

**题目 0.0.1 (20).** 求

$$\iint_S (x^3 + x^2 + x) dy dz + (y^3 + y^2 + y) dz dx + (z^3 + z^2 + z) dx dy$$

其中  $S$  是球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  的外侧.

**题目 0.0.2 (20).** 求

$$\int_{\Gamma} (y^2 + z^2) dx + (z^2 + x^2) dy + (x^2 + y^2) dz$$

其中  $\gamma$  是  $x^2 + y^2 + z^2 = 2Rx$  和  $x^2 + y^2 = 2rx$  的交线 ( $0 < r < R, z > 0$ ). 从  $(r, 0, 0)$  看过去逆时针.

**题目 0.0.3 (20).**  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  连续,  $\gamma$  是  $\mathbb{R}^2$  上的简单光滑封闭曲线, 证明  $\int_{\Gamma} f(xy)(y dx + x dy) = 0$ .

**题目 0.0.4 (20).**  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上连续, 且  $\int_0^{+\infty} xf(x) dx, \int_0^{+\infty} \frac{f(x)}{x} dx$  收敛, 证明

$$I(t) = \int_0^{+\infty} x^t f(x) dx \in C^\infty(-1, 1).$$

**题目 0.0.5 (10).**  $f(t) = \int_0^t \int_0^t \int_0^t \cos(xyz) dx dy dz$ ,  $u = x, v = y, w = z$ ,  $t > 0$ , 求  $f(t)$  关于  $(u, v, w)$  的积分形式, 并求  $\lim_{t \rightarrow +\infty} t f'(t)$ .

**题目 0.0.6 (10).**  $f(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^s}, g(s) = \int_0^{+\infty} \frac{x^{s-1}}{e^x + 1} dx$ , 证明  $g(s) = \Gamma(s)f(s)$ , 证明  $f'(s) > 0$ .