数理统计期末背记清单

一、基础知识与重要分布

① 三大分布

• 卡方分布 $\chi^2(n)$

△ $E(X)=$ ______ $D(X)=$ ______

△ X 与 Y 相互独立, $X\sim\chi^2(m)$, $Y\sim\chi^2(n)$, 则 $X+Y\sim$ ______

• T分布

$T=$ ______ $\sim t(n)$

其中分子表示 ____ , 分母表示 ______

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_0)^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=1+\text{———}$$

______

内部需包含一个自由度为n-1的t分布T的函数为u(T)

其中 $T=$ ______ $\sim t(n$

• F分布

$F=$ ______ $\sim F(m,n)$

其中分子表示 ____ , 分母表示 ______

② 常见分布与不常见分布

	EX	DX	表达式
(0,1)分布	p		$p^x(1-p)^{1-x}$
几何分布			$(1-p)^{k-1}p$
二项分布 $B(n,p)$	np		略
均匀分布 $U(a,b)$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(a-b)^2}{12}$	$\times$
指数分布 $Exp(\lambda)$			
正态分布			
泊松分布 $P(\lambda)$			
伽马分布 $\Gamma(\alpha,\beta)$		α/β^2	$\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}x^{\alpha-1}e^{-\beta x}$
逆伽马分布 $IG(\alpha,\beta)$	(计 $\alpha>1$)	$\frac{\beta^2}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)}$	$\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}x^{-\alpha-1}e^{-\frac{\beta}{x}}$

	EX	DX	表达式
贝塔分布 $\beta(a,b)$		$\frac{ab}{(a+b)^2(a+b+1)}$	$\frac{1}{B(a,b)}x^{a-1}(1-x)^{b-1}$

伽马函数: $\Gamma(x)=$ ______

$\Gamma(x+1)=$ ____ $\Gamma(x)$, $\Gamma(1)=$ ____

贝塔函数: $B(\alpha,\beta)=$ ______

$B(x,\lambda)=$ ______ (用Γ函数表示)

n个泊松分布 $P(\lambda)$ 的和为 ______

n个指数分布 $Exp(\lambda)$ 的和为 ______

$X\sim\Gamma(n,\lambda)$, 则 $aX\sim\Gamma($ ____ $)$

自强不息 厚德载物

$\Gamma(n,\frac{1}{2})$ 为 = ______

二、枢轴量与检验统计量

①枢轴量

未知参数	条件	枢轴量及分布
μ	σ^2已知	
	σ^2未知	
$\mu_1-\mu_2$	σ_1^2、σ_2^2已知	
	$\sigma_1^2=\sigma_2^2$未知	
σ^2	μ已知	
	μ未知	
σ_1^2/σ_2^2	μ_1、μ_2未知	

← 此处的 S_w = ______

②检验统计量(似然比)

	条件	$X\sim N(\mu,\sigma^2)$	μ、σ^2未知	否定域及属于哪类分布
T_0类	$H_0:\mu=\mu_0 \leftrightarrow H_1:\mu\neq\mu_0$			
	$H_0:\mu\le\mu_0 \leftrightarrow H_1:\mu>\mu_0$			
T_1类	$H_0:\sigma^2=\sigma_0^2 \leftrightarrow H_1:\sigma^2\neq\sigma_0^2$			
	$H_0:\sigma^2\le\sigma_0^2 \leftrightarrow H_1:\sigma^2>\sigma_0^2$			

	条件	$X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$ $X_1,X_2\cdots X_{n_1}$	$Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$ $Y_1,Y_2\cdots Y_{n_2}$	否定域及属于哪类分布
H_0类	μ_1、μ_2已知	$H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2 \leftrightarrow H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$		
		$H_0:\sigma_1^2\le\sigma_2^2 \leftrightarrow H_1:\sigma_1^2>\sigma_2^2$		
	μ_1、μ_2未知	$H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2 \leftrightarrow H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$		
		$H_0:\sigma_1^2\le\sigma_2^2 \leftrightarrow H_1:\sigma_1^2>\sigma_2^2$		
	$\sigma_1^2=\sigma_2^2$未知	$H_0:\mu_1=\mu_2 \leftrightarrow H_1:\mu_1\neq\mu_2$		
		$H_0:\mu_1\le\mu_2 \leftrightarrow H_1:\mu_1>\mu_2$		
	$\sigma_1^2=\sigma_2^2$已知	$H_0:\mu_1=\mu_2 \leftrightarrow H_1:\mu_1\neq\mu_2$		
		$H_0:\mu_1\le\mu_2 \leftrightarrow H_1:\mu_1>\mu_2$		

注：$\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$ 无法使用广义似然比得到 UMP 检验.

