1. 设 $f,g: X \to Y$ 是连续映射，其中 Y 是 Hausdorff 空间。证明 $\{x \in X \mid f(x) = g(x)\}$ 是 X 中闭集。

2. 设 X 是可数的拓扑空间（即 X 作为集合是可数的）。若 X 是正则空间，证明 X 是正规空间。

3. 设连续映射 $f: S^2 \to S^2$ 对 $\forall x \in S^2$ 满足 $f(x) \neq f(-x)$，证明 f 是满射。

4. 计算 $\mathbb{E}^3$ 中除去过原点的 n 条不同的直线的基本群。

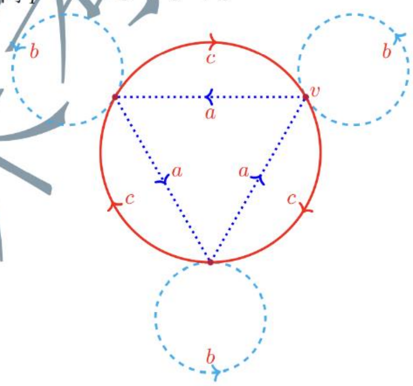
5. 设 $X = \{a,b,c,d\}$，取如下拓扑基生成的拓扑

$$\Big\{ \{a\}, \{c\}, \{a,b,c\}, \{a,c,d\} \Big\}$$

证明 X 道路连通但不单连通。

6. 证明 $2T^2$ 不是 T^2 的复迭空间。

7. 考虑如下图所示的复迭空间 $p: X \to S^1 \vee S^1 \vee S^1$



设 $x_0 = p(v)$。给出 $\pi_1(S^1 \vee S^1 \vee S^1, x_0) = \langle a,b,c \rangle$ 的子群 $H = p_*(\pi_1(X,v))$ 的自由生成元，并给出 H 的尽可能多的性质。

8. 设 G 是一个群，乘法记为 $\circ$，单位元记为 e。称 G 是一个**拓扑群**，若赋予 G 一个拓扑，使得如下两个函数

$$m: G \times G \to G, \qquad m(g,h) = g \circ h$$
$$i: G \to G, \qquad i(g) = g^{-1}$$

都连续。

(a) 若 $\{e\}$ 是 G 的闭子集，证明 G 是 Hausdorff 空间。

(b) 证明 $\pi_1(G)$ 是交换群。

9. 设 $A \subset \mathbb{E}^2$ 同胚于 $[0,1]$。证明 A 是 $\mathbb{E}^2$ 的形变收缩核。