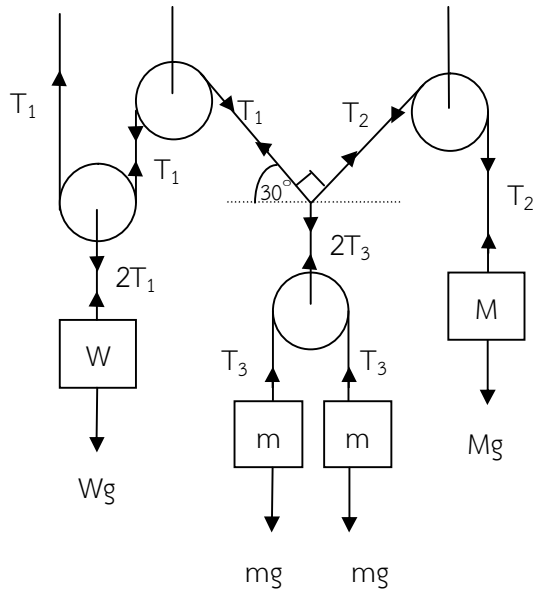


เฉลยส่วนที่ 1 ข้อสอบปรนัย

1. ตอบ ข้อ 4.



ทำการใส่แรงทุกแรงที่จำเป็นให้แก่วัตถุซึ่งอยู่ในสมดุลได้ดังรูป

พิจารณาที่มวล W จะได้ว่า $T_1 = \frac{Wg}{2}$

พิจารณาที่มวล M จะได้ว่า $T_2 = Mg$

พิจารณาที่มวล m (ก้อนใดก็ได้) จะได้ว่า $T_3 = mg$

พิจารณาสมดุล 3 แรงโดยใช้ทฤษฎีของลามีจะได้ว่า

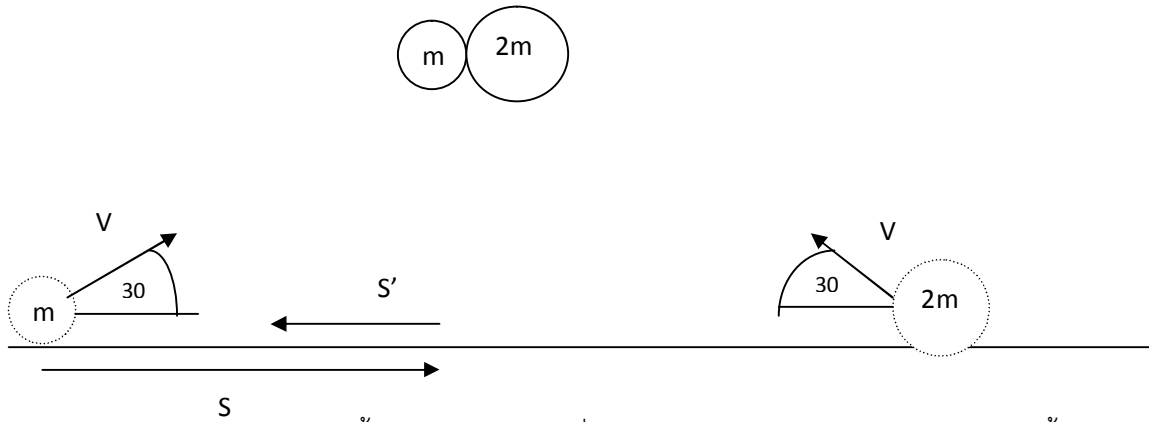
$$\frac{T_1}{\sin 150^\circ} = \frac{T_2}{\sin 120^\circ} = \frac{2T_3}{\sin 90^\circ}$$

$$\frac{Wg}{2\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{Mg}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{2mg}{1}$$

ซึ่งเมื่อจัดรูป จะได้ว่า

$$\frac{M}{m} = \sqrt{3} \quad \text{และ} \quad \frac{W}{M} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

2. ตอบ ข้อ 2.



จากโจทย์จะวาดรูปได้แบบนี้ ณ ตำแหน่งสูงสุดที่ลูกปืนชนกัน จะได้ว่า ไม่มีความเร็วในแนวตั้งฉาก เหลือ แต่ความเร็วในแนวระดับเท่านั้น หาอัตราเร็วของมวลทั้งสองหลังการชน

กฎอนุรักษ์โมเมนตัม :

$$\sum P_1 = \sum P_2$$

$$mv \cos 30^\circ - 2mv \cos 30^\circ = 3mv_2$$

$$v_2 = -\frac{1}{3}v \cos 30^\circ \text{ แสดงว่าเคลื่อนที่ไปทางซ้าย}$$

หาเวลาที่ลูกปืนเคลื่อนที่ :

$$v = u + at$$

$$0 = v \sin 30^\circ + (-10)t \quad (\text{ที่ระยะสูงสุด อัตราเร็วต้องเป็น 0})$$

$$t = \frac{V}{20} \text{ sec}$$

หาระยะ S :

$$S = vt$$

$$S = V \cos 30^\circ \times \frac{V}{20}$$

$$S = \frac{V^2 \sqrt{3}}{40} \text{ m}$$

หาระยะทางที่ลูกปืนหลังชนเคลื่อนที่ได้ : $S' = v_2 t$

$$S' = \frac{1}{3} v \cos 30^\circ \times \frac{V}{20}$$

$$S' = \frac{V^2 \sqrt{3}}{120} \text{ m}$$

ดังนั้น ระยะที่ลูกปืนที่ติดกันมาจะตกห่างจาก ปืนใหญ่ที่ยิงมวล m เท่ากับ

$$\begin{aligned} S - S' &= \frac{V^2 \sqrt{3}}{40} - \frac{V^2 \sqrt{3}}{120} \\ &= \frac{V^2 \sqrt{3}}{60} \text{ m} \end{aligned}$$

3. ตอบ ข้อ 2.

จากโจทย์จะทราบว่าในข้อนี้มีทั้งหมด 3 เหตุการณ์ คือ

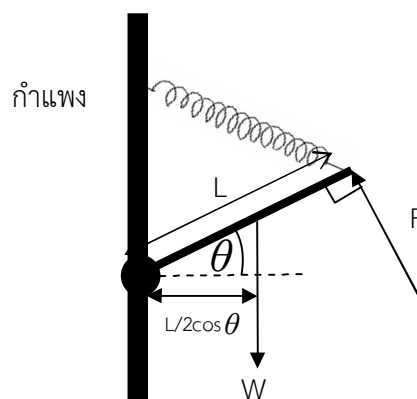
ขั้นแรก มีแรง F กระทำกับแผ่นไม้ (ดังรูป ก)

ขั้นที่สอง ไม่มีแรง F ซึ่งทำให้สปริงถูกยืดออก และแผ่นไม้ลงมาอยู่ในแนวระดับพอดี (ไม่มีรูปวาดเอง)

ขั้นสุดท้าย นำสปริงไปติดกับมวล M (ดังรูป ข)

วิธีทำขั้นแรก หาน้ำหนักของแท่งไม้

เมื่อใส่แรงและตัวแปรต่างๆ ที่จำเป็นต่อการมาคำนวณโมเมนต์ในหลักสมดุลได้ดังรูป



เราต้องหาน้ำหนักของแท่งไม้ W ก่อน

$$\text{จาก } M_{\text{ตาม}} = M_{\text{ทวน}}$$

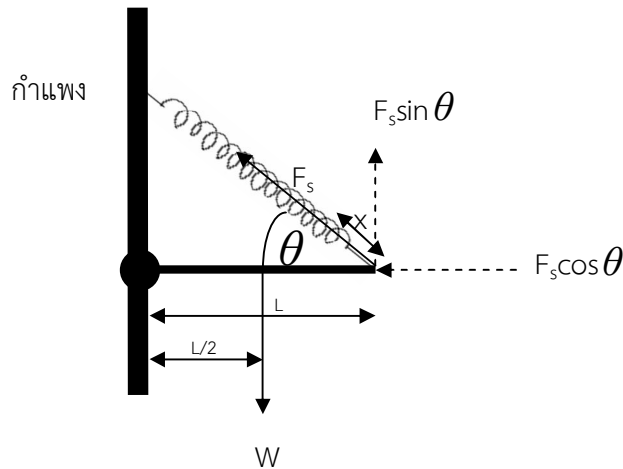
(M = แรงคูณระยะทางที่ตั้งฉากกับแรงจากจุดหมุนถึงแนวแรง)

จะได้
$$W \times \left(\frac{L}{2} \cos \theta\right) = F \times L$$

ดังนั้น
$$W = \frac{2F}{\cos \theta} \quad \text{-----} \star$$

วิธีทำขั้นที่สอง หาค่าคงตัวสปริง

ทำการวาดรูปใส่แรงและตัวแปรต่างๆ ได้ดังนี้



ให้ x คือระยะที่สปริงยืด และ k คือค่าคงตัวของสปริงที่เราต้องการหา

จาก M ตาม = M ทวน

จะได้
$$W \times \frac{L}{2} = F_s \sin \theta = kx \sin \theta$$

ดังนั้น
$$k = \frac{W}{2x \sin \theta}$$

แทนค่า W จาก \star ;
$$k = \frac{2F}{2x \sin \theta \cos \theta}$$

ดังนั้น
$$k = \frac{2F}{x \sin 2\theta} \quad \text{-----} \star$$

(เพียงเท่านี้เราก็จะพอเอาได้แล้วว่าคำตอบน่าจะเป็นตัวเลือกที่2)

วิธีทำขั้นที่สาม คำนวณหามวล M

เมื่อพิจารณารูป ข จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{แรงขึ้น} &= \text{แรงลง} \\ kx &= Mg \quad (\text{สปริงยืด } x \text{ เท่ากัน}) \\ M &= \frac{kx}{g} \end{aligned}$$

เมื่อแทนค่า k จาก ☀ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} M &= \frac{\frac{2F}{x \sin 2\theta} x}{g} \\ &= \frac{2F}{g \sin 2\theta} \end{aligned} \quad \text{Ans}$$

4. ตอบ ข้อ 4.

จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

$K_i = 0$ เพราะวัตถุหยุดนิ่ง

$$U_i = Mgy$$

$$K_f = \frac{1}{2} Mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} Mv^2 + \frac{1}{2} I \left(\frac{v}{R} \right)^2 \quad U_f = 0$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$Mgy = \frac{1}{2} v^2 (M + I/R^2)$$

นำ M หาคancel

$$2gy = v^2 \left(1 + I/(MR^2) \right)$$

$$v = \sqrt{\frac{2gy}{1 + \frac{I}{MR^2}}}$$

ดังนั้นสำหรับทรงกลมตัน

$$v = \sqrt{\frac{2gy}{1 + \frac{\frac{2}{5}MR^2}{MR^2}}} = \sqrt{\frac{10gy}{7}}$$

สำหรับทรงกลมกลวง

$$v = \sqrt{\frac{2gy}{1 + \frac{\frac{2}{3}MR^2}{MR^2}}} = \sqrt{\frac{6gy}{5}}$$

พลังงานจลน์การหมุนหาจาก สมการการอนุรักษ์พลังงาน

$$\frac{1}{2} Mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 = Mgy$$

$$\frac{1}{2} I\omega^2 = Mgy - \frac{1}{2} Mv^2 \quad (1)$$

สรุป ข้อ ก. ถูกต้อง เพราะ $K_f = U_i = Mgy$

ข้อ ข. ผิด เพราะ จากการคำนวณ v ทรงกลมตันมากกว่า v ทรงกลมกลวง

ข้อ ค. ถูกต้อง เพราะ จาก (1) จะพบว่าถ้า v มีค่าน้อย พลังงานจลน์การหมุนจะมีค่ามาก จาก v ทรงกลมตันมากกว่า v ทรงกลมกลวง ดังนั้นพลังงานจลน์การหมุนทรงกลมกลวงมากกว่าทรงกลมตัน

5. ตอบ ข้อ 2.

จาก $\sum F = ma$

จะได้ $f = ma$

จาก $f = \mu_k N = \mu_k mg$ (ใช้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจลน์เพราะวัตถุเคลื่อนที่อยู่)

$\therefore \mu mg = ma$

จะได้ $a = \mu_k g = 4 \text{ m/s}^2$ (ทิศทางตรงข้ามกับ v)

จาก $v = u + at$, $v = 0, u = 16, a = -4$

ทำให้ $t = 4$ วินาที (น้อยกว่าที่โจทย์บอกเพราะหยุดก่อน)

และจาก $s = \left(\frac{v + u}{2} \right) t$

จะได้ $s = 32$ เมตร

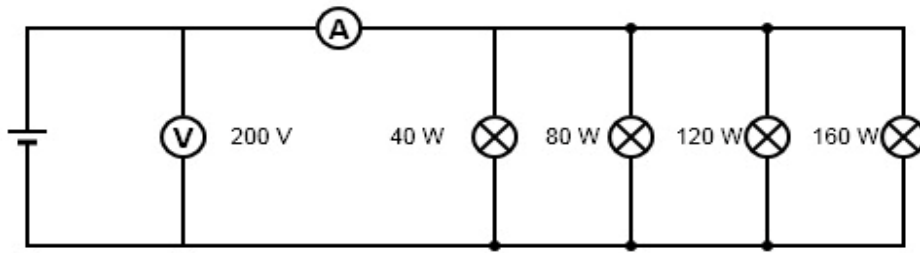
6. ตอบ ข้อ 1.

เนื่องจากวงจรนี้เป็นวงจรไฟฟ้ากระแสตรง ตัวเหนี่ยวนำจะประพฤติตัวเหมือนเส้นลวด (ลัดวงจร) และตัวเก็บประจุจะประพฤติตัวเหมือน วงจรเปิด แสดงว่า R_{AB} ที่ต่อขนานกับตัวเหนี่ยวนำ กระแสไฟฟ้าจะผ่านที่ตัวเหนี่ยวนำเท่านั้น ดังนั้น V_{AB} และ I_{AB} จะมีค่าเท่ากับ 0 จาก $P = IV = I^2 R = V^2 / R$ จะได้ว่า $P_{AB} = I_{AB} \cdot V_{AB} = 0$

ดังนั้น กำลังไฟฟ้าที่คร่อม R_{AB} จะเท่ากับ 0

7. ตอบ ข้อ 3.

