

2019-2020 学年第 I 学期《金融数学引论》期中考试试题

考试时间：2019 年 11 月 20 日 上午 10:10-12:10

本试题共 10 道大题，满分 100 分

备注：

1. 答题过程中如对试题有疑问，请直接在答题纸上陈述问题，并按相应的理解解答。
2. 请将该试卷夹在答题纸中一同上交。

试题：

1. (9 分)请回答以下问题（每个 3 分）：

(1) $10\bar{a}_{\overline{n}|i}$ 的含义。

(2) $a_{\overline{n}|i\&j}$ 的定义。

(3) 以下表达式可能会代表对什么样的现金流的现值计算： $1000(1 - e^{-5})$ 。

2. (12 分)请给出以下符号之间的关系式，并简单说明关系式的含义（每个 4 分）：

(1) $i^{(m)}$ 与 $\delta_t (0 < t < 1)$ ； (2) $a_{\overline{n}|i}$ 与 v^n ； (3) $a_{\overline{n}|i}$ 与 $\{\sum_{t=1}^{n-1} a_{\overline{n-t}|i}\}$ 。

3. (9 分) 已知 0 时刻在基金 A 和 B 中分别投资 1 元的累积变化为：基金 A 在 $2t$ 时刻的累积值为 $1 + 3t$ ；基金 B 在 $3t$ 时刻的累积值为 $1 - 3t + \frac{27}{4}t^2$ 。且已知 T 时刻基金 B 的利息力为基金 A 的两倍。若 0 时刻在基金 B 中投资 1000 元，计算 $5T$ 时刻的累积值。

4. (10 分) 已知某产品的未来现金流为以下方式：第 k 年的时刻 t 的现金流为 $k+t$, $k=1,2,\dots; t \in (0,1)$ 。若已知未来的连续利息力为 δ , (1)请给出该产品期限为 n 的现值表达式，并分析该现值关于 δ 的敏感性。(2)试给出期限为永久的现值表达式。

5. (10 分) 试分别用收益率方法和净现值方法探讨如下三个项目的投资决策问题。三个项目的现金流（亿元）如下：

现金流	R_0	R_1	R_2
项目 A	-100	5	105
项目 B	-100	0	110
项目 C	-100	55	55

6. (15 分)下表为某开放式基金 A 在一段时间的累计净值数据:

时间	2018/11/01	2019/02/28	2019/04/30	2019/07/01	2019/08/30	2019/10/31
净值	10.90	12.59	14.03	13.78	13.18	13.01

网上公布该基金今年以来的净值增长率为 25.09%.

(1) 按照时间加权法计算该基金在 2018 年 11 月到 2019 年 10 月期间的年化收益率。

(2) 现有甲乙两个投资人均在此期间对基金 A 的投资 (元) 情况如下表所示:

	2018~2019 年				
时间	2018/11/01	2019/02/28	2019/04/30	2019/07/01	2019/08/30
甲	10,900	6,295	-7,015	2,756	0
乙	10,900	-6,295	0	2,756	6,590

计算甲乙两个投资人在 2019 年 10 月 31 日的账户余额。按照资本加权法计算甲乙两个投资人在 2018 年 11 月到 2019 年 10 月期间的年化投资收益率, 并分析两人的投资绩效, 且与 (1) 计算的该基金的年化收益率以及公布的净值增长率进行比较分析。

7. (6 分) 证明: n 期贷款, 每年等额 R 偿还, t 时刻的未结余额可以表示为:

$$R(a_{\overline{n}|i} - v^n s_{\overline{t}|i}).$$

并说明其含义。

8. (14 分) 现有 30 年期 100 万元贷款, 年利率 6%, 贷款生效后的第一个月底开始逐月偿还贷款, 还款计划为: 前面 10 年的月偿还额为 R , 第 11~20 年的月偿还额为 $2R$, 第 21~30 年的月偿还额为 $3R$. 试回答以下问题: (1) 求解 R . (2) 给出下面时刻的偿还额的本金利息分离表达式: 第 5 年第 1 个月、第 15 年第一个月、第 25 年第一个月。

9. (10 分) 现有含偿债基金条款的 n 期贷款 L . 考虑两种偿债基金的积累方式: 1) 以利率 i 计算利息并等额存入利率为 j 的偿债基金, 2) 以利率 i 计算利息并以标准递增年金的方式向利率为 j 的偿债基金存款累积贷款本金. (1) 给出两种方式下每期的还款金额 (用 L 、 n 、 i 和 j 表示); (2) 你认为两种偿债基金的积累方式对贷款的主要影响是什么。

10. (5 分) 举例说明一个你接触过的与本课程相关的实际金融产品。

试题结束