

Zakład Systemów Elektronicznych i Telekomunikacyjnych Metody numeryczne

1 - NARZĘDZIA PROGRAMOWE – CZĘŚĆ 1

I. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia laboratoryjnego jest zapoznanie się z oprogramowaniem narzędziowym, dedykowanym do wykonywania zaawansowanych obliczeń numerycznych. Część pierwsza dotyczy zagadnienia podstaw posługiwania się przedmiotowym oprogramowaniem (uzyskanie podstawowych informacji o programie, jego instalacji, sposobach wydawania poleceń oraz uruchamiania skryptów itp.).

II. Dostępne narzędzia programowe

W laboratorium wykorzystywany jest darmowy program Scilab (http://www.scilab.org/), należący do grupy oprogramowania open source, który został opracowany w 1990 roku przez francuskich uczonych z Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique. Od 1994 roku program jest dystrybuowany przez Internet, natomiast od maja 2003 roku aplikacja jest rozwijana przez "Scilab Consortium", składające się z 18 instytucji naukowych i przemysłowych. Scilab jest programem naukowym, dedykowanym do wykonywania obliczeń numerycznych. Program stanowi ograniczoną funkcjonalnie, ale całkowicie bezpłatną alternatywe dla popularnego Matlab'a. Scilab posiada kilkaset funkcji matematycznych i pozwala na operowanie nie tylko na liczbach, ale także na zaawansowanych strukturach, przykładowo takich jak macierze lub wektory. Aplikacja umożliwia prezentowanie wyników obliczeń na zaawansowanych grafach oraz dwu i trójwymiarowych wykresach. W programie wbudowano interpreter oraz język programowania wysokiego poziomu. Opracowywane przez użytkownika programy (nazywane skryptami) nie są kompilowane przed ich wykonaniem. Wprowadzane z klawiatury, lub odczytywane z pliku polecenia, są na bieżąco interpretowane w trakcie realizacji programu. Scilab może być wykorzystywany zarówno do podstawowych, jak i zaawansowanych obliczeń numerycznych, przykładowo obejmujących obszar: algebry liniowej, analizy sygnałów fraktalnych, grafów i sieci, macierzy, modeli Markowa, modelowania i symulacji układów dynamicznych, przetwarzania obrazów i sygnałów, sieci neuronowych, statystyki, strategii ewolucyjnej, szeregów czasowych i wielu innych aplikacji, które znajdują zastosowanie w różnych obszarach nauki i techniki.

III. Literatura

- Scilab manual, http://www.scilab.org/.
- A. Brozi, Scilab w przykładach, NAKOM, Poznań 2007.
- C. T. Lachowicz, *Matlab*, *Scilab*, *Maxima*. *Opis i przykłady zastosowań*, Wydawnictwo Politechniki Opolskiej, Opole 2005.
- S. L. Campbell, J.-P. Chancelier, R. Nikoukhah, *Modeling and Simulation in Scilab/Scicos*, Springer, 2005.
- B. Pinçon, *Wprowadzenie do Scilaba*, Université Henri Poincaré, przekład z języka francuskiego.

IV. Realizacja ćwiczenia laboratoryjnego

Uwaga: w czasie realizacji poszczególnych części ćwiczenia laboratoryjnego należy wspomagać się informacjami, które zawarto w podręcznej pomocy programu Scilab, uruchamianej klawiszem *F1*, niezależnie dla każdego aktywnego okna programu, lub rozkazem **help nazwa_instrukcji**, wprowadzaną (po znaku zachęty -->) w oknie głównym konsoli.