หลอดไฟ 20 W กระแสไฟไม่ผ่านเพราะไดโอดกลับด้าน ส่วนหลอดไฟดวงอื่นๆจะต่อกันแบบขนานสามารถเขียนวงจรใหม่ได้ดังนี้



หลอดไฟต่อขนานกันทั้งหมด

รวมกำลังไฟฟ้าทั้งหมดได้เท่ากับ $P_{\text{total}} = 40 + 80 + 120 + 160 = 400 \text{ W}$

จาก $P = IV$ และ $V = 200 \text{ V}$ จะได้ว่า $400 = I \times 200$

$$I = \frac{400}{200}$$

$$I = 2 \text{ A}$$

8. ตอบ ข้อ 4.

หาความขัดของวงจรโดยใช้วิธีจำนวนเชิงซ้อน

จะได้ $Z_{\text{เส้นขาว}} = 6i + (-2i) = 4i$

จะได้ความขัดรวมของวงจรมีค่าเป็น $Z = \frac{\text{ผลคูณ}}{\text{ผลบวก}} = \frac{3(4i)}{3 + 4i} = \frac{48}{25} + \frac{36}{25}i$ โอห์ม

เราจะได้มุมเฟสของ Z คือ $\theta = \arctan\left(\frac{\text{Im}(Z)}{\text{Re}(Z)}\right) = \arctan\left(\frac{36/25}{48/25}\right) = \arctan\left(\frac{3}{4}\right) = 37^\circ$

ดังนั้นตัวประกอบกำลังของวงจรนี้คือ $\cos(\theta) = \cos(37^\circ) = 0.8$

9. ตอบ ข้อ 4.

จากโจทย์ กำลังไฟฟ้า $P = I^2 R$ (กำลังไฟฟ้าไม่เกิดบนตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำ)

ดังนั้น กำลังไฟฟ้าจะสูงสุดได้ก็ต่อเมื่อกระแสสูงสุด \Rightarrow เกิดเรโซแนนซ์

$$\therefore X_L = X_C$$

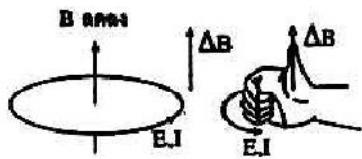
$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\text{จะได้ } \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 1000 \text{ rad/s}$$

$$\therefore f = \frac{1}{2\pi} \text{ KHz}$$

10. ตอบ ข้อ 1.

จากโจทย์สนามแม่เหล็กมีค่าลดลง แสดงว่าทิศของกระแสเหนี่ยวนำในขดลวด ต้องมีทิศทางที่จะก่อให้เกิดสนามแม่เหล็กเพื่อเพิ่มปริมาณสนามแม่เหล็กในขดลวด (ด้านการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์) ดังนั้นทิศของกระแสเหนี่ยวนำในขดลวดเป็นดังนี้



ดังนั้น แรงเคลื่อนไฟฟ้าต้องมีทิศวนเข็มนาฬิกา และอิเล็กตรอนเคลื่อนที่ในทิศที่สวนทางกับแรงเคลื่อนไฟฟ้าคือ ทิศตามเข็มนาฬิกา

11. ตอบ ข้อ 2.

จากกฎการอนุรักษ์พลังงานที่ไม่มีแรงภายนอกกระทำ

$$\begin{aligned}K_2 - K_1 &= W_{1-2} \\ \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 &= -mgh \\ v^2 - u^2 &= -2gh \\ h &= \frac{u^2 - v^2}{2g}\end{aligned}$$

12. ฟรี

กำหนดให้ปล่อย M1 จากความสูง H

$$(M1)gH = \left(\frac{1}{2}\right)(M1)(V1)^2$$

$$V1 = \sqrt{2gH}$$

ตอน M1 ชน M2

ชนกัน
 $(M1)(V1) = (M1 + M2)(Va)$ โดยสมมติให้ Va เป็นความเร็วขณะวัตถุทั้งสอง

$$Va = \frac{(M1)(V1)}{M1+M2}$$

พลังงานหลังชนจึงมีค่า

$$E = \left(\frac{1}{2}\right) (M1 + M2)(Va)^2$$

แทนค่า $Va = \frac{(M1)(V1)}{M1+M2}$ จะได้ว่า

$$E = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)(M1V1)^2}{M1+M2}$$

แทนค่า $V1 = \sqrt{2gH}$ จะได้

$$E = \frac{(M1)^2 gH}{M1+M2}$$

ณ ยอดวงแหวน

$$\sum F = 0$$

$$\frac{(M2)(V2)^2}{R} - (M2)g = 0$$

$$V2 = \sqrt{Rg}$$

พลังงานที่ทำให้มวล $M2$ วนได้ครบรอบวงแหวน

$$E = \left(\frac{1}{2}\right) (M2)(V2)^2 + (M2)g(H2)$$

นำค่า V_2 และ $H_2 = 2R$ แทนลงในสมการ E ได้

$$E = \left(\frac{1}{2}\right) M_2 R g + 2((M_2)gR)$$

$$E = \left(\frac{5}{2}\right) (M_2)gR$$

แทนค่า $E = \frac{(M_1)^2 gH}{M_1 + M_2}$ จะได้

$$\frac{(M_1)^2 gH}{M_1 + M_2} = \left(\frac{5}{2}\right) (M_2)gR$$

ย้ายข้างสมการจะได้ค่า H ออกมาดังนี้

$$H = \frac{5(M_1 + M_2)(M_2)R}{2(M_1)^2}$$

แทนค่า H ในสมการโปรเจกไทล์ในแกน y ได้

$$H = \left(\frac{1}{2}\right) g t^2$$

$$t = \sqrt{2gH}$$

หาความเร็วของมวล M_2 ได้จาก $E = \left(\frac{5}{2}\right) (M_2)gR$ จะได้ว่า

$$\left(\frac{1}{2}\right) (M_2)v^2 + \left(\frac{1}{2}\right) I\omega^2 = \left(\frac{5}{2}\right) (M_2)gR$$

$$(M_2)v^2 = \left(\frac{5}{2}\right) (M_2)gR$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right) gR}$$

แทนค่า t และ v ในสมการโปรเจกไทล์ในแกน x ได้

$$S = vt$$

$$S = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right) gR} \sqrt{2gH}$$

$$S = \sqrt{\frac{5gRg\left(\frac{5}{2}\right)(M_1+M_2)(M_2)R}{(M_1)^2}}$$

$$S = \frac{5gR\sqrt{\frac{M_2(M_1+M_2)}{2}}}{M_1}$$

13. ตอบ ข้อ 1.

หาความเข้มข้นของ $[\text{OH}^-]$ ของสารแต่ละตัว

$$\text{ก. } \% = \frac{[\text{OH}^-] \times 100}{C} \rightarrow 0.02 = \frac{[\text{OH}^-] \times 100}{0.1} \rightarrow [\text{OH}^-] = 2 \times 10^{-5} \text{ mol/dm}^3$$

$$\text{ข. } [\text{OH}^-] = [\text{YOH}] = \frac{0.0029 \text{ g}}{5 \text{ dm}^3} = \frac{58 \times 10^{-5} \text{ mol}}{58 \text{ dm}^3} = 1 \times 10^{-5} \text{ mol/dm}^3$$

$$\text{ค. } [\text{OH}^-] = \sqrt{k_b C} = \sqrt{1.6 \times 10^{-7} \times 0.25} = \sqrt{4 \times 10^{-8}} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol/dm}^3$$

สารละลายที่มี ความเข้มข้นของ $[\text{OH}^-]$ มากกว่า จะมี pH มากกว่า ดังนั้น pH ของ ค > ก > ข

14. ตอบ ข้อ 1.

ก. ถูกต้อง เนื่องจากการคิดเลขออกเทนในน้ำมันเบนซินคิดจากสมบัติในการเผาไหม้ของน้ำมันนั้นว่า เหมือนกับน้ำมันเบนซินที่ประกอบด้วยไอโซออกเทนก็ส่วนใน 100 ส่วน

จากโจทย์ ไอโซออกเทน 21 ส่วนใน 25 ส่วน (21 ส่วนจากไอโซออกเทนรวมกับ 4 ส่วนเฮปเทน)

จะได้เป็น $(21/25) \times 100 = 84$ น้ำมันเบนซินนี้จึงมีเลขออกเทนเท่ากับ 84

ข. ผิด สารใส่เพิ่มลงไปในแก๊สหุงต้ม เพื่อให้เราได้กลิ่นเมื่อแก๊สรั่ว คือ สารประกอบอินทรีย์ของกำมะถันที่ เรียกว่า ethylmercaptan ($\text{C}_2\text{H}_5\text{SH}$)

ค. ค. ผิด พอลิยูรีเทนเป็นพลาสติกที่ใช้ทำเบาะเก้าอี้ เป็นเทอร์โมเซตติงพลาสติก ไม่ใช่เทอร์โมพลาสติก

ง. ผิด LDPE ไม่สามารถใช้บรรจุแชมพูได้ เพราะไม่ทนต่อสารเคมีเหมือน HDPE

15. ตอบ ข้อ 4.



เนื่องจากกิ่งก้านสาขาที่แตกออกไปทำให้ไม่สามารถจัดเรียงโซ่พอลิเมอร์ให้ชิดกันได้มากพอลิเมอร์แบบกิ่งจึงมีความหนาแน่นต่ำ

พอลิเมอร์แบบกิ่ง(Branched Polymer)เป็นพอลิเมอร์ที่เกิดจากมอนอเมอร์ยึดกันแตกกิ่งก้านสาขา มีทั้งโซ่สั้นและโซ่ยาว กิ่งที่แตกออกจากพอลิเมอร์ของโซ่หลักทำให้ไม่สามารถจัดเรียงโซ่พอลิเมอร์ให้ชิดกันได้มาก พอลิเมอร์แบบกิ่งจึงมีความหนาแน่นและจุดหลอมเหลวต่ำยืดหยุ่นได้ ความเหนียวต่ำ โครงสร้างเปลี่ยนรูป ได้ง่ายเมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้น กล่าวคือ เมื่อร้อนจะอ่อนตัวและเมื่อเย็นลงจะแข็งตัว ตัวอย่าง เช่น พอลิเอทิลีน(PE)

16. ตอบ ข้อ 2.

ข้อที่ถูกคือข้อ ก ค และ ง

ก. ถูกต้อง ข้อนี้การพิจารณาความเป็นกรด เราต้องพิจารณาจากการให้โปรตอน (H^+)

คุณสมบัติของกรดที่ดีคือเป็นตัวจ่ายโปรตอนที่ดี ดังนั้นในข้อนี้ให้เราดูว่าสารประกอบใดทำหน้าที่เป็นตัวจ่ายโปรตอนที่ดีที่สุด ก็จะมีความเป็นกรดมากที่สุดเช่นกัน

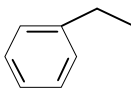
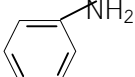
โดย $\begin{array}{c} \text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{COOH} \\ | \\ \text{NH}_2 \end{array}$ เป็นสารประกอบที่เป็นกลาง จึงมีความเป็นกรดน้อยที่สุด

สารที่เหลือให้ดูจากตำแหน่งของ Cl โดย Cl เป็นธาตุหมู่ 7 มีค่า EN สูง มีคุณสมบัติเป็นตัวรับ e^- ที่ดี ดังนั้นยิ่ง Cl เกาะอยู่ในตำแหน่งที่ใกล้หมู่ $-\text{COOH}$ เท่าไร ความเป็นกรดยิ่งมีมากเท่านั้น เพราะ Cl จะไปดึงกลุ่มหมอก e^- ทำให้โปรตอนสามารถหลุดง่ายมากขึ้น

ข. ผิด เพราะเรียงลำดับความเป็นกรดไม่ถูกต้อง

ค. ถูกต้อง เพราะ หมู่ $-\text{CONH}_2$ มีจุดเดือดสูงสุด รองลงมาเป็นหมู่ $-\text{COOH}$ ตามด้วยหมู่ $-\text{OH}$ ซึ่งสารประกอบที่มีหมู่ฟังก์ชันเดียวกันให้พิจารณามวลของสารประกอบ เพราะสารประกอบที่ทำพันธะโคเวเลนต์จุดเดือดจะขึ้นตามมวล ดังนั้น ยิ่งมีมวลมาก จุดเดือดยิ่งสูงมาก

ง. ผิด เพราะ จริงๆแล้วจุดเดือดของ $\text{CH}_3=\text{C}(\text{CH}_3)\text{CH}_3 < \text{CH}_3\text{CH}=\text{CHCH}_3$ วิธีการพิจารณาคือ โครงสร้างแบบเส้นแข็งแรงกว่าโครงสร้างแบบกิ่ง ทำให้มีสารประกอบที่มีโครงสร้างแบบเส้นมีจุดเดือดสูงกว่าโครงสร้างแบบกิ่ง

จ. ผิด เพราะ  NH_2 เป็นเบส จริงๆแล้วตัวที่ยกเว้นของหมู่แอมีน คือ 

ซึ่งมีคุณสมบัติเป็นกลาง ดังนั้นข้อนี้จริงๆต้องตอบว่าชั้นคลอโรฟอร์มพบสาร B และชั้นน้ำพบสาร A เนื่องจากข้อนี้ละลายคือ HCl ดังนั้นสารประกอบที่พบในชั้นน้ำจึงต้องเป็นสารประกอบที่มีคุณสมบัติเป็นเบสเท่านั้น

- ฉ. ถูกต้อง เพราะ การที่สาร X สามารถทำปฏิกิริยากับ I_2 ใน CCl_4 2 โมลทั้งในที่มืดและที่สว่างมีความหมายว่าสาร X ต้องมีพันธะคู่สองตำแหน่ง หรือไม่มีพันธะสามหนึ่งตำแหน่งแน่นอน ในประโยคถัดมาบอกว่า สาร X สามารถทำปฏิกิริยากับเมทานอล(แอลกอฮอล์) ได้สารที่มีกลิ่นหอมหมายความว่าสาร X ต้องเป็นสารประกอบพวงกรดคาร์บอกซิลิก และสารที่มีกลิ่นหอมคือสารประกอบพวงเอสเทอร์ ซึ่งสูตรของสารประกอบนั้นถูกต้องแล้ว
- ช. ผิด เพราะจริงๆแล้วถ้าเรียงลำดับการละลายน้ำต้องเป็น $CH_3COOH > CH_3CH_2COOH$ เพราะการละลายน้ำเราดูที่ส่วนที่มีขั้ว ซึ่งน้ำเป็นสารประกอบที่มีขั้ว ดังนั้นสารประกอบที่จะละลายน้ำได้ต้องเป็นสารประกอบที่มีขั้ว หรือเป็นสารประกอบที่ส่วนที่มีขั้วมีมากกว่าส่วนที่ไม่มีขั้ว การพิจารณาจึงดูสารประกอบที่มี C น้อยกว่าจะละลายน้ำได้ดีกว่า เพราะถ้ามี C มากๆ ส่วนไม่มีขั้วจะมีเยอะเกินไปจนทำให้สารประกอบนั้นไม่สามารถละลายน้ำได้

17. ตอบ ข้อ 4.

