应力幅比对 Q345 钢多轴疲劳失效行为的 影响

罗振坤1,张永祥1,李飞2,杨军斌3,刘浩1

(1. 重庆大学航空航天学院, 重庆市, 400000;

- 2. 江苏省特种设备安全监督检验研究院,南京 210000;
 - 3. 重庆市特种设备检测研究院, 重庆市, 400000)

摘要:以 Q345 钢以为研究对象,在相同等效应力下进行不同应力幅比的多轴疲劳寿命试验。 对不同应力幅比下的最大正应力、最大切应力的变化以及其平面方向进行理论推导分析;利 用光学显微镜对不同试件的表面裂纹萌生与扩展进行观察,采用扫面电镜对试件的疲劳断口 进行微观分析,研究 Q345 钢在不同应力幅比下的多轴疲劳失效行为。

关键词:多轴疲劳试验;应力幅比;Q345钢;疲劳寿命

中图分类号: TG

15

20

25

5

10

Effect of stress amplitude ratio on multiaxial fatigue failure behavior of Q345 steel

Luo Zhenkun¹, Zhang Yongxiang¹, LiFei², Yang Junbin³, Liu Hao¹

- (1. College of Aerospace Engineering, Chongqing University, Chongqing 400000;
- 2. Special Equipment Safety Supervision Inspection Institute Of Jiangsu Province, Nanjing 210000;
- 3. Chongqing Special Equipment Inspection and Research Institute, Chongqing 400000) **Abstract:** Taking Q345 steel as the research object, multi-axial fatigue life tests with different stress

amplitude ratios were carried out under the same equivalent stress. Theoretical derivation and analysis are carried out on the changes of maximum positive stress and maximum shear stress under different stress amplitude ratios, as well as their plane directions; optical microscope is used to observe the surface crack initiation and expansion of different specimens, and swept-surface electron microscope is used to carry out microanalysis on the fatigue fracture of specimens, to study the multiaxial fatigue failure behavior of Q345 steel under different stress amplitude ratios.

Key words: multiaxial fatigue test; stress amplitude ratio; Q345 steel; fatigue life

30

35

40

0 引言

Q345 钢是一种广泛应用于工业设备的低碳钢,起重机的主梁正是以 Q345 钢为主体材料。在起重机工作的过程中,由于工件的摆动、摇晃等因素使主梁承受着多轴疲劳载荷的作用。如果采用传统的单轴疲劳理论来研究多轴载荷下的疲劳寿命,预测结果将存在较大误差,在实际工程中有很大隐患,因此,需要针对多轴疲劳开展进一步研究。影响材料多轴疲劳性能的因素有很多,包括相位差、应力幅比和平均应力等,本文研究应力幅比这一加载参量对多轴疲劳失效行为的影响。

在相同的等效应力幅值下,应力幅比对多轴疲劳寿命的影响规律仍不明确。在多轴疲劳中,McDiarmid^[1]认为,不同的应力幅比值对多轴疲劳的失效有影响。王英玉^[2]研究发现,

基金项目: 本研究由重庆市科技局绩效激励资金资助完成

作者简介:罗振坤(1998-),男,硕士研究生,主要研究方向为金属材料疲劳性能

通信联系人: 张永祥,浙江省诸暨市人,工学博士,教授,博士生导师。重庆大学弘深学院院长、本科生院副院长。主要研究方向为计算力学理论研究及应用、动力学分析与研究和材料力学性能分析与研究.