- 1. Należy uruchomić program Scilab i zapoznać się z przeznaczeniem podstawowych części aplikacji:
 - okno główne konsoli (*Konsola Scilab*);
 - okno edytora skryptów *SciNotes* menu /*Applications/SciNotes*;
 - okno narzędzia do modelowania i symulacji układów dynamicznych menu /*Applications/Xcos* (szczegółowe informacje na temat narzędzia znajdują się na stronie http://www.scicos.org);
 - okno narzędzia do konwersji skryptów Matlab'a na Scilab'a menu / Applications/Translator Matlab do Scilab;
 - okno przewodnika umożliwiającego zapoznanie się z możliwościami oprogramowania –
 menu /?/Przykłady (po wybraniu interesującej sekcji przewodnika, dla niektórych sekcji można
 przełączyć się na okno konsoli i np. za pomocą klawisza Enter uruchamiać kolejne elementy
 wybranego skryptu demonstracyjnego, jeżeli są one dostępne).
- 2. Wykonując podstawowe operacje matematyczne na liczbach (np. dodawanie +, odejmowanie -, mnożenie *, dzielenie /, \ realizowane podobnie jak na kalkulatorze), przeprowadzić testy pracy programu w **trybie poleceń**. Rozkazy należy wpisywać w oknie konsoli, po znaku zachęty -->. Polecenia są wykonywane natychmiast po naciśnięciu klawisza *Enter*. Przetestować sposoby komunikacji z programem, które zostały zawarte w poniższych uwagach.

Uwagi praktyczne dotyczące komunikacji z programem

- 2.1. Operatory arytmetyczne nie muszą być oddzielane od zmiennych spacjami, chociaż w szczególnych przypadkach spacje pozwalają uniknąć niejednoznaczności podczas definiowania zmiennych.
- 2.2. Program zapamiętuje pewną liczbę wcześniej wydanych rozkazów, których wybieranie można realizować za pomocą klawiszy strzałek ↑ ↓. Naciśnięcie klawisza ↑ powoduje wyświetlenie ostatnio wydanego rozkazu, kolejne jego naciśnięcia przywołują wyświetlanie wcześniejszych rozkazów. Historię można wykasować za pomocą opcji menu /Preferences/Wyczyść historię. Opcja menu /Preferences/Wyczyść konsolę czyści okno konsoli.
- 2.3. W sytuacji konieczności zapisu polecenia w kilku wierszach, np. dla zwiększenia przejrzystości zapisu matematycznego, należy wykorzystać znak dwóch kropek ... (po zastosowaniu tego znaku, naciśnięcie klawisza *Enter* spowoduje przejście do nowej linii, a program będzie czekał na dokończenie polecenia w kolejnej linii lub liniach, jeżeli one także będą zakończone tym symbolem). Metody tej nie należy stosować do przenoszenia do następnego wiersza części wprowadzanego łańcucha.
- 2.4. W celu uniknięcia wyświetlania wyniku na ekranie (np. dla definiowanych, obszernych macierzy), wprowadzane polecenie należy zakończyć symbolem średnika; W trakcie wpisywania kilku poleceń, można je zapisać w jednej linii, oddzielając kolejne elementy średnikami (wyniki nie będą wyświetlane na ekranie) lub przecinkami (wyniki będą wyświetlane na ekranie).
- 2.5. Wprowadzanie wielu poleceń w jednej linii może być kłopotliwe w razie napotkania błędu. W przypadku zaistnienia takiej sytuacji Scilab wyświetli numer wiersza, w którym wystąpił błąd, nie będzie jednak wiadomo, w którym konkretnie poleceniu on wystąpił. Niewygodne może być także korzystanie z możliwości wprowadzenia jednego polecenia w wielu liniach, separowanych za pomocą symbolu . . . Takie wyrażenia traktowane są jako pojedyncza linia i odpowiednio do tego zostanie podany numer ewentualnego wiersza, w którym wystąpił błąd.
- 2.6. Sposób zapisu liczb (dokładność): Do zmiany formatu wyświetlania (i drukowania) liczb służy funkcja **format** ([typ], [długość]), gdzie typ'em może być symbol 'e' (exponential postać wykładnicza) lub 'v' (variable format zmienny, ustawiony domyślnie); domyślna długość wynosi 10.

