

北京大学数学科学学院期末试题

2019 - 2020 学年第二学期

考试科目 证券投资学 考试时间 2020 年 6 月 10 日
 姓 名 _____ 学 号 _____
 本试题满分 100 分

1、（6 分）已知沪深 300 指数和中证 500 指数的近 6 年市场表现如下所示：

	沪深 300 指数	中证 500 指数
2013 年 12 月 31 日	2330	3829
2014 年 12 月 31 日	3534	5322
2015 年 12 月 31 日	3731	7618
2016 年 12 月 30 日	3310	6264
2017 年 12 月 29 日	4031	6251
2018 年 12 月 28 日	3010	4168
2019 年 12 月 31 日	4097	5268

1.1 求沪深 300 指数和中证 500 指数近 6 年的算术平均年收益率各是多少？（2 分）

1.2 求沪深 300 指数和中证 500 指数近 6 年的几何平均年收益率各是多少？（2 分）

1.3 如果某投资者计划进行为期一年的投资，方法是将全部资金的一半投资沪深 300 指数，另一半投资中证 500 指数，求该投资策略的期望收益率是多少？如果无风险资产年收益率为 2%，求该投资策略的风险溢价是多少？（2 分）

2、（4 分）计算下面两个股票的除权除息价：

2.1 拉卡拉公司（300773）2019 年度分配方案为 10 股转增 10 股派 20 元（含税），股权登记日为 2020 年 5 月 29 日（星期五），股权登记日的收盘价为每股 72.04 元，除权日为 2020 年 6 月 1 日（星期一），计算除权日的除权参考价格是多少元。（2 分）

2.2 美联新材公司（300586）2019 年度分配方案为 10 股送 3 股转增 6 股派 0.375 元（含税），股权登记日为 2020 年 5 月 29 日（星期五），股权登记日的收盘价为每股 18.22 元，除权日为 2020 年 6 月 1 日（星期一），计算除权日的除权参考价格是多少元。（2 分）

3、（6 分）年初某投资者以自有资金 10 万元和以年利率 8%从券商处融资的 10 万元（利息年底支付）全部买入 A 公司股票（不计交易费用），A 公司股票的市价为每股 40 元。

3.1 如果维持保证金比例要求为 35%，求股价下跌至多少元时，投资者会收到保证金催缴通知？（2 分）

3.2 如果到年底时，A 公司股票价格上涨到每股 50 元，计算该投资者在偿还融资后的实际收益率是多少？（2 分）

3.3 如果到年底时，A 公司股票价格下跌到每股 30 元，计算该投资者在偿还融资后的实际收益率是多少？（2 分）

4、（4 分）某封闭式基金年初资产净值每单位为 12.00 元，年末基金支付了每单位 1.00 元的分红后，资产净值每单位为 12.50 元。年初时该基金以资产净值的 5%溢价交易，年底时该基金以资产净值的 10%折价交易。如果一个投资者年初时买入 1000 单位的该基金，年底分

红后卖出全部 1000 单位的该基金，计算该投资者年度收益率是多少。

5、（4 分）假设 B 公司的股票价格年初是每股 100 元，某投资者对 B 公司的股价有如下的预期：

经济状况	概率	年底价格（元/股）
繁荣	0.3	140
正常增长	0.4	110
衰退	0.3	80

计算按照该投资者的预期投资公司 B 股票的预期收益率及标准差是多少？

6、（6 分）假设你管理着一个积极投资组合，期望收益率为 18%，标准差为 28%。无风险资产短期国债收益率为 4%。

6.1 如果你的客户将资金的 70%投资于你的组合，30%投资于短期国债，则他的组合的期望收益率和标准差是多少？（2 分）

6.2 你的组合报酬一波动性比率是多少？你客户的是多少？（2 分）

6.3 假设你同时还管理着一个消极投资组合（指数基金），期望收益率为 13%，标准差为 25%。假设消极投资组合的管理费（年末按资产净值比例收取）为 0.5%，而积极投资组合的管理费为 1.5%。考虑到管理费的不同，你的客户在犹豫是否应该选择投资于消极投资组合与短期国债的组合而不是积极投资组合与短期国债的组合。你帮着客户分析一下，在考虑管理费的情况下，他应该投资消极投资组合与短期国债的组合还是应该继续投资积极投资组合与短期国债的组合。（2 分）

