ZSEiT	Zakład Systemów Elektronicznych i Telekomunikacyjnych **Metody numeryczne**

3 - ROZWIĄZYWANIE UKŁADÓW RÓWNAŃ NIELINIOWYCH

I. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia laboratoryjnego jest zapoznanie się z problemem aplikacji metod numerycznych w rozwiązywaniu układów równań nieliniowych.

II. Realizacja ćwiczenia laboratoryjnego

Uwaga: w czasie realizacji poszczególnych części ćwiczenia laboratoryjnego należy wspomagać się informacjami, które zawarto w podręcznej pomocy programu Scilab, uruchamianej klawiszem *F1*, niezależnie dla każdego aktywnego okna programu, lub rozkazem `help nazwa_instrukcji`, wprowadzaną (po znaku zachęty `-->`) w oknie głównym konsoli.

1. Metoda równego podziału

Zadanie do rozwiązania

Korzystając z metody równego podziału, należy znaleźć rozwiązania równania $f(x)=0$ dla funkcji jednej zmiennej: $f(x)=-x^3-x^2+3x+2$. Obliczenia należy poprzedzić wykonaniem wykresu funkcji $f(x)$, dla której należy dobrać: granice przedziału $[a,b]$ poszukiwania każdego pierwiastka, a także ε – kryterium zbieżności (wartość pożądanej dokładności przybliżenia pierwiastka).

Pomoc

Metoda równego podziału (zwana inaczej **metodą bisekcji**) jest jednym z wielu sposobów rozwiązywania równań nieliniowych, dobrze nadającym się do realizacji za pomocą oprogramowania stosowanego do obliczeń numerycznych. Metoda ta jest zawsze zbieżna i charakteryzuje się prostą ideą działania. Bazuje ona na twierdzeniu Bolzano-Cauchy'ego, którego istotę stanowi założenie, że jeżeli ciągła funkcja $f(x)$ ma na końcach przedziału domkniętego wartości różnych znaków, to wewnątrz tego przedziału, istnieje co najmniej jeden pierwiastek równania $f(x)=0$.

Zastosowanie metody równego podziału wymaga spełnienia poniższych założeń:

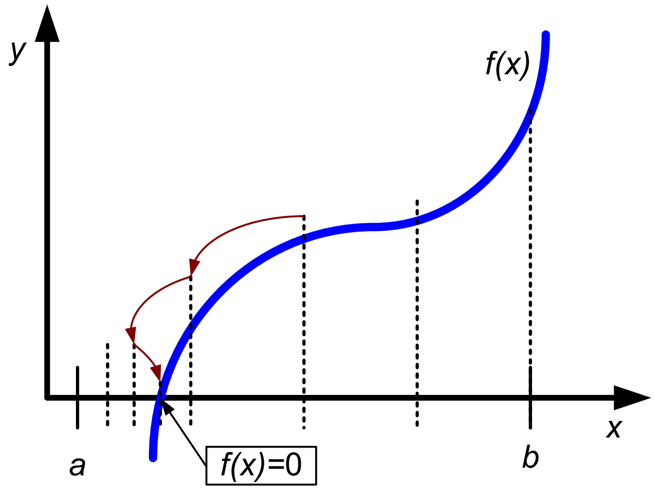
- funkcja $f(x)$ jest ciągła w przedziale domkniętym $[a,b]$;
- funkcja przyjmuje różne znaki na końcach przedziału: $f(a)\cdot f(b) < 0$
- funkcja posiada w przedziale $[a,b]$ tylko jeden pierwiastek dla równania $f(x)=0$.

Przebieg algorytmu, który należy zrealizować w skrypcie programowym:

a) sprawdzić, czy pierwiastkiem równania jest punkt $x_1=(a+b)/2$, czyli czy $f(x_1)=0$.
b) jeżeli spełniony jest punkt a), to algorytm kończy się - wyznaczony punkt jest miejscem zerowym; w przeciwnym razie x_1 dzieli przedział $[a,b]$ na dwa mniejsze przedziały $[a,x_1]$ i $[x_1,b]$;
c) wybierany jest ten przedział, dla którego spełnione jest drugie założenie, tzn. albo $f(x_1)\cdot f(a)<0$ albo $f(x_1)\cdot f(b)<0$; cały proces powtarzany jest dla wybranego przedziału.