- 2.7. Podczas wykonywania skryptu, naciśnięcie kombinacji *Ctrl-C* (znak zachęty zmieni się z --> na -n->, gdzie n oznacza krotność użycia kombinacji klawiszy *Ctrl-C*) powoduje przerwanie aktualnie wykonywanych operacji (odczytanych ze skryptu lub poleceń wprowadzonych z klawiatury) i przekazanie kontroli użytkownikowi. Ten sam efekt uzyskiwany jest za pomocą opcji menu */Sterowanie/Przerwij*. W tym stanie dostępne są wszystkie aktualnie znajdujące się w pamięci zmienne, które można oglądać i/lub zmieniać. Po wydaniu polecenia **resume** Scilab powraca do wykonywania programu, z uwzględnieniem nowo wprowadzonych zmian.
- 3. Zapoznać się ze sposobem definiowania i korzystania ze zmiennych (także systemowych patrz uwagi poniżej). Napisać skrypt, w którym dla czterech zdefiniowanych zmiennych $x_1=0^\circ$, $x_2=45^\circ$ $x_3=90^\circ$ i $x_4=180^\circ$, zostaną wyliczone funkcje sin(x) i cos(x). W skrypcie należy wykorzystać zmienną systemową %pi. Przetestować działanie funkcji clear.

Uwagi praktyczne dotyczące definiowania zmiennych

- 3.1. Operator przypisania = oznacza, że wartość wyrażenia po jego prawej stronie zostaje przypisana zmiennej znajdującej się z lewej strony. Długość nazw zmiennych jest nieograniczona, lecz w Scilab'ie rozpoznawane są tylko 24 pierwsze znaki. Nazwy muszą zaczynać się od litery lub znaku %, po których następują dowolne znaki litery, cyfry lub inne elementy (poza spacją i symbolami operatorów).
- 3.2. Przy pracy z programem użyteczna jest rozkaz **clear**, która powoduje usuwanie z pamięci zmiennych, wskazywanych jako jej parametry. Parametry tego rozkazu podaje się po spacji, a jeśli jest ich więcej oddziela się je od siebie spacjami. Rozkaz ten usuwa wszystkie zmienne z pamięci, jeżeli wywołano ją bez parametrów.
- 3.3. Zmienne o nazwach zaczynających się od znaku %, są **zmienymi systemowymi** (predefiniowanymi), np.: %eps, %t lub %pi. Rozkaz clear nie kasuje tych zmiennych. Użytkownik może zdefiniować własne zmienne o nazwach zaczynających się od znaku %, jednak taka nazwa nie czyni ich odpornymi na działanie polecenia clear.

Użyteczne zmienne systemowe:

- wartość π symbol %**pi**;
- podstawa logarytmów naturalnych *e* symbol %**e**;
- jednostka urojona liczy zespolonej symbol %i (na ekranie pojawia się tylko i);
- nieskończoność symbol %inf;
- prawda i fałsz logiczny symbol %t lub %T, oraz: %f lub %F;
- minimalna możliwa do zapisania w danym systemie operacyjnym liczba zmiennoprzecinkowa symbol **%eps** (można ją wykorzystać np. do zatrzymania obliczeń gdy krok zmaleje do praktycznie "niemierzalnej" wartości danej zmiennej);
- "nie liczba" symbol %nan;
- zmienna specjalna symbol ans (do tej zmiennej przypisywany jest wynik ostatniego polecenia, jeśli polecenie to samo tego nie określało; przykład: po wprowadzeniu polecenia 3*2 zmienna ans=6; zmienna zachowuje obliczona wartość dopóki nie zostanie wydane kolejne tego rodzaju polecenie).

