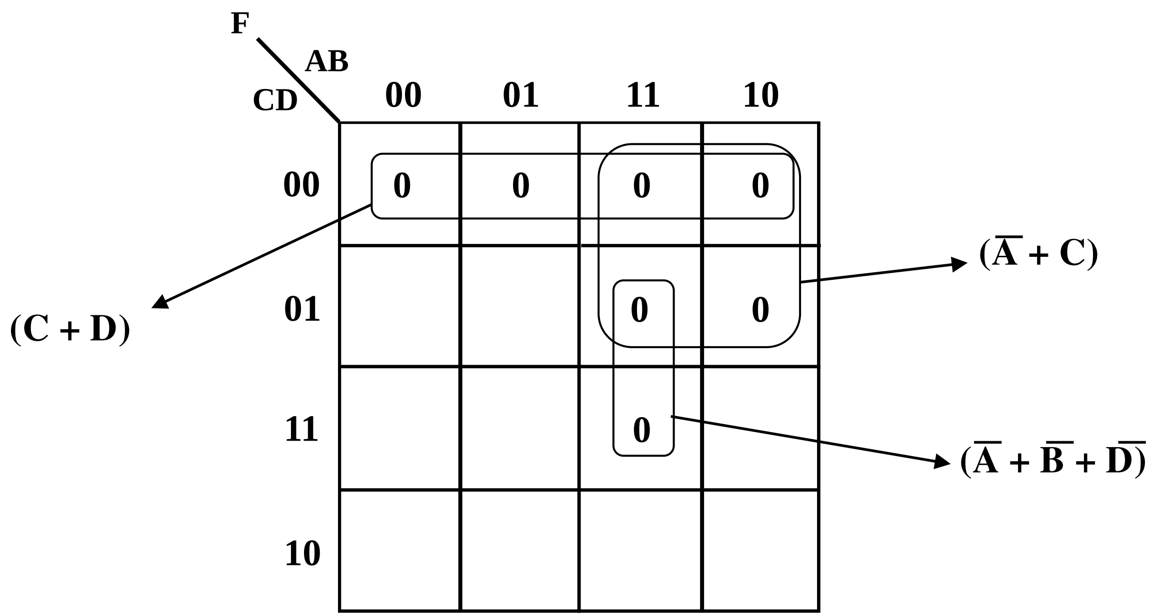
	C=0				C=1			
AB \ DE	00	01	11	10	10	11	01	00
00	1 0	1 1	3	2	6	7	5	4
01	8	1 9	1 11	10	14	1 15	1 13	12
11	24	1 25	1 27	1 26	1 30	1 31	29	28
10	1 16	1 17	19	18	22	23	1 21	1 20

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- F(A, B, C) = Σ (0, 1, 3, 5, 6)
- F(A, B,C, D)= Σ (0, 4, 8, 10) + d (2,7,12, 15).
- F(A,B,C,D) = Σ (0,2,5,6,9,11,13,14)
- F(A,B,C,D) = Σ (1,3,5,8,9,13,14,15)
- F(A,B,C,D) = Σ (2,4,5,6,7,9,12,13)
- F(A,B,C,D) = Σ (1,5,6,7,11,13) +d(12,15).
- F(A, B, C, D) =Σ(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11)
- F(A, B, C, D) =Σ(1, 3, 5, 12, 13, 14, 15) + d (7, 8, 9)
- F(A, B, C, D) = Σ (1, 3, 7, 11, 15) + d (0, 2, 5)

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Dạng chuẩn 2:**
  - **F(A, B, C, D) = Π (0, 4, 8, 9, 12, 13, 15)**



Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Phương pháp Quine-McCluskey:**
  - **Tìm các tích cực tiểu**
    - **Sắp xếp các tổ hợp theo thứ tự tăng dần số bit 1 tạo thành các nhóm.**
    - **Gom 2 tổ hợp trong 2 nhóm kế cận thành 1 tổ hợp mới.**
  - **Tìm tập phủ tối thiểu**