E-mail: zhangyx@cqu.edu.cn

山国赵技论文在线

在相同的等效应力幅值下,LY12CZ 铝合金多轴疲劳寿命随相位差和应力幅比的增大而减 小。时新红[3-4]对 2A12-T4 铝合金开展试验研究发现在相同的等效应力幅值下, 随着应力幅 比和相位差的增加,疲劳寿命增加。张成成[5]对 LY12CZ 铝合金 30CrMnSiA 钢空心圆管试 件开展试验,发现随着应力幅比的增加,疲劳寿命增加。

45

50

55

本文首先采用起重机主梁主体材料 Q345 钢,设计了拉扭复合加载试样,选取一个合适 的等效应力幅值,在该等效应力幅值下进行不同应力幅比的多轴疲劳试验,得到应力幅比对 多轴疲劳寿命的影响规律: 推导出最大正应力和最大切应力的大小及方向随应力幅比的变化 规律;使用间断式显微观测法拍摄了不同应力幅比下裂纹的萌生与扩展的过程,试验结果与 理论分析裂纹萌生及扩展角度;最后对试样断口进行宏微观分析,根据断口特征得到疲劳不 同阶段起主导作用的应力。

试验研究

1.1 试验试件加工

试验所用材料为 Q345 低碳钢,取自直径为 16mm 的棒材。材料的化学成分见表 1,室 温下的基本力学性能见表 2。

表 1 Q345 低碳钢的化学成分(wt%)

		,	Tab.1 C	Chemical composition of Q345 (wt%)						
Si	Mn	P	S	Nb	V	Ti	Cr	N		

С	Si	Mn	P	S	Nb	V	Ti	Cr	Ni	Cu	Mo	Fe
0.20	0.50	1.70	0.035	0.035	0.07	0.15	0.20	0.30	0.012	0.30	0.10	余量
				表 2	Q345 低	碳钢的	基本力等	性能				
				Tab.2	Mechani	ical Pro	perties of	f Q345				
	-	E / GPa	$\sigma_{\rm s}$	/ MPa	$\sigma_{ m b}$ / MP	a C	G / GPa	$ au_{ m s}$ / $ m I$	MPa	$\tau_{\rm b}$ / MPa		
	_	210		350	500		77	30)0	600	_	

60

65

试件参照 GB/T12443-2017《金属材料扭矩控制疲劳试验方法》和 GB/T3075-2008《金 属材料轴向力控制疲劳试验方法》[6-7]进行设计,具体尺寸如图 1 所示。试件测试段长度为 10mm、直径为8mm。

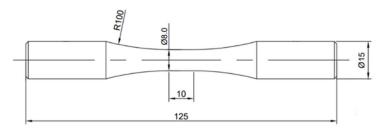


图 1 Q345 低碳钢疲劳试样(单位: mm)

Fig.1 Q345 fatigue specimen(Unit: mm)

试验方法 1.2

本次试验将在 MTS-809 电液伺服拉扭组合疲劳试验机上进行,试验环境为常温(25℃) 常压,加载参量为载荷和扭矩,频率为5Hz,疲劳寿命的定义为从试验开始至试件完全断裂,

(1)

70

75

80

85

90

95

试验加载波形为正弦波。载荷由以下公式给定:

$$F(t) = \sigma(t) * \pi r^2$$

$$T(t) = \tau(t) * \pi r^3 / 2 \tag{2}$$

$$\sigma(t) = \sigma_a \sin 5t + \sigma_m \tag{3}$$

$$\tau(t) = \tau_a \sin(5t - \delta) + \tau_m \tag{4}$$

其中,F(t) 为轴向加载力,T(t) 为加载扭矩, σ_a 正应力幅值, τ_a 为切应力幅值, σ_m 平均拉应力, τ_m 为平均切应力, δ 为正应力和切应力之间的相位差。

加载时取等效应力幅值 $\sigma_{eq,a}$ 为 Von Mises 应力,应力幅比 λ 的定义为切应力幅值与正应力幅值之比,即:

$$\sigma_{eq,a} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} \tag{5}$$

$$\lambda = \frac{\tau_a}{\sigma_a} \tag{6}$$

为了使多轴疲劳试验寿命处于合理的范围内,选择等效应力幅值为 275MPa 作为后续试验的标准。在此标准的基础上研究不同的加载参量,即应力幅比、相位差和平均应力对多轴疲劳寿命的影响。

