Witor Matheus Alves de Oliveira - 10692190

Henrique de Souza Queiroz dos Santos - 10819029

**1 -**

Provar:

1. Caso base:

Se n = 1 temos:

como (\*) é igual (#), logo vale para o caso base.

1. Passo de indução:

Vale para n = j, então temos:

Para n = j+1:

Como (\*) é igual a (#), concluímos que é verdade para .

**2 -** Dada uma árvore binária com altura e vértices, provar que

(Base) Se h = 1, então . Ou seja, é verdadeiro, já que uma árvore binária de altura 1 possui apenas um nó (a raiz, que também é folha).

(Indução) Suponha verdadeiro para as árvores construídas recursivamente. Ou seja, . Então, .

Os vértices de são o vértice único (raíz) de somado com todos os vértices das árvores construídas recursivamente. Assim, temos vértices. Portanto

A altura de é a maior altura de todas as árvores construídas somando 1, já que, para cada árvore de altura , acrescentamos mais um vértice ao conectarmos as árvores ao nó raiz de . Ou seja

.

Para fins de praticidade, considere . O mesmo para .

Como , então

⬛