

# 抽象代数 2017 秋

2017.11.14

**1** (10 Points) 写出  $S_4$  的所有正规子群 (不必证明)

**2** (20 Points) 计算域  $\mathbb{F}_3 = \mathbb{Z}/3$  上  $2 \times 2$  矩阵环中乘法单位群的阶数 (给出计算过程)

**3** (15 Points)

(余君班): 每一个 200 阶的群有正规的西罗子群

(许晨阳班): 交换幺环  $R$  的一个理想  $I$  称为“准素理想”，如果对  $\forall ab \in P$ ,  $a \notin P$ , 有  $b$  的一个幂次属于  $P$ 。试求 PID 的所有准素理想

**4** (20 Points) 令  $p q$  是两个素数,  $G$  是一个阶为  $p^2 q$  的群, 证明  $G$  可解

**5** (20 Points) 令  $p$  是一个素数,  $S$  是所有和  $p$  互素的整数的集合, 验证  $S$  是乘性子集。考虑整数对  $S$  做分式化所得到的分式环, 找出其中所有的非平凡理想

**6** (15 Points) 令  $R$  是交换幺环,  $f = \sum_{i=0}^n a_i z^i \in R[z]$  是可逆元当且仅当  $a_0$  可逆且  $a_1, \dots, a_n$  是幂零元 (提示: 先考虑  $R$  是整环的情形)