1.3 恒定等效应力下不同应力幅比的影响

本节的多轴疲劳试验选取等效应力幅值为 275MPa、相位差为 0°、无平均应力且频率为 5Hz 的条件,研究在不同应力幅比对试件多轴疲劳失效的影响。具体加载公式如式 7 及式 8 所示:

$$\sigma(t) = \sigma_a \sin 5t \tag{7}$$

$$\tau(t) = \tau_a \sin 5t \tag{8}$$

试验选择了五组应力幅比 $\lambda=0,0.5,1,\sqrt{3},\infty$ 分别进行多轴拉扭复合加载试验,每组加载条件下有效试件选择 3 个试件,满足试验试件最小数量要求[8-9]。

试件在不同应力幅比下的多轴疲劳寿命如表 3 所示,疲劳寿命随着应力幅比的变化情况如图 2 所示。从表 3 可以看出,试件在相同的等效应力下,试件的多轴疲劳寿命随着应力幅比的增大而增加。单轴拉压($\lambda=0$)的疲劳寿命最短,为 2.5×10⁴;而在纯扭转($\lambda=\infty$)的条件下,试件的寿命达到了 8×10⁵。并且随着应力幅比的增大,疲劳寿命的增加速率也变快,这说明在相同的等效应力幅值下,Q345 钢的扭转疲劳性能要强于拉压疲劳性能。

表 3 不同应力幅比下多轴疲劳试验结果

Tab.3 Multiaxial fatigue test results under different stress amplitude ratios

等效应力: $\sigma_{eq,a}=275$ MPa 相位差: $\delta=0^{\circ}$ 轴向应力比: $R_{\sigma}=-1$ 切向应力比: $R_{\tau}=-1$

λ	σ_a /MPa	$ au_a$ /MPa	试件号	试验寿命/Cycle	中值寿命/Cycle
			19#	21055	
0	275	0	20#	27257	25524
			21#	28975	
			31#	23750	
0.5	207.88	103.94	32#	29890	25580

$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	λ	σ _a /MPa	τ _a /MPa	试件号	试验寿命/Cycle	中值寿命/Cycle
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				33#	23579	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				34#	47012	
$ \sqrt{3} $ 86.96 150.62 38# 126873 104213 39# 91898 7# 891435 ∞ 0 158.77 8# 967609 837379 9# 680732	1	137.5	137.5	35#	61947	52806
$\sqrt{3}$ 86.96 150.62 38# 126873 104213 39# 91898 7# 891435 ∞ 0 158.77 8# 967609 837379 9# 680732				36#	50563	
39# 91898 7# 891435 ∞ 0 158.77 8# 967609 837379 9# 680732				37#	97071	
7# 891435 ∞ 0 158.77 8# 967609 837379 9# 680732	$\sqrt{3}$	86.96	150.62	38#	126873	104213
∞ 0 158.77 8# 967609 837379 9# 680732				39#	91898	
9# 680732				7#	891435	
	∞	0	158.77	8#	967609	837379
			1000000	9#	680732	

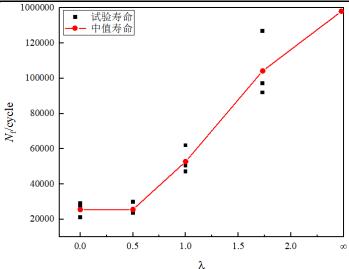


图 2 试验寿命随应力幅比的变化 Fig.2 The variation of test life with stress amplitude ratio

2 失效形式分析

2.1 疲劳裂纹萌生及扩展行为研究

图 3 和图 4(图中 MN 表示最大正应力平面,MSSA 表示最大切应力幅值平面)所示分别为比例加载时不同应力幅比下裂纹萌生和扩展的形态^[10]。图 5 则是试件完全断裂后记录的断裂形式及疲劳断口照片。

