

理论计算机科学基础 2017 年期中考试

November 14, 2017

1. (4 分) (1) 记 $\pi(x)$ 为小于等于 x 的素数个数, 证明 $\pi(x)$ 是原始递归函数; (2) Fibonacci 数列定义为 $f(0) = f(1) = 1$, $f(n+1) = f(n) + f(n-1)$ ($n \geq 1$), 证明 $f(n)$ 是原始递归函数.
2. (3 分) 证明集合 $B = \{t \in \mathbb{N} : \text{dom } \Phi_t(x) \neq \emptyset\}$ 是递归可枚举集.
3. (4 分) 设计一台图灵机接受语言 $\{w \in \{0,1\}^* : w \text{ 中 } 0 \text{ 和 } 1 \text{ 的个数相同}\}$. 先描述详细的设计思路, 然后画出状态转移图.
4. (3 分) 设语言 L 是递归的, 证明存在一台总停机的图灵机接受 L .
5. (3 分) 构造文法 $G = (V, T, \Gamma, S)$, 其中 $T = \{a, b\}$, 使得 $L(G) = \{a^n b^m : n \geq m \geq 0\}$.
6. (3 分) 问题一: 任给有穷集 S 上的等价关系 R 以及 S 的两个元素 x 和 y , 问: x, y 是否在 R 定义的同一个等价类中?
问题二: 任给无向图 $G = (V, E)$ 及两个顶点 $u, v \in V$, 问: u, v 是否在同一个连通分支中?
试给出从问题一到问题二的归约. 设 A 是解决问题二的算法, 试利用 A 构造解决问题一的算法.