7、（6 分）假设市场上有大量的股票，期望收益率均为 10%，标准差均为 30%，两两之间的相关系数均为 0.5。无风险资产收益率为 2%。

7.1 如果要构造一个标准差不超过 25%的组合，至少需要多少只股票？（3 分）

7.2 由 100 只股票构成的组合的资本配置线的斜率是多少？（3 分）

8、（6 分）已知某投资者的一半资产投资在 A 公司的股票上，另一半资产可选择①全部投资于 A 公司股票，或者②全部投资于 B 公司的股票，或者③全部投资于收益率为 2%的无风险国库券。已知当发生石油危机时，A 公司的经营将遭受重大损失，而 B 公司则会受益。假设关于 A 公司股票和 B 公司股票的收益率有如下的情景分析：

	正常年份		异常年份
	股市的牛市	股市的熊市	石油危机
概率	0.6	0.3	0.1
	收益率		
A 公司的股票	20%	5%	-35%
B 公司的股票	10%	-5%	20%

8.1 计算 A 公司股票和 B 公司股票的期望收益率、收益率的标准差以及协方差。（3 分）

8.2 计算投资者可选择的三种投资方式可获取的报酬-波动比各是多少，说明该投资者应如何做出投资选择。（3 分）

9、（6 分）已知两只投资基金的相关数据如下：

	债券型基金 D	股票型基金 E
期望收益率 $E(r)$	6%	15%
标准差 σ	12%	30%
相关系数 ρ	-0.3	

求两只投资基金的最小方差组合的投资比例、期望收益率、标准差各是多少？

10、（8 分）假设沪深 300 指数的期望收益率为 6%，标准差为 42%，贵州茅台的期望收益率为 47%，标准差为 79%，且贵州茅台与沪深 300 指数收益率的相关系数为 0.9。

10.1 求由贵州茅台和沪深 300 指数构成的最小方差组合 C，给出组合 C 的期望收益率和标准差。（4 分）

10.2 假设无风险资产收益率为 2%，投资者计划投资贵州茅台、沪深 300 指数及无风险资产三者的组合，投资者的效用值函数为 $U = E(r) - \frac{1}{2} A \sigma^2$ ，风险厌恶系数 $A=2$ ，求该投资者的最优资产组合 P。（4 分）（不允许融资融券）

11、（4 分）假设单指数模型成立，股票 A 和股票 B 的相关数据如下：

	股票 A	股票 B
期望收益率	20%	15%
因素敏感度	1.5	0.8
公司特有风险（标准差）	20%	30%

股票市场指数收益率的标准差为 40%，无风险资产收益率为 2%。如果投资者按照等权重方式构建资产组合 P，即：股票 A、股票 B、股票市场指数、无风险资产的权重均为 25%，求以标准差计量的资产组合 P 的系统风险和非系统风险的大小。

12、（4 分）假设 CAPM 与一个两因素模型的 APT 同时成立，两因素分别记为 F_1 和 F_2 ，纯因素组合所对应的风险溢价分别记为 λ_{F_1} 和 λ_{F_2} ，并且满足 $\lambda_{F_1} = 2\lambda_{F_2}$ 。已知某股票满足

因素	F_1	F_2
因素敏感系数	0.8	1.2

且该股票的 β 系数为 1.1。若无风险收益率为 2%，市场组合超额收益率为 10%，求风险溢价 λ_{F_1} 和 λ_{F_2} 大小。

13、（4 分）已知在只有一个因素的经济中，资产组合 A、B、C 都是风险充分分散的，它们的因素敏感度分别为 0.8、1.4、1.1，期望收益率分别为 16%、24%、21%，计算并说明在市场上是否存在着套利机会，如果存在着套利机会说明应如何进行套利操作。

14、（4 分）假设如下形式的股票月度收益二因素模型成立，二因素分别为股票市场因素（E）和债券市场因素（B），

$$r_i = \alpha_i + \beta_{i,E} \cdot r_E + \beta_{i,B} \cdot r_B + e_i$$

并且由历史数据回归得到 X 公司和 Y 公司的股票月度收益满足如下关系：

$$r_X = 0.2\% + 1.2r_E - 0.2r_B + e_X, \quad r_Y = -0.2\% + 0.8r_E + 0.4r_B + e_Y$$