自强不息 厚德载物

三、回归分析与方差分析

① 一元线性回归与正比例回归

- $y_i = a + bx_i + \varepsilon \qquad \varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$

$l_{xy} =$ ______ ，$l_{xx} =$ ______ ，$l_{yy} =$ ______ ，$U =$ ______（回归平方和），$Q =$ ______（残差平方和）

$\hat{b} =$ ______ ，$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$

平方和分解公式：______

用 $F =$ ______ 衡量回归优垂程度、其服从 ______ 分布、

$H_0: b=0 \Leftrightarrow H_1: b \neq 0$

$r =$ ______ ，$F(r) =$ ______

r^2 用 $l_{xy}.\ l_{xx}.\ l_{yy}$ 表示：$r^2 =$ ______ $= \dfrac{U}{(\quad)}$

y_0 的置信区间枢轴量：

______ $\sim (\qquad)$、其中 $d =$ ______

- $y = bx + e \qquad e \sim N(0, \sigma^2)$

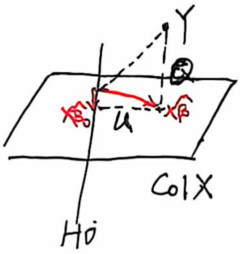
$\hat{b} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$ 　　检验 $H_0: b=0$ 　　$F = \dfrac{\hat{b}^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2}{Q/(n-1)} \sim F(1, n-1)$ 　　$(Q = \sum (y_i - \hat{b}x_i)^2)$

$F > \lambda$ 时否定 H_0

② 多元线性回归

$Y = X\beta + \varepsilon \qquad \hat{\beta} = \underline{(X'X)^{-1}X'Y}$ ，记 $\operatorname{rank} X = r$，$\operatorname{rank} H = q$

参数检验：$H_0: H\beta = 0 \leftrightarrow H_1: H\beta \neq 0$



$\lambda = \left(\dfrac{\| Y - X\hat{\beta}_0 \|^2}{\| Y - X\hat{\beta} \|^2} \right)^{\frac{n}{2}} =$ ______

其中 $F \sim F(\qquad)$ ，$\lambda > \lambda_0$ 时拒绝 H_0

自强不息 厚德载物

四、贝叶斯估计

1、已知~~参数~~样本 $x_1,\cdots,x_n$，估计参数 $\theta\in\Theta$，似然函数为 L，θ 的先验分布为 $\pi(\theta)$

后验分布：

$$\pi(\theta|x_1,\cdots,x_n)=$$

____

题、① $X\sim B(1,p)$，$\pi(p)$：$beta(\alpha,\beta)$，$x_1,x_2\cdots x_n$，

则 $\pi(p|x_1,x_2\cdots x_n)$：____________

② $X\sim poisson(\lambda)$，$\pi(\lambda)$：$gamma(\alpha,\beta)$，$x_1,x_2\cdots x_n$

则 $\pi(\lambda|x_1,x_2\cdots x_n)$：____________

③ $X\sim Exp(\lambda)$，$\pi(\lambda)$：$gamma(\alpha,\beta)$，$x_1,x_2\cdots x_n$

则 $\pi(\lambda|x_1,x_2\cdots x_n)$：____________

④ $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，σ^2 已知，μ 未知，$\pi(\mu)$：$N(\mu_0,\sigma_0^2)$，$x_1,x_2\cdots x_n$

则 $\pi(\mu|x_1,\cdots x_n)$：

____

⑤ $X\sim N(\mu,\frac{1}{R})$，μ 已知，R 未知，$\pi(R)$：$gamma(\alpha,\beta)$，$x_1,x_2\cdots x_n$

则 $\pi(R|x_1,\cdots,x_n)$：

____

2、贝叶斯估计

定义损失函数 $L(\hat{\theta},\theta)$，$\theta\in\Theta$，似然函数为 L，θ 的先验分布为 π_1，后验分布为 π_2。

贝叶斯估计量是积分

$$\int_\Theta$$

____

取最小时的 θ 值。

自强不息 厚德载物

五、一些杂乱的定义与知识点、

1、Fischer信息量与C-R不等式

$I(\theta) =$ ________ = ________ , $Var_\theta(\psi(x_1,\cdots x_n)) \geq \boxed{}$

用一阶偏导　　用二阶偏导

2、相合：$\lim P(\|\hat\theta_n-\theta\|<\varepsilon)=1$ ； 强相合：$P(\lim \hat\theta_n=\theta)=1$

3、充分统计量：$L(x_1\cdots x_n|\theta)=g[\varphi(x),\theta]h(x)$，$\varphi$为充分统计量

完全统计量：对于每个可测函数$u(\cdot)$，若 ________ 可推出 ________ ，称φ为完全统计量

4、指数型分布

①通式：$f(x,\theta)=S(\theta)h(x)e^{\Sigma C(\theta)T(x)}$

充分统计量φ是完全的的一个快速判据为 ________

②单参数指数型分布：$f(x,\theta)=S(\theta)h(x)e^{C(\theta)T(x)}$

$H_0: \theta\leq\theta_1 \leftrightarrow H_1: \theta>\theta_1$，否定域{ ________ }为检验水平为$\alpha$的UMP

其中临界值求法： ________

5、操作特性函数 $L_W(\theta)=P(\text{接受}H_0|\theta)$

功效函数 $P_W(\theta)=P(\text{拒绝}H_0|\theta)$

$L_W(\theta)$ 与 $P_W(\theta)=1$.

UMP否定域：$\forall$水平不超过α的$\tilde{W}$均有 $P_W(\theta)\geq P_{\tilde W}(\theta)$，称$W$为UMP否定域 ($\forall\theta\in\Theta_1$)

无偏性： ________

6、N-P引理.

7、minimax决策.

$\sup_\theta R(\theta,\delta^*)\leq\sup_\theta R(\theta,\delta)$