|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Wydział**  WIMiIP | **Imię i nazwisko**  Mateusz Witkowski | **Rok**  II | **Grupa**  4 |
| **Temat:**  Kwadratury Gaussa 2D | | | **Prowadzący**  dr hab. inż. Hojny Marcin, prof. AGH |
| **Data ćwiczenia**  16.04.2020 | **Data oddania**  23.04.2020 | **Data zaliczenia** | **OCENA** |

1. **Cel ćwiczenia**

Celem ćwiczenia było zapoznanie się oraz implementacja kwadratury Gaussa 2D   
na podstawie załączonej instrukcji oraz przykładowego programu.

1. **Wprowadzenie teoretyczne**

Kwadratura Gaussa 2D jest popularną kwadraturą złożoną do obliczania pola powierzchni figury określonej w dwóch kierunkach. Metody złożone charakteryzują się zdecydowanie lepszą dokładnością w porównaniu do podstawowych metod przybliżonego obliczania całek. Polegają na podzieleniu przedziału [a, b] na pewną liczbę podprzedziałów, zastosowaniu metody w podprzedziałach a następnie zsumowaniu wyników.

Kwadratura Gaussa 2D polega na przekształceniu układu współrzędnych w taki sposób,   
by element kwadratowy został odwzorowany przez kwadrat o wymiarach 2x2. Transformacja układu współrzędnych określona jest równaniem:

W kwadraturze Gaussa 2D określony jest przedział [a, b], punkty całkowania oraz ich wagi:

* [a, b] = [-1, 1]
* 0,5773502692
* 0,5773502692

Ważnym elementem jest wyliczenie pochodnych cząstkowych , :

Gdzie: – jest to macierz Jacobiego, z której wyznacznik jest Jakobianem transformacji układu współrzędnych, obliczanym za pomocą wzoru:

Pochodne to suma pochodnych cząstkowych czterech wierzchołków przemnożona przez wartość współrzędnej x lub y, dana wzorem:

Dla każdego z wierzchołków od 1 do 4 obliczamy N:

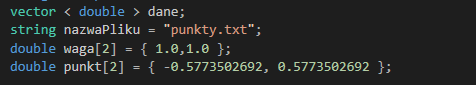
Uwzględniając wszystkie powyższe kroki, całkowanie funkcji w układzie , , za pomocą metody Gaussa można zapisać wzorem:

Gdzie:

* 0,5773502692
* 0,5773502692

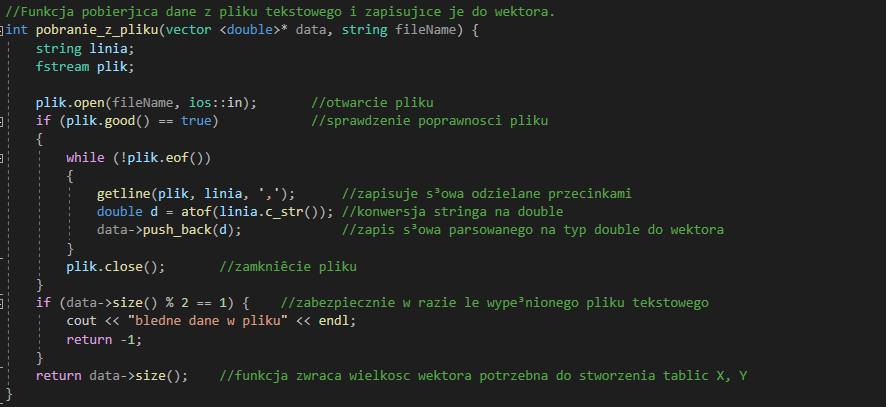
1. **Kod programu**

Zdefiniowano globalnie tablice statyczne przechowujące punkty całkowania oraz ich wagi, dodatkowo utworzono wektor oraz zmienna przechowującą nazwę pliku, potrzebne   
do pobrania danych dotyczących wierzchołków w późniejszej części programu.



