

# 北京大学数学科学学院期中试题

2019 - 2020 学年第二学期

考试科目 证券投资学  
姓 名 \_\_\_\_\_  
本试题满分 100 分

考试时间 2020 年 5 月 13 日  
学 号 \_\_\_\_\_

**第 1 题 (10 分)** 某投资者考虑对股票 E 进行投资，该股票的年度期望收益率为

$E(r_E) = 12\%$ ，标准差为  $\sigma_E = 20\%$ 。设投资者的效用值函数为  $U = E(r) - \frac{1}{2} A\sigma^2$ ，

其中  $A > 0$  为风险厌恶系数。

1.1 (5 分) 假设市场上的无风险资产 F 的收益率为  $r_f = 2\%$ ，投资者可以以无风险利率  $r_f$  自由借贷。若投资者的风险厌恶系数  $A = 2$ ，求该投资者应该如何在股票 E 和无风险资产 F 之间分配资金？

1.2 (5 分) 如果投资者可以以无风险利率  $r_f = 2\%$  贷出资金，而借入资金的利率为  $r_b = 8\%$ ，求风险厌恶系数  $A$  的取值范围使得投资者的最优选择是全仓股票 E。

**第 2 题 (15 分)** 已知两只股票的相关数据如下：

	股票 D	股票 E
期望收益率 $E(r)$	8%	12%
标准差 $\sigma$	12%	20%
相关系数 $\rho$	0.5	

2.1 (5 分) 假设股票可以卖空。求上述两种股票所能构成的最小方差组合 C，计算最小方差组合 C 的期望收益率与标准差。

2.2 (5 分) 如果市场上无风险利率  $r_f = 2\%$ ，投资者可以自由借贷，求上述两种股票所能构成的最优风险资产组合 Q (切点组合)，计算最优风险资产组合 Q 的期望收益率和标准差。

2.3 (5 分)、计算股票 D、股票 E、组合 C 和组合 Q 的夏普比率 (报酬—波动性比率)。

**第 3 题 (15 分)** 假设单指数模型成立，无风险资产 F 的收益率为 2%，市场指数的超额收益率为 12%，标准差为 30%。已知股票 A 和股票 B 的相关数据如下：

	股票 A	股票 B
期望收益率	10%	15%
因素敏感度	0.8	1.5
公司特有风险 (标准差)	15%	25%

**3.1 (5 分)** 求股票 A、股票 B 的 $\alpha$ 值，判断股票 A、股票 B 是被高估还是被低估。

**3.2 (5 分)** 构造股票 A 和股票 B 的等权重资产组合 P，计算以标准差计量的资产组合 P 的系统风险和非系统风险。

**3.3 (5 分)** 求资产组合 P 的 $\alpha$ 值，并判断资产组合 P 是被高估还是被低估。

**第 4 题 (15 分)** 已知股票 A 的期望收益率为 11%， $\beta$  值为 0.8；股票 B 的期望收益率为 13%， $\beta$  值为 1.2；市场组合的期望收益率为 12%；无风险收益率为 2%。

**4.1 (5 分)**、两只股票的 $\alpha$ 值各是多少？

**4.2 (5 分)**、画出期望收益率— $\beta$  关系的证券市场线 (SML) 图，并在图上标出两只股票的位置。

**4.3 (5 分)**、根据资本资产定价模型 (CAPM)，哪只股票被高估？哪只股票被低估？投资哪只股票更合算？

**第 5 题 (20 分)** 假设单指数模型成立，无风险收益率为 2%，沪深 300 指数的年超额收益率为 4%，标准差为 42%。取沪深 300 指数成分股中权重最大的两只股票中国平安 (权重约 6%)  $S_{PA}$  和贵州茅台 (权重约 5%)  $S_{MT}$  近 12 年的年超额收益率与沪深 300 指数的年超额收益率进行单指数回归，得到 $\beta$ 值分别为

$\beta_{PA} = 1.9$  和  $\beta_{MT} = 1.7$ ， $\alpha$ 值分别为  $\alpha_{PA} = 22\%$  和  $\alpha_{MT} = 37\%$ 。中国平安和贵州茅台

的非系统性风险（公司特有风险，以标准差计量）分别为  $\sigma(e_{PA}) = 15\%$  和  $\sigma(e_{MT}) = 10\%$ ，彼此不相关。

