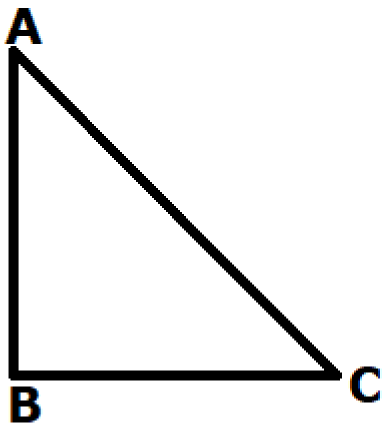
Содержание

Доказательство ОТТ (Основного тригонометрического тождества)

Пусть у нас есть прямоугольный треугольник ABC



Определим синус и косинусы в данном прямоугольном треугольнике,

$$\sin \angle BCA = \frac{AB}{AC} = \cos \angle BAC$$

$$\sin \angle BAC = \frac{BC}{AC} = \cos \angle BCA$$

И распишем для него теорему Пифагора.

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

Поделим левую и правую часть на AC^2, и получим

$$\frac{AB^2}{AC^2} + \frac{BC^2}{AC^2} = 1$$

Заметим что, $\frac{AB^2}{AC^2} = (\sin\angle BCA)^2$ и $\frac{BC^2}{AC^2} = (\cos\angle BCA)^2$

Подставляем их то что у нас получилось в тождество и получаем $(\sin\angle BCA)^2 + (\cos\angle BCA)^2 = 1$

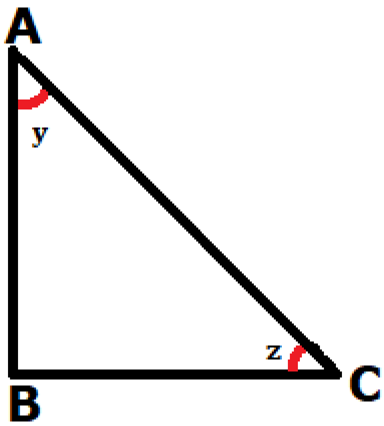
Заменим $\angle BCA$ на x и получим $(sinx)^2 + (\cos x)^2 = 1$

Вывод значений тригонометрических функций

Так как, факт того что сторона лежащая напротив угла в 30 градусов равна половине гипотенузы изучали ещё в 7 классе, будем пренебрегать этим фактом (т.е синус угла 30 и косинус угла 60 будем считать уже равными 0.5)

Синус и косинус для угла 60° и угла 30° соответственно

Пусть у нас есть треугольник с углами
у, z равными 60° и 30° соотвественно



По теореме Пифагора,

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

Так как сторона AB лежит напротив угла 30, то

$AB = \frac{AC}{2}$.

*П*одставим это в теорему Пифагора и получим

$\frac{AC^2}{4} - AC^2 = -BC^2$, умножим обе части тождества на -1 и

Приведём подобные слагаемые, получим

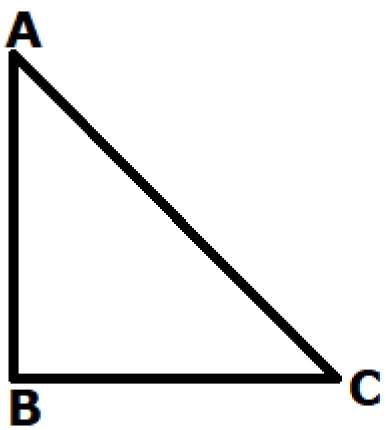
$\frac{3}{4}AC^2 = BC^2$, возведём обе части тождества в степень $\frac{1}{2}$(или же возьмём корень) и поделим обе части тождества на AC

В итоге получим $\frac{BC}{AC} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin y = \cos z$

Получение синуса и косинуса угла 45°

Пусть у нас есть прямоугольный треугольник с углами

$$\angle BAC = \angle ACB = 45° = x$$



Из равенства углов, получаем $AB = BC$

Распишем теорему пифагора как

$AB^2 + BC^2 = AC^2 \ \leftrightarrow \ AB^2 + AB^2 = AC^2$, приведём подобные и возьмём корень из обоих частей тождества и поделим на $\sqrt{2}AC$, получаем $\frac{AB}{AC} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{BC}{AC}$