กำหนดให้ $rate = k[A]^m[B]^n$

หา m แทนค่าผลการทดลองที่ 2 หาดด้วย ผลการทดลองที่ 1

$$\frac{1.8 \times 10^{-6}}{2.0 \times 10^{-7}} = \left[\frac{3.00 \times 10^{-4}}{1.00 \times 10^{-4}} \right]^m \left[\frac{2.00 \times 10^{-4}}{2.00 \times 10^{-4}} \right]^n$$

$$9 = 3^m 1^n \rightarrow 3^m = 3^2 \rightarrow m = 2$$

หา n แทนค่าผลการทดลองที่ 5 หาดด้วย ผลการทดลองที่ 1

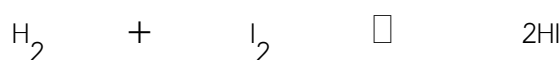
$$\frac{6.0 \times 10^{-6}}{2.0 \times 10^{-7}} = \left[\frac{1.00 \times 10^{-4}}{1.00 \times 10^{-4}} \right]^m \left[\frac{6.00 \times 10^{-4}}{2.00 \times 10^{-4}} \right]^n$$

$$3 = 1^m 3^n \rightarrow 3^n = 3^1 \rightarrow n = 1$$

ดังนั้นอันดับรวม = $m+n = 2+1 = 3$

18. ตอบ ข้อ 5.

จากปฏิกิริยา เขียนสมการได้ดังนี้



เริ่มต้น (M)	$\frac{6 \text{ mol}}{2 \text{ dm}^3} = 3$	$\frac{6 \text{ mol}}{2 \text{ dm}^3} = 3$	0
เปลี่ยนไป (M)	-2	-2	+4
สมดุล (M)	1	1	4

$$\text{คำนวณค่าคงที่ของสมดุล } k = \frac{[\text{HI}]^2}{[\text{H}_2][\text{I}_2]} = \frac{[4]^2}{[1][1]} = 16$$

รบกวนสมดุลด้วยการเติม HI 6 M ดังนั้นเกิดสมดุลย้อนกลับ

	H_2	+	I_2	\rightleftharpoons	2HI
เริ่มต้น (M)	1		1		$4+6=10$
เปลี่ยนไป (M)	+x		+x		-2x
สมดุล (M)	$1+x$		$1+x$		$10-2x$
คำนวณ	k ใหม่ = k เดิม				

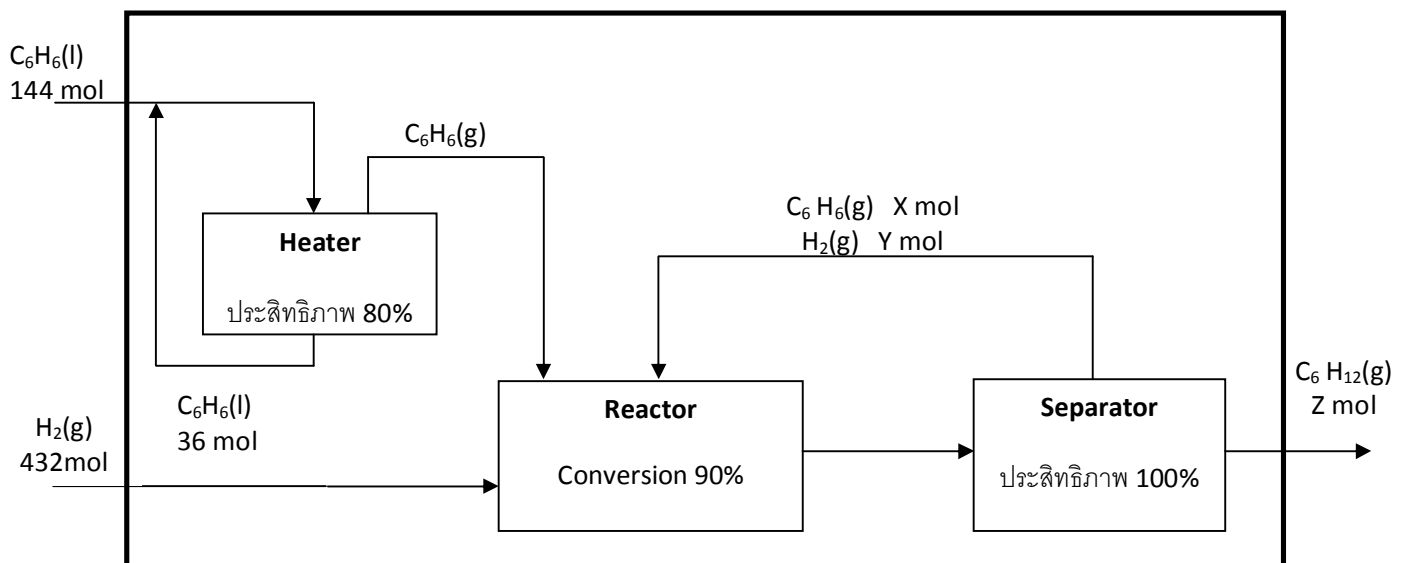
$$\frac{[\text{HI}]^2}{[\text{H}_2][\text{I}_2]} = 16 \rightarrow \frac{[10-2x]^2}{[1+x][1+x]} = 16 \rightarrow \left(\frac{10-2x}{1+x} \right)^2 = 16 \rightarrow \frac{10-2x}{1+x} = 4$$

$$10 - 2x = 4 + 4x \rightarrow x = 1$$

ดังนั้นที่สมดุลใหม่มี HI = $10 - 2(1) = 8 \text{ M}$

แต่ถ้าแก๊สบรรจุอยู่ในภาชนะ 2 ลิตร ดังนั้น มี HI = $2 \times 8 = 16 \text{ mol}$

19. ตอบ ข้อ 1.



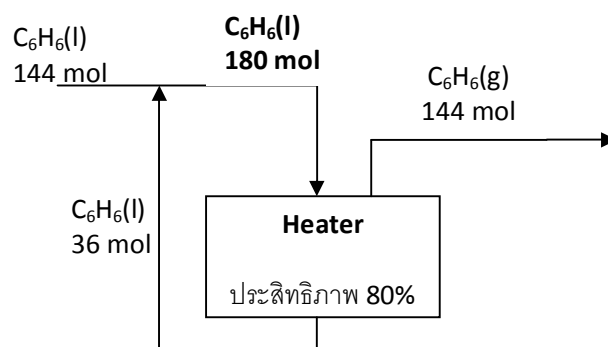
พิจารณาที่สภาวะคงตัว (Steady State) คือ มวลที่เข้าสู่กระบวนการมีค่าๆเท่ากับมวลที่ออกจากกระบวนการ

เพราะฉะนั้น มวลเบนซีน + มวลไฮโดรเจน = มวลเฮกเซน

$$144 \times 78 + 432 \times 2 = Z \times 84$$

$$Z = 144 \text{ mole}$$

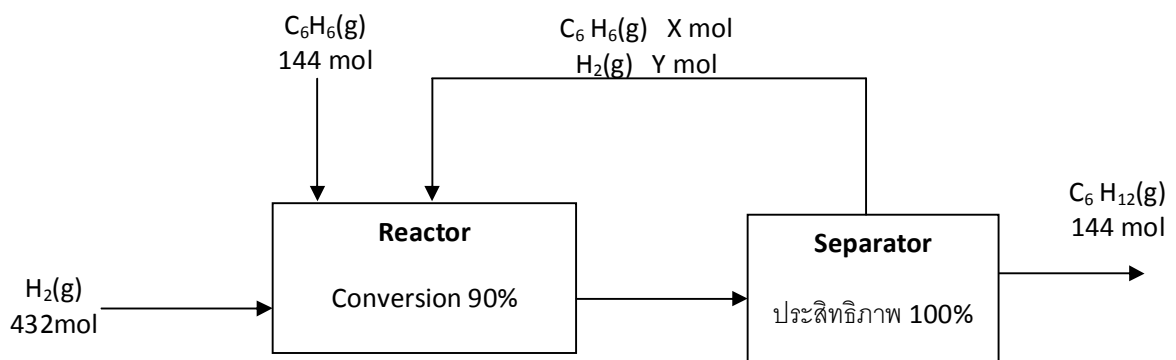
พิจารณาที่ Heater



จาก ประสิทธิภาพที่ Heater = $\frac{C_6H_6(g)out}{C_6H_6(l)in}$

ปริมาณโมลที่ออก = $0.9 \times \text{ปริมาณโมลที่เข้า}$
 = $0.9 \times (144 + 36)$
 = 144 mole

พิจารณาที่ Reactor



พบว่าสารที่เข้าสู่ Reactor มี

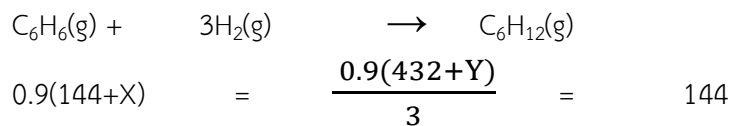
1.เบนซีน $144 + X$ mol : Conversion = 0.9

เบนซีนที่เกิดปฏิกิริยา คือ $0.9(144+X)$

2.ไฮโดรเจน $432 + Y$ mol : Conversion = 0.9

ไฮโดรเจน ที่เกิดปฏิกิริยา คือ $0.9(432+Y)$

เพราะฉะนั้น จากสมการการเกิดปฏิกิริยาเคมี



แก้สมการจะได้ $X = 16$ mole $Y = 48$ mole

เพราะฉะนั้น $X + Y + Z = 16 + 48 + 144 = 208$

20. ตอบ ข้อ 4.

จากที่โจทย์ให้กำลังของเครื่องทำความร้อนมา 50 kW และทำงานเป็นเวลา 40 วินาที
จะได้ว่าความร้อนมีค่าเท่ากับ

$$Q_{\text{ที่ได้จากเครื่องทำความร้อน}} = (50 \text{ kJ/s}) \times (40 \text{ s}) = 2,000 \text{ kJ}$$

ความร้อนทั้งหมดถูกนำไปใช้ในการเพิ่มอุณหภูมิของน้ำ (รวมถึงอาจใช้ในการทำให้น้ำกลายเป็นไอดีด้วย)

ในการที่จะทำให้น้ำมีอุณหภูมิเป็น 100°C ได้ จะต้องใช้ความร้อน

$$Q_{\text{เพิ่มอุณหภูมิ}} = mc\Delta T = (5 \text{ kg})(4.2 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K})(100 - 25^\circ\text{C}) = 1,575 \text{ kJ}$$

ซึ่งความร้อนที่เกิดจากเครื่องทำความร้อนนั้นมากกว่าที่ถูกนำไปใช้เพิ่มอุณหภูมิของน้ำ

ดังนั้น ความร้อนส่วนที่เหลือจะถูกนำไปใช้ทำให้น้ำระเหยเป็นไอน้ำถ้า น้ำทั้งหมดระเหยเป็นไอน้ำจะต้องใช้ความร้อน

$$Q_{\text{ระเหย}} = mL = (5 \text{ kg})(2,256 \text{ kJ/kg}) = 11,280 \text{ kJ}$$

ซึ่งความร้อนที่เหลือมีเพียง 425 kJ เท่านั้น (มาจาก $2,000 - 1,575$ kJ) ซึ่งสามารถทำให้น้ำกลายเป็นไอดีเพียงบางส่วนเท่านั้น ในการระเหยของน้ำนั้นเกิดขึ้นที่อุณหภูมิคงที่ที่ 100°C ดังนั้น อุณหภูมิสุดท้ายของระบบ จึงมีค่าเท่ากับ 100°C

21. ตอบ ข้อ 5.

$$\text{จำนวนโมลของแก๊ส} = PV / RT$$

$$= (2)(1.0) / (0.08)(500)$$

$$= 0.05 \text{ mol} \quad **$$

- เมื่อแผ่นกั้นห้องขาด ห้องด้านขวาเป็นสุญญากาศ ($P = 0$) แก๊สจึงขยายตัวอย่างอิสระ (ไม่มีแรงต้านการขยายตัว) นั่นคือ $W = 0$ (เพราะ $W = -P\Delta V$ แล้ว $P = 0$) $**$

- แก๊สได้รับความร้อน 30 J นั่นคือ $Q = +30 \text{ J}$

$$\Delta U = Q + W \quad * W = 0, Q = 30 \text{ J}$$

$$= 30$$

- จาก $PV = nRT = \frac{1}{3}NMv^2$

$$= \frac{2}{3} NE_K$$

$$= \frac{2}{3} U$$

ดังนั้น

$$nR\Delta T = \frac{2}{3} \Delta U \quad \text{หรือ} \quad \Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T$$

- จาก $\Delta U = 30 \text{ J}$ จะได้ว่า $\frac{3}{2} nR\Delta T = 30$

$$\frac{3}{2} (0.05)(R) \Delta T = 30$$

$**$ แปลงหน่วยค่า R จาก $R = 0.08 \text{ L atm/mol K}$ * $1 \text{ L} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}^3$, $1 \text{ atm} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$

$$R = 0.08 (0.001 \text{ m}^3)(1 \times 10^5 \text{ Pa})/\text{mol K}$$

$$R = 8.0 \text{ J/mol K}$$

แทนค่า R $\frac{3}{2} (0.05)(8) \Delta T = 30$

$$\Delta T = 50 \text{ K} \quad \rightarrow \quad T_2 = 500 + 50 \text{ K} = 550 \text{ K} \quad **$$