对于应力幅比 $\lambda = 0$ 即单轴拉压的情况,试件试验段的表面与界面中间所受应力大小相同,所以试件外表面没有明显裂纹萌生。如图 3 (a) 所示,试件表面出现了一些沿着两个最大切应力幅值方向的"V型皱纹",但这些"皱纹"并没有向试件内部扩展。结合图 4 (a) 和图 5 (a) 可以发现,试件并没有在打磨光滑且直径最小的试验段开裂,而是在直径稍大的非试验段沿着初始缺陷开裂,并且第一次发现裂纹时,裂纹左侧为直线状态,而右侧则是常规裂纹的锯齿状。试件的疲劳源区并不像其余几种加载条件的那样有由于反复摩擦导致的十

105

中国科技论文在线

115

120

125

130

135

分明显的光亮的疲劳源。这说明试件在最大正应力的作用下直接沿着加工的初始缺陷裂开,最后沿着最大正应力方向继续扩展。因此在这种加载条件下引起疲劳破坏的主要作用应力为最大正应力。

对于应力幅比 $\lambda = 0.5$ 的情况,裂纹沿着最大切应力幅值方向从裂纹表面萌生。结合图 4 (b) 和图 5 (b) 可以发现,裂纹在整个扩展的过程中也基本是沿着最大切应力幅值的方向,宏观断口上也能看见相互垂直的两条裂纹,这说明在这种加载条件下,裂纹的萌生与扩展都是由最大切应力幅值控制。

对于应力幅比 $\lambda=1$ 的情况,从图 3(c)中可以看到,裂纹在一点开始沿着两个最大切应力幅值方向萌生,在有一定的长度以后只沿着接近轴向的最大切应力幅值方向继续扩展到图 4(c)的状态。这说明试件在这种加载条件下的疲劳过程都是由最大切应力幅值控制。

对于应力幅比 $\lambda = \sqrt{3}$ 的情况,裂纹萌生的方向大部分沿着最大切应力幅值方向,只在最左侧的一小段沿着最大正应力方向。而裂纹的扩展情况与萌生情况类似,图 4(d)中裂纹的主体部分都是沿着最大切应力幅值方向,裂纹到左侧发生分裂分别沿着最大切应力幅值和最大正应力方向继续扩展。从图中还可以发现裂纹左侧的做大切应力幅值方向与最大正应力方向之间也存在一些裂纹。这说明裂纹扩展在一开始主要由最大切应力幅值控制,到一定长度后由最大切应力幅值和最大正应力共同控制。

对于应力幅比 $\lambda = \infty$ 即纯扭转的情况,裂纹沿着最大切应力幅值方向萌生,扩展到一定长度后,裂纹的一端分裂成两个沿着最大正应力平面方向的裂纹,另一端则是沿着最大切应力幅值和最大正应力方向之间继续扩展。这与 $\lambda = \sqrt{3}$ 的情况类似,也是裂纹扩展的初期由最大切应力幅值控制,一段时间后由最大正应力和最大切应力幅值共同控制。

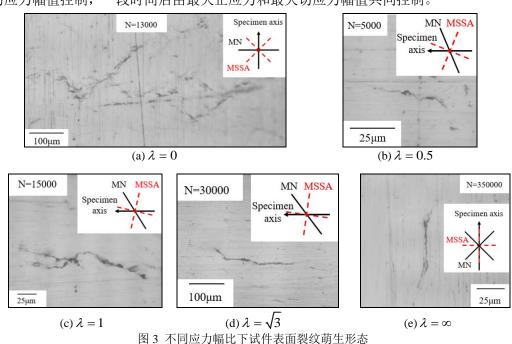
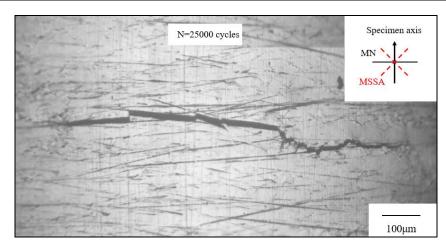
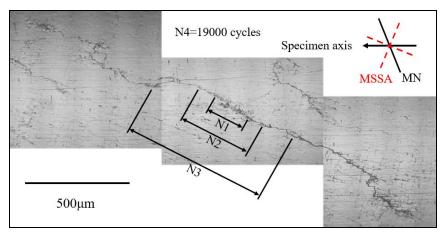


