2110104: Computer Programming

Data Representation

Dept. of Computer Engineering
Chulalongkorn University

Bit (Binary Digit)

- คอมพิวเตอร์เก็บข้อมูลแบบฐานสอง 0 กับ 1
- bit : หน่วยเล็กสุดของเลขฐานสอง 0 กับ 1
- byte : ลำดับของ bits จำนวน 8 bits
- ลำดับบิตอะไร จะแทนอะไร ขึ้นกับรูปแบบการเข้ารหัสที่ตกลงกัน เช่น 01000001
  - ถ้ามองเป็นจำนวนเต็ม → 65 (ฐานสิบ)
  - ถ้ามองเป็นตัวอักขระ → A

ระบบเลขฐานสิบ

ระบบเลขฐานสอง

$$1\times2^{3} + 1\times2^{2} + 0\times2^{1} + 1\times2^{0} + 1\times2^{-1} + 1\times2^{-2}$$

$$8 + 4 + 0 + 1 + 0.5 + 0.25$$

$$13.75_{10}$$

การเลื่อนบิต (shift)

00001	1
00010	2
00100	4
01000	8
10000	16

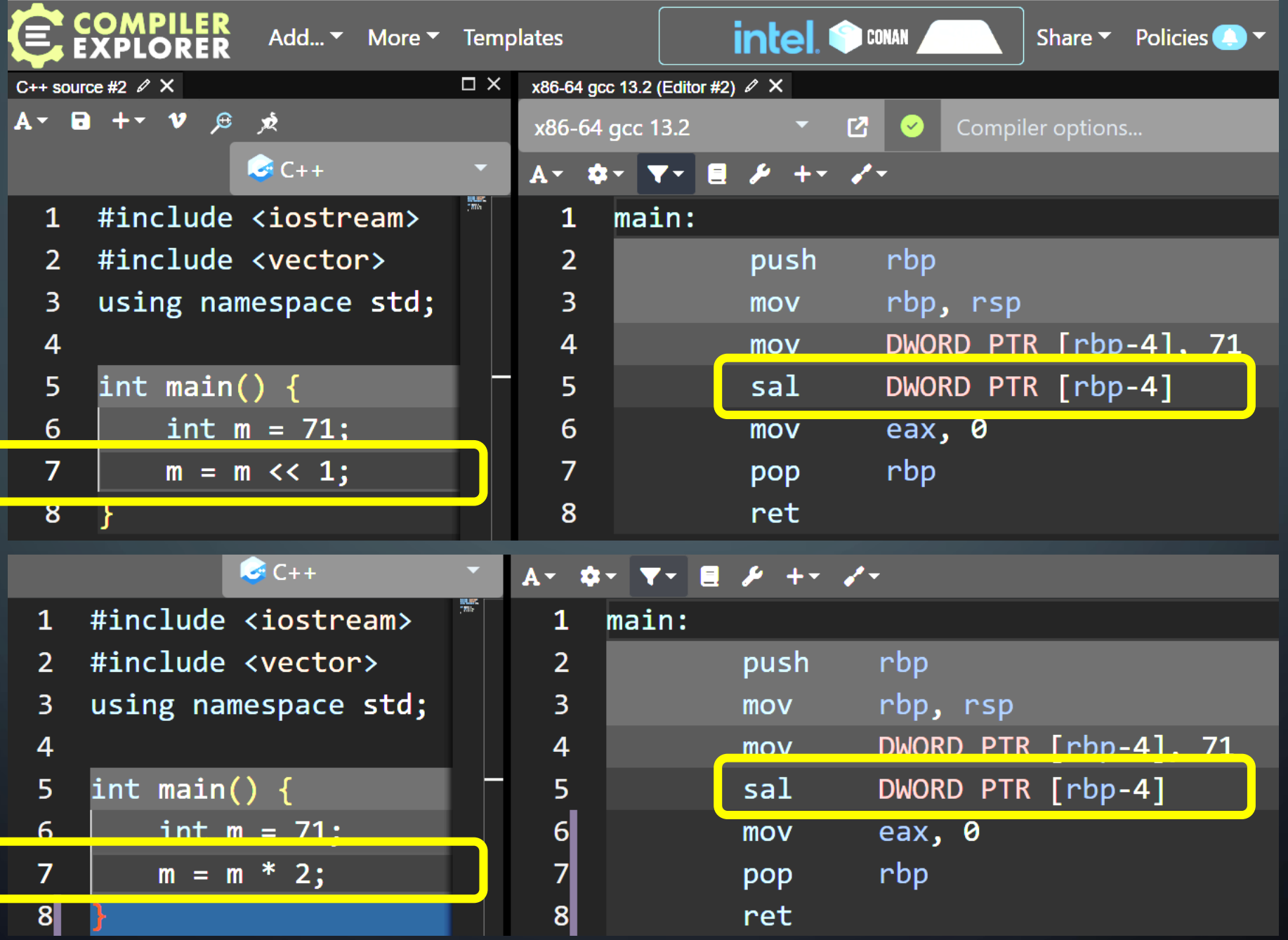
