



北京大学

数理统计 期中 2018. 11. 26

1. (15') 无偏是否强相合？强相合是否无偏？

2. (15') 男顾客概率为 p , ~~70个中12个男~~ 58个女

若 $\frac{1}{2} \leq p \leq \frac{2}{3}$, 求 MLE; 若 $0 \leq p \leq 1$, 求 MLE.

3. (15') $H_0: \theta = \theta_0$ v.s. $H_1: \theta = \theta_1$, 似然比 $\phi(x) = \frac{L(\theta_1/x)}{L(\theta_0/x)}$
当 $\phi(x) > c$ 时拒绝 H_0 , I, II error 概率分别 α, β .

现检验 $H_0: \theta = \theta_1$ v.s. $H_1: \theta = \theta_0$, 试求水平 β 的 UMP 及其 II error 概率

4. (30') $X_1, \dots, X_n \stackrel{iid}{\sim} \text{Uniform}(0, \theta)$, $Y = \max(X_1, \dots, X_n)$

(1) $H_0: \theta = \frac{1}{2}$ v.s. $H_1: \theta \neq \frac{1}{2}$. 拒绝域 $Y > c$

在水平 0.05 下给出 c

(2) $n=20$, $Y=0.5$ 试给出检验 α 值

(3) θ 的 95% 置信区间 $[Y, d_n Y]$, 求 d_n

5. (15') $H_0: \theta \leq \theta_0$ v.s. $H_1: \theta > \theta_0$, 其中关于 θ 的充分统计量 T 的 $g(t|\theta)$ 满足 MLR

试证：UMP 检验是对应水平下的 LRT, 其中水平 $\alpha = P_{\theta_0}(T > t_0)$

6. (10') $X_1, \dots, X_n \stackrel{iid}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$. \bar{X} 为样本均值, $Z = f(X_1, \dots, X_n)$

满足 $f(X_1+c, \dots, X_n+c) = f(X_1, \dots, X_n)$, 对 $\forall c$ 求证: \bar{X} 与 Z 独立