Fig.10 Surface crack initiation morphology of specimens under different stress amplitude ratios

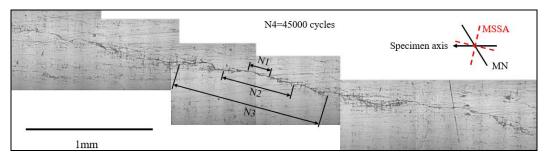




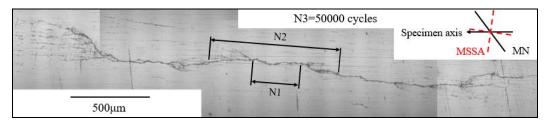
140 (a) $\lambda = 0$



(b) $\lambda = 0.5$

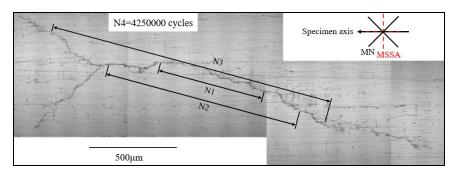


(c) $\lambda = 1$



(d) $\lambda = \sqrt{3}$





(e) $\lambda = \infty$

图 4 不同应力幅比下试件表面裂纹扩展形态

Fig.11 Surface crack propagation morphology of specimens under different stress amplitude ratios



(e) $\lambda = \infty$ 图 5 不同应力幅比下试件的断裂形式

Fig.12 The fracture mode of specimens under different stress amplitude ratios

总体上来讲,对于 Q345 钢,裂纹萌生的方向是沿着最大切应力幅值方向,不会随着应力幅比的变化而变化;而裂纹扩展的方向则与应力幅比有关,除了单轴拉压的情况下试件是

155

中国对技论文在线

沿着加工缺陷扩展裂纹,其余的情况下随着应力幅比的增大,裂纹沿着最大正应力平面扩展的占比也逐渐变大,并且裂纹也不会严格沿着最大切应力幅值平面或最大正应力平面扩展,实际的扩展方向会介于二者之间。

在对表面裂纹进行观测的同时,对不同循环数下的试件表面裂纹扩展长度进行了测量,测量的方式参考文献^[11],不同循环数下试件表面裂纹长度如表 4 所示(应力幅比为 0 的情况由于第一次拍摄到裂纹时已是疲劳末期,因此没有裂纹长度与寿命之间的关系)。

表 4 比例加载时不同应力幅比下裂纹扩展长度与寿命之间的关系

Tab.4 The relationship between crack propagation length and life under different stress amplitude ratios under proportional loading

λ	contents	N1	N2	N3	N4
0.5	cycles (10 ⁴) /L(um)	1/187	1.3/346	1.6/696	1.9/1373
1	cycles (10^4) /L(um)	2/175	3/559	4/1184	4.5/4146
$\sqrt{3}$	cycles (10^4) /L(um)	3/308	4/830	5/2642	6/10000+
∞	cycles (10 ⁴) /L(um)	30/608	35/1114	40/1634	42.5/2389

170

175

180

185

165

从表 4 可以看到, 裂纹长度随寿命的变化总体呈现出先慢后快的趋势。当应力幅比较小时, 裂纹扩展超过 1000um 时试件的寿命就已经达到了总寿命的 80%, 而当应力幅比较大时, 裂纹可以在试件寿命的 70%以前就扩展到 2000mm 以上。结合前面裂纹扩展的分析可知, 当应力幅比变大时, 裂纹扩展的最大切应力幅值平面会越来越接近试件的轴向, 而轴向的裂纹可以扩展很长而不让试件真正断开, 具体可参考图 4(d)和(e)。另一方面, 当应力幅比增大的同时沿最大正应力扩展的裂纹比例会增大, 这也进一步证明了最大正应力不是试件疲劳失效的主要影响因素。