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **F(A, B,C, D)= Σ (2,3,7,12,14,15) + d (6,13)**
- **F(A, B,C, D)= Σ (0,2,3,4,5,7,8,9,10,11,12,13, 15)**
- **F(A,B,C,D) = Σ (4,5,6,8,9, 10,13) + Σ d(0,7,15).**
- **F(A,B,C,D,E)= Σ (0,1,2,4,7,10,15,16,17,18,23,31) +d(3,9,19,20,25,26)**
- **F(A,B,C,D) = Σ(1,3,4,5,6,8,9,10,14)**

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **F(A, B, C, D) = Σ m(4,5,6,8,10,13)**

=>F(A, B, C, D) = 10x0 + 01x0+ x101 =

= AB’D’+ A’BD’+BC’D

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

Số bit 1	Minterm	Binary (K^0)	K^1
1	4	0100 V	010- (4,5)
	8	1000 V	01-0 (4,6)
2	5	0101 V	10-0 (8,10)
	6	0110 V	-101 (5,13)
	10	1010 V	
3	13	1101 V	

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

	4	5	6	8	10	13
	V	V	V			V
10-0 (8)				x	x	
010- (4,5)	x	x				
01-0 (4,6)	x		(x)			
-101 (5,13)		x				(x)

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- f(A,B,C,D) = Σ (4,5,6,8,9, 10,13) + d(0,7,15).

$$\boxed{F = A\overline{B}\,\overline{D} + A\overline{C}D + \overline{A}B}$$

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- •

Implication Table		
Column I	Column II	Column III
0 ✓	0,4(4) * 0,8(8) *	4,5,6,7(3) *
4 ✓ 8 ✓	4,5(1) ✓ 4,6(2) ✓ 8,9(1) * 8,10(2) *	5,7,13,15 (10) *
5 ✓ 6 ✓ 9 ✓ 10 ✓	5,7(2) ✓ 5,13(8) ✓ 6,7(1) ✓ 9,13(4) *	
7 ✓ 13 ✓	7,15(8) ✓ 13,15(2) ✓	
15 ✓		

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- •

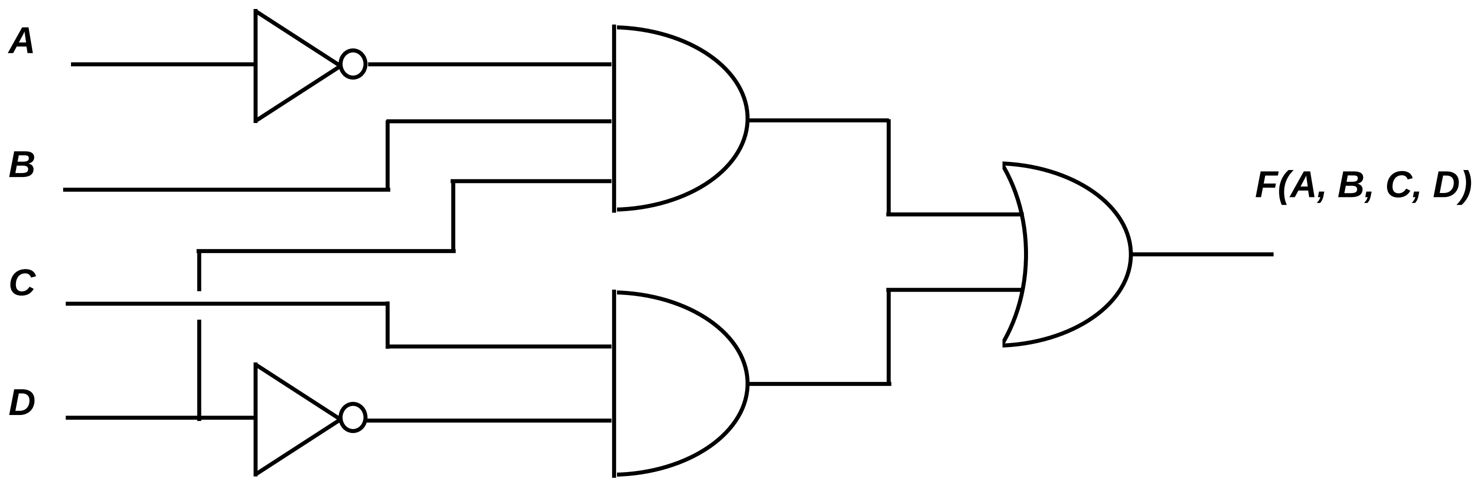
	4	5	6	8	9	10	13
0,4(0-00)	X						
0,8(-000)				X			
8,9(100-)				X	X		
8,10(10-0)				X		X	
9,13(1-01)					X		X
4,5,6,7(01--)	X	X	X				
5,7,13,15(-1-1)		X					X

