

北京大学数学科学学院期中试题

2019 - 2020 学年第二学期

考试科目 证券投资学

考试时间 2020 年 5 月 13 日

姓 名

学 号

本试题满分 100 分

第 1 题 (10 分) 某投资者考虑对股票 E 进行投资, 该股票的年度期望收益率为

$E(r_E) = 12\%$, 标准差为 $\sigma_E = 20\%$ 。设投资者的效用值函数为 $U = E(r) - \frac{1}{2} A \sigma^2$,

其中 $A > 0$ 为风险厌恶系数。

1.1 (5 分) 假设市场上的无风险资产 F 的收益率为 $r_f = 2\%$, 投资者可以以无风险利率 r_f 自由借贷。若投资者的风险厌恶系数 $A = 2$, 求该投资者应该如何在股票 E 和无风险资产 F 之间分配资金?

1.2 (5 分) 如果投资者可以以无风险利率 $r_f = 2\%$ 贷出资金, 而借入资金的利率为 $r_b = 8\%$, 求风险厌恶系数 A 的取值范围使得投资者的最优选择是全仓股票 E。

第 2 题 (15 分) 已知两只股票的收益率的相关数据如下:

| | 股票 D | 股票 E |
|--------------|------|------|
| 期望收益率 $E(r)$ | 8% | 12% |
| 标准差 σ | 12% | 20% |
| 相关系数 ρ | 0.5 | |

2.1 (5 分) 假设股票可以卖空。求上述两种股票所能构成的最小方差组合 C, 计算最小方差组合 C 的期望收益率与标准差。

2.2 (5 分) 如果市场上无风险利率 $r_f = 2\%$, 投资者可以自由借贷, 求上述两种股票所能构成的最优风险资产组合 Q (切点组合), 计算最优风险资产组合 Q 的期望收益率和标准差。

2.3 (5 分)、计算股票 D、股票 E、组合 C 和组合 Q 的夏普比率 (报酬—波动性比率)。

第 3 题 (15 分) 假设单指数模型成立, 无风险资产 F 的收益率为 2%, 市场指数的超额收益率为 12%, 标准差为 30%。已知股票 A 和股票 B 的相关数据如下:

| | 股票 A | 股票 B |
|--------------|------|------|
| 期望收益率 | 10% | 15% |
| 因素敏感度 | 0.8 | 1.5 |
| 公司特有风险 (标准差) | 15% | 25% |

3.1 (5 分) 求股票 A、股票 B 的 α 值, 判断股票 A、股票 B 是被高估还是被低估。

3.2 (5 分) 构造股票 A 和股票 B 的等权重资产组合 P, 计算以标准差计量的资产组合 P 的系统风险和非系统风险。

3.3 (5 分) 求资产组合 P 的 α 值, 并判断资产组合 P 是被高估还是被低估。

第 4 题 (15 分) 已知股票 A 的期望收益率为 11%, β 值为 0.8; 股票 B 的期望收益率为 13%, β 值为 1.2; 市场组合的期望收益率为 12%; 无风险收益率为 2%。

4.1 (5 分)、两只股票的 α 值各是多少?

4.2 (5 分)、画出期望收益率— β 关系的证券市场线 (SML) 图, 并在图上标出两只股票的位置。

4.3 (5 分)、根据资本资产定价模型 (CAPM), 哪只股票被高估? 哪只股票被低估? 投资哪只股票更合算?

第 5 题 (20 分) 假设单指数模型成立, 无风险收益率为 2%, 沪深 300 指数的年超额收益率为 4%, 标准差为 42%。取沪深 300 指数成分股中权重最大的两只股票中国平安 (权重约 6%) S_{PA} 和贵州茅台 (权重约 5%) S_{MT} 近 12 年的年超额收益率与沪深 300 指数的年超额收益率进行单指数回归, 得到 β 值分别为

$\beta_{PA} = 1.9$ 和 $\beta_{MT} = 1.7$, α 值分别为 $\alpha_{PA} = 22\%$ 和 $\alpha_{MT} = 37\%$ 。中国平安和贵州茅台

的非系统性风险（公司特有风险，以标准差计量）分别为 $\sigma(e_{PA}) = 15\%$ 和 $\sigma(e_{MT}) = 10\%$ ，彼此不相关。

