

2015-2016 学年第 I 学期《金融数学引论》期末考试试题

考试时间：2016 年 1 月 5 日上午 8 点 30 分-10 点 30 分

本试题共 10 道大题，满分 100 分

备注：

1. 答题过程中如对试题有疑问，请直接在答题纸上陈述问题，并按相应的理解解答。
2. 请将该试卷夹在答题纸中一同上交。

试题：

1. (10 分) 请回答以下问题：

- (1) (3 分) 描述债券的基本特征（至少 5 个），以及息率和到期收益率的定义；
- (2) (4 分) 给出债券价格计算的“基本公式”和“折（溢）价公式”；
- (3) (3 分) 给出利率期限结构的定义，即期利率和远期利率的定义和两者的关系式；

2. (10 分) 下面为 2015 年 10 月 24 日公布的银行整存整取定期储蓄的挂牌利率：

| 存款期限 公布的日期 | 一年 | 二年 | 三年 |
|------------------|-------|------|-------|
| 2015 年 10 月 24 日 | 1.50% | 2.1% | 2.75% |

试回答以下问题：

- (1) 给出上述存款利率表的 1、2 和 3 年的期限结构，以及第二年和第三年的远期利率
- (2) 某人计划做一个三年的 10000 元存款，两种方式：三年定期、一年定期+（一年后）两年定期，若假设一年后仍维持上述存款利率，计算两种方式的到期价值。
- (3) 若问题(2)中的两种存款方式的三年底的账户价值相同，试给出第二年和第三年的远期利率应该满足的条件。

3. (20 分) 试回答以下债券计算的问题：

- (1) 市场上面值 100 元的 26 周和 52 周的短期国债的价格均为 95 元，计算两个债券的年实利率之比。
- (2) 考虑如下两种 5 年期国债：面值和赎回价值均为 100 元，债券 A 为年付息 6 元，债券 B 为年付息 4 元，若两者均按照年收益率 5% 定价，计算两个债券的溢价和折价。给出这两个债券第 3 次息票收入中的本金调节量、利息收入和债券的账面价值。
- (3) 若债券 A 的发行条款中允许发行方从第 3 次息票领取时开始早赎该债券，且赎回值为：第 3 年 105 元、第 4 年 103 元、到期 100 元。若该早赎债券的价格为 107 元，试按照年收益率 5% 评估债券的发行方最有可能在第几年赎回该债券？

2015-2016 学年第 I 学期《金融数学引论》期末考试试题

试题：

4. (10 分) 某人需要购房款 300 万元，现有可用资金 50 万元，考虑以下两种购房贷款方案：
(1) 将 50 万元全部做首付，房款的余款从银行贷款：年利率 3% 的 30 年贷款，逐月偿还；
(2) 将可用资金 50 万元投资于年收益率 6% 的一年期项目（保证收益），全额房款从银行贷款：年利率 3% 的 30 年贷款，逐月偿还，并且在一年后将 50 万元投资的本金与收益全部用于提前偿还贷款，并继续对贷款余额等额逐月偿还，现假设银行不会对提前还款调整贷款利率。比较两种方案的融资费用 K 和采用“固定比率法”计算的年百分率 APR.
5. (10 分) 已知当前的期限结构为： $i_1 = 2\%$ 、 $i_2 = 2.5\%$ 和 $i_3 = 3\%$. 现有面值为 100 元、每年付息 3 元到期按照面值兑现的国债，计算该债券的发行价。若该债券发行方考虑在发行条款中增加早赎条款：在第一次和第二次付息票时分别以 95 元和 98 元赎回债券，分析该债券的可能发行价。
6. (10 分) 某金融机构的客户负债为：期限 6 个月为 100 万元、期限 1 年为 50 万元。其当前的可投资资产总额为上述负债按照半年名利率 2.5% 计算的现值，可投资资产为：期限半年的收益率为 4% 的项目并且满期可自动再投资，期限 1 年的收益率为 6% 的项目，期限为 2 年的复收益率为 7% 的项目。试根据半年名利率 5%，给出该机构按照免疫方法得到的投资配置。
7. (10 分) 已知序列 $\{1 + i_t, t = 1, 2, \dots\}$ 为独立同分布的随机变量序列，均为参数 (μ, σ^2) 的对数正态分布， i_t 为第 t 年的短期利率。
 - (1) 给出随机变量 $1 + i_t$ 的期望和方差的表达式。
 - (2) 计算在该利率环境下的 n 年标准期末年金的现值函数和终值函数的分布函数。
8. (7 分) 已知某股票的期望收益率为 15%，市场组合收益率的期望为 10%、标准差为 20%，无风险利率为 3%，且该股票的收益率与市场组合收益率的相关系数为 0.9，试根据 CAPM 理论计算该股票收益率的标准差与市场组合收益率的标准差之比。
9. (8 分) 已知某股票的当前价格为 S 。(1)给出 Black-Scholes 模型下执行价格为 K 、期限为 T 的欧式看涨期权的价格表达式。(2)推导上述表达式关于标的资产当前价格 S 的一阶导数（给出推导过程）。
10. (5 分) 请给出本课程中给你印象最深的 1 个概念（或结论、方法、技巧等），并简单说明你选择的原因。

试题结束