# 数学模型 HW 3

Due Date: April 2, 交于助教办公室.

2019 年 3 月 27 日

鼓励相互讨论，但是请独立完成作业的写作。

1. 教材二，第40页， 2.4（a）（b）。（注意，我们可以在北大图书馆下载到此书的电子版）

2. 教材二，第40页， 2.6（a）（b）。

3. I. 在不可压缩情况下（$\nabla\cdot v=0$）从$\rho$和$\boldsymbol{j}$满足的守恒律方程推导出

$$\boldsymbol{v}_t+\boldsymbol{v}\cdot\nabla\boldsymbol{v}=-\frac{\nabla p}{\rho}.$$

II. 考虑一维的Burgers' equation

$$u_t+uu_x=0.$$

如果已知

$$u(x,0)=\begin{cases}0, & x>0\\ -x, & -1<x<0\\ 1, & x<-1.\end{cases}$$

对于$0<t<1$，利用特征线法求方程的解，并画出$u(x,1)$。

4. 在反映扩散方程的行波解问题中，我们考虑 ignition temperature model。试根据讲义完成下面这个事实的证明：

我们下面证明，存在唯一的解 $(c^*,v)$，使得 $v(x)$ 是一个递减函数，$v(0)=\theta$, 而且 $c^*>0$。这里，$v(0)=\theta$ 可以理解为，为了找到唯一解而选取的可解性条件。

(提示：讲义中已经帮你完成了部分计算，但是有三处细节没有完成：(a). there exists a $c^*>0$; (b). such $c^*$ is unique; (c). the corresponding $v$ function is decreasing. 但是，不要只证明这三个地方，请写出完整的证明。)

5. 教材二，第74页， 3.1(a)(b)(c)。((d) 为选做题)

6. 教材二，第74页， 3.2。