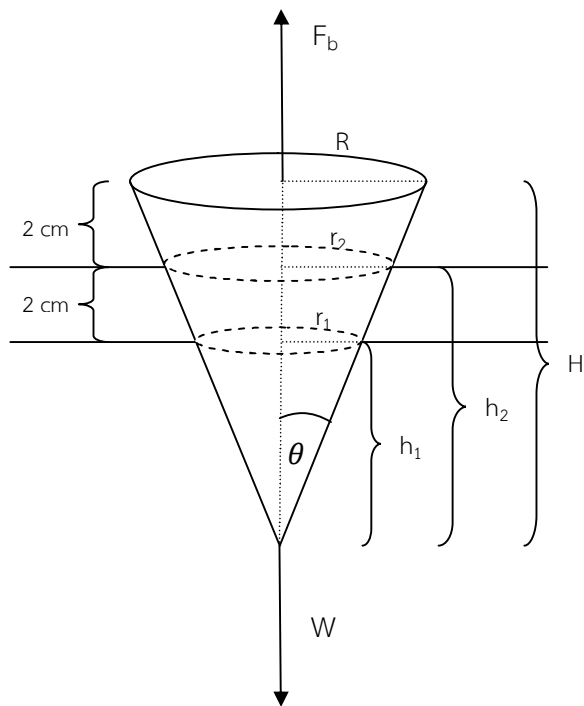
- หลังการขยายตัวจนเต็มภาชนะแก๊สมี $V = 2.0 \text{ L}$ และ $T = 550 \text{ K}$

$$P_1V_1 / T_1 = P_2V_2 / T_2$$

$$(2)(1) / 500 = P_2(2) / 550$$

$$P_2 = 1.1 \text{ atm} \quad **$$

22. ตอบข้อ 4



จากสมดุลแรง

$$\sum F = 0 = W - F_b$$

$$W = m_{\text{กรวย}} g = \rho_{\text{กรวย}} V_{\text{กรวย}} g$$

$$F_b = \rho_1 V_1 g + \rho_2 V_2 g$$

$$W = F_b$$

$$\rho_{\text{กรวย}} V_{\text{กรวย}} g = \rho_1 V_1 g + \rho_2 V_2 g$$

$$V_{\text{กรวย}} = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi (r_2^2 h_2 - r_1^2 h_1)$$

แทนค่า $V_{\text{กรวย}}$, V_1 และ V_2 ลงในสมการสมดุลแรงแล้วจัดรูปจะได้

$$\rho_{\text{กรวย}} R^2 H = \rho_1 r_1^2 h_1 + \rho_2 (r_2^2 h_2 - r_1^2 h_1)$$

$$\rho_{\text{กรวย}} R^2 H = (\rho_1 - \rho_2) r_1^2 h_1 + \rho_2 r_2^2 h_2$$

หาความสัมพันธ์ระหว่าง r_1 , r_2 และ R

$$\frac{r_1}{h_1} = \frac{r_2}{h_2} = \frac{R}{H}$$

$$r_1 = \frac{R}{H} h_1, \quad r_2 = \frac{R}{H} h_2, \quad H \tan \theta = R$$

จัดรูปสมการและแทนค่า

$$r_{\text{กรวย}} H^3 \tan^2 \theta = (r_1 - r_2) h_1^3 \tan^2 \theta + r_2 h_2^3 \tan^2 \theta$$

$$r_{\text{กรวย}} = (r_1 - r_2) \frac{h_1^3}{H^3} + r_2 \frac{h_2^3}{H^3}$$

$$r_{\text{กรวย}} = (1000 - 800) \frac{6^3}{10^3} + (800) \frac{8^3}{10^3} = 452.8 \text{ kg/m}^3$$

23. ตอบ ข้อ 1.

แนวคิด พิจารณาจุด 2 จุดโดยจุดที่ 1 คือบริเวณผิวน้ำของแท่งและจุดที่ 2 คือบริเวณที่ปลายของท่อ
จากสมการแบร์นูลลี

$$P_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

ที่จุด 1 ความดัน $P_1 = P_a$, $h_1 = 10 \text{ m}$, $v_1 = 0 \text{ m/s}$ (เพราะพื้นที่ของแท่งน้ำใหญ่กว่าพื้นที่หน้าตัดของท่อน้ำมาก
เราจึงประมาณให้ความเร็วของน้ำด้านนอกท่อเป็น 0 ได้)

ที่จุด 2 ความดัน $P_2 = P_a$, $h_2 = 0 \text{ m}$, $v_2 = ? \text{ m/s}$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$P_a + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho (0)^2 = P_a + \rho g (0) + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{2gh_1}$$

หาเวลาในการเอาน้ำออกจากแท่ง

จากสมการอัตราไหล

$$Q = \frac{V}{t} = Av$$

$$t = \frac{V_{\text{แท่ง}}}{A_{\text{ท่อ}} v_2}$$

$$t = \frac{(0.5)(0.5)(0.5)}{2 \times 10^{-4} \sqrt{(2)(10)(10)}} = \frac{1000}{16\sqrt{2}} = \frac{125}{2\sqrt{2}} \text{ วินาที}$$

24. ตอบ ข้อ 1.

พิจารณาที่ระดับความสูง A

$$P_1 = P_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$$

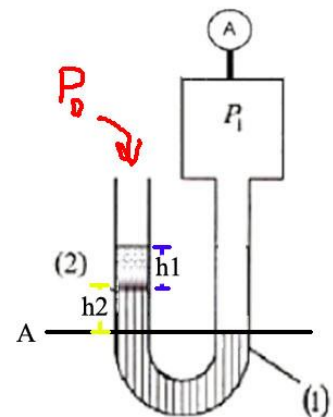
$$P_1 = 10^5 + (6.0 \times 10^3)(10)(7 - 4) + (3.0 \times 10^3)(10)(4)$$

$$P_1 = 400 \text{ kPa}$$

ความดันที่มาตรวัดอ่านได้เท่ากับ

$$P_{gauge} = P_1 - P_{air}$$

$$P_{gauge} = 400 \text{ kPa} - 100 \text{ kPa} = 300 \text{ kPa}$$



25. ตอบ ข้อ 3.

แก้สมการ ; $2 \cdot 10^x - 10 \cdot 2^x - 5^x + 5 = 0$

จัดรูป ; $(2 \cdot 2^x \cdot 5^x - 10 \cdot 2^x) - (5^x - 5) = 0$

$$2 \cdot 2^x (5^x - 5) - (5^x - 5) = 0$$

ดึงตัวร่วม ; $(2 \cdot 2^x - 1)(5^x - 5) = 0$

$$2 \cdot 2^x - 1 = 0 \quad , \quad 5^x - 5 = 0$$

$$2^x = \frac{1}{2} \quad , \quad 5^x = 5$$

$$\therefore x = -1, 1$$

ไม่ว่าจะกำหนดค่า $m=1, n=-1$ หรือ $m=-1, n=1$ จะได้ค่าของ $|m-n|$ ออกมาเท่ากับ 2

$$\therefore (|m-n|)^3 = 2^3 = 8$$

26. ตอบ ข้อ 2.

จากความสัมพันธ์ $\log_3 a = 1$ จะได้ว่า $a = 3$

$$\log_3 (a^2 c) = 2 \log_3 a + \log_3 c = 1$$

แทนค่า $a=3$ ในสมการข้างต้นจะได้ว่า $2 \log_3 3 + \log_3 c = 1$

$$2(1) + \log_3 c = 1$$

$$\log_3 c = -1$$

$$c = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

แทนค่า $a=3$, $c=\frac{1}{3}$ ในสมการ $a^2bc^2 = 9$

$$(3)^2 b \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 9$$

$$b = 9$$

$$\begin{aligned}\therefore \log_3(abc) &= \log_3 \left[3 \cdot 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \right] \\ &= \log_3 9 \\ &= 2\end{aligned}$$

27. ตอบ ข้อ 3.

ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชัน $y = ax + c$ มีสูตรทั่วไปคือ

$$\sum y = a \sum x + nb, \sum xy = a \sum x^2 + b \sum x$$

จาก

$$\sum x = 20, \sum y = 60, \sum xy = 100, \sum x^2 = 30$$

แก้สมการ $a = 2$, $b = 2$

$$\therefore y = 2x + 2$$

ถ้านักเรียนคนหนึ่งได้คะแนนฟิสิกส์ 5 คะแนน $x = 5$ นักเรียนคนนั้นจะได้คะแนนคณิตศาสตร์ 12

คะแนน

28. ตอบ ข้อ 2.

สมมติให้พี่น้อง 4 คนมีน้ำหนัก A, A, B, C

ฐานนิยมมีค่า 40 นั่นหมายความว่า $A=40$

$$\text{มัธยฐานมีค่า 41 นั่นหมายความว่า } \frac{A+B}{2} = 41 \rightarrow 40 + B = 82 \rightarrow B = 42$$

$$\text{พิสัยมีค่า 6 นั่นหมายความว่า } C - A = 6 \rightarrow C - 40 = 6 \rightarrow C = 46$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i}{4} = \frac{40 + 40 + 41 + 46}{4} = 42$$

$$\text{ความแปรปรวน คือ } S^2 = \frac{\sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2}{4} = \frac{2^2 + 2^2 + 0 + 4^2}{4} = \frac{24}{4} = 6$$

29. ตอบ ข้อ 3

$$\text{จาก } \cos\theta - \sin\theta = \frac{1}{5}$$

$$\sin\theta = \cos\theta - \frac{1}{5}$$

$$\text{จาก } \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\text{แทนค่า}\sin\theta\text{ใน}\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$(\cos\theta - \frac{1}{5})^2 + \cos^2\theta = 1$$

$$2\cos^2\theta - \frac{2}{5}\cos\theta - \frac{24}{25} = 0 \quad \text{คูณ}\frac{25}{2}\text{ตลอดทั้งสมการ}$$

$$25\cos^2\theta - 5\cos\theta - 12 = 0$$

$$(5\cos\theta - 4)(5\cos\theta + 3) = 0$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{4}{5}, -\frac{3}{5} \quad \text{แต่}\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$$

$$\text{ดังนั้น}\cos\theta = \frac{4}{5}$$

$$\text{แทนค่า}\cos\theta\text{ใน}\sin\theta = \cos\theta - \frac{1}{5}$$

$$\text{ดังนั้น}\sin\theta = \frac{3}{5}$$

$$\text{ดังนั้น } 25\sin\theta\cos\theta = 12$$

30. ตอบ ข้อ 2.

เส้นสัมผัสของ f ที่จุด $x = 2$ คือ $y = 5x - 1$ ดังนั้น

$$f'(2) = 5 \quad \text{และ} \quad f(2) = 5(2) - 1 = 9$$

$$\text{จาก } f(x) = x^2 - ax + b \text{ จะได้ } f(2) = 4 - 2a + b \quad \text{---}(1)^*$$

$$f'(x) = 2x - a \text{ จะได้ } 4 - a = 5 \quad \rightarrow \quad a = -1$$

$$\text{จาก (1)} \quad 4 - 2(-1) + b = 9 \quad \rightarrow \quad b = 3$$

$$a^2 + b^2 = 1 + 3^2$$

$$= 10$$

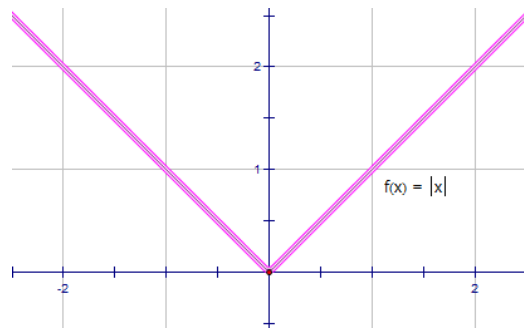
31. ตอบ ข้อ 1.

พิจารณา กราฟของ $|x|$ ดังรูป $\frac{d}{dx}|x|$ คือความชันของฟังก์ชัน $|x|$ ซึ่งจากกราฟ จะเห็นว่า

$$\text{ที่ } x < 0 ; \frac{d}{dx}|x| = -1$$

$$\text{ที่ } x > 0 ; \frac{d}{dx}|x| = 1$$

$$\text{ที่ } x = 0 ; \frac{d}{dx}|x| \text{ ไม่มีค่า}$$



จากตัวเลือก จะเห็นว่ารูปทั่วไปของ $\frac{d}{dx}|x|$ ที่สอดคล้อง คือตัวเลือก 1. นั่นเองเนื่องจาก

$$\text{ที่ } x < 0 ; \frac{x}{|x|} = -1$$

$$\text{ที่ } x > 0 ; \frac{x}{|x|} = 1$$

$$\text{และ ที่ } x = 0 ; \frac{x}{|x|} \text{ หาค่าไม่ได้}$$

32. ตอบ ข้อ 1.

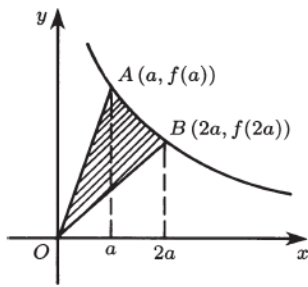
$$\begin{aligned} \int_1^2 \frac{x^2 - 1}{x^2} dx &= \int_1^2 \frac{x^2}{x^2} - \frac{1}{x^2} dx = \int_1^2 1 - \frac{1}{x^2} dx \\ \int_1^2 1 - \frac{1}{x^2} dx &= \left[x + \frac{1}{x} \right]_{x=1}^{x=2} = \left(2 + \frac{1}{2} \right) - (1 + 1) \\ &= 2.5 - 2 \\ &= 0.5 \end{aligned}$$

33. ตอบ ข้อ 2.