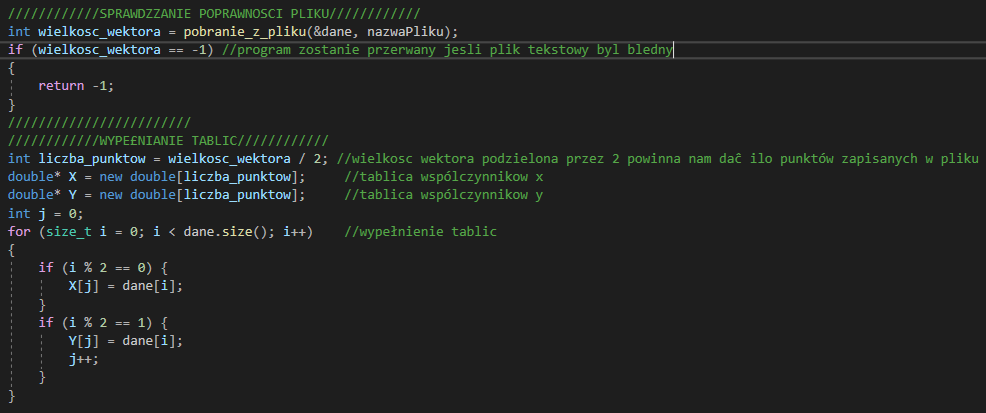
Rysunek . Deklaracja w przestrzeni globalnej

Zdefiniowano funkcje pobierającą dane z podanego pliku txt oraz uzupełniającą przekazany wektor.



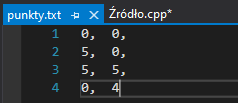
Rysunek . Funkcja pobierająca dane z pliku

W funkcji main następuje sprawdzenie poprawności pliku oraz rozdzielenie pobrany danych   
o punktach na odpowiednie tablice – X i Y.



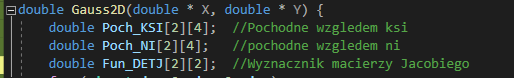
Rysunek . Sprawdzenie poprawności, podział danych

Utworzono plik txt i wypełniono go danymi.



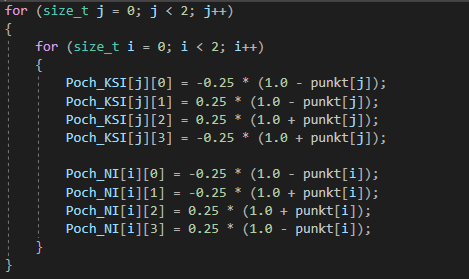
Rysunek . Plik z wierzchołkami czworokąta

Definicja funkcji liczącej powierzchnię przyjmuje dwa argumenty – tablice wierzchołków, wewnątrz zadeklarowano niezbędne wielowymiarowe tablice potrzebne do dalszych obliczeń, przechowujące pochodne względem i oraz wyznacznik z macierzy Jacobiego.



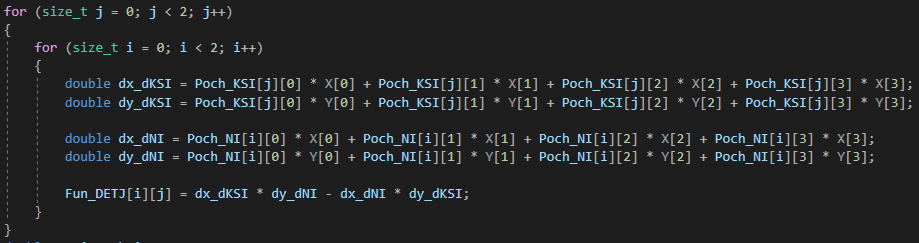
Rysunek . Deklaracja tablic

W podwójnej pętli obliczono wartości pochodnych względem i



Rysunek . Wyliczenie pochodnych

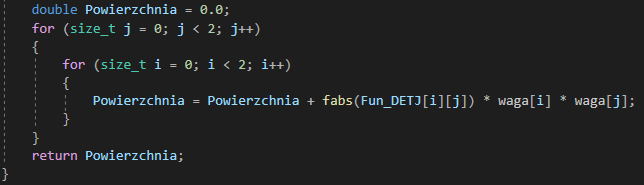
Wyliczamy wartości iloczynów sum pochodnych cząstkowych i wartości opowiadających współrzędnych x bądź y. Następnie wyznaczamy wartość macierzy Jacobiego.