Działanie algorytmu kończy się w punkcie b) albo po osiągnięciu żądanej dokładności przybliżenia pierwiastka, zdefiniowanej w zadaniu jako kryterium zbieżności ε.

Przykładowy przebieg algorytmu zaprezentowano na poniższym rysunku.



Podczas realizacji zadania należy zdefiniować 2 funkcje o postaci:

```
function x = metoda_rp(a,b,f,epsilon)
  //definicja funkcji realizującej w/w algorytm
endfunction

function y=f(x)
  //definicja nieliniowej funkcji jednej zmiennej
Endfunction
```

2. Wykorzystanie funkcji `fsolve()`

   Zadanie do rozwiązania

   Korzystając z wbudowanej funkcji programu Scilab do rozwiązywania układów równań nieliniowych: `fsolve()`, należy znaleźć rozwiązanie równania $f(x)$=0 dla funkcji jednej zmiennej z pierwszego punktu instrukcji laboratoryjnej: $f(x)=-x^3-x^2+3x+2$. Przed wykonaniem obliczeń, należy dobrać różne punkty startowe w taki sposób, aby znaleźć wszystkie rozwiązania (pierwiastki) równania. Po wykonaniu obliczeń należy porównać i skomentować wyniki otrzymane z obydwu rozwiązań (zaimplementowaną metodą równego podziału i funkcją `fsolve()`).

3. Wykorzystanie funkcji `fsolve()` do rozwiązywania układu równań nieliniowych

   Zadanie do rozwiązania

   Korzystając z wbudowanej funkcji programu Scilab do rozwiązywania układów równań nieliniowych: `fsolve()`, należy rozwiązać układ równań nieliniowych:

$$x^2 + y^2 - 50=0$$
$$x \cdot y - 25=0$$

   Obliczenia należy poprzedzić wykonaniem wykresów obu funkcji w jednym układzie współrzędnych (`plot3d()`). Wskazać na wykresie rozwiązania układu równań. Przed wykonaniem właściwych obliczeń, należy dobrać różne punkty startowe w taki sposób, aby znaleźć wszystkie rozwiązania (pierwiastki) układu równań.

   Pomoc

   Podczas realizacji zadania układ równań można zdefiniować jako funkcję postaci:

```
function [f] = ukl_r(x)
  f(1) = ...
  f(2) = ...
endfunction
```

III. Sprawozdanie z ćwiczenia laboratoryjnego

Uwaga: sprawozdanie – przygotowane w pliku *.docx (*.doc) na podstawie wszystkich wytycznych formatki *mn_formatka.doc* – należy przesłać na adres pjanko@prz.edu.pl, **najpóźniej w terminie 1 tygodnia od dnia zakończenia ćwiczenia laboratoryjnego**. Odbiór każdego sprawozdania zostanie potwierdzony wiadomością zwrotną przez prowadzącego zajęcia. Sprawozdania powinny być opisane: nazwa roku, datą wykonania ćwiczenia, numerem grupy laboratoryjnej, numerem zespołu ćwiczącego (1-4) i jego składem osobowym. W przypadku odrabiania ćwiczenia, w/w informacje powinny zostać zawarte przy nazwisku osoby odrabiającej laboratorium. Odpowiedzialność za sprawozdanie jest zbiorowa, co oznacza, że wszyscy członkowie danego zespołu ćwiczącego (1-4) otrzymują tą samą ocenę za złożone sprawozdanie.

Sprawozdanie z trzeciego ćwiczenia laboratoryjnego powinno zawierać kompleksowe rozwiązanie wszystkich zadań, które wyszczególniono w instrukcji. W sprawozdaniu należy zawrzeć uzyskiwane wyniki oraz obszerny komentarz do każdego etapu postępowania. W dokumencie należy zawrzeć przygotowane skrypty z komentarzami do każdej linii programu. Sprawozdanie należy podsumować wnioskami, wyciągniętymi z realizacji procesu obliczeń numerycznych w programie Scilab.

IV. Przygotowanie do następnych zajęć

1. Wiedza teoretyczna z zakresu rachunku macierzowego.
2. Umiejętność posługiwania się oprogramowaniem narzędziowym w zakresie zrealizowanym podczas pierwszego i drugiego ćwiczenia laboratoryjnego.
3. Umiejętność syntezy algorytmów i ich implementacji w oprogramowaniu numerycznym.
4. Umiejętność numerycznego rozwiązywania liniowych i nieliniowych układów równań.