5.1 (5 分) 计算中国平安和贵州茅台的期望收益率。

5.2 (5 分) 计算中国平安和贵州茅台的系统性风险（以标准差计量）。

5.3 (5 分) 计算中国平安和贵州茅台收益率之间的相关性（相关系数）。

5.4 (5 分) 计算由中国平安和贵州茅台构成的等权重组合  $Q$  的期望收益率、系统性风险和非系统性风险（以标准差计量）。

**第 6 题 (15 分)** 沪深 300 指数成分股之一双汇发展 (000895) 和中证 500 指数成分股之一桃李面包 (603866) 近一年的 12 个月的月度收益率  $r_{SH}$  和  $r_{TL}$  如下所示：

	2019-4	2019-5	2019-6	2019-7	2019-8	2019-9
双汇发展	-10.0%	-9.9%	-0.7%	-3.5%	-6.9%	10.5%
桃李面包	-7.2%	7.0%	3.8%	-0.5%	16.6%	0.5%
	2019-10	2019-11	2019-12	2020-1	2020-2	2020-3
双汇发展	20.9%	3.8%	-6.3%	0.8%	16.2%	15.6%
桃李面包	-8.8%	-2.1%	-2.2%	-9.7%	14.7%	12.5%

根据上述数据可以计算出： $E(r_{SH}) = 4.2\%$ ， $\sigma_{SH} = 10\%$ ， $E(r_{TL}) = 2.1\%$ ， $\sigma_{TL} = 9\%$ ，

相关系数  $\rho = -0.1$ 。

某投资者计划将其全部资金投资在双汇发展与桃李面包的组合上，投资比例分别为  $x_{SH}$  与  $x_{TL}$ ，且满足  $0 \leq x_{SH} \leq 1$ ， $0 \leq x_{TL} \leq 1$ ， $x_{SH} + x_{TL} = 1$ 。

6.1 (5 分)、如果该投资者构造的组合  $P_1$  是两只股票的等权重组合，

$x_{SH} = x_{TL} = 0.5$ ，计算组合  $P_1$  的期望收益率和标准差。

6.2 (5 分)、该投资者希望两只股票的组合的风险越小越好，求满足要求的组合

$P_2$ ，计算组合  $P_2$  的期望收益率和标准差。

6.3 (5 分)、求双汇发展与桃李面包的组合的可行集，并画出示意图，同时标出组合  $P_1$  和组合  $P_2$ 。

第 7 题 (10 分) 沪深 300 指数和中证 500 指数从 2008 年到 2019 年近 12 年的年度收益率如下表所示：

	2008	2009	2010	2011	2012	2013
沪深 300	-66%	97%	-13%	-25%	8%	-8%
中证 500	-61%	131%	10%	-34%	0%	17%
	2014	2015	2016	2017	2018	2019
沪深 300	52%	6%	-11%	22%	-25%	36%
中证 500	39%	43%	-18%	0%	-33%	26%

令证券  $S_H$  代表沪深 300 指数，年收益率记为  $r_H$ ；证券  $S_Z$  代表中证 500 指数，年收益率记为  $r_Z$ 。根据上述数据可以计算出： $E(r_H) = 6\%$ ， $\sigma_H = 42\%$ ， $E(r_Z) = 10\%$ ， $\sigma_Z = 49\%$ ，相关系数  $\rho = 0.9$ 。

某投资者计划将其全部资金投资在沪深 300 指数  $S_H$  与中证 500 指数  $S_Z$  的组合上，投资比例分别为  $x_H$  与  $x_Z$ ，且满足  $0 \leq x_H \leq 1$ ， $0 \leq x_Z \leq 1$ ， $x_H + x_Z = 1$ 。设投资者的效用值函数为  $U = E(r) - \frac{1}{2}A\sigma^2$ ，风险厌恶系数  $A > 0$ 。

7.1 (5 分)、如果该投资者的最优组合  $P$  满足  $x_H : x_Z = 3 : 1$ （注：这个比例是模拟股票投资比赛中的平均比例），求该投资者的风险厌恶系数  $A$  的值。

7.2 (5 分)、如果无风险资产收益率  $r_f = 0\%$ ，该投资者可以在沪深 300 指数  $S_H$  与中证 500 指数  $S_Z$  以及无风险资产之间进行资产分配，记投资在无风险资产上的比例为  $x_f$ ，且满足  $0 \leq x_H \leq 1$ ， $0 \leq x_Z \leq 1$ ， $0 \leq x_f \leq 1$ ， $x_H + x_Z + x_f = 1$ ，求该投资者在这种情况下的最优资产组合  $Q$  是怎样的。