00101	5
01010	10
10100	20

10110	22
01011	11
00101	5

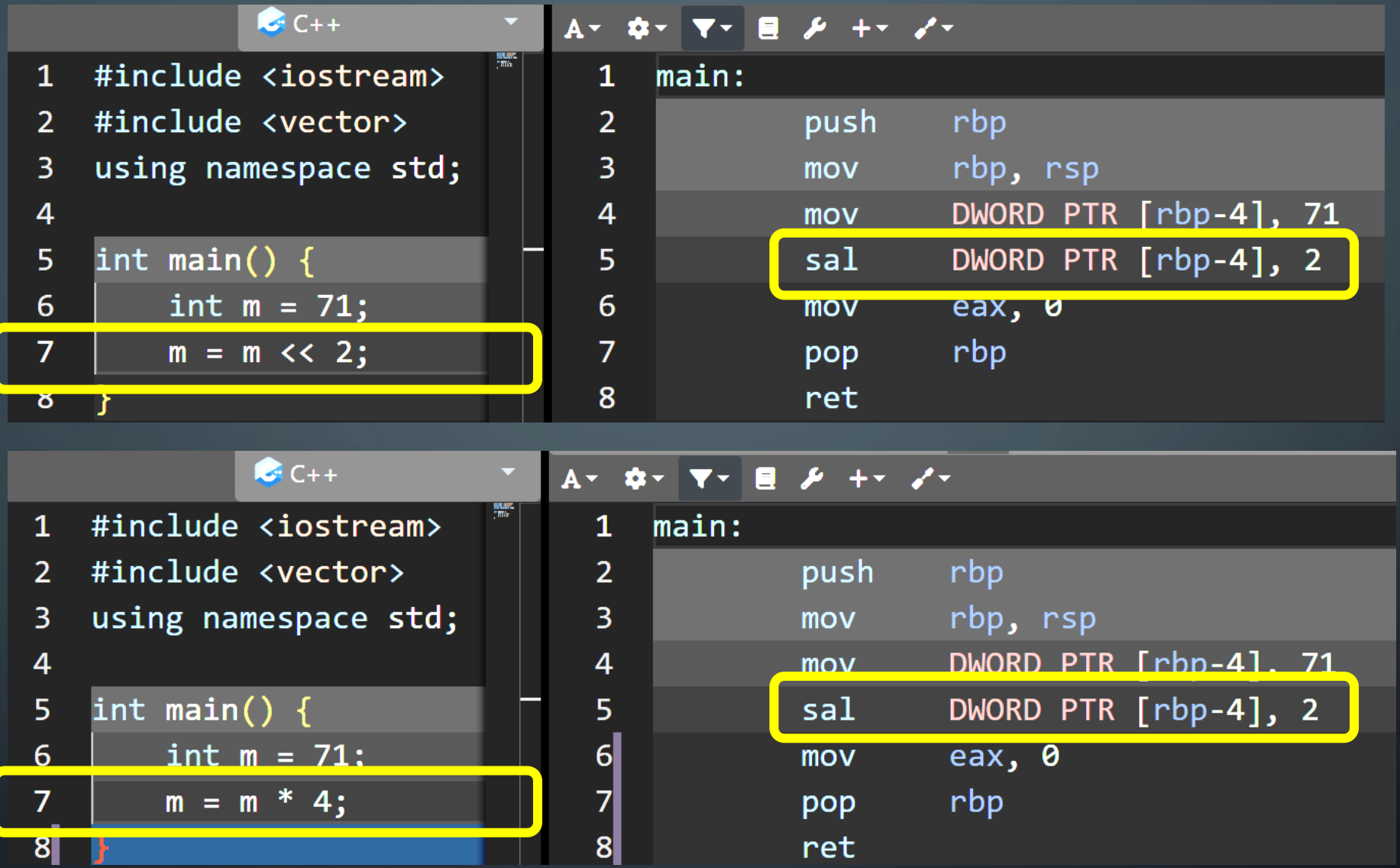
shift left 1 bit → คูณ 2

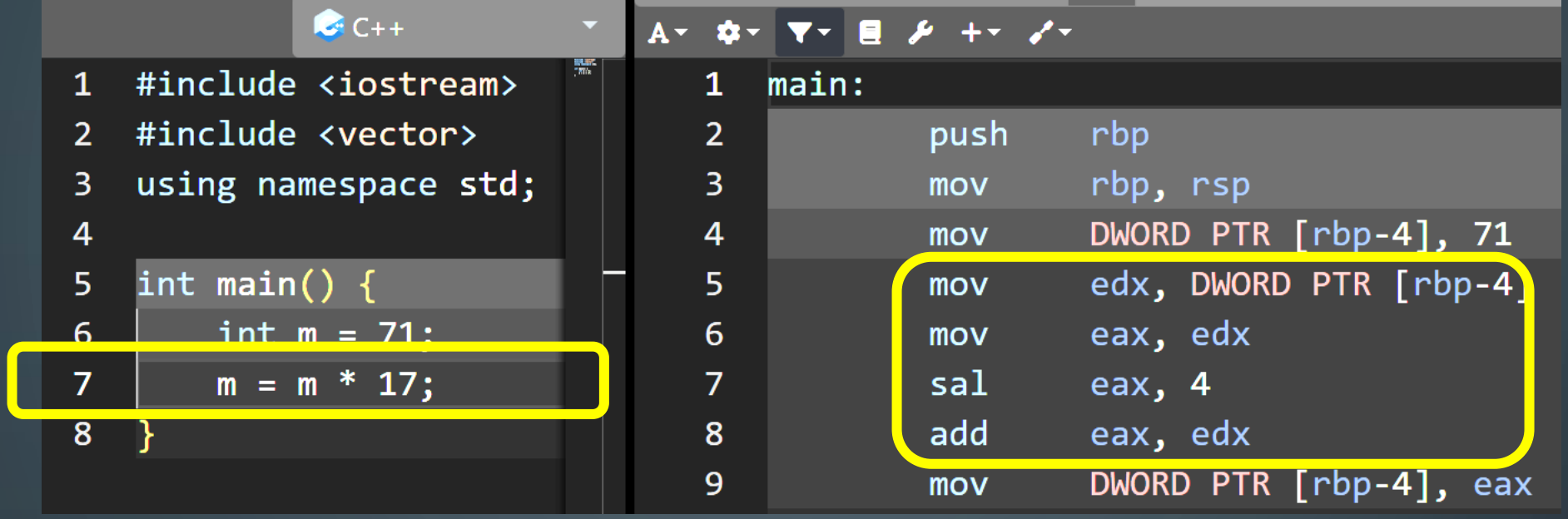
shift right 1 bit → หาร 2 ปัดเศษ

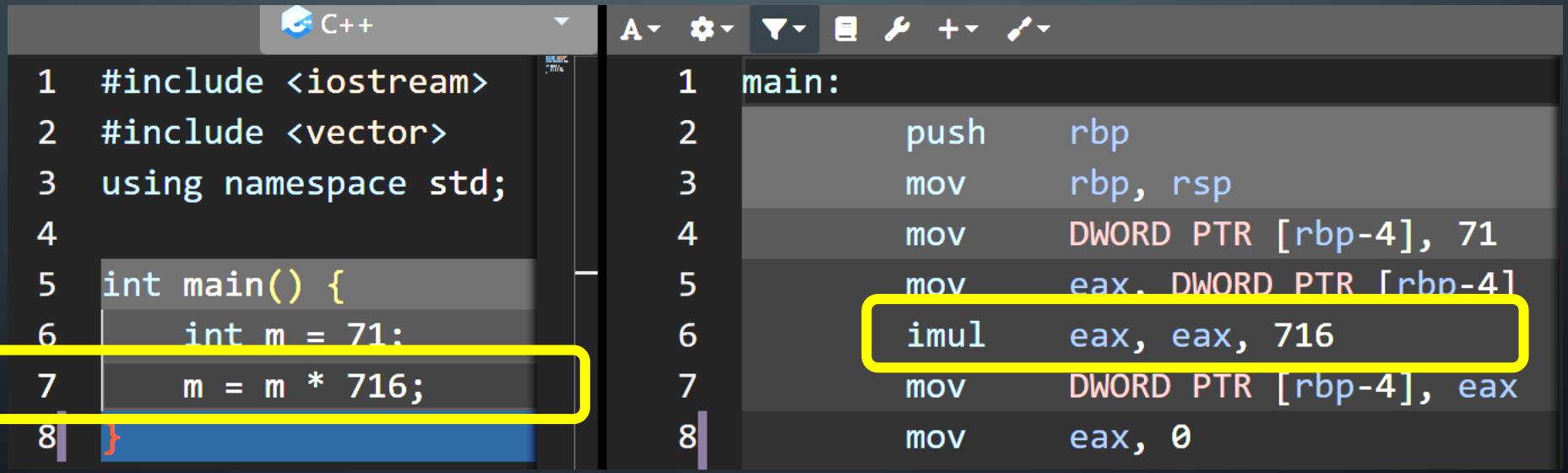
```
int m = 71;
m = m >> 1;    //  35
m = m << 2;    //  140
```