3.4. Wybrane, użyteczne funkcje programu:

```
wartość bezwzględna, moduł
     abs
             eksponent
     exp
            logarytm naturalny
     log
             logarytm o podstawie 10
  log10
             cosinus (argument w radianach)
     cos
             sinus (argument w radianach)
     sin
    sinc
     tan
             tangente (argument w radianach)
             cotangente (argument w radianach)
    cotg
             arccos
    acos
             arcsin
    asin
    atan
             arctg
             cosinus hiperboliczny
    cosh
             sinus hiperboliczny
    sinh
    tanh
             tangens hiperboliczny
   acosh
             argch
             argsh
   asinh
             argth
   atanh
            pierwiastek kwadratowy
    sqrt
             E(x) = (|x|) = n \Leftrightarrow n \le x < n+1,
  floor
            \lceil x \rceil = n \Leftrightarrow n - 1 < x \le n, \qquad x \in N
    ceil
            int(x) = \lfloor x \rfloor jeśli x > 0 oraz = \lceil x \rceil dla x \le 0
     int
            funkcja błędu erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt
     erf
             dopełnienie funkcji błędu określone przez ercf(x) = 1 - erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{x}^{+\infty} e^{-t^2} dt
    erfc
            \Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt
  gamma
             ln(\Gamma(x))
lngamma
             \frac{d}{dx}\ln(\Gamma(x))
dlgamma
```

4. Przeprowadzić operacje na macierzach korzystając ze wszystkich poniższych uwag.

Uwagi praktyczne dotyczące operacji na macierzach

- 4.1. Podstawowym typem danych w Scilab'ie jest **macierz** liczb rzeczywistych lub zespolonych. Wektor lub skalar są w istocie szczególnymi przypadkami macierzy. Najprostszym sposobem definiowania macierzy w programie jest wprowadzenie z klawiatury listy jej elementów według poniższej zasady:
 - elementy tego samego wiersza oddzielone są spacją lub przecinkiem;
 - lista elementów musi być ujęta w nawias kwadratowy;
 - każdy wiersz macierzy (z wyjątkiem ostatniego) musi być zakończony średnikiem.

Przykłady definicji macierzy (wektorów):

- wektor wierszowy: **A=[1,2,3]** lub **A=[1 2 3]**;
- wektor kolumnowy: **A=[1;2;3]**:
- macierz o rozmiarze 2 wierszy i 3 kolumn (lub inaczej 2x3): A=[1,2,3;4,5,6] lub inaczej, z użyciem symbolu . .:
 A=[1,2,3;...
 4,5,6];
- macierz transponowana: A';
- macierz o elementach losowych z wykorzystaniem funkcji **rand**, która pozwala zdefiniować grupę elementów pseudolosowych, pochodzących z przedziału [0,1); dla funkcji **rand** możliwe jest także użycie rozkładu normalnego dla losowanych liczb, a także podanie zarodka dla generatora liczb pseudolosowych szczegółowe informacje zawarto w pomocy; przykład definicji: **A=rand(3,4)**;

4.2. Przykłady wyboru elementu/ów macierzy:

- wybór elementu z pierwszego wiersza drugiej kolumny: A (1, 2);
- równoważny wybór całego drugiego wiersza macierzy o rozmiarze 2x3: A(2,1:3), A(2,1:\$), A(2,:);
- wybór fragmentu macierzy od punktu o współrzędnych 1x2 do punktu 2x3: A(1:2,2:3).

4.3. Użyteczne funkcje dotyczące macierzy (wektorów):

- macierz wypełniona zerami: zeros (4,3);
- macierz wypełniona jedynkami: ones (4, 3);
- macierz jednostkowa: **eye (4, 4)**;
- funkcja zwraca rozmiar macierzy: size(A);
- funkcja zwraca liczbę elementów macierzy: **length (A)**;
- funkcja zwraca ślad macierzy (sumę elementów głównej przekątnej <u>macierzy kwadratowej</u>): **trace (A)**;
- funkcja zwraca wyznacznik macierzy: **det (A)**;
- funkcja zwraca sumę elementów macierzy: **sum (A)**;
- funkcja zwraca iloczyn elementów macierzy: prod (A).

