

# 理论计算机科学基础 2017 年期末考试

January 4, 2018

1. 证明语言  $L = \{a^{3k+1} \mid k \in \mathbb{N}\}$  是正则的.
2. 设  $\mathcal{M} = (\{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{0, 1\}, \delta, q_1, \{q_4\})$  为一台 NFA, 其中

$$\delta(q_1, 0) = \{q_1, q_2\}, \delta(q_1, 1) = \{q_1, q_3\}, \delta(q_2, 0) = \{q_4\}, \delta(q_3, 1) = \{q_4\}.$$

(1) 画出该 NFA 的状态转移图; (2) 用正则表达式表达  $L(\mathcal{M})$ .

3. 设文法  $G = (\{S\}, \{a, b\}, \Gamma, S)$  的产生式为

$$S \rightarrow aS, \quad S \rightarrow aSbS, \quad S \rightarrow \epsilon.$$

(1) 求 Chomsky 范式文法  $\bar{G}$ , 使得  $L(G) = L(\bar{G}) \cup \{\epsilon\}$ ; (2)  $L(G)$  是正则的吗? 证明你的结论.

4. 设语言  $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ 的长度为奇数且正中间为 } 1\}$ . 设计一台 PDA 识别语言  $L$  (先描述设计思路, 再画出状态转移图).

5. 设有字母表  $\{0, 1\}$  上的语言  $A, B, C$ , 定义

$$A + B = \{x0 \mid x \in A\} \cup \{y1 \mid y \in B\}.$$

证明: (1)  $A \leq_p A + B, B \leq_p A + B$ ; (2) 若  $A \leq_p C$  且  $B \leq_p C$ , 则  $A + B \leq_p C$ .

6. 团问题描述如下: 设无向图  $G = (V, E)$ ,  $V' \subseteq V$  为  $G$  的一个顶点子集, 如果对  $V'$  中任意两点  $u$  和  $v$  ( $u \neq v$ ) 都有  $(u, v) \in E$ , 则称  $V'$  为  $G$  的团. 任给一个无向图  $G = (V, E)$  和非负整数  $k \leq |V|$ , 问  $G$  是否有大小不小于  $k$  的团? 证明团问题是 NPC 的.

7. 证明: 如果  $P = NP$ , 则在字母表  $A$  上,  $P$  中任何不为  $\emptyset$  和  $A^*$  的语言  $L$  都是 NPC 的.

8. 证明 PSPACE 在并、补和星号运算下封闭.