พื้นที่ที่ถูกล้อมด้วย OA, OB และ $f(x)$ มีค่าเท่ากับ $3S(a)$

$$\text{ดังนั้น } 3S(a) = \frac{1}{2}a \times f(a) + S(a) - \frac{1}{2} \times 2a \times f(2a)$$

$$S(a) = \frac{1}{4}(a \times f(a) - 2a \times f(2a))$$



เปลี่ยน a เป็น x ได้

$$S(x) = \frac{1}{4}(x \times f(x) - 2x \times f(2x)) \quad (1)$$

และเมื่อทำการ differentiate

$$S(x) = \int_x^{2x} f(t) dt \quad \text{ได้} \quad S'(x) = 2f(2x) - f(x) \quad (2)$$

จาก (1) และ (2) จะได้ว่า

$$xS'(x) = -4S(x)$$

แก้สมการโดยการจัดรูปแล้วอินทิเกรตทั้งสองข้างและแทนค่าเงื่อนไข $S(1) = 1$ ได้

$$S(x) = \frac{1}{x^4} \quad \text{และ} \quad S'(x) = -\frac{4}{x^5}$$

เมื่อแทนค่าในสมการ (2)

$$f(x) - 2f(2x) = \frac{4}{x^5} \quad (3)$$

กำหนดให้ $x = 2^k t$ เมื่อ $t > 0$ และ k เป็นจำนวนเต็มใดๆ จะได้

$$f(2^k t) - 2f(2^{k+1} t) = \frac{4}{(2^k t)^5}$$

$$2^k f(2^k t) - 2^{k+1} f(2^{k+1} t) = \frac{4}{16^k t^5}$$

รวมสมการข้างต้นเมื่อ $k = 0, 1, 2, \dots, n-1$ เข้าด้วยกันจะได้ว่า

$$\sum_{k=0}^{n-1} \{2^k f(2^k t) - 2^{k+1} f(2^{k+1} t)\} = \frac{4}{t^5} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{16^k}$$

$$f(t) - 2^n f(2^n t) = \frac{4}{t^5} \frac{1 - \frac{1}{16^n}}{1 - \frac{1}{16}}$$

หาค่า limit เมื่อ n เข้าใกล้ infinity ทั้งสองข้างสมการจะได้ว่า

$$f(t) - a(t) = \frac{64}{15} \frac{1}{t^5} \quad (4)$$

ทำการ integrate ทั้งสองข้างของสมการตั้งแต่ $t = x$ จนถึง $t = 2x$

$$S(x) - \int_x^{2x} a(t) dt = \frac{64}{15} \int_x^{2x} \frac{1}{t^5} dt$$

ทำการย้ายข้าง

$$\int_x^{2x} a(t) dt = \frac{1}{x^4} - \frac{64}{15} \left[\frac{1}{4t^4} \right]_x^{2x} = 0$$

จากนิยามของ $a(x)$, $a(x)^3 = 0$ สำหรับทุก $x > 0$ และ $a(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง

ดังนั้น $a(x) = 0$

เมื่อแทนค่า $a(x)$ ลงในสมการ (4) แล้วเปลี่ยน t เป็น x

จะได้ $f(x) = \frac{64}{15} \times \frac{1}{x^5}$ เมื่อ $x > 0$

ดังนั้น $f(2) = \frac{64}{15} \times \frac{1}{2^5} = \frac{2}{15}$

34. ตอบ ข้อ 2.

ให้ $A = x+y+z$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} A + \sqrt{A} &= 342 \\ A + \sqrt{A} - 342 &= 0 \\ (\sqrt{A} + 19)(\sqrt{A} - 18) &= 0 \end{aligned}$$

จะได้ $\sqrt{A} = 18$ หรือ -19 ซึ่งเราจะเลือก $\sqrt{A} = 18$

$\therefore A = 18^2$ นั่นคือ $x + y + z = 18^2$

ให้ $B = x-y-z$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} B - \sqrt{B} &= 306 \\ B - \sqrt{B} - 306 &= 0 \\ (\sqrt{B} - 18)(\sqrt{B} + 17) &= 0 \end{aligned}$$

จะได้ $\sqrt{B} = 18$ หรือ -17 ซึ่งเราจะเลือก $\sqrt{B} = 18$

$\therefore B = 18^2$ นั่นคือ $x - y - z = 18^2$

พิจารณาสี่เหลี่ยมที่โจทย์ถาม ; $\sqrt[4]{x^2 - y^2 - z^2 - 2yz} = \sqrt[4]{x^2 - (y^2 + z^2 + 2yz)}$

$$= \sqrt[4]{x^2 - (y + z)^2}$$
$$= \sqrt[4]{(x + y + z)(x - y - z)}$$

แทนค่าจากสมการข้างบนจะได้

$$= \sqrt[4]{(18^2)(18^2)}$$
$$= \sqrt[4]{18^4}$$
$$= 18$$

35. ตอบ ข้อ 3.

พิจารณา $\frac{a_n}{a_n + a_{n+1}} = \frac{1}{1 + \frac{a_{n+1}}{a_n}} = \frac{1}{1 + r}$ (สมบัติของลำดับเรขาคณิต)

ดังนั้น $\frac{n}{4} = \frac{a_1}{a_1 + a_2} + \frac{a_2}{a_2 + a_3} + \dots + \frac{a_n}{a_n + a_{n+1}}$

$$= \frac{1}{1+r} + \frac{1}{1+r} + \dots + \frac{1}{1+r} \quad (n \text{ พจน์})$$
$$= \frac{n}{1+r}$$

นั่นคือ $4 = 1 + r$ ดังนั้น $r = 3$

36. ตอบ ข้อ 2.

พิจารณา ให้ $A = 1 + \frac{1}{3^7} + \frac{1}{5^7} + \frac{1}{7^7} + \dots$ และ $B = \frac{1}{2^7} + \frac{1}{4^7} + \frac{1}{6^7} + \dots$

ซึ่ง $B = \frac{1}{2^7} + \frac{1}{4^7} + \frac{1}{6^7} + \dots = \frac{1}{2^7} \left(1 + \frac{1}{2^7} + \frac{1}{3^7} + \frac{1}{4^7} + \dots \right)$

$$= \frac{1}{2^7} (A+B)$$

นั่นคือ $2^7(B) = A+B$ ดังนั้น $A = 127B$

$$\text{ในโจทย์ } \frac{p}{q} = \frac{1 - \frac{1}{27} + \frac{1}{37} - \frac{1}{47} + \dots}{1 + \frac{1}{37} + \frac{1}{57} + \frac{1}{77} + \dots} = 1 - \frac{1}{127} = \frac{126}{127}$$

$$\text{ดังนั้น } p+q = 253$$

37. ตอบ ข้อ 3.

จากโจทย์ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} 10a_{n+10} &= a_{n+9} + a_{n+8} + \dots + a_n \\ 10a_{n+10} + (9a_{n+9} + 8a_{n+8} + \dots + a_{n+1}) &= (a_{n+9} + a_{n+8} + \dots + a_n) + (9a_{n+9} + 8a_{n+8} + \dots + a_{n+1}) \\ &= (10a_{n+9} + 9a_{n+8} + 8a_{n+7} + \dots + a_n) \end{aligned}$$

จากโจทย์ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} 10a_{n+9} &= a_{n+8} + a_{n+7} + \dots + a_{n-1} \\ 10a_{n+9} + (9a_{n+8} + 8a_{n+7} + \dots + a_n) &= (a_{n+8} + a_{n+7} + \dots + a_{n-1}) + (9a_{n+8} + 8a_{n+7} + \dots + a_n) \\ &= (10a_{n+8} + 9a_{n+7} + 8a_{n+6} + \dots + a_{n-1}) \end{aligned}$$

นั่นคือเมื่อดำเนินการเช่นนี้ไปเรื่อยๆ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} 10a_{n+10} + 9a_{n+9} + 8a_{n+8} + \dots + a_{n+1} \\ &= 10a_{10} + 9a_9 + 8a_8 + \dots + a_1 \\ &= 10^2 + 9^2 + 8^2 + \dots + 1^2 \\ &= \frac{10(11)(21)}{6} \\ &= 385 \end{aligned}$$

ให้ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$ เมื่อ L เป็นจำนวนจริง

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้นจะได้ว่า } \lim_{n \rightarrow \infty} (10a_{n+10} + 9a_{n+9} + 8a_{n+8} + \dots + a_{n+1}) \\ &= 10L + 9L + \dots + L \\ &= 55L \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } 55L = 385$$

$$\text{นั่นคือ } L = 7$$

38. ตอบ ข้อ 1.

เนื่องจากหน้าตัดข้อ 1. ที่มองด้านไหนก็ไม่สามารถเหมือนกับด้านข้างของแท่งโลหะได้ ต่างจากข้ออื่นที่สามารถมองจากทางซ้ายมือของแต่ละข้อจะตรงกับด้านข้างของแท่งโลหะตามโจทย์ได้

39. ตอบ ข้อ 3.

เนื่องจากเมื่อเรามองรูปสามมิติที่โจทย์ให้ โดยมองจากทางด้าน top view หรือทิศ T ตามที่โจทย์กำหนด จะตรงกับข้อ 3.

40. ตอบ ข้อ 1.

เนื่องจากเมื่อเราพิจารณาเฉพาะภาพตัดขวาง A-A จะตรงกับข้อ a2. เท่านั้น

41. ตอบ ข้อ 1.

เนื่องจากปริมาณสารตั้งต้นเท่ากัน ดังนั้นที่อุณหภูมิใดที่มี $R - CONH - R'$ มากที่สุดจะมีการดูดกลืนแสงของพันธะ $-CON$ มากที่สุด หรือ มีปริมาณการส่งผ่านของแสงน้อยที่สุด ซึ่งจะพบว่าที่อุณหภูมิ 35 °C จะมีการส่งผ่านของแสงที่เลขคลื่น 3100 cm^{-1} น้อยที่สุด

** การส่งผ่านแสงที่ 2270 cm^{-1} จะแสดงปริมาณพันธะ $-COCl$ ซึ่งเป็นของสารตั้งต้น ดังนั้นยังมีการส่งผ่านแสงที่เลขคลื่นนี้น้อย แสดงว่าปริมาณสารตั้งต้นยังมีมาก

42. ตอบ ข้อ 4.

ก๊าซเรือนกระจกที่ถูกควบคุมโดยพิธีสารเกียวโตมีเพียง 6 ชนิด โดยจะต้องเป็นก๊าซที่เกิดจากกิจกรรมของมนุษย์เท่านั้น ได้แก่ ก๊าซคาร์บอนไดออกไซด์ (CO_2) ก๊าซมีเทน (CH_4) ก๊าซไนตรัสออกไซด์ (N_2O) ก๊าซไฮโดรฟลูออโรคาร์บอน (HFC) ก๊าซเพอร์ฟลูออโรคาร์บอน (PHC) และก๊าซซัลเฟอร์เฮกซะฟลูออไรด์ (SF_6) ส่วนสาร CFC (Chlorofluorocarbon) ถูกจำกัดการใช้ในพิธีสารมอนทรีออลอยู่แล้ว พิธีสารเกียวโตจึงไม่มีการกำหนด

43. ตอบ ข้อ 2.

ตั้งย่านวัดที่ 10 โวลต์ แปลว่า ความต้านทานของโวลต์มิเตอร์มีค่า 200 กิโลโอห์ม

ดังนั้น ความต้านทานรวมของวงจรมีค่าเป็น $200 + (200//200) = 300$ กิโลโอห์ม

และเราจะได้กระแสรวมของวงจร $I = \frac{10}{300 \times 10^3}$ แอมแปร์

เนื่องจากความต้านทานของโวลต์มิเตอร์เท่ากับ 200 กิโลโอห์ม ดังนั้นกระแสรวมจะแยกไหลผ่านโวลต์มิเตอร์และตัวต้านทาน 200 กิโลโอห์ม อย่างละครึ่งหนึ่งก็คือ กระแสจะไหลผ่านตัวต้านทานที่มีโวลต์มิเตอร์ต่อคร่อมอยู่เป็น

$$V = \frac{I}{2} \times R = \frac{10}{2 \times 300 \times 10^3} \times (200 \times 10^3) = 3.33 \text{ โวลต์}$$

44. ตอบ ข้อ 4.

จำนวนรอบของขดลวดมีอัตราส่วน เป็น 10: 5 ทำให้ความต่างศักย์ไฟฟ้า V มีอัตราส่วนเป็น 220: 110

$$\text{หากระแสไฟฟ้าที่ไหลในหม้อแปลงฝั่งขวา } I = \frac{V}{R} = \frac{110}{3 + 4j} \text{ แอมแปร์}$$

$$\text{หากำลังไฟฟ้าที่ตัวต้านทาน } 3 \, \Omega \text{ ได้เป็น } P = |I|^2 R = \left| \frac{110}{3 + 4j} \right|^2 \times 3 = 1452 \text{ วัตต์}$$

45. ตอบ ข้อ 3.

$$\text{จากสูตรที่ชายคนนี้ใช้} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\text{จะคำนวณค่าคงที่สปริง(แบบผิดๆ)ได้ว่า} \quad k_{\text{ผิด}} = \frac{T^2 m}{4\pi^2}$$

$$\text{แต่สูตรจริงๆที่ถูกต้องคือ} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\text{จะได้ค่าคงที่สปริง(ที่ถูกต้อง)เป็น} \quad k_{\text{ถูก}} = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$$

$$\text{จากโจทย์บอกว่า} \quad k_{\text{ผิด}} = 16k_{\text{ถูก}}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad \frac{T^2 m}{4\pi^2} &= 16 \frac{4\pi^2 m}{T^2} \\ T &= 4\pi \text{ วินาที} \end{aligned}$$

46. ตอบ ข้อ 2.

$$\text{จากกฎอนุรักษ์พลังงาน จะได้ว่า} \quad \sum E_i = \sum E_f$$

$$\frac{1}{2} m_A v^2 = m_A g r$$

$$v = \sqrt{2gr}$$

$$\text{จากกฎอนุรักษ์โมเมนตัม จะได้ว่า} \quad S = \frac{r}{\mu_k} \left(\frac{m_A}{m_A + m_C} \right)^2 \sum P_i = \sum P_f$$

$$m_A v = (m_A + m_C) v'$$

$$v' = \frac{m_A \sqrt{2gr}}{m_A + m_C}$$

จากกฎของนิวตัน จะได้ว่า

$$\sum F = ma$$

$$f = ma$$

โดยที่ $f = \mu_k (m_A + m_C) g$ และหาความเร่งจากการเคลื่อนที่แนวตรง $a = \frac{v'^2}{2s}$

แทนค่า f และ a ลงในกฎของนิวตัน และย้ายข้างสมการเพื่อหา s จะได้ว่า

$$s = \frac{r}{\mu_k} \left(\frac{m_A}{m_A + m_C} \right)^2$$

แทนค่า ต่างๆจากโจทย์ จะได้ว่า $s = 0.0625 \text{ m}$ หรือ 6.25 cm

47. ตอบ ข้อ 4.