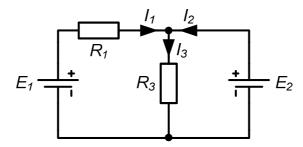
4.4. Podstawowe działania na macierzach:

- suma macierzy wg definicji $\mathbf{A} + \mathbf{B} = [a_{i,j} + b_{i,j}]$: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$;
- mnożenie macierzy przez liczbę wg definicji $c * \mathbf{B} = [c \cdot b_{i,j}]$: $\mathbf{c} * \mathbf{B}$;
- iloczyn Cauchy'ego $\mathbf{A} \star \mathbf{B}$ wg definicji $c_{i,j} = \sum_{r=1}^m a_{i,r} \cdot b_{r,j} = a_{i,1} \cdot b_{1,j} + a_{i,2} \cdot b_{2,j} + \dots + a_{i,m} \cdot b_{m,j}$ dla i=1..n oraz j=1..p.

UWAGA: działanie to zdefiniowane jest wyłącznie dla macierzy, z których pierwsza ma tyle kolumn, co druga wierszy. Powyższa definicja jest słuszna dla macierzy \mathbf{A} o rozmiarze $n \times m$, i macierzy \mathbf{B} o rozmiarze $m \times p$, dla których iloczyn $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ jest macierzą \mathbf{C} o rozmiarze $n \times p$.

- iloczyn skalarny wg definicji $\mathbf{A}.*\mathbf{B} = [a_{i,j} \cdot b_{i,j}]: \mathbf{A}.*\mathbf{B};$
- potęgowanie <u>macierzy kwadratowych</u>: np. **A^2**; **A^3** itd.;
- potęgowanie elementów macierzy: A.^2; A.^3 itd.;
- odwracanie macierzy: inv (A) to samo działanie zapisane inaczej: A^ (-1);
- iloraz lewostronny macierzy: **C=A/B** co oznacza to samo dla zapisu **A=C*B** (uwaga patrz iloczyn Cauchy'ego);

- iloraz prawostronny macierzy: C=A\B, co oznacza to samo dla zapisu: B=A*C (uwaga j.w.);
- skalarny iloraz lewo- i prawostronny: **C=A./B** oraz **C=A.\B** (służący do dzielenia przez siebie odpowiednich elementów macierzy).
- okno edytora skryptów 5. Korzystając Z (menu konsoli: /Applications/SciNotes) napisać program, za pomocą którego zostaną wyznaczone prądy I_1 , I_2 oraz I_3 dla układu z poniższego schematu. Przygotowany skrypt należy zapisać katalogu D:\LABORATORIUM\nazwa_przedmiotu\nazwa_roku\nr_gr_lab\, w postaci pliku z rozszerzeniem *.sce (domyślne rozszerzenie pliku skryptu w programie Scilab). Wykonanie skryptu można zrealizować opcją menu: /Wykonaj/...plik, z echem Ctrl+L. Każdy skrypt warto rozpocząć od następujących rozkazów:
 - clear czyszczenie pamięci;
 - clc czyszczenie konsoli;
 - clf czyszczenie okna graficznego (jeżeli korzysta się z kreślenia wykresów).



Dane dla poszczególnych zespołów laboratoryjnych (każdy zespół rozwiązuje zadanie dla jednego zestawu danych):

- zespól nr 1: E_1 =5 V, E_2 =1 V, R_1 =3 Ω , R_3 =4 Ω ;
- zespól nr 2: E_1 =10 V, E_2 =1 V, R_1 =6 Ω , R_3 =5 Ω ;
- zespól nr 3: E_1 =3 V, E_2 =8 V, R_1 =2 Ω , R_3 =3 Ω ;
- zespól nr 4: E_1 =8 V, E_2 =3 V, R_1 =4 Ω , R_3 =4 Ω .