5.1（5 分）计算中国平安和贵州茅台的期望收益率。

5.2（5 分）计算中国平安和贵州茅台的系统性风险（以标准差计量）。

5.3（5 分）计算中国平安和贵州茅台收益率之间的相关性（相关系数）。

5.4（5 分）计算由中国平安和贵州茅台构成的等权重组合 Q 的期望收益率、系统性风险和非系统性风险（以标准差计量）。

第 6 题（15 分）沪深 300 指数成分股之一双汇发展（000895）和中证 500 指数成分股之一桃李面包（603866）近一年的 12 个月的月度收益率 r_{SH} 和 r_{TL} 如下所示：

| | 2019-4 | 2019-5 | 2019-6 | 2019-7 | 2019-8 | 2019-9 |
|------|---------|---------|---------|--------|--------|--------|
| 双汇发展 | -10.0% | -9.9% | -0.7% | -3.5% | -6.9% | 10.5% |
| 桃李面包 | -7.2% | 7.0% | 3.8% | -0.5% | 16.6% | 0.5% |
| | 2019-10 | 2019-11 | 2019-12 | 2020-1 | 2020-2 | 2020-3 |
| 双汇发展 | 20.9% | 3.8% | -6.3% | 0.8% | 16.2% | 15.6% |
| 桃李面包 | -8.8% | -2.1% | -2.2% | -9.7% | 14.7% | 12.5% |

根据上述数据可以计算出： $E(r_{SH}) = 4.2\%$ ， $\sigma_{SH} = 10\%$ ， $E(r_{TL}) = 2.1\%$ ， $\sigma_{TL} = 9\%$ ，

相关系数 $\rho = -0.1$ 。

某投资者计划将其全部资金投资在双汇发展与桃李面包的组合上，投资比例分别为 x_{SH} 与 x_{TL} ，且满足 $0 \leq x_{SH} \leq 1$ ， $0 \leq x_{TL} \leq 1$ ， $x_{SH} + x_{TL} = 1$ 。

6.1（5 分）、如果该投资者构造的组合 P_1 是两只股票的等权重组合，

$x_{SH} = x_{TL} = 0.5$ ，计算组合 P_1 的期望收益率和标准差。

6.2（5 分）、该投资者希望两只股票的组合的风险越小越好，求满足要求的组合

P_2 ，计算组合 P_2 的期望收益率和标准差。

6.3 (5 分)、求双汇发展与桃李面包的组的可行集，并画出示意图，同时标出组合 P_1 和组合 P_2 。

第 7 题 (10 分) 沪深 300 指数和中证 500 指数从 2008 年到 2019 年近 12 年的年度收益率如下表所示：

| | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 |
|--------|------|------|------|------|------|------|
| 沪深 300 | -66% | 97% | -13% | -25% | 8% | -8% |
| 中证 500 | -61% | 131% | 10% | -34% | 0% | 17% |
| | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 |
| 沪深 300 | 52% | 6% | -11% | 22% | -25% | 36% |
| 中证 500 | 39% | 43% | -18% | 0% | -33% | 26% |

令证券 S_H 代表沪深 300 指数，年收益率记为 r_H ；证券 S_Z 代表中证 500 指数，年收益率记为 r_Z 。根据上述数据可以计算出： $E(r_H) = 6\%$ ， $\sigma_H = 42\%$ ， $E(r_Z) = 10\%$ ， $\sigma_Z = 49\%$ ，相关系数 $\rho = 0.9$ 。

某投资者计划将其全部资金投资在沪深 300 指数 S_H 与中证 500 指数 S_Z 的组合上，投资比例分别为 x_H 与 x_Z ，且满足 $0 \leq x_H \leq 1$ ， $0 \leq x_Z \leq 1$ ， $x_H + x_Z = 1$ 。设投资者的效用值函数为 $U = E(r) - \frac{1}{2} A \sigma^2$ ，风险厌恶系数 $A > 0$ 。

7.1 (5 分)、如果该投资者的最优组合 P 满足 $x_H : x_Z = 3 : 1$ （注：这个比例是模拟股票投资比赛中的平均比例），求该投资者的风险厌恶系数 A 的值。

7.2 (5 分)、如果无风险资产收益率 $r_f = 0\%$ ，该投资者可以在沪深 300 指数 S_H 与中证 500 指数 S_Z 以及无风险资产之间进行资产分配，记投资在无风险资产上的比例为 x_f ，且满足 $0 \leq x_H \leq 1$ ， $0 \leq x_Z \leq 1$ ， $0 \leq x_f \leq 1$ ， $x_H + x_Z + x_f = 1$ ，求该投资者在这种情况下最优资产组合 Q 是怎样的。