Rysunek . Wyliczenie wartości macierzy Jacobiego

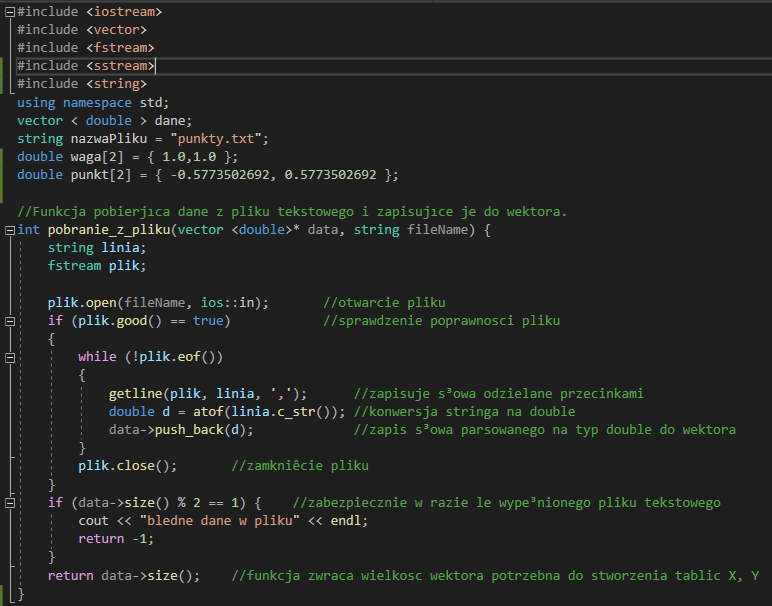
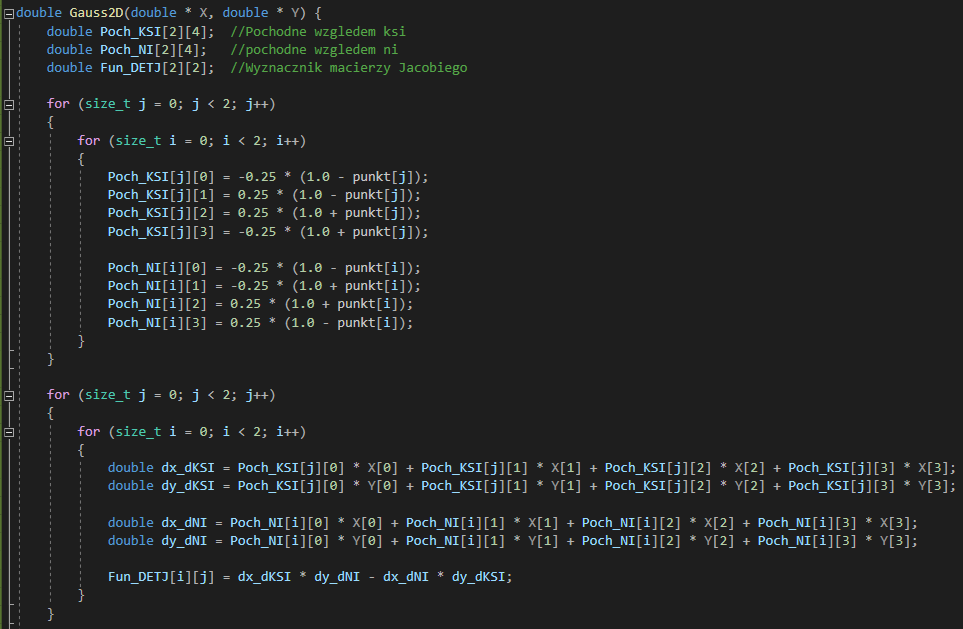
Finalnie wyliczono wartość powierzchni zadanego czworokąta, poprzez przemnożenie wartości bezwzględnej z obliczonego wyznacznika Jacobiego i odpowiednich wag.

