[1]10 Класс, ограничение на показательную, и различие степени с радикалом.

Почему основание у показательной функции должно быть нестрого положительное?

Когда в 10 классе вводят степенную функцию, часто её вводят как

$f(x) = a^x$ где $a \in \mathbb{R}_+$[2] $\cup \{0\}$ и $x \in \mathbb{R}$.

Например, возьмём функцию 4^x , где $x \in R$.

И найдём значение в точке $\frac{1}{2}$, $4^{\frac{1}{2}} \leftrightarrow \sqrt{4}$, но, мы ведь можем умножить числитель и знаменатель дроби на любое число кроме нуля, умножим например на 2, и получим $4^{\frac{2}{4}} = \sqrt[4]{4^2} = \sqrt[4]{16} = 2$. Приведём такой же пример, для числа -27 и степени $\frac{1}{3}$.

$(-27)^{\frac{1}{3}} = (-27)^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{(-27)^2} = \sqrt[6]{729} = 3$, и сделаем это ещё раз, но без умножения дроби на 2, $(-27)^{\frac{1}{3}} = -3$

Отсюда, мы получаем противоречие определению функции.

То есть, не может быть такого случая что

Вариант 1	$f(x) = a, f(x) = b$ Когда $x \in R$ и $a \neq b$.
Вариант 2	Система $\begin{cases} f(x) = a \\ f(x) = b \\ a \neq b \end{cases}$ имеет решение в вещественных числах
Вариант 3	$f(x) = a = b$ *где* $a \neq b$

В целом, это одно и тоже, но некоторые различия всё же есть

[1] В целом, это и объясняет почему $\sqrt{x} \neq x^{\frac{1}{2}}$

[2] $\mathbb{R}_+ -$ множество вещественных(действительных) положительных чисел