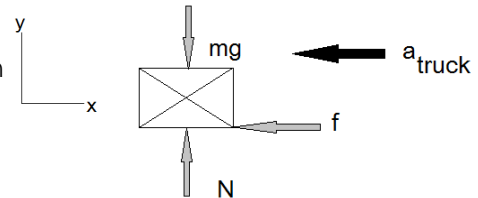
หาอัตราเร่งของรถ $v^2 = u^2 + 2as$

$$0 = (20)^2 + 2a(50) \quad \text{จะได้} \quad a_{\text{truck}} = -4 \text{ m/s}^2$$

มองที่กล่อง หาแรงเสียดทานสถิต และ แรงเสียดทานจลน์

$$f_s = (0.3)(10)m \quad \text{และ} \quad f_k = (0.2)(10)m$$

** หากกล่องจะไม่เคลื่อนที่ $a_{\text{box/truck}} = a_{\text{box}} - a_{\text{truck}} = 0$



จะได้ $a_{\text{box}} = -4 \text{ m/s}^2$ (เครื่องหมายลบแสดงว่าทิศความเร่งจะไปทางซ้ายเหมือนในภาพ)

$$\sum F = ma ; \quad -f = ma_{\text{box}}$$

$$f = -m(-4) = 4m$$

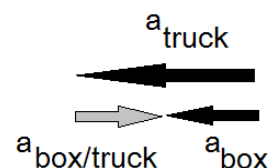
จะเห็นว่าถ้ากล่องจะไม่เคลื่อนที่บนรถ แรงเสียดทานที่ต้องกระทำมีค่า $4m \text{ N}$ ซึ่งมากกว่า f_s ดังนั้นกล่องนี้จะไม่สามารถหยุดนิ่งเทียบกับรถได้

** หากกล่องเคลื่อนที่ต้องหาความเร่งของกล่องเทียบกับรถนั่นคือ $a_{\text{box/truck}} = a_{\text{box}} - a_{\text{truck}}$

หาความเร่งของกล่องเทียบกับพื้น (a_{box})

$$-f_k = ma_{\text{box}} \quad \text{จะได้} \quad -(0.2)(10)m = ma_{\text{box}}$$

$$a_{\text{box}} = -2 \text{ m/s}^2$$



หาความเร่งของกล่องเทียบกับรถ ($a_{\text{box/truck}}$)

$$a_{\text{box/truck}} = a_{\text{box}} - a_{\text{truck}} = (-2) - (-4) = 2 \text{ m/s}^2 \text{ (เวลารถหยุดของจะกระเด็นไปข้างหน้า a เป็น +)}$$

** หาเวลาที่รถบรรทุกใช้ในการหยุดรถ $v = u + a_{\text{truck}} t ; 0 = (20) + (-4)t$

จะได้ว่าเวลาที่ใช้ในการหยุดรถคือ 5 วินาที

** หาเวลาที่กล่องใช้ในการเคลื่อนที่ไปชนกับห้องคนขับ $S_{\text{box/crate}} = u_{\text{box/truck}} t + \frac{1}{2} a_{\text{box/truck}} t^2$

$$3 = 0 + \frac{1}{2} (2) t^2 \quad \text{จะได้ว่าเวลาที่กล่องใช้ในการเคลื่อนที่ไปชนห้องคนขับคือ } \sqrt{3} \text{ วินาที}$$

$$\text{กล่องชนห้องคนขับด้วยอัตราเร็ว } v_{\text{box/crate}} = u_{\text{box/truck}} +$$

$$a_{\text{box/truck}} t = (2)(\sqrt{3}) \text{ m/s}$$

48. ตอบ ข้อ 4.

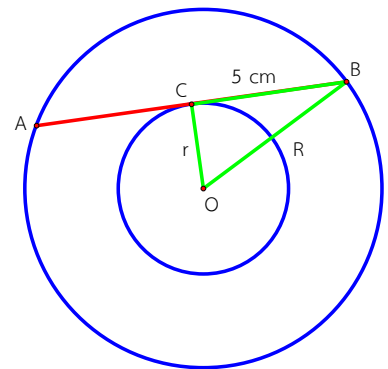
ให้วงกลมวงเล็กมีรัศมี r เซนติเมตร และวงกลมวงใหญ่มีรัศมี R เซนติเมตร จะได้ว่าพื้นที่ระหว่างวงกลมทั้งสองวงจะมีค่าเท่ากับ $\pi(R^2 - r^2)$ ตารางเซนติเมตร

จากรูป พิจารณาสามเหลี่ยม OCB

ระยะ OB ยาว R เซนติเมตร และ ระยะ OC ยาว r เซนติเมตร

โดยทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า $R^2 - r^2 = 5^2 = 25$

ดังนั้น พื้นที่ระหว่างวงกลมจะมีค่าเท่ากับ 25π ตารางเซนติเมตร



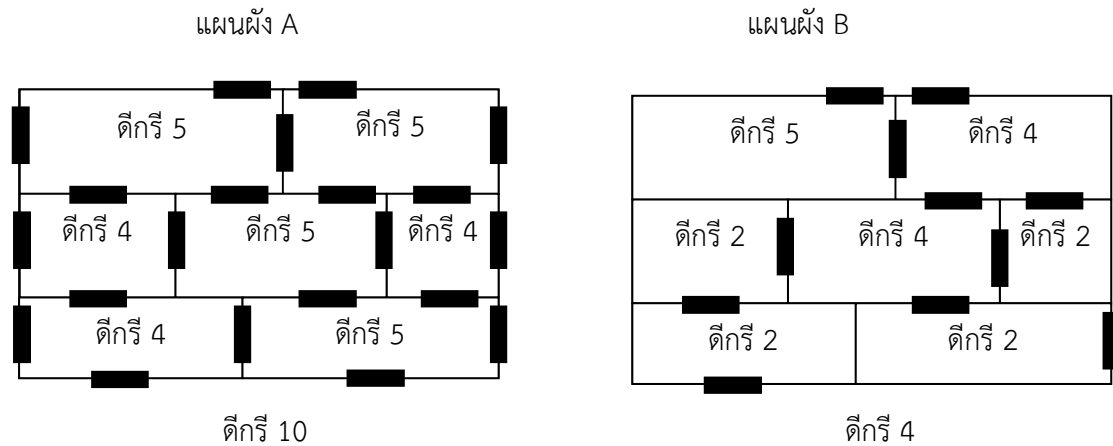
49. ตอบ ข้อ 3.

ปัญหานี้จะแก้โดยอาศัยการแปลงปัญหาเป็นกราฟ โดยกำหนดให้ห้องแต่ละห้องนั้นเป็นจุด 1 จุด รวมถึงนอกบ้านให้เป็นจุดอีกจุดหนึ่ง และระบุกำหนดให้แทนเป็นเส้นเชื่อมจุด เเท่านี้จะกลายเป็นปัญหาว่า สามารถลากเส้นโดยไม่ต้องยกปากกาได้หรือไม่ โดยต้องเริ่มจากจุดที่แทนตำแหน่งนอกบ้านเท่านั้น จากการศึกษาเรื่องทฤษฎีกราฟมาแล้ว พบว่า

ถ้ากราฟมีจุดยอดคือ เป็นจำนวน 0 หรือ 2 จุด จะสามารถลากเส้นเชื่อมจุดได้ครบทุกเส้นโดยไม่ต้องยกปากกา โดยแบ่งเป็น 2 กรณี คือ

1. กราฟที่มีจุดยอดคือเป็นจำนวน 0 จุด จะสามารถเริ่มลากจากจุดใดก็ได้ และจะมาจบที่จุดนั้น
2. กราฟที่มีจุดยอดคือเป็นจำนวน 2 จุด จะต้องเริ่มลากจากจุดยอดคี่หนึ่ง และมาจบที่อีกจุดยอดคี่หนึ่ง

วิธีการนับจุดยอดว่ามีดีกรีเท่าไร ให้นับจำนวนเส้นที่ออกจากจุดยอดนั้น ในที่นี้ คือนับจำนวนประตูที่เชื่อมกับห้องนั้นหรือนอกนอกบ้าน



จากแผนผัง A มีจุดยอดคี่จำนวน 4 จุด จึงไม่สามารถเดินได้ และแผนผัง B เป็นจุดยอดคี่ทั้งหมด จึงสามารถเดินจากนอกบ้าน ผ่านทุกประตูและกลับมาออกบ้านอีกครั้งได้

50. ตอบ ข้อ 2.

- ก. ผิด เพราะ โบรอนสามารถดูดกลืนนิวตรอนได้สูง ไม่ใช่ ดูดกลืนโพสิตรอนได้สูง
- ข. ถูก
- ค. ผิด เพราะ ซีเซียมเป็นตัวย่อยออกซิเจนและก่อกัมมันตรังสี
- ง. ผิด เพราะ ธาตุโคบอลต์เมื่อได้รับรังสีนิวตรอนจะเกิดเป็น โคบอลต์ 60 ซึ่งเป็นสารกัมมันตภาพรังสีอย่างรุนแรง ดังนั้น จึงไม่ควรเติมโคบอลต์ลงในเหล็กที่ใช้ทำเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณู
- จ. ถูก
- ฉ. ถูก
- ช. ผิด เพราะ ใช้เป็นตัวไล่ก่อกัมมันตรังสี ไม่ใช่ ออกซิเจน

51. ตอบ ข้อ 2.

- ข้อ 1 คือ ไม้มรรทัด
- ข้อ 2 คือ เวอร์เนียร์แคลิเปอร์
- ข้อ 3 คือ ไมโครมิเตอร์

ซึ่ง ทั้งสามอุปกรณ์นำไปใช้ในการวัดความยาว ซึ่งข้อแตกต่างก็คือความละเอียดของเครื่องมือ

- ข้อ 4 ถ้วยยูเรก้า

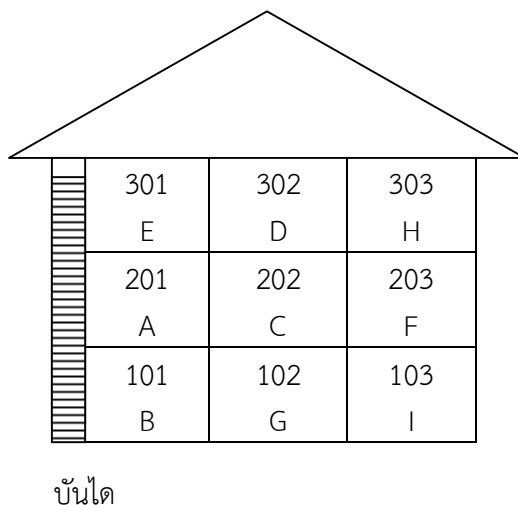
ใช้ในการวัดปริมาตรด้วยการแทนที่น้ำ

แต่เนื่องจากวัสดุที่เราต้องการหาปริมาตรคือกระสุนปืนอัดลมที่มีรูปทรงกลม ซึ่งไม่จมน้ำทำให้ไม่สามารถวัดปริมาตรด้วยถ้วยยูเรก้า และเนื่องจากมีรูปทรงกลมจึงสามารถคำนวณปริมาตรโดยใช้สูตรคำนวณได้ ซึ่งเราจะต้องวัดความยาวรัศมี ซึ่งอุปกรณ์ที่เหมาะสมในการวัดสเกลนี้ คือ เวอร์เนียแคลิเปอร์

ดังนั้นข้อนี้ จึงตอบข้อ 2.

52. ตอบ ข้อ 1.

จากข้อมูลทั้งหมด เราสามารถวาดแผนผังที่อยู่ของแต่ละคนได้ดังนี้



ควรเริ่มวาดจากข้อมูลที่ให้ประโยชน์กับเรามากที่สุด หรือมีความชัดเจนมากที่สุดก่อน ดังนี้

- จากข้อมูลที่ว่าห้องของ C อยู่ระหว่างห้องของ F และห้องของ A ทำให้เราวาดได้ 2 แบบ คือ A C F หรือ F C A
- จากข้อมูลที่ว่า เหนือเพดานของห้องของ I มี F อยู่ ทำให้รู้ว่า A C F ไม่ได้อยู่ชั้นล่างสุด
- จากข้อมูลที่ว่า C อยู่สูงกว่า G 1 ชั้น แสดงว่า G อยู่ชั้นเดียวกับ I
- จากข้อมูลที่ว่า D อยู่ชั้นเดียวกับ H และอยู่ใกล้บันไดกว่า H แต่ D ไม่ได้อยู่ใกล้บันไดที่สุดในชั้นนั้น แสดงว่า D และ H ไม่สามารถอยู่ชั้นเดียวกับ G และ I ได้ เนื่องจาก 1 ชั้นมีได้เพียง 3 ห้อง และ D ต้องอยู่ห้องที่ลงท้ายด้วย 2, H ต้องอยู่ห้องที่ลงท้ายด้วย 3 เท่านั้น
- จากข้อมูลที่ว่า B กับ H ไม่ได้อยู่ชั้นเดียวกัน แสดงว่า B ต้องอยู่ชั้นเดียวกับ G และ I ส่วน E ที่เหลืออยู่ ก็ต้องอยู่ชั้นเดียวกับ D และ H
- จากข้อมูลที่ว่า E ไม่ได้อยู่ชั้นล่างสุด ทำให้เรารู้แล้วว่า 3 ชั้นมีคนอยู่ดังนี้ (ยังไม่เรียงลำดับ)
 - ชั้น 3 : D,H,E
 - ชั้น 2 : F,C,A

ชั้น 1 : I,G,B

7. จากข้อมูลที่ว่า ในชั้นที่ B อยู่ B อยู่ใกล้บันไดที่สุด ถ้าเราจัดชั้นที่ 2 แบบ F C A ห้องที่อยู่ใกล้บันไดที่สุดในชั้นของ B จะเป็น I ซึ่งขัดกับข้อมูลที่กำหนดให้ ดังนั้นชั้นที่ 2 ต้องเรียงเป็น A C F จึงจะสอดคล้องกับข้อมูลสุดท้ายจะได้แผนผังทั้งหมดเป็นดังรูปข้างต้น

53. ตอบ ข้อ 2.

ปัจจุบัน เครื่องยนต์ที่ใช้ในรถทั่วไปจะมีการทำงาน 4 จังหวะได้แก่ จังหวะดูด,อัด, ระเบิด และคาย
ในจังหวะดูด ท่อไอดีเปิด ระบายสูบจะขยายดูดเอาไอดีเข้ามาในกระบอกสูบ
ในจังหวะอัด ระบายสูบหดตัว ความดันในกระบอกสูบเพิ่มมากขึ้น
ในจังหวะระเบิด เชื้อเพลิงถูกจุดระเบิด เปลี่ยนพลังงานเคมีเป็นพลังงานทางกล ลูกสูบขยายตัว
ในจังหวะคาย ลูกสูบหดตัว คายไอเสียออกไปจากกระบอกสูบ
ในจังหวะดูดของเครื่องยนต์เบนซิน ระบายสูบจะดูดเอาไอดีซึ่งเป็นอากาศที่ผสมกับละอองน้ำมัน และใน
จังหวะระเบิดจะใช้หัวเทียนในการจุดระเบิด
ในจังหวะดูดของเครื่องยนต์ดีเซล ระบายสูบจะดูดเอาไอดีซึ่งเป็นอากาศบริสุทธิ์อย่างเดียวเท่านั้น และ
ในจังหวะระเบิด หัวฉีดจะฉีดละอองน้ำมันเข้าไปในกระบอกสูบ ซึ่งเมื่อละอองน้ำมันไปสัมผัสกับ อากาศที่มีความ
ดันสูงจะระเบิดในทันที
เนื่องจากเครื่องยนต์เบนซินจุดระเบิดโดยใช้หัวเทียน แต่เครื่องยนต์ดีเซลจุดระเบิดโดยใช้ความดันของ
อากาศ ดังนั้นอัตราส่วนการอัดของเครื่องยนต์ดีเซลจะสูงกว่าเครื่องยนต์เบนซินมาก
และถ้าเปรียบเทียบอัตราส่วนการอัดของกระบอกสูบที่เท่ากัน เครื่องยนต์เบนซินจะมีประสิทธิภาพ
มากกว่าเครื่องยนต์ดีเซล เนื่องจากเครื่องยนต์เบนซินสามารถทำงานได้แม้มีอัตราส่วนการอัดน้อย
ดังนั้น มีข้อถูก 2 ข้อ ได้แก่ ก. และข้อ ง.

