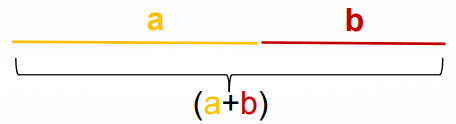
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Wydział**  WIMiIP | **Imię i nazwisko**  Mateusz Witkowski | **Rok**  II | **Grupa**  4 |
| **Temat:**  Optymalizacja – metoda złotego podziału. | | | **Prowadzący**  dr hab. inż. Hojny Marcin, prof. AGH |
| **Data ćwiczenia**  07.05.2020 | **Data oddania**  13.05.2020 | **Data zaliczenia** | **OCENA** |

1. **Cel ćwiczenia**

Celem ćwiczenia było zapoznanie się oraz implementacja metody optymalizacji na podstawie metody złotego podziału.

1. **Wprowadzenie teoretyczne**

Złoty podział (złota proporcja, boska proporcja, podział harmoniczny) – jest to sposób dzielenia odcinak na dwie części, w wyniku którego stosunek dłuższej z nich do krótszej jest dokładnie taki sam, jak stosunek całego odcinka do dłuższej części. Podział wyraża następujący wzór:



Rysunek 1. Złoty podział odcinka

Złota liczba – , przyjmuje następującą wartość, wynikającą ze wzoru:

Tym samym terminem określa się liczbę odwrotną, czyli stosunek krótszej długości do dłuższej, zastosowaną w tym ćwiczeniu:

Złoty podział znany był już od starożytności gdzie przypisywano mu wyjątkowe walory estetyczne, wykorzystuje się go w architekturze, malarstwie, a nawet fotografii. Matematycy od dawnych czasów badali jego wyjątkowe właściwości. W naszym przypadku posłuży jako metoda odszukania minimum w zadanym przedziale, jednak by algorytm mógł zadziałać muszą zostać spełnione odpowiednie warunki:

* Funkcja jest ciągła w przedziale [a, b].
* Funkcja posiada co najwyżej jedno ekstremum w przedziale [a, b].

Celem algorytmu jest znalezienie najmniejszego możliwego przedziału w zadanej dokładności, w którym ma znajdować się minimum. W tym celu obliczamy dwa dodatkowe punkty znajdujące się w naszym przedziale, spełniające warunek   
przy pomocy wzorów:

***xl*** *–* punkt znajdujący się bliżej lewej granicy przedziału.

***xp*** *–* punkt znajdujący się bliżej prawej granicy przedziału.

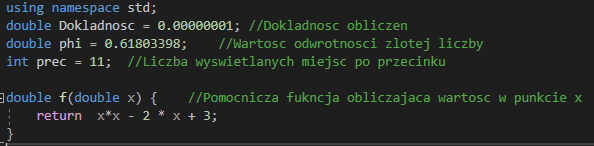
Wykorzystując wyliczone w ten sposób punkty sprawdzamy, w którym z przedziałów znalazło się nasze minimum:

* Jeżeli to szukane minimum znajduje się w przedziale
* Jeżeli to szukane minimum znajduje się w przedziale

Następnie zawężamy przedział, obieramy nowe a lub b, obliczmy kolejne ***xl*** i ***xp*.** Proces powtarzamy aż do spełnienia warunku, w którym odległość między granicami nowo utworzonego przedziału jest mniejsza od zadanej dokładności ( ).

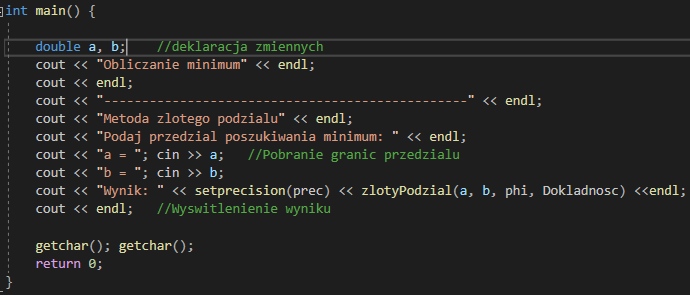
1. **Kod programu**

Zdefiniowano globalne zmienne odpowiedzialne za dokładność przybliżenia wyniku, wartość złotej liczby i ilość wyświetlanych miejsc po przecinku oraz funkcję pomocniczą mającą na celu obliczanie wartości zadanej funkcji w przekazanym punkcie.