2.2 疲劳裂纹萌生及扩展行为研究

疲劳试件的断口微观分析采用扫描电子显微镜,加速电压为20KV。观察分析上一节中的图5,可以看到每个断口的截面上都有一部分比较光亮的区域,这是由于疲劳裂纹最开始从这里产生,在后续的摩擦中逐渐变得光滑,这部分为试件的疲劳源区;与疲劳源区相邻的部分有很多条纹状特征,这是试件裂纹从表面向内扩展的过程中逐渐形成的,这部分为试件的疲劳扩展区;试件会在裂纹扩展到一定长度后瞬间断裂,而最后断裂的部分试件会发生明显的塑性变形,其特征为试件外表面会失去光泽,而与之相邻的断面部分就是疲劳瞬断区。

下面对此三个区域分别进行微观分析。

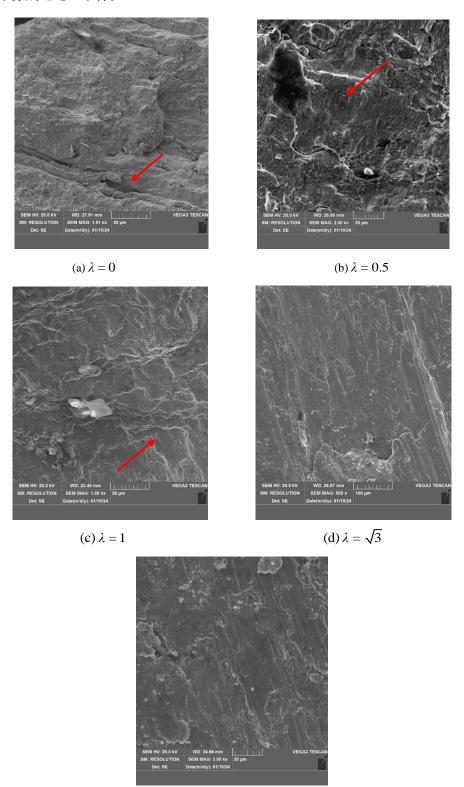
①疲劳源区的特征

不同应力幅比下试件疲劳源区的微观照片如图 6 所示。可以看到,当应力幅比较低($\lambda=0$ 和 $\lambda=0.5$)时,疲劳源区的特征为挤压导致的不规则滑移线,这是裂纹萌生后在交变正应力的作用下形成的。当应力幅比 $\lambda=1$ 时,从图 6(c)可以看到,滑移线发生分层呈现出阶梯状的特征,这是由于在该加载条件下切应力已经足够大,由切应力导致的阶梯状特征与正应力导致的滑移线特征共同存在。当应力幅比继续增大,滑移线特征基本消失,疲劳源区呈现出擦伤特征,一方面这是因为切应力已经占据主导地位,裂纹萌生以后在切应力的作用下反复摩擦;另一方面,结合上一节的分析,应力幅比越大的情况下,试件能承受的裂纹长度越长,因此当应力幅比变大时,裂纹萌生以后经历摩擦作用的时间也会更长,这就导致了疲劳源区

只剩下摩擦痕迹这一个特征。

195

200



(e) $\lambda = \infty$ 图 6 不同应力幅比下疲劳源区微观特征

Fig.6 Microscopic characteristics of fatigue source zone under different stress amplitude ratios

②疲劳扩展区的特征[12]