Shift Arithmetic Left


C++
1 #include <iostream>
2 #include <vector>
3 using namespace std;
4
5 int main() {
6 int m = 71;
7 m = m << 2;
8 }
main:
push rbp
mov rbp, rsp
mov DWORD PTR [rbp-4], 71
sal DWORD PTR [rbp-4], 2
mov eax, 0
pop rbp
ret
C++
1 #include <iostream>
2 #include <vector>
3 using namespace std;
4
5 int main() {
6 int m = 71;
7 m = m * 4;
8 }
main:
push rbp
mov rbp, rsp
mov DWORD PTR [rbp-4], 71
sal DWORD PTR [rbp-4], 2
mov eax, 0
pop rbp
ret


C++
1 #include <iostream>
2 #include <vector>
3 using namespace std;
4
5 int main() {
6 int m = 71;
7 m = m * 17;
8 }
main:
push rbp
mov rbp, rsp
mov DWORD PTR [rbp-4], 71
mov edx, DWORD PTR [rbp-4]
mov eax, edx
sal eax, 4
add eax, edx
mov DWORD PTR [rbp-4], eax


C++
1 #include <iostream>
2 #include <vector>
3 using namespace std;
4
5 int main() {
6 int m = 71;
7 m = m * 716;
8 }
main:
push rbp
mov rbp, rsp
mov DWORD PTR [rbp-4], 71
mov eax, DWORD PTR [rbp-4]
imul eax, eax, 716
mov DWORD PTR [rbp-4], eax
mov eax, 0

การบวกเลขฐานสอง

จำนวนเต็มไม่ติดลบ (unsigned)

0	0	0	0	=	0	1	0	0	0	=	8
0	0	0	1	=	1	1	0	0	1	=	9
0	0	1	0	=	2	1	0	1	0	=	10
0	0	1	1	=	3	1	0	1	1	=	11
0	1	0	0	=	4	1	1	0	0	=	12
0	1	0	1	=	5	1	1	0	1	=	13
0	1	1	0	=	6	1	1	1	0	=	14
0	1	1	1	=	7	1	1	1	1	=	15

4 บิต เก็บค่า 0 ถึง 2^4-1

การแทนจำนวนเต็มลบ (2's complement)

เปลี่ยนบิต 0 → 1, 1 → 0 แล้วบวกอีก 1

70_{10} 0100 0110

-70_{10} 1011 1010

0000 0000

\+ 1011 1001

\+ 1

1011 1010 -70_{10}

บิตซ้ายสุดเป็น 0 → บวก

เป็น 1 → ลบ

```cpp
#include <iostream>

using namespace std;

int main() {
    int n1 = 0b00000000000000000000000001000110; //  70
    int n2 = 0b11111111111111111111111110111010; // -70
    int n3 = 0b1000110; //  70
    int n4 = ~n3 + 1;   // -70
    cout << n1 << ' ' << n2 << ' ' << n3 << ' ' << n4;
}
```

จำนวนเต็ม -1

เปลี่ยนบิต 0 → 1, 1 → 0 แล้วบวกอีก 1

```
 0000 0001
 1111 1110
        1  +
-------------
 1111 1111
```

จำนวนเต็มฐานสองขนาด 4 บิต

0	0	0	0	=	0			
0	0	0	1	=	1	1	1	1	1	=	-1
0	0	1	0	=	2	1	1	1	0	=	-2
0	0	1	1	=	3	1	1	0	1	=	-3
0	1	0	0	=	4	1	1	0	0	=	-4
0	1	0	1	=	5	1	0	1	1	=	-5
0	1	1	0	=	6	1	0	1	0	=	-6
0	1	1	1	=	7	1	0	0	1	=	-7
						1	0	0	0	=	-8