54. ตอบ ข้อ 2.

สรุปค่าของตัวแปรในแต่ละขั้นตอน เป็นตาราง ดังนี้

รอบที่	k	l	p
เริ่มต้น	999	1	0
1	999	2	5
2	999	4	10
3	999	8	15
4	999	16	20
5	999	32	25

6	999	64	30
7	999	128	35
8	999	256	40
9	999	512	45
10	999	1024	50

เริ่มต้น $k=999$, $l=1$, $p=0$

ตรวจสอบเงื่อนไข $k>l$ จริง ดังนั้น ค่า l จึงเพิ่มขึ้นเป็น 2 และ p เพิ่มขึ้นเป็น 5

และกลับไปตรวจสอบเงื่อนไขอีก $k>l$ จริง ดังนั้นค่า l จึงเพิ่มขึ้นเป็น 4 และ p เพิ่มขึ้นเป็น 10

...

ในรอบที่ 9 พบว่า $k=999$, $l=512$, $p=45$

กลับไปตรวจสอบเงื่อนไขอีก $k>l$ จริง ดังนั้นค่า l จึงเพิ่มขึ้นเป็น 1024 และ p เพิ่มขึ้นเป็น 50

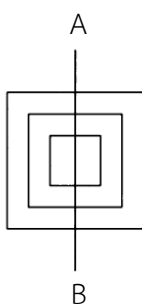
และกลับไปตรวจสอบเงื่อนไขอีก $k>l$ เป็นเท็จ ดังนั้นจึงไปขั้นตอนที่ 5 ค่าสุดท้ายของ p คือ 50

55. ตอบ ข้อ 5.

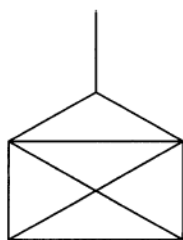
รูป ก และ ง สามารถวาดได้โดยเริ่มที่จุด A และจบที่จุด B ของแต่ละรูป

สำหรับรูป ค เราสามารถเริ่มวาดที่จุดยอดใดของรูปก็ได้ วิธีที่ง่ายที่สุดวิธีหนึ่ง คือ วาดรูปหกเหลี่ยมด้านในก่อน แล้วจึงวาดรูปดาวตามขอบด้านนอก

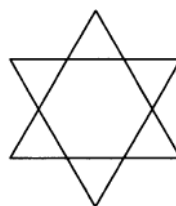
สำหรับรูป ข ไม่สามารถวาดได้



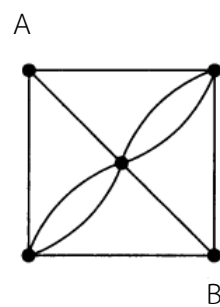
ก.



ข.



ค.



ง.

56. ตอบ ข้อ 2.

เนื่องจากกำลังไฟฟ้าของอุปกรณ์ตัวนี้มีค่าไม่คงที่ เพราะกราฟของ $v-t$ มีค่าไม่คงที่ ดังนั้นการหาค่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ยจะต้องหาจากการเฉลี่ยกราฟที่ไม่คงที่ให้คงที่ซะก่อนโดยมองว่าพื้นที่ของกราฟ $v-t$ รูปสี่เหลี่ยมคางหมู สามารถเฉลี่ยเป็นกราฟรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความสูงเป็น $v_{เฉลี่ย} (v_{avg})$ ได้

หา $v_{เฉลี่ย}$ โดยใช้สมการ พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู = พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความสูงเป็น v_{avg}

$$\frac{1}{2} \times (T + \frac{T}{2}) \times 1 = v_{avg} \times T$$

แก้สมการได้

$$v_{avg} = 3/4 \text{ โวลต์}$$

ดังนั้นกำลังไฟฟ้าจะมีค่าเท่ากับ $P = IV_{avg} = 1 \times (3/4) = 3/4$ วัตต์

57. ตอบ ข้อ 2.

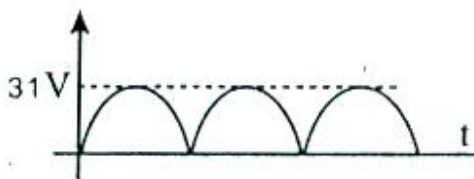
เนื่องจากจำนวนรอบของขดลวดมีอัตราส่วน เป็น 10 : 1 ทำให้ความต่างศักย์ไฟฟ้า V มีอัตราส่วนเป็น 220 : 22 โดยมีความต่างศักย์ที่ตัวต้านทานสูงสุด $V_{max} = 20\sqrt{2}$ โดยมีค่าประมาณ 31 โวลต์

ถ้าพิจารณาการไหลของกระแสไฟฟ้าจะพบว่า

1. ถ้าสมมติให้กระแสเริ่มไหลจากเส้นบนก่อน จะพบว่าทิศของกระแสจะถูกไดโอดบังคับให้ผ่านตัวต้านทานโดยมีทิศจากบนลงล่าง

2. ในทำนองเดียวกัน ถ้าสมมติให้กระแสไฟฟ้าไหลจากเส้นล่างก่อน จะพบว่าทิศของกระแสจะถูกไดโอดบังคับให้ไหลจากบนลงล่างเช่นกัน

ดังนั้นกราฟจะเป็นคลื่นโดยที่มีแอมพลิจูดเป็น 31 โวลต์โดนแต่ละลูกคลื่นมีลักษณะเหมือนกันคือไม่อยู่เหนือแกนตลอดก็อยู่ใต้แกนตลอด จึงตอบข้อ 2.



58. ตอบ ข้อ 4

ข้อสอบข้อนี้ดูเหมือนจะวัดผลเกินหลักสูตร แต่จริงๆ สิ่งที่ต้องรู้สำหรับการตอบข้อนี้มีเพียงเรื่องเดียวคือ กฎของเคอร์ชอฟ จากรูปวงจรเราจะเห็นว่า มีแบตเตอรี่หรือแหล่งจ่ายแรงดัน V_{dc} อยู่ทางด้านซ้าย นั้นแปลว่าแรงดันระหว่างขั้วทั้งสองของแบตเตอรี่จะต้องมีค่าเท่ากับ V_{dc} เสมอ และจะเป็นอย่างอื่นไม่ได้

การตัดต่อสวิตช์ในรูปแบบต่างๆ นั้น อาจทำให้เกิดการลัดวงจรแบตเตอรี่ได้ในบางกรณี ซึ่งเราต้องหลีกเลี่ยง เพราะแรงดันระหว่างขั้วแบตเตอรี่ต้องเป็น V_{dc} จะลัดเป็น 0 นั้นไม่ได้!!!

หรืออีกนัยหนึ่งก็คือ สวิตช์ที่อยู่ในแนวตั้งเดียวกัน จะสับลงพร้อมกันทั้งสองตัวไม่ได้ เช่น ห้ามปิด Sap และ ปิด San พร้อมกัน เพราะจะทำให้ลัดวงจร

ตัวเลือก 4 เป็นตัวเลือกเดียวที่มีเหตุการณ์ต้องห้ามดังกล่าวคือ ปิดสวิตช์ในแถวแนวตั้งเดียวกันคือ Scp และ Scn ซึ่งเป็นขัดกับกฎแรงดันของเคอร์ซอลอีกด้วย

59. ตอบ ข้อ 3.

60. ตอบ ข้อ 5.

จากกฎกระทรวงมหาดไทย พ.ศ.2550 ตามมาตรา 5 แห่งพระราชบัญญัติ พ.ศ.2542
อาชีพวิศวกรรมที่เป็นวิศวกรรมเคมีควบคุม มีทั้งหมด 7 สาขาวิชาชีพคือ

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| 1.วิศวกรรมโยธา | 5. วิศวกรรมอุตสาหการ |
| 2.วิศวกรรมเหมืองแร่ | 6.วิศวกรรมสิ่งแวดล้อม |
| 3.วิศวกรรมเครื่องกล | 7.วิศวกรรมเคมี |
| 4. วิศวกรรมไฟฟ้า | |

เฉลยส่วนที่ 2 ข้อสอบอัตนัย

61. ตอบ 6.17 N

คิดแรงในแนวดิ่ง

$$\sum F = T + B - Mg = 0$$
$$T = Mg - B = Mg - \rho_w Vg$$

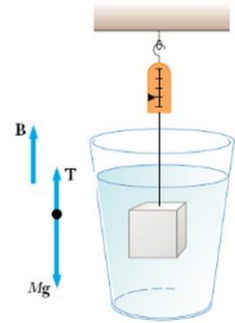
หา V จาก

$$V = \frac{M}{\rho} = \frac{1.00 \text{ kg}}{2700 \text{ kg/m}^3}$$

ดังนั้นตาซึ่งสปริงจะอ่านค่าได้

$$T = Mg - B = 9.8 \text{ N} - (1000 \text{ kg/m}^3) \left(\frac{1.00 \text{ kg}}{2700 \text{ kg/m}^3} \right) (9.8 \text{ m/s}^2)$$

$$T = 6.17 \text{ N}$$



62. ตอบ 5.00 ครั้ง

จากกฎอนุรักษ์โมเมนตัม :

$$mV = (m+m)V_2$$

$$V_2 = \frac{V}{2} \text{ m/s (อัตราเร็วหลังชนมวล m)}$$

อัตราเร็วหลังชนมวล 2m :

$$2mV_2 = (2m + 2m) V_3$$

$$V_3 = \frac{V_2}{2}$$

$$V_3 = \frac{V}{4} \text{ m/s}$$

ได้ว่าอัตราเร็วหลังชนเป็นอันดับเรขาคณิต $V_n = \frac{V}{2^n}$ โดย n คือ จำนวนครั้งที่ชน

หาเวลาในแต่ละช่วง

ให้ t_n แทน เวลาที่กล่องที่ $n-1$ เคลื่อนที่ไปชนกล่องที่ n (กล่องที่ 0 คือ กล่องมวล m กล่องแรก)

$$t_n = S/V_n$$

$$t_1 = \frac{S}{V}, t_2 = \frac{2S}{V}, t_3 = \frac{4S}{V}, t_4 = \frac{8S}{V}, \dots, t_n = \frac{2^{n-1}S}{V}$$

เวลารวมเท่ากับ :

$$t_t = \frac{S}{V} + \frac{2S}{V} + \frac{4S}{V} + \frac{8S}{V} + \dots + \frac{2^{n-1}S}{V}$$

$$= \frac{S}{V} (1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^{n-1})$$

$$= \frac{S}{V} (2^n - 1); \text{ } n \text{ คือ จำนวนครั้งที่ชน}$$

สมมติให้ มวล M ใช้เวลา t ในการวิ่งไล่ตาม มวลก้อนแรกทัน

$$\text{จะได้ว่า } t_t - t = \frac{S}{V}$$

$$\frac{S}{V} (2^n - 1) - \frac{S}{V} = t \quad (\text{โดยที่ } t = 6 \text{ sec})$$

$$\frac{S}{V} (2^n - 2) = 6 \quad (\text{โดยที่ } n \text{ คือจำนวนครั้งที่ชน})$$

แทนค่า $V = 5 \text{ m/s}$, $S = 1 \text{ m}$: ได้ว่า $n = 5$

ดังนั้น มวล m จะชนไปแล้ว 5 ครั้ง

63. ตอบ 500.00 K

ที่ได้แม่น้ำ ฟองอากาศมีความดัน $P = P_a + \rho gh$

$$P = (1 \times 10^5) + (1000)(10)(10)$$

$$P = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{และ} \quad V = 0.0010 \text{ m}^3 \\
 & \text{ที่ผิวน้ำ ฟองอากาศมี} \quad P = 1 \times 10^5 \text{ Pa} \\
 & \quad \quad \quad V = 0.0012 \text{ m}^3 \\
 & \quad \quad \quad T = 300 \text{ K} \\
 \\
 & \text{จำนวนโมลแก๊สคงที่} \quad P_1 V_1 / T_1 = P_2 V_2 / T_2 \\
 & \quad \quad \quad (2 \times 10^5)(0.0010) / T_1 = (1 \times 10^5)(0.0012) / (300) \\
 & \quad \quad \quad T_1 = 500 \text{ K}
 \end{aligned}$$

64. ตอบ 627.00 องศาเซลเซียส

$$\begin{aligned}
 & \text{ที่จุด E มีความดันเท่ากับ } P_A \\
 & \text{ที่จุด B มีความดันเท่ากับ } \frac{P_A}{3}, \quad T = (273+27) = 300 \text{ K} \\
 & \text{พิจารณาที่จุด E} \longrightarrow \text{B พบว่า V มีค่าคงที่} \\
 & \quad \quad \quad \frac{P_E}{T_E} = \frac{P_B}{T_B} \\
 & \quad \quad \quad \frac{P_A}{T_E} = \frac{P_A}{3(300)} \\
 & \quad \quad \quad T_E = 900 \text{ K} \\
 & \quad \quad \quad = 627 \text{ } ^\circ\text{C}
 \end{aligned}$$

65. ตอบ 260.00 kg

$$\begin{aligned}
 & \text{แรงลอยตัว} = \text{น้ำหนัก He} + \text{น้ำหนักบรรทุก} \\
 & \frac{(30)(0.82)(3000 \times 10^3)}{(0.82)(300)} \cdot 10 = \frac{(4)(0.82)(3000 \times 10^3)}{(0.82)(300)} \cdot 10 + 10M \\
 & \quad \quad \quad M = 260000\text{g} \\
 & \quad \quad \quad M = 260\text{kg}
 \end{aligned}$$