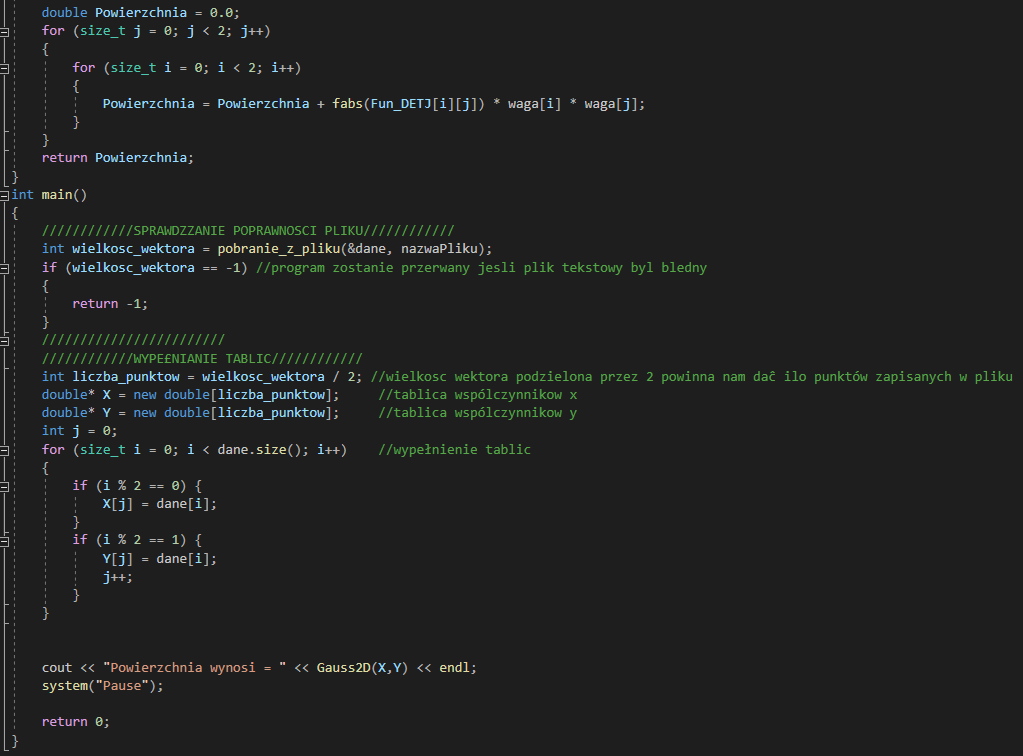
Zwrócono wynik i wypisano go w main’nie na konsolę.



Rysunek . Obliczenie powierzchni

Cały kod programu:



1. **Testy**

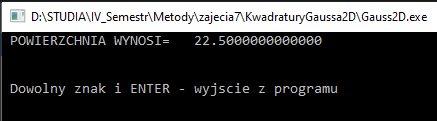
W celu zweryfikowania wyników z programu porównano je z tymi, zwróconymi przez program załączony w instrukcji do ćwiczenia.

1. Przykład

Tabela . Dane z przykładu .

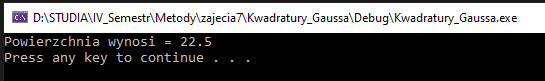
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 5 | 5 | 0 |
| y | 0 | 0 | 5 | 4 |

Załączony program (Fortran):



Rysunek . Wynik działania programu

Implementacja C++



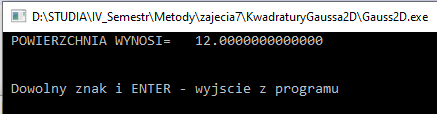
Rysunek . Wynik działania programu

1. Przykład

Tabela 2. Dane z przykładu .

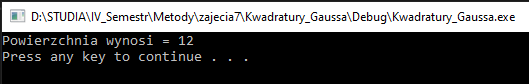
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | -2 | 0 | 2 |
| y | 0 | 3 | 6 | -3 |

Załączony program (Fortran):



Rysunek . Wynik działania programu

Implementacja C++



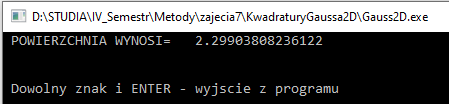
Rysunek . Wynik działania programu

1. Przykład

Tabela 3. Dane z przykładu .

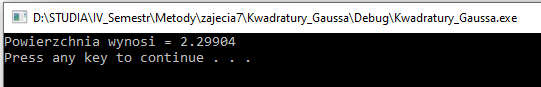
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0.5 | -0.5 | 0 | 1 |
| y | 0 | 1 | 4 | -3 |

Załączony program (Fortran):



Rysunek 13. Wynik działania programu

Implementacja C++



Rysunek 14. Wynik działania programu

1. **Wnioski**

Kwadratura Gaussa jest niezwykle dokładna ze względu na specjalnie dobrane węzły i wagi, dzięki czemu metoda tak osiąga najwyższy możliwy stopień dokładności. Opiera się ona   
o aproksymację funkcji całkowanej wielomianem interpolacyjnym. Wykonane powyżej testy dowodzą, że wyniki programu są poprawne oraz bardzo precyzyjne.