

## 영어음성학 과제 9

실용적 측면에서 Null Space는 왜 필요한가?

Ex)  $A[2 \times 3 \text{의 행렬}(3\text{차원})] \times X(3 \times 1) = B(2 \times 1)$

$2 \times 3$  - rowed whole space = 3차원

$(2 \times 3$  - columnized whole space = 2차원)

Null space - 직각이 되는 부분 (orthogonal)

3차원 점 두개, 서로 independent하고 spanning하는 공간은 2차원 row vector space

그 2차원에 직각으로 통과하는 직선에 있는 모든 점들이  $Ax=0$ 에서  $A$ 를 0으로 만드는  $X$ 값을 Null space라고 한다.

Null space는 출력 쪽에 큰 영향을 끼치지 않는다.

우리는 살면서도 Null Space를 사용한다. (Ex, 숙련된 피아니스트의 몸짓과 초심자를 비교해봤을 때의 공간활용)

Vector는 방향이다

주어진 행렬에서 eigenvector는 무엇인가? - 주어진 점을 지나는 선 전체, 방향 전체를 지칭한다.  
(방향이 중요하다, 하나의 값을 말해도 상관은 없다)

Eigen Value란?

- 각각의 Eigen Vector에 대해 존재.
- Eigen Vector의  $v : Av$  값의 비율

<http://setosa.io/ev/eigenvectors-and-eigenvalues/>

상관관계(Correlation) - 중요!

ex)

1. 상관관계를  $r$ 이라고 했을 때,

$-1 < r < 1$  (좌표평면의 기울기로 해석 가능)

$-1$ 이면 반비례,  $0$ 이면 상관  $x$ ,  $1$ 이면 정비례

값들이 random할 경우 =  $r$ 은 0에 수렴.

값들이 일직선 상에 있을 경우 =  $r$ 은  $-1$  or  $1$

2. 85명에 대한 국어성적과 영어성적이 각각 있을 때,

국어성적의 행렬 = 85열의 Column vector

영어성적의 행렬 = 85열의 Column vector

85차원의 공간에서 국어성적의 vector와 영어성적의 vector를 그렸을 때,

국어 벡터 - 원점 - 영어벡터가 이루는 각도  $0=r$

$\cos X = r$

$\cos 90 = 0$

$\cos 0 = 1$

여기에서  $r$ 이 1이 되는 것은 correlation이

각도값을 구하는 방법

### Inner product (Dot product)

- 랜덤한 차원의 벡터 a와 b가 있을 때  $a(1\ 2\ 3)$ ,  $b(4\ 5\ 6)$
- a와 b의 대칭되는 수를 각각 곱해서 더한 값
- 여기에서는  $(1 \times 4) + (2 \times 5) + (3 \times 6) = 32$

a라는 벡터의 길이  $\times \cos\theta$  x b라는 벡터의 길이

=

루트(1제곱+2제곱+3제곱)  $\times \cos\theta$  x 루트(4제곱+5제곱+6제곱)

그렇다면 inner product는 왜 필요한가?

스펙트로그램을 직접 만들기 위해서

Eigen Vector의 정의

- $Av = \lambda v$  ( $\lambda$ =상수)

A에 v(벡터)를 곱했을 때 나온 결과 = 상수 곱하기 v(벡터) - 좌표평면에 표현 가능해야 한다

inner(dot) product

- 기하로 이해해야 한다.
- 두 벡터가 있다고 가정(차원 무관), 벡터 a와 벡터 b
- 차원이 아무리 높다 하더라도 원점과 a, b는 2차원의 삼각형을 이룬다.
- 여기에서  $a(1\ 2\ 3)$ 와  $b(2\ 4\ 7)$ 의 inner product를 구한다는 것은 ( $a = 1 \times 3$ ,  $b = 1 \times 3$ )
- $A \times B$ 를 하는 것이다.
- 여기에서 곱셈이 가능하게 만들기 위해 B를 Transpose 하여  $B^*(3 \times 1)$ 의 형태로 만들어준다.
- 그럴 경우  $1 \times 1$ 식의 값이 도출됨. 31 (하나의 값을 도출시키는 inner product)
- 여기에서 만약 A를 Transpose하여  $A^*(3 \times 1)$ 의 값으로 만들 경우  $3 \times 3$ 식의 행렬 도출. (Outer product)

Inner product의 기하학적 interpretation

- a의 길이  $\times \cos\theta$  x b의 길이 = a와 b의 inner product
- 여기에서  $\cos\theta$ 를 구하는 방법
- $A \times B$  (31) / a의 길이(루트 1제곱+2제곱+3제곱) + b의 길이(루트 2의 제곱+4의 제곱+7의 제곱)

Cos similarity - a와 b가 얼마나 유사한지 알려주는 지표 (Cos  $\theta$ )

두개의 벡터를 주고 cos similarity를 구해라 - \*무조건 시험 문제 \*

A, b, c의 waveform (frequency) 주기 - c가 제일 짧을 때

$A \cdot b$ 의 inner product -  $a \cdot c$ 의 inner product