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

3.7 Thực hiện hàm Boole bằng cổng logic.

- **Cấu trúc cổng AND_OR: (dạng chuẩn 1)**

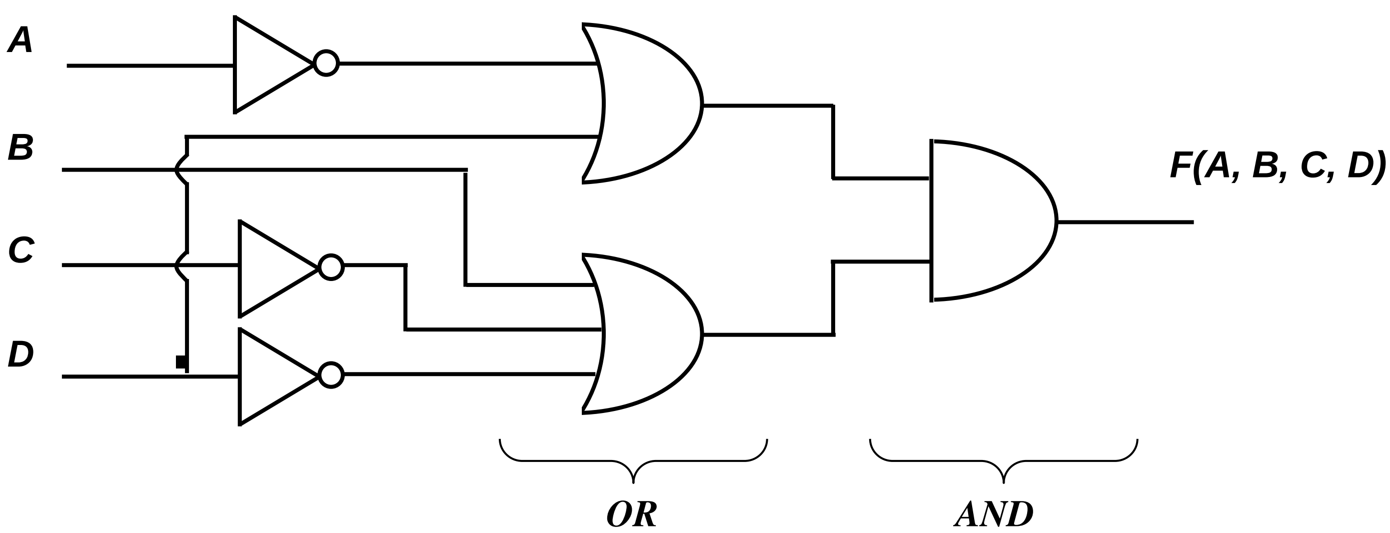
F(A, B, C, D) = A’B D + C D’



Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Cấu trúc cổng OR_AND (dạng chuẩn 2)**

F(A, B, C, D) = (A' + D) (B + C'+ D')