4 บิต เก็บค่า -2^3 ถึง 2^3-1

จำนวนเต็มฐานสองขนาด 8 บิต

0000 0000	= 0		
0000 0001	= 1	1111 1111	= -1
0000 0010	= 2	1111 1110	= -2
0000 0011	= 3	1111 1101	= -3
0000 0100	= 4	1111 1100	= -4
...		...	
0111 1100	= 124	1000 0100	= -124
0111 1101	= 125	1000 0011	= -125
0111 1110	= 126	1000 0010	= -126
0111 1111	= 127	1000 0001	= -127
		1000 0000	= -128

8 บิต เก็บค่า -2^7 ถึง 2^7-1

เลือกประเภทข้อมูลให้เหมาะสม

Data Type	Size (in bytes)	
`short`	2 (16 bits)	-32768 to 32767
`int`	4 (32 bits)	-2^{31} to $2^{31} - 1$
`long`	4 (32 bits)	-2^{31} to $2^{31} - 1$
`long long`	8 (64 bits)	-2^{63} to $2^{63} - 1$
`unsigned short`	2 (16 bits)	0 to 65535
`unsigned int`	4 (32 bits)	0 to $2^{32} - 1$ (4,294,967,295)
`unsigned long`	4 (32 bits)	0 to $2^{32} - 1$
`unsigned long long`	8 (64 bits)	0 to $2^{64} - 1$
`char`	1 (8 bits)	-128 to 127
`unsigned char`	1 (8 bits)	0 to 255

Floating Point Numbers

123.5625

123.5625×10^{0}

12.35625×10^{1}

1.235625×10^{2}

0.1235625×10^{3}

...

$F \times 10^{E}$

เก็บ F กับ E

แต่ 123.5625 แทนได้หลายแบบ

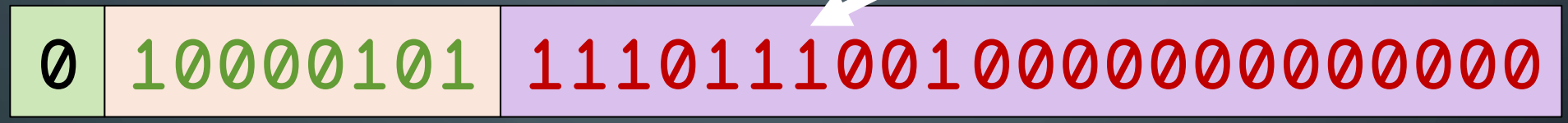
ใช้แบบไหนดี ?

32-bit single precision floating point

จำนวนลบ 1
ไม่ลบ 0

$123.5625_{10} = 1111011.1001$

$= 1.1110111001 \times 2^{6}$



sign of mantissa

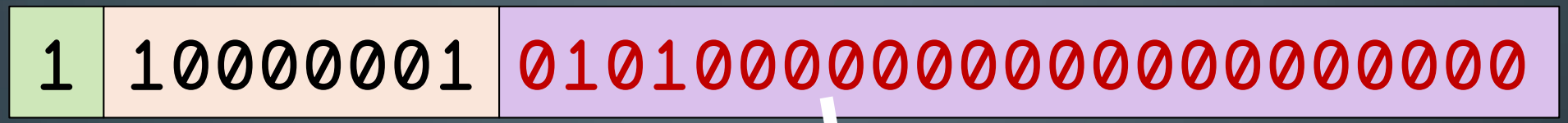
biased exponent

normalized mantissa

$6 + 127 = 133_{10} = 10000101_{2}$

IEEE-754

32-bit single precision floating point



10000001 = 129

129 – 127 = 2

1.01010000000000000

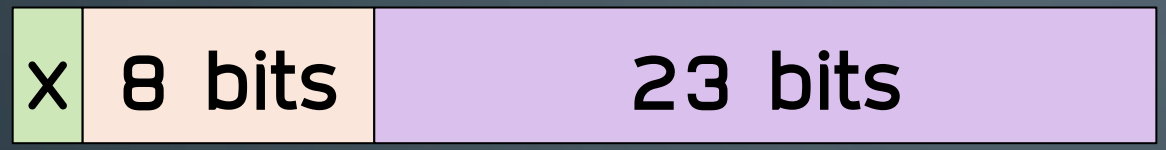
$$-1.0101 \times 2^{2} = 101.01_{2} = 5.25_{10}$$

มีกรณีพิเศษ : 0, infinity, NAN, denormalized