图 7 为不同应力幅比下疲劳扩展区的微观形貌。当应力幅比 $\lambda=0$ 时,扩展区存在少量

205

210

间距较大的疲劳条带,这是扩展区典型的微观形貌特征。理想情况下,每一条疲劳条带代表着一次循环载荷,因此试件的寿命越短,疲劳条带也就越少,间距也会更大。另外,疲劳条带上存在少量韧窝,这是由于单轴拉压的情况下截面上各个位置的应力大小是相等的,疲劳裂纹不会逐渐向内部一直扩展,而是在达到一定寿命的时候直接发生塑性断裂。当应力幅比 $\lambda=0.5$ 时,疲劳扩展区疲劳条带更加明显,不同疲劳条带之间距离仍然较大,还出现了分层的现象且伴随着挤压摩擦痕迹,这是由于材料内部显微组织(晶粒取向、晶界和第二相质点等)的差异,裂纹扩展可能会由一个平面转移至另一个平面,因此不同区域的疲劳条带有时会分布在高度不同,方向有别的平面上。当应力幅比不继续增大时,疲劳扩展区就有明显的疲劳条带特征,且应力幅比越大,疲劳条带就越密集,对应着疲劳寿命随应力幅比的变大而增加。

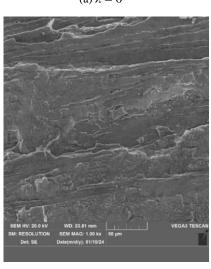
SEM NV. 20 0 kV WD: 22.25 mm VEGA3 TESCAN
SM: RESOLUTION Det: SE Date(m/dy): 61/10/24

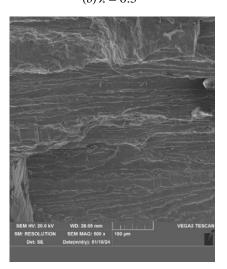
SEM HV. 20 NV WD. 27 40 mm
SM: RESOLUTION SEM MAG: 500 x
Detc SE Date(m/dy): 01/10/24

215

(a) $\lambda = 0$

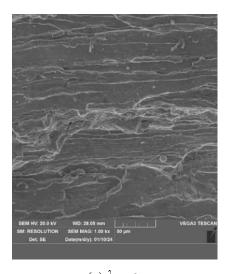
(b) $\lambda = 0.5$





(c) $\lambda = 1$

(d) $\lambda = \sqrt{3}$



220

225

230

(e) $\lambda = \infty$

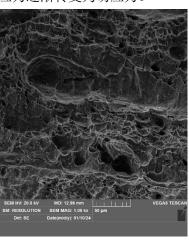
图 7 不同应力幅比下疲劳扩展区微观特征

Fig.7 Microscopic characteristics of fatigue propagation zone

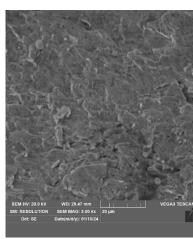
③疲劳瞬断区的特征

在拉扭比例加载下,不同应力幅比下试样疲劳瞬断区的特征如图 8(a)~(e)所示。随着应力幅比的不同,疲劳瞬断区的微观特征并不相同。对于 λ =0 即单拉的情况,如图 8(a)所示,以等轴韧窝为主,等轴韧窝是在正应力作用下形成的,此时显微空洞沿空间三个方向的长大速率相同,在相匹配的断口表面上,韧窝的形状相同,此时的失效形式为拉伸失效;对于 λ =∞即纯扭转的情况,如图 8(e)所示,为剪切韧窝,剪切韧窝是在剪切应力作用下形成的,呈现抛物线状,两个相匹配的断口表面上韧窝拉长方向相反,对应着此时的失效形式为剪切失效。从图 8(b)~(d)可以发现,当应力幅比 λ =0.5时,瞬断区有很多片状特征,这是正应力的挤压导致的;而当应力幅比 λ = $\sqrt{3}$ 时,瞬断区的特征就变为擦伤痕迹,这是切应力的摩擦导致的;最后当应力幅比 λ =1时,瞬断区的特征则是片状特征和摩擦痕迹并存,说明此时正应力和切应力共同作用于断口。总的来说,对于疲劳瞬断区,当应力幅比从 0 增大时,占主导作用的应力由正应力逐渐转变为切应力。

