北京大学
PEKING UNIVERSITY

概率论 2024秋期中 整理人：trace

1、一个盒子里有m、n、k个蓝、黑、红球

(1) 分别求放回、不放回模型中

取3个球取出3个不同颜色、取出3个相同颜色球的概率

(2) 摸球直到摸出最后一个黑球

求盒里 $\begin{cases} \text{还有蓝球的概率} \\ \text{还有红球和蓝球的概率} \end{cases}$

2、有2硬币，1个两面都为正面，一个正常（即一正一反）

随机选一个并抛它若干次

求(1) 第一次正面朝上条件下，硬币正常的概率

(2) 前n次正面朝上条件下，硬币正常的概率

(3) 第1次正面朝上条件下，第2次正面朝上的概率

3、 X,Y 独立，都 $\sim U(0,1)$

(1) (a) $U=X$, $V=\frac{X}{Y}$，求 U,V 联合密度函数

(b) $U=X+Y$, $V=\frac{X}{X+Y}$，求 U,V 联合密度函数

(2) $\frac{X}{Y}$ 的密度函数

北京大学
PEKING UNIVERSITY

4、给定 $m, n \in N_+$，$m \geq n$

构造 X, Y

s.t. $P(X=i)=\frac{1}{m}\ (1\leq i\leq m)$

$P(Y=j)=\frac{1}{n}\ (1\leq j\leq n)$

且 $X \geq Y$

5、 $X \sim Exp(\lambda_1)$, $Y \sim Exp(\lambda_2)$, X, Y 独立

$W=\min\{X, Y\}$

(1) (W, X) 是连续型变量吗？

(2) $X-W$ 的分布函数 F

(3) 找到离散型变量分布函数 $F_d(t)$，连续型变量分布函数 $F_c(t)$

s.t. $F(t)=\lambda F_d(t)+(1-\lambda)F_c(t)$

6. (1) X, Y 独立，$X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$，$Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$

证 $X+Y \sim N(\mu_1+\mu_2, \sigma_1^2+\sigma_2^2)$

(2) $Z_1, Z_2 \cdots Z_n$ 独立，且都 $\sim N(0,1)$，$S_k=\sum_{i=1}^{k} Z_i$

a) 求 $S_k=x$ 的条件下，S_n 的分布函数（可用积分表示）

b) 求 $S_n=y$ 的条件下，S_k 的分布函数（也可用积分表示）