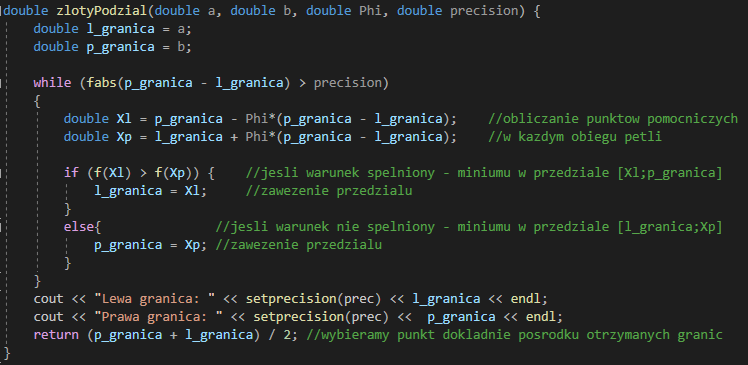
Rysunek 2. Globalne zmienne, funkcje pomocnicze.

W funkcji main zdeklarowano odpowiednie zmienne i pobrano wartości granic przedziałów oraz wywołano funkcję odpowiedzialną za znalezienie minimum. Wyświetlono wynik.



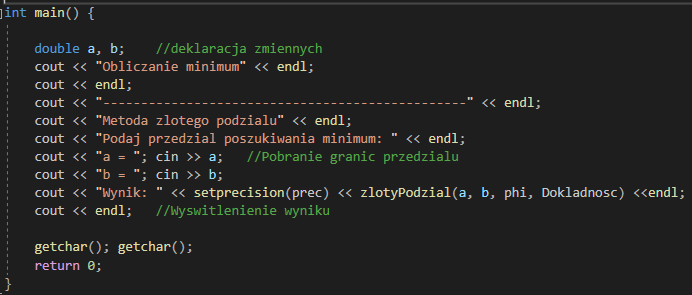
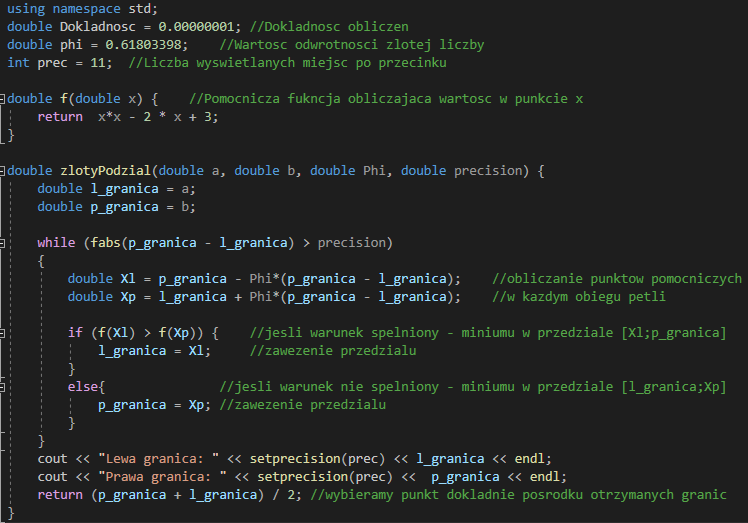
Rysunek 3. Funkcja main

Definicję algorytmu złotego podziału rozpoczęto od zapisu granic w zmiennych lokalnych. Rozpoczęto pętle while kończącą się w przypadku gdy odległość między granicami będzie mniejsza od zadanej dokładności. W pętli, w każdym obiegu obliczamy nowe punkty pomocnicze ***xl*** i ***xp***, na podstawie których sprawdzamy warunki w jakim przedziale mieści się nasze minimum. Po wyznaczeniu właściwej części zawężamy nasz przedział i powtarzamy wszystkie czynności aż do osiągnięcia przekazanej dokładności. Następnie wyświetlamy lewą i prawą granicę oraz zwracamy punkt pomiędzy nimi jako rozwiązanie. Funkcja przyjmuje jako argumenty granice przedziału, wartość odwrotności złotej liczby oraz wybraną dokładność obliczeń.



Rysunek 4. Funkcja realizująca algorytm złotego podziału w celu znalezienia minimum.

**Cały kod:**



Rysunek 5. Cały kod programu.

1. **Testy**

W celu zweryfikowania wyników programu dokonano trzech testów z wykorzystaniem kalkulatora znajdującego się na stronie <https://www.wolframalpha.com/>. W każdym przypadku obliczono błąd względny. Wszystkie obliczenia w programie wykonywano

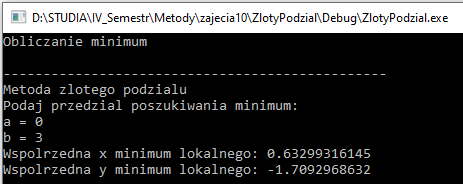
z dokładnością do 0.00000001.

