

§ 2-2 平衡微分方程

在弹性力学里分析问题,要从三方面来考虑:静力学方面,几何学方面和物理学方面。我们首先考虑平面问题的静力学方面,根据平衡条件来导出应力分量与体力分量之间的关系式,也就是平面问题的平衡微分方程。

从图 2-1 所示的薄板,或图 2-2 所示的柱形体,取出一个微小的正平行六面体,它在 x 和 y 方向的尺寸分别为 dx 和 dy ,图 2-3。为了计算简便,它在 z 方向的尺寸取为一个单位长度。

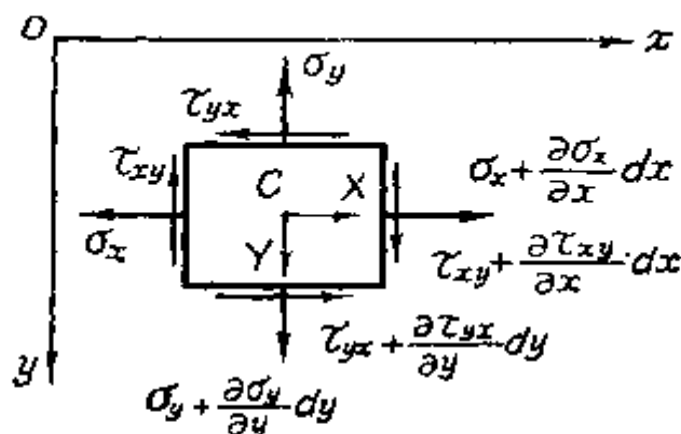


图 2-3

一般而论,应力分量是位置坐标 x 和 y 的函数,因此,作用于左右两对面或上下两对面的应力分量不完全相同,而具有微小的差量。例如,设作用于左面的正应力是 σ_x ,则作用于右面的正应力,由于 x 坐标的改变,将是 $\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx$ (设 σ_x 为常量,则 $\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = 0$,而左右两面的正应力将都是 σ_x ,这就是 § 1-2 中所说的均匀应力的情况)。同样,设左面的剪应力是 τ_{xy} ,则右面的剪应力将是 $\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx$; 设上面的正应力及剪应力分别为 σ_y 及 τ_{yx} ,则下面的正应力及剪应力分别为 $\sigma_y + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dy$ 及 $\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy$ 。因为六面