

理论计算机科学基础 2017 年期末考试

January 4, 2018

1. 证明语言 $L = \{a^{3k+1} \mid k \in \mathbb{N}\}$ 是正则的.
2. 设 $\mathcal{M} = (\{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{0, 1\}, \delta, q_1, \{q_4\})$ 为一台 NFA, 其中

$$\delta(q_1, 0) = \{q_1, q_2\}, \delta(q_1, 1) = \{q_1, q_3\}, \delta(q_2, 0) = \{q_4\}, \delta(q_3, 1) = \{q_4\}.$$

- (1) 画出该 NFA 的状态转移图; (2) 用正则表达式表达 $L(\mathcal{M})$.
3. 设文法 $G = (\{S\}, \{a, b\}, \Gamma, S)$ 的产生式为

$$S \rightarrow aS, \quad S \rightarrow aSbS, \quad S \rightarrow \epsilon.$$

- (1) 求 Chomsky 范式文法 \bar{G} , 使得 $L(G) = L(\bar{G}) \cup \{\epsilon\}$; (2) $L(G)$ 是正则的吗? 证明你的结论.
4. 设语言 $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ 的长度为奇数且正中间为 } 1\}$. 设计一台 PDA 识别语言 L (先描述设计思路, 再画出状态转移图).
5. 设有字母表 $\{0, 1\}$ 上的语言 A, B, C , 定义

$$A + B = \{x0 \mid x \in A\} \cup \{y1 \mid y \in B\}.$$

证明: (1) $A \leq_p A + B$, $B \leq_p A + B$; (2) 若 $A \leq_p C$ 且 $B \leq_p C$, 则 $A + B \leq_p C$.

6. 团问题描述如下: 设无向图 $G = (V, E)$, $V' \subseteq V$ 为 G 的一个顶点子集, 如果对 V' 中任意两点 u 和 v ($u \neq v$) 都有 $(u, v) \in E$, 则称 V' 为 G 的团. 任给一个无向图 $G = (V, E)$ 和非负整数 $k \leq |V|$, 问 G 是否有大小不小于 k 的团? 证明团问题是 NPC 的.

7. 证明: 如果 $P = NP$, 则在字母表 A 上, P 中任何不为 \emptyset 和 A^* 的语言 L 都是 NPC 的.
8. 证明 PSPACE 在并、补和星号运算下封闭.