

数学模型 HW 5

Due Date: May 14, 交于助教办公室.

2019 年 5 月 6 日

鼓励相互讨论，但是请独立完成作业的写作。

1. 直接求解下格林函数 $G(x, x_0)$ ($x_0 \in (0, L)$)

$$\begin{aligned}\frac{d^2}{dx^2}G &= \delta(x - x_0), \quad 0 < x < L, \\ G(0, x_0) &= 0, \quad \frac{d}{dx}G(L) + G(L) = 0.\end{aligned}$$

2. 不求解 $u(x)$, 判断下面的情况中, BVP 有多少解

$$\frac{d^2}{dx^2}u + \gamma u = \sin x.$$

- (a) $\gamma = 1$, $u(0) = u(\pi) = 0$.
- (b) $\gamma = -1$, $u(0) = u(\pi) = 0$.
- (c) $\gamma = 2$, $u(0) = u(\pi) = 0$.

3. 是否存在 β , 使得下面的BVP有解

$$\begin{aligned}\frac{d^2}{dx^2}u + u &= \beta + x, \\ u(-\pi) &= u(\pi), \quad \frac{d}{dx}u(-\pi) = \frac{d}{dx}u(\pi).\end{aligned}$$

4. 求解下列差分方程:

- (a).

$$a_{n+1} - \frac{1}{n}a_n = f(n), \quad n \geq 1.$$

- (b).

$$a_{n+1} - \frac{n}{n+1}a_n = \frac{n-1}{(n+1)^2(n+2)(n+3)}.$$

- (c). 在(b)中, 如果 a_0 是有限的, 求 a_1 的值。