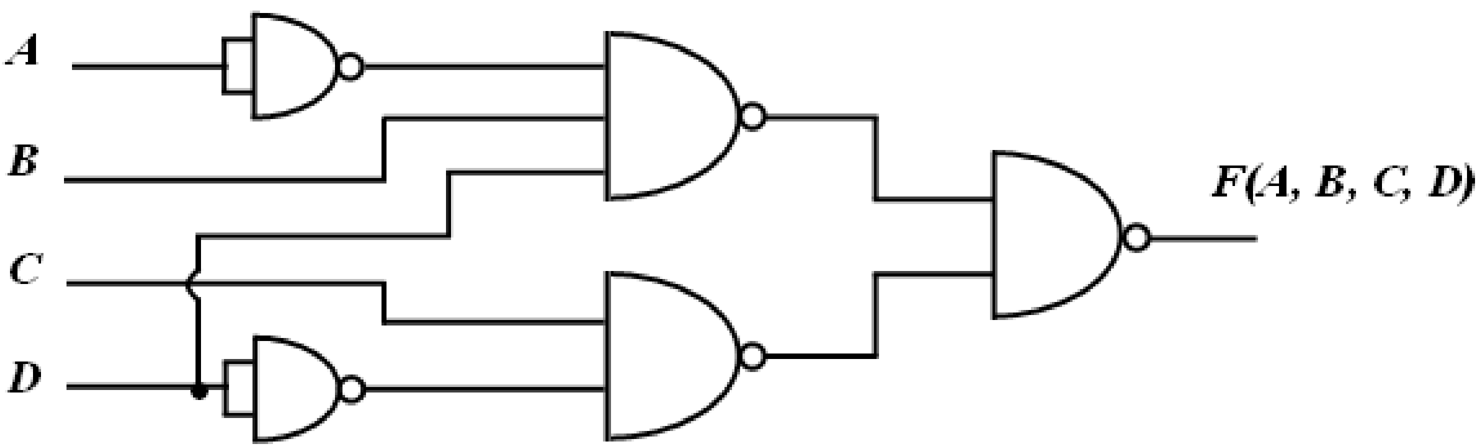


Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Cấu trúc toàn cổng NAND:**
  - **Dùng định lý De-Morgan để biến đổi số hạng tổng thành tích.**
  - **Cổng NOT cũng được thay thế bằng cổng NAND nối chung 2 ngõ vào.**

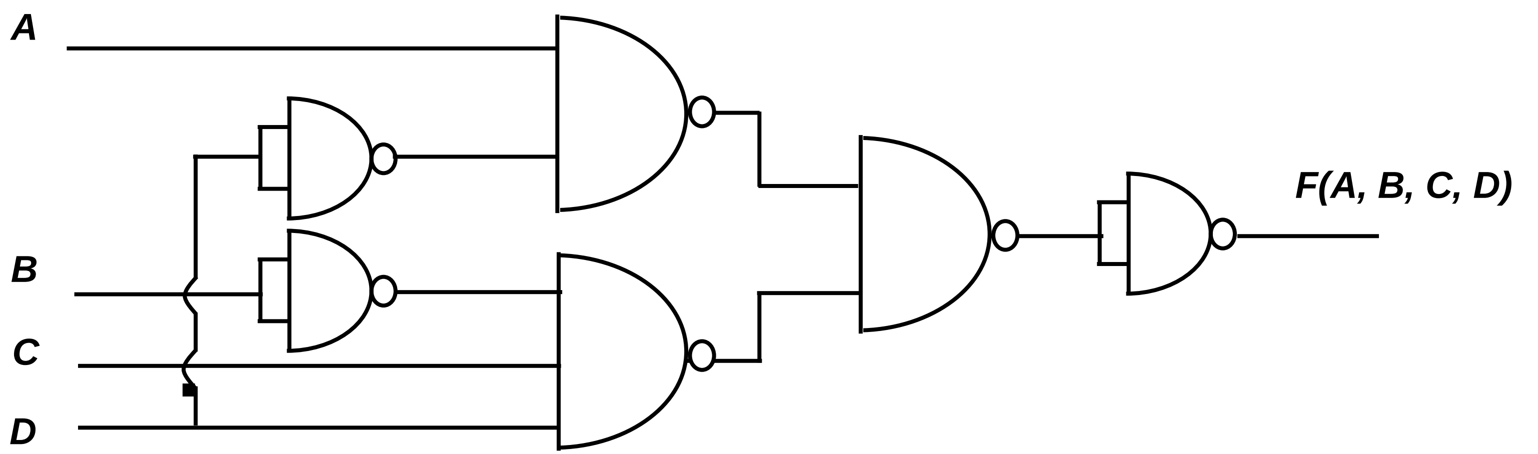
Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- $$F(A, B, C, D) = \bar{A}\,B\,D + C\,\bar{D}$$
  $$= \overline{\overline{\bar{A}\,B\,D + C\,\bar{D}}}$$
  $$= \overline{(\overline{\bar{A}\,B\,D})\,(\overline{C\,\bar{D}})}$$