**Test 1.**

Tabela 1. Dane dla testu 1

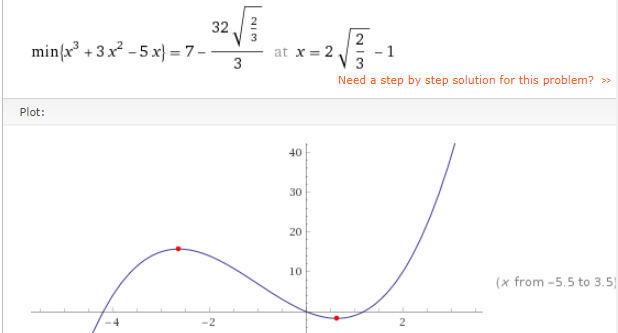
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Wzór funkcji** | **Lewa granica przedziału** | **Prawa granica przedziału** |
|  | 0 | 3 |

**Wynik programu:**



Rysunek 6. Wynik działania programu.

**Wynik ze strony:**



Rysunek 7. Wynik ze strony.

Wartość minimum lokalnego wyniosła 0.6329931619

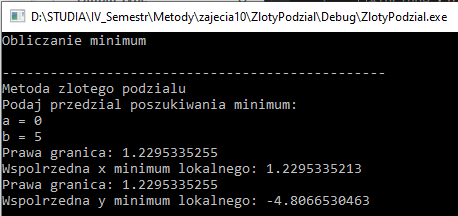
**Błąd względny:**

**Test 2.**

Tabela 2. Dane dla testu 2

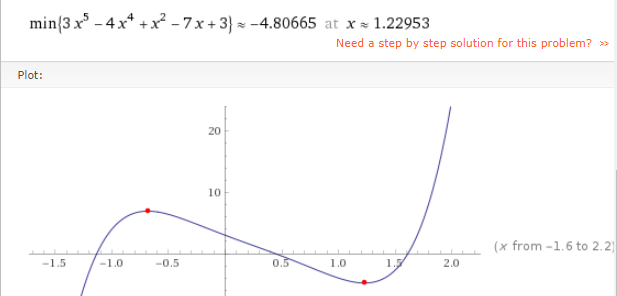
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Wzór funkcji** | **Lewa granica przedziału** | **Prawa granica przedziału** |
|  | 0 | 5 |

**Wynik programu:**



Rysunek 8. Wynik działania programu.

**Wynik ze strony:**



Rysunek 9. Wynik ze strony.

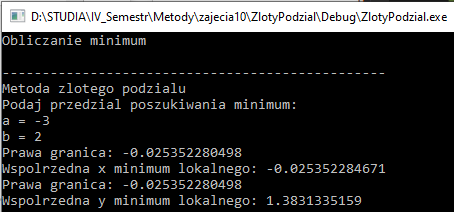
**Błąd względny:**

**Test 3.**

Tabela 3. Dane dla testu 3

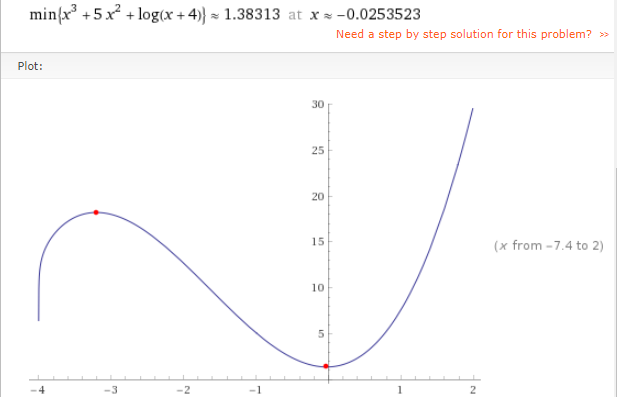
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Wzór funkcji** | **Lewa granica przedziału** | **Prawa granica przedziału** |
|  | -3 | 2 |

**Wynik programu:**



Rysunek 10. Wynik działania programu.

**Wynik ze strony:**



Rysunek 11. Wynik ze strony.

**Błąd względny:**

1. **Wnioski**

Wykorzystana w ćwiczeniu metoda złotego podziału jest niezwykle popularny i użyteczną metodą. Znajduje zastosowanie w wielu dziedzinach takich jak architektura, a także   
w przypadku niektórych matematycznych obliczeń. Jak udowodniły testy metoda ta sprawdza się również w przypadku algorytmu poszukiwania minimum w z zadanym przedziale. Wyniki otrzymane tym sposobem, mimo iż zależą od obranej dokładności   
i zastosowanych przybliżeń są niemalże bezbłędne. Bardzo istotną rzeczą jest dobranie odpowiednie przedziału, tak by znajdowało się tam co najwyżej jedno minimum gdyż   
w przeciwnym wypadku możemy otrzymać błędne wyniki. Wyliczone błędy względne pokazały jak bardzo precyzyjna jest ta metoda.