66. ตอบ 1,800.00 วัตต์

$$\begin{aligned}
 & \text{คิดในสาย CD มี } R_1 = 3 \text{ โอห์ม และ } X_c = 4 \text{ โอห์ม ต่ออนุกรมกัน} \\
 & \text{ความขัดของสายนี้ } Z_1 = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = 5 \text{ โอห์ม}
 \end{aligned}$$

$$\text{กระแสไฟฟ้าในสายนี้ } I_1 = \frac{V}{Z_1} = \frac{100}{5} = 20 \text{ แอมแปร์}$$

$$\text{กำลังซึ่งใช้ที่ } R_1 \text{ คือ } P_1 = I_1^2 R_1 = (20)^2 \times 3 = 1,200 \text{ วัตต์}$$

คิดในสาย EF มี $R_2 = 6$ โอห์ม และ $X_L = 8$ โอห์ม ต่ออนุกรมกันดังนั้น

$$\text{ความขัดของสายนี้ } Z_2 = \sqrt{(6)^2 + (8)^2} = 10 \text{ โอห์ม}$$

$$\text{กระแสไฟฟ้าในสายนี้ } I_2 = \frac{V}{Z_2} = \frac{100}{10} = 10 \text{ แอมแปร์}$$

$$\text{กำลังซึ่งใช้ที่ } R_2 \text{ คือ } P_2 = I_2^2 R_2 = (10)^2 \times 6 = 600 \text{ วัตต์}$$

$$\text{กำลังซึ่งใช้ที่ } X_L = V_2 I_2 \cos 90^\circ = 0$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น กำลังไฟฟ้าที่ใช้ทั้งหมด} &= P_1 + 0 + P_2 + 0 = 1,200 + 600 \\ &= 1,800 \text{ วัตต์} \end{aligned}$$

67. ตอบ 1024.00

$$\text{อนุพันธ์อันดับที่ 1 ของ } f(x)g(x) = {}^1C_0 f(x)g^{(1)}(x) + {}^1C_1 f^{(1)}(x)g(x)$$

$$\text{อนุพันธ์อันดับที่ 2 ของ } f(x)g(x) = {}^2C_0 f(x)g^{(2)}(x) + {}^2C_1 f^{(1)}(x)g^{(1)}(x) + {}^2C_2 f^{(2)}(x)g(x)$$

...

$$\text{อนุพันธ์อันดับที่ 10 ของ } f(x)g(x) = {}^{10}C_0 f(x)g^{(10)}(x) + {}^{10}C_1 f^{(1)}(x)g^{(9)}(x) + \dots + {}^{10}C_{10} f^{(10)}(x)g(x)$$

ซึ่งสามารถอธิบายได้จาก 3 เหลี่ยมปาสคาล โดยสัมประสิทธิ์หน้าแต่ละตัวเป็นไปตาม 3 เหลี่ยมปาสคาล

เพราะว่าสัมประสิทธิ์ของแต่ละตัวเกิดจากผลบวกของสัมประสิทธิ์ของพจน์ที่สามารถหาอนุพันธ์แล้วมีตัวมันเป็นตัวประกอบในอนุพันธ์ของลำดับที่ต่ำกว่าอยู่ชั้น

เช่น สัมประสิทธิ์ของ $f(x)^{(3)}g(x)^{(2)}$ ในอนุพันธ์ลำดับที่ 8 ของ $f(x)g(x)$ หาได้จากผลบวกของสัมประสิทธิ์ของ $f(x)^{(2)}g(x)^{(2)}$ และ $f(x)^{(3)}g(x)^{(1)}$ ในอนุพันธ์ลำดับที่ 7 ของ $f(x)g(x)$

สามเหลี่ยมปาสคาล เลข ณ ตำแหน่งใด ๆ เกิดจากผลบวกของเลขบนซ้ายและบนขวาของมัน

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & & \\ & & & & 1 & 1 & & \\ & & & & 1 & 2 & 1 & \\ & & & & 1 & 3 & 3 & 1 \\ & & & & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{array}$$

...

หรือสามารถอธิบายได้ด้วยความน่าจะเป็นสัมประสิทธิ์ของพจน์ใด ๆ เกิดจากความน่าจะเป็นว่า $f(x)$ และ $g(x)$ แต่ละตัวถูกดิฟทั้งหมดกี่ครั้ง

ในอนุพันธ์อันดับที่ n ของ $f(x)g(x)$ สัมประสิทธิ์ของ $f(x)^{(m)}g(x)^{(n-m)}$ จะเห็นได้จากการดิฟ n ครั้ง $f(x)$ ถูกดิฟ m ครั้ง นั่นคือสัมประสิทธิ์จะหาได้จาก n เลือก m นั่นเอง ซึ่งเท่ากับ nC_m นั่นเอง

จากอนุพันธ์อันดับที่ 10 ของ $f(x)g(x) = {}^{10}C_0 f(x)g^{(10)}(x) + {}^{10}C_1 f^{(1)}(x)g^{(9)}(x) + \dots + {}^{10}C_{10} f^{(10)}(x)g(x)$

และจากโจทย์ที่ว่า อนุพันธ์อันดับที่ n ของ $f(x) = (-1)^n$ ที่ $x=c$ ซึ่ง $n=0,1,2,\dots,10$ และอนุพันธ์อันดับที่ n ของ $g(x) = (3)^n$ ที่ $x=c$ ซึ่ง $n=0,1,2,\dots,10$ ได้ว่า

$${}^{10}C_0 f(x)g^{(10)}(x) + {}^{10}C_1 f^{(1)}(x)g^{(9)}(x) + \dots + {}^{10}C_{10} f^{(10)}(x)g(x) = {}^{10}C_0 (-1)^0 (3)^{10} + {}^{10}C_1 (-1)^1 (3)^9 + \dots + {}^{10}C_{10} (-1)^{10} (3)^0$$

จากทฤษฎีบททวินาม (หรือก็คือการคิดในแบบความน่าจะเป็นที่ได้กล่าวไปแล้วแต่เปลี่ยนจากการหาอนุพันธ์มาเป็นการคูณแทน) จะได้

$${}^{10}C_0 (-1)^0 (3)^{10} + {}^{10}C_1 (-1)^1 (3)^9 + \dots + {}^{10}C_{10} (-1)^{10} (3)^0 = (-1+3)^{10} = 2^{10} = 1024$$

ดังนั้นเลขที่ได้จากการหาร 1024 ด้วย 10000 ก็คือ 1024

68. ตอบ 3.00

โดยเราจะพิจารณาเป็นขั้นตอนดังนี้

1) พิจารณา a) เลขคู่ต้องอยู่หลังตัวเลขที่มีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของตัวเลขนั้นเสมอ

จะได้ว่า 10 จะต้องอยู่หลัง 5, 6 จะต้องอยู่หลัง 3, 8 จะต้องอยู่หลัง 4, 4 จะต้องอยู่หลัง 2, 2 จะต้องอยู่หลัง 1 หรือเรียงได้เป็น 5,10 / 3,6 / 1,2,4,8

2) พิจารณา b) 10 ต้องอยู่หน้าตัวเลขที่เป็นตัวประกอบของ 10 เสมอ

10 จะต้องอยู่หน้า 1 หรือ 2 หรือ 5 ตัวใดตัวหนึ่ง ซึ่งจากข้อ a) ทำให้ 10 ต้องอยู่หน้า 1 เท่านั้นเราจะได้ 5, 10, 1, 2, 4, 8

3) พิจารณา c) ตัวเลขในตำแหน่งที่ 1 และตำแหน่งที่ 10 จะต้องเป็นจำนวนเฉพาะเท่านั้น

จำนวนเฉพาะได้แก่ 2, 3, 5, 7

4) พิจารณา d) 9 จะต้องอยู่ในตำแหน่งที่ 2 หรือตำแหน่งที่ 7 เท่านั้น

กรณี 9 อยู่ตำแหน่งที่ 2

- 5, 10, 1, 2, 4, 8 และ 3, 6 จะไม่สามารถวางได้ เพราะจะทำให้ตัวสุดท้ายไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

ตำแหน่ง	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ตัวเลข		9								

กรณี 9 อยู่ตำแหน่งที่ 7

- 5, 10, 1, 2, 4, 8 จะต้องอยู่ติดกันใน 6 ตำแหน่งแรก

- เนื่องจากตำแหน่งสุดท้ายต้องเป็นจำนวนเฉพาะ ดังนั้นตำแหน่งสุดท้ายจะต้องเป็น 7

- ใส่ 3, 6 ในตำแหน่งที่ 8, 9

- ตรวจสอบแล้วถูกต้องถามเงื่อนไขทุกอย่าง

ตำแหน่ง	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ตัวเลข	5	10	1	2	4	8	9	3	6	7

- สรุปตำแหน่งที่ 8 จะต้องเป็นเลข 3

69. ตอบ 6.00

ปัญหานี้ น้องๆสามารถไล่ดูได้ไม่ยาก แต่ว่ามีวิธีการแก้ปัญหามีหลักการ โดยปัญหานี้สามารถเปลี่ยนรูปเป็นปัญหา Longest Common Subsequence (LCS) ได้(นิยามของ subsequence ได้กล่าวไว้ในโจทย์อย่างละเอียดแล้ว)

ปัญหา Longest Common Subsequence (LCS) จะเป็นปัญหาที่ใช้หา subsequence ที่ยาวที่สุดร่วมกันระหว่าง 2 สตริง เช่น “ABCDE” กับ “ACGD” มี Longest Common Subsequence เป็น “ACD”

ปัญหาในข้อนี้ สามารถแปลงเป็น LCS ได้ โดยนิยามของพาลินโดรม คือ คำที่สามารถอ่านจากหน้า และอ่านจากหลัง ได้เป็นคำเดียวกัน ดังนั้นก็เหมือนกับการนำ string ตั้งต้น และ string ที่กลับลำดับหน้าหลัง มาหา LCS นั่นเอง ในที่นี้คือการหา LCS ของ “ENGINEERING” กับ “GNIREENIGNE”นั่นเอง ซึ่งการหา LCS จะอาศัยทฤษฎีขั้นตอนวิธีการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์แบบพลวัต (Dynamic Programming) โดยการเฉลยปัญหาในข้อนี้จะเฉลยแบบคร่าวๆ และผู้ที่สนใจสามารถศึกษาได้ในหัวข้อ Dynamic Programming ตามแหล่งเรียนรู้ต่างๆ ได้

การหา LCS จะเป็นการหาคำตอบจากการใช้ข้อมูลเล็กๆเพื่อนำสู่ข้อมูลใหญ่ๆ จากตารางที่แสดงด้านล่าง ตารางช่องที่ $a[i][j]$ จะแสดง LCS ของสตริงตามแถวบน ถึงช่องที่ j และสตริงด้านซ้าย ถึงช่องที่ i เช่น ตัวเลขในช่อง $a[3][4]$ มีค่า 2 หมายความว่า LCS ของ “ENGI” กับ “GNI” มีความยาวเป็น 2 โดยค่าในช่อง $a[i][j]$ สามารถหาได้โดยความสัมพันธ์ดังนี้

ถ้าหาก ช่อง $a[i][j]$ มีสตริงบน ช่องที่ j เป็นอักษรเดียวกับ สตริงซ้ายช่องที่ i ช่อง $a[i][j]$ จะเกิดจากการหาค่าสูงสุดของ 3 จำนวนดังนี้ คือ $a[i-1][j]$, $a[i][j-1]$ และ $a[i-1][j-1]+1$ แต่ถ้าหาก สตริงบน ช่องที่ j เป็นคนละอักษรกับ สตริงซ้ายช่องที่ i ช่อง $a[i][j]$ จะไม่นำค่า $a[i-1][j-1]+1$ มาคิดค่าสูงสุด

	E	N	G	I	N	E	E	R	I	N	G
G	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
N	0	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
I	0	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3
R	0	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3
E	1	1	1	2	2	3	3	3	3	3	3
E	1	1	1	2	2	3	4	4	4	4	4
N	1	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5

I	1	2	2	3	3	3	4	4	5	5	5
G	1	2	3	3	3	3	4	4	5	5	6
N	1	2	3	3	4	4	4	4	5	6	6
E	1	2	3	3	3	5	5	5	5	6	6

จากตารางที่แสดงข้างต้น สรุปว่า Palindrome Subsequence ของ “ENGINEERING” คือ “NIEEIN”
 ซึ่งมีความยาว 6 อักขร (หมายเหตุ มีรูปแบบอื่นอีก ที่มีความยาว 6 อักขร นี่เป็นตัวอย่างหนึ่งเท่านั้น)

70. ตอบ 0.94

ไม่ว่าโจทย์จะเป็นวงจรที่เฟสก็แล้วแต่ สิ่งสำคัญที่จะคงไว้เสมอคือ กฎอนุรักษ์พลังงาน นั่นคือ

$$\text{กำลังทั้งหมดที่แหล่งจ่ายได้จ่ายให้กับวงจร} = \text{กำลังทั้งหมดที่สูญเสียในวงจร}$$

แหล่งจ่ายมีทั้งหมด 3 เฟส โดยที่แต่ละเฟสมีค่าแรงดัน rms เท่ากัน $v_{\text{rms}} = \frac{220\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 220 \text{ V}$ นอกจากนี้โจทย์ยัง

กำหนดกระแสที่ไหลในสายส่งของแต่ละเฟสเท่ากับ 26 A จะได้

$$\begin{aligned} \text{กำลังทั้งหมดที่แหล่งจ่ายได้จ่ายให้กับวงจร} &= 3 \times (\text{กำลังที่แหล่งจ่ายใน 1 เฟส}) \\ &= 3 \times (IV\cos\phi) = 3 \times (26 \times 220\cos\phi) \text{ W} \end{aligned}$$

กำลังทั้งหมดที่สูญเสียในวงจรมาจาก 2 แหล่ง คือ สายส่ง (ความต้านทาน) กับ โหลดที่โรงงาน

$$\begin{aligned} \text{กำลังทั้งหมดที่สูญเสียในวงจร} &= \text{กำลังที่สูญเสียในสายส่ง} + \text{กำลังที่โหลดโรงงาน} \\ &= 3 \times (I^2R) + 6,000 = 3 \times (26^2 \times 5) + 6,000 \text{ W} \end{aligned}$$

จากสมการกฎอนุรักษ์พลังงานจะได้

$$\begin{aligned} \text{กำลังทั้งหมดที่แหล่งจ่ายได้จ่ายให้กับวงจร} &= \text{กำลังทั้งหมดที่สูญเสียในวงจร} \\ 3 \times (26 \times 220\cos\phi) &= 3 \times (26^2 \times 5) + 6,000 \end{aligned}$$

แก้สมการจะได้ค่าตัวประกอบกำลัง $\cos\phi = 0.94$