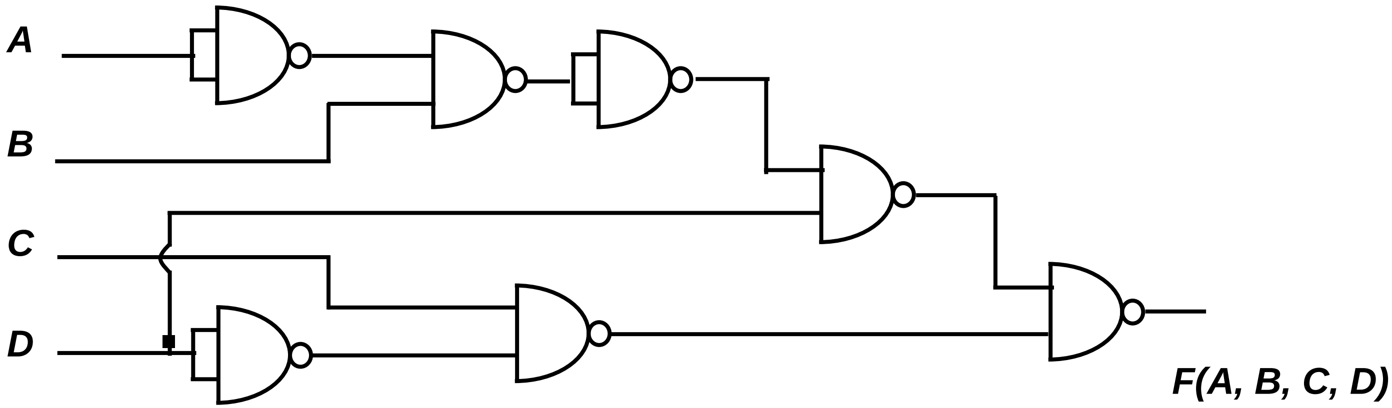
Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **F(A, B, C, D) = (A' + D) (B + C'+ D').**



Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- Thực tế chỉ sử dụng 1 loại cổng NAND 2 ngõ vào, khi đó phải biến đổi biểu thức sao cho có dạng bù trên 1 tích số chỉ có 2 biến.
- F(A, B, C, D) = A' B D + C D'

