

# 北京大学信息科学技术学院期中考试试题

科目：高等代数（I）日期：2019年11月12日 共5道题，满分100分

## 1. 计算题

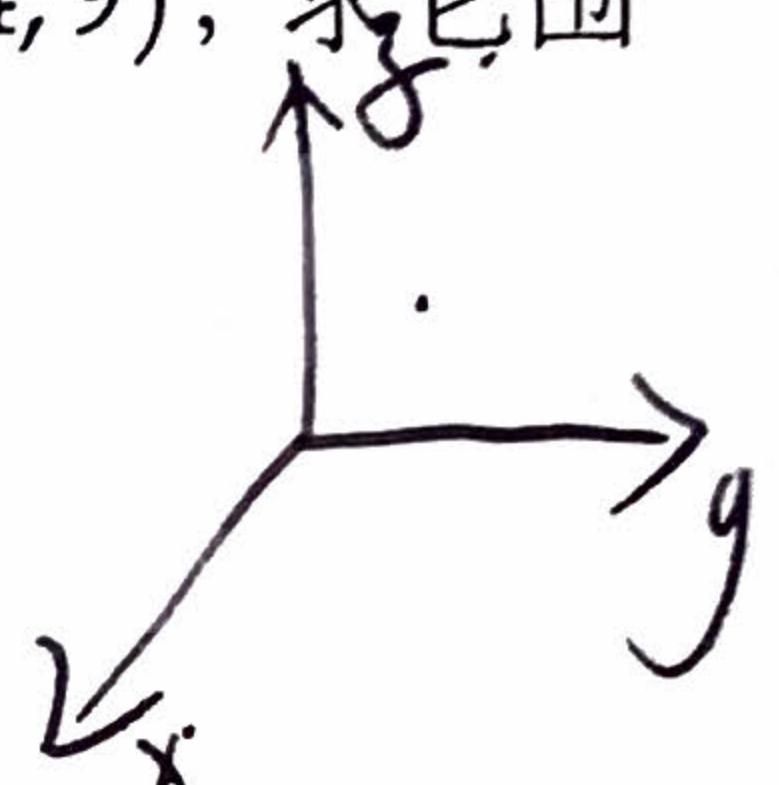
(1)(5分) 求排列  $P$  的逆序数  $P = 482173596$ ；

(2)(5分) 假设  $\begin{pmatrix} i_1 & i_2 & i_3 & i_4 & i_5 & i_6 & i_7 \\ j_1 & j_2 & j_3 & j_4 & j_5 & j_6 & j_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 6 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 5 & 4 & 3 & 6 & 7 \end{pmatrix}$ ，  
求7阶行列式  $|(\alpha_{ij})_7|$  中， $\alpha_{i_1j_1}\alpha_{i_2j_2}\cdots\alpha_{i_7j_7}$  所带的符号.

2. (15分) 给定  $\mathbb{R}^3$  中的四个点  $P_0(0,0,0), P_1(1,1,1), P_2(-1,2,3), P_3(1,4,9)$ ，求它围起来的四面体的体积。

3. (15分) 计算行列式的值

$$\begin{vmatrix} 1+x_1y_1 & 1+x_1y_2 & \dots & 1+x_1y_n \\ 1+x_2y_1 & 1+x_2y_2 & \dots & 1+x_2y_n \\ \vdots & & & \vdots \\ 1+x_ny_1 & 1+x_ny_2 & \dots & 1+x_ny_n \end{vmatrix}.$$



4. 假设  $\alpha$  是多项式  $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$  的某个复数根.

(1)(6分) 证明  $f(x)$  是有理数域  $\mathbb{Q}$  上的不可约多项式；

(2)(9分) 求有理数  $a_3, a_2, a_1, a_0$ ，使得

$$(4\alpha^2 + 3\alpha + 1)(a_3\alpha^3 + a_2\alpha^2 + a_1\alpha + a_0) = 1.$$

5. (20分) 把3元对称多项式  $f(x) = (x_1 + x_2)^2x_3 + (x_2 + x_3)^2x_1 + (x_3 + x_1)^2x_2$  化为初等对称多项式  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  的多项式.

6. (25分) 设  $f(x) = x^2 + 1$ ,  $g(x) = x^3 + x^2 - 6$ . 求一个次数小于5的多项式  $h(x)$ ，它除以  $f(x)$  的余式是  $x - 2$ ，它除以  $g(x)$  的余式是  $3x^2 + x$ . 并证明这种  $h(x)$  在次数小于5的限制下是唯一确定的.