5.1. Sformułowanie problemu

W pierwszej kolejności, układ elektryczny z powyższego schematu należy opisać układem liniowych równań postaci:

$$\begin{cases} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 + \dots + a_{1,n}x_n = b_1 \\ a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 + \dots + a_{2,n}x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{n,1}x_1 + a_{n,2}x_2 + \dots + a_{n,n}x_n = b_n \end{cases}$$

W zapisie macierzowym układ ten przyjmuje postać $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$:

$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}$$

Rozwiązaniem układu równań postaci $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ jest rozkaz wykorzystujący:

- macierz odwrotną, np: x1=inv(A) *b;
- funkcję **linsolve**, która rozwiązuje równania macierzowe postaci **A·x+b=0**; rozwiązaniem układu równań jest przykładowy rozkaz: **x2=linsolve(A,-b)**.

5.2. Analiza numerycznego rozwiązania przybliżonego

Uzyskane rozwiązanie numeryczne - pomimo dość dokładnego wyniku - jest zawsze obarczone pewnymi błędami zaokrąglenia, spowodowanymi arytmetyką liczb zmiennoprzecinkowych. W momencie, gdy rozwiązanie układu liniowego jest wątpliwe, Scilab wyświetla stosowne ostrzeżenia (*Warnings*), pozwalające podjąć użytkownikowi odpowiednie działania.

Wykonując rozkazy: **r1=A*x1-b** oraz **r2=A*x2-b** sprawdzić, czy obydwa uzyskane rozwiązania (wykorzystujące macierz odwrotną i funkcję **linsolve**) są dokładne. Rozwiązanie dokładne oznacza spełnienie macierzowego równania postaci: **A·x-b=0**. Na podstawie uzyskanych wyników należy ocenić, które rozwiązanie jest bardziej dokładne.

Przy ocenie dokładności obliczeń dodatkowo należy posłużyć się normą macierzową, która określa największą wartość bezwzględną elementu macierzy. W tym celu należy wykonać następujące rozkazy: nl=norm(A*xl-b,'inf'), n2=norm(A*x2-b,'inf'), a następnie porównać i skomentować uzyskane wyniki.

IV. Sprawozdanie z ćwiczenia laboratoryjnego

Uwaga: sprawozdanie – przygotowane w pliku *.docx (*.doc) na podstawie wszystkich wytycznych formatki *mn_formatka.doc* – należy przesłać na adres <u>pjanko@prz.edu.pl</u>, <u>najpóźniej w terminie</u> <u>1 tygodnia od dnia zakończenia ćwiczenia laboratoryjnego</u>. Odbiór każdego sprawozdania zostanie potwierdzony wiadomością zwrotną przez prowadzącego zajęcia. Sprawozdania powinny być opisane: nazwa roku, datą wykonania ćwiczenia, numerem grupy laboratoryjnej, numerem zespołu ćwiczącego (1-4) i jego składem osobowym. W przypadku odrabiania ćwiczenia, w/w informacje powinny zostać zawarte przy nazwisku osoby odrabiającej laboratorium. Odpowiedzialność za sprawozdanie jest zbiorowa, co oznacza, że wszyscy członkowie danego zespołu ćwiczącego (1-4) otrzymują tą samą ocenę za złożone sprawozdanie.

Sprawozdanie z pierwszego ćwiczenia laboratoryjnego powinno zawierać kompleksowe rozwiązanie zadania z punktu 5. W sprawozdaniu należy dokonać analitycznego i numerycznego rozwiązania zadanego problemu, stosując obszerny komentarz do każdego etapu postępowania. W dokumencie należy zawrzeć skrypt z komentarzem do każdej linii programu (komentarz w skrypcie wykonuje się po znaku //), a także opis przeprowadzonej analizy przybliżonego rozwiązania numerycznego. Sprawozdanie należy podsumować wnioskami, wyciągniętymi z realizacji procesu obliczeń numerycznych w programie Scilab.

V. Przygotowanie do następnych zajęć

- 1. Wiedza teoretyczna z zakresu rachunku macierzowego.
- 2. Umiejętność posługiwania się oprogramowaniem narzędziowym w zakresie zrealizowanym podczas pierwszego ćwiczenia laboratoryjnego.