235



(a) $\lambda = 0$



(b) $\lambda = 0.5$

中国科技论文在线

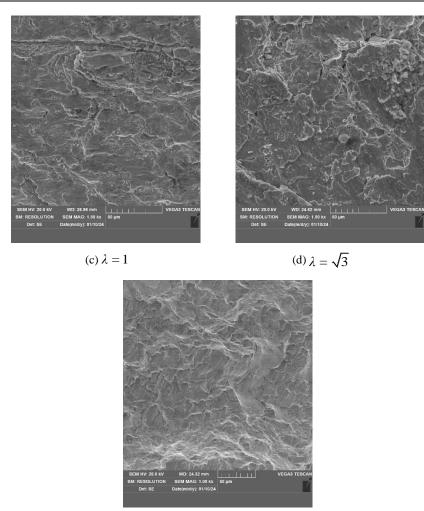


图 8 不同应力幅比下疲劳瞬断区微观特征

Fig.8 Microscopic characteristics of fatigue instantaneous fracture zone under different stress amplitude ratios

(e) $\lambda = \infty$

3 结论

240

245

250

本文针对起重机主梁常用材料 Q345 钢,在恒定等效应力幅值下开展了不同应力幅比的 多轴疲劳试验。得到的结论如下:

- 1) 在相同的等效应力幅值下,试件的疲劳寿命随应力幅比的增加而增加,且应力幅比越大,寿命增大的幅度也越大;
- 2) 观察了不同应力幅比下试件裂纹萌生与扩展过程,发现裂纹总是沿着最大切应力幅值平面萌生,大部分裂纹起始沿着最大切应力幅值平面扩展,后期会沿着最大正应力平面扩展;
- 3)对试件断口进行了宏微观形貌分析,断口有明显的疲劳源区、疲劳扩展区和疲劳瞬断区,由断口的微观形貌特征发现随着应力幅比的增大,试件的疲劳失效从由正应力主导逐渐变为由切应力主导,最后断裂时转变为由正应力主导。

255 [参考文献] (References)

- [1] McDiarmid D L. A general criterion for high cycle multiaxial fatigue failure[J]. Fatigue Fract. Engng. Mater Struct., 1991, 14(4): 429-453
- [2] 王英玉.金属材料的多轴疲劳行为与寿命估算[D].南京航空航天大学, 2005.
- [3] 时新红.拉扭复合加载下 2A12-T4 铝合金高周疲劳失效规律研究[D].北京航空航天大学, 2009.
- [4] 时新红, 张建宇, 鲍蕊, 等. 比例加载下应力幅比对 2A12GT4 疲劳寿命的影响[J].北京 航空航天大学学报,2010,36(8):965-968.
- [5] 张成成.复杂应力场下结构高周疲劳寿命分析[D].南京航空航天大学,2010.
- [6] 中华人民共和国国家标准. 金属材料扭矩控制疲劳试验方法. GB/T12443-2017
- 265 [7] 中华人民共和国国家标准. 金属材料轴向力控制疲劳试验方法. GB/T3075-2008
 - [8] Brown M. W., Miller K. J. A theory for fatigue failure under multiaxial stress-strain conditions[J]. Proc Instn Mech Engrs, 1973187: 745-755.
 - [9] Beer T A. Report UIUC-ENG 84-3606[J]. University of Illinois at Urbana-Champaign, Illinois, 1984.
- [10]Navarro A, Vallellano C, Chaves V, Madrigal C. A microstructural model for biaxial fatigue conditions[J]. International Journal of Fatigue, 2011, 33: 1048-1054.
 - [11]Zhang W,Akid R. Effect of biaxial mean stress on cyclic stress strain response and behavior of short fatigue cracks in a high strength spring steel[J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 1997, 20(2): 167-177.
- 275 [12]钟群朋,赵子华. 断口学 [M]. 北京: 高等教育版社,2006.6: 270-290