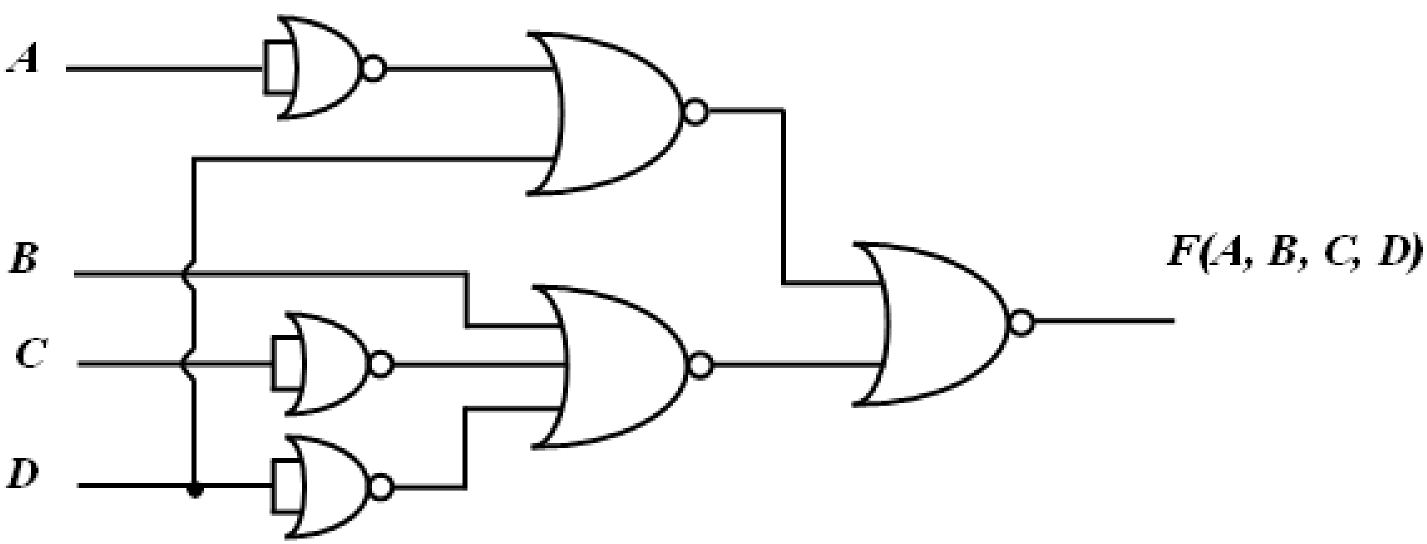


Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Cấu trúc toàn cổng NOR:**

$$F(A, B, C, D) = \overline{\overline{(\bar{A} + D)(B + \bar{C} + \bar{D})}}$$

$$= \overline{\overline{(\bar{A} + D)} + \overline{(B + \bar{C} + \bar{D})}}$$



2.1. Tối thiểu hoá hàm sau ở dạng CTT theo phương pháp Quine-Mc. Cluskey :

$$f(X_3, X_2, X_1, X_0) = \sum 0, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15.$$

2.2. Tối thiểu hoá hàm sau ở dạng chuẩn tắc hội theo phương pháp Quine-Mc Cluskey :

$$f(X_3, X_2, X_1, X_0) = \prod(3, 4, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 14)$$

2.3. Tối thiểu hoá hàm sau ở dạng chuẩn tắc tuyển theo phương pháp bảng Karnaugh :

$$f(X_3, X_2, X_1, X_0) = \sum 0, 1, 2, 5, 7, 10, 14, 15$$

2.4. Tối thiểu hoá hàm sau ở dạng chuẩn tắc hội theo phương pháp bảng Karnaugh :

$$f(X_4, X_3, X_2, X_1, X_0) = \prod (0, 1, 12, 13, 16, 17)$$

$$N = 8, 9, 24, 25$$

2.5. Viết dạng đại số đơn giản nhất cho các hàm sau :

$$Y_a(A, B, C) = \sum (0, 2, 3, 4, 6)$$

$$Y_b(A, B, C) = \prod (0, 1, 4, 5, 6).$$

$P2(a): a + 0 = a$ $\quad$ $P2(b): a \cdot 1 = a$

$P3(a): a + b = b + a$ $\quad$ $P3(b): ab = ba$

$P4(a): a + (b + c) = (a + b) + c$ $\quad$ $P4(b): a(bc) = (ab)c$

$P5(a): a + bc = (a + b)(a + c)$ $\quad$ $P5(b): a(b + c) = ab + ac$

$P6(a): a + \bar{a} = 1$ $\quad$ $P6(b): a \cdot \bar{a} = 0$

$T1(a): a + a = a$ $\quad$ $T1(b): a \cdot a = a$

$T2(a): a + 1 = 1$ $\quad$ $T2(b): a \cdot 0 = 0$

$T3: \quad \bar{\bar{a}} = a$

$T4(a): a + ab = a$ $\quad$ $T4(b): a(a + b) = a$

$T5(a): a + \bar{a}b = a + b$ $\quad$ $T5(b): a(\bar{a} + b) = ab$

$T6(a): ab + a\bar{b} = a$ $\quad$ $T6(b): (a + b)(a + \bar{b}) = a$

$T7(a): ab + a\bar{b}c = ab + ac$ $\quad$ $T7(b): (a + b)(a + \bar{b} + c) = (a + b)(a + c)$

$T8(a): \overline{a + b} = \bar{a}\bar{b}$ $\quad$ $T8(b): \overline{ab} = \bar{a} + \bar{b}$

$T9(a): ab + \bar{a}c + bc = ab + \bar{a}c$ $\quad$ $T9(b): (a + b)(\bar{a} + c)(b + c) = (a + b)(\bar{a} + c)$

$T10(a): f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1 f(1, x_2, \ldots, x_n) + \bar{x}_1 f(0, x_2, \ldots, x_n)$

$T10(b): f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = [x_1 + f(0, x_2, \ldots, x_n)][\bar{x}_1 + f(1, x_2, \ldots, x_n)]$

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- Tìm hiểu Electronics WorkBench Multisim.
- Tim hiểu karma.
- Viết chương trình rút gọn hàm Boole.

Ch02 - ĐẠI SỐ BOOLE

- **Bài tập.**