

数学模型 2017 秋季期末试题

邓明华教授

2017.06

1、用单纯形法求解线性规划问题：

$$\max Z = 3x_1 - 2x_2 - x_3$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 11 \\ -4x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 3 \\ -2x_1 + x_3 \leq 1 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

如果目标函数变为 $\max Z = Cx_1 - 2x_2 - x_3$ ，要使最优解不发生改变， C 的取值范围是多少？

2、一道赶工优化问题，具体忘了

3、对于方程组

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x(x - \frac{1}{2})(x - 1) \\ \frac{dy}{dt} = -y \end{cases}$$

给出平衡点，并进行稳定性分析.

4、设矩阵

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

求出指数矩阵 $\exp(At)$.

5、有限离散分布 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ 与 $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ 的相对熵定义为

$$h(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \sum_{i=1}^n p_i \log\left(\frac{p_i}{q_i}\right)$$

试证明： $h(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \geq 0$ ，且 $h(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = 0$ 当且仅当 $\mathbf{p} = \mathbf{q}$.

6、设矩阵

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

求出 A 的奇异值分解.