已知股票市场本月对已公布的宏观经济统计数据做出反应 $r_E = 5\%$ ，同时债券市场对已公布的利率政策做出反应 $r_B = 1\%$ ，当月 X 公司的股票和 Y 公司的股票月度收益率均为 5%。假设市场是有效的，忽略随机误差项的影响，分析 X 公司及 Y 公司当月是否有公司特有的利多或利空信息。

15、（4 分）假设投资者对投资期望收益率的计算是根据资本资产定价模型得出的，对股票价值的计算是根据股利贴现模型得出的。已知 A 公司年初刚发放完红利 2 元/每股，该公司股利年增长率保持 10%。无风险利率为 2%，市场组合收益率为 12%，该公司股票的 β 值为 0.9。求 A 公司股票的每股价值是多少。

16、（4 分）已知 B 公司 2019 年的财务数据如下：

杠杆比率（资产/股东权益）	2.2
资产周转率（销售收入/资产）	2.0
净利润率（净利润/销售收入）	6%
股息支付率	30%

16.1 使用杜邦分析计算 B 公司的净资产收益率。（2 分）

16.2 计算 B 公司的股利增长率。（2 分）

17、（6 分）某投资者考虑对以下两只投资基金的业绩测度进行评估，相关信息如下：

	收益率	标准差	β 值
基金 A	13%	20%	1.1
基金 B	16%	25%	1.3
市场指数	10%	15%	1.0
无风险收益率	2%		

17.1 根据 Sharpe 业绩测度对两只基金和市场指数进行排序；（2 分）

17.2 根据 Treynor 业绩测度对两只基金和市场指数进行排序；（2 分）

17.3 根据 M^2 业绩测度对两只基金和市场指数进行排序。（2 分）

18、（6 分）已知某投资组合经理管理的投资组合最近一年的业绩以及相应的基准组合的表现如下：

	真实收益	实际权重	基准权重	指数回报
股票	7%	0.6	0.5	6%（股票指数）
债券	3%	0.3	0.4	4%（债券指数）
现金	2%	0.1	0.1	2%

18.1 该投资组合经理管理的组合超过基准组合的收益率是多少？（2 分）

18.2 在超过基准组合的收益率中，资产配置的贡献是多少？（2分）

18.3 在超过基准组合的收益率中，证券选择的贡献是多少？（2分）

19、（4分）假设市场上只有两种资产，一个是无风险资产 F，一个是风险资产 M。无风险资产 F 的收益率为 r_F ，风险资产 M 的收益率为 r_M ，期望及标准差为 $E(r_M)$ ， σ_M 。假设市场上总共有 N 个投资者，且效用值函数为 $U = E(r) - \frac{1}{2} A_i \sigma^2$ ，其中 $A_i > 0$ 为第 i 个投资者的风险厌恶系数， $i = 1, 2, \dots, N$ 。假设所有的投资者在投资时都追求效用函数最大化。

19.1 对于每一个投资者，推导其投资于风险资产 M 的最优比例 y_i^* 。（2分）

19.2 假设市场封闭且平衡，即所有投资者的总借入等于所有投资者的总贷出，证明风险资产 M 的风险溢价为 $E(r_M) - r_F = \bar{A} \sigma_M^2$ ，其中 \bar{A} 为所有投资者的风险厌恶系数 A_i 的调和平均。（2分）

20、（4分）假设基金 P 的收益率 r_P 和市场组合 M 的收益率 r_M 满足

$E(r_P) - r_f = \alpha_P + \beta_P [E(r_M) - r_f]$ ，且 $0 < r_f < E(r_M)$ ， $0 < r_f < E(r_P)$ ，相关系数 $0 < \rho_{PM} < 1$ ， $\sigma_M > 0$ 。

证明：如果基金 P 的 Sharpe 业绩测度 S_P 优于市场组合 M 的 Sharpe 业绩测度 S_M ，则基金 P 的 Treynor 业绩测度 T_P 也优于市场组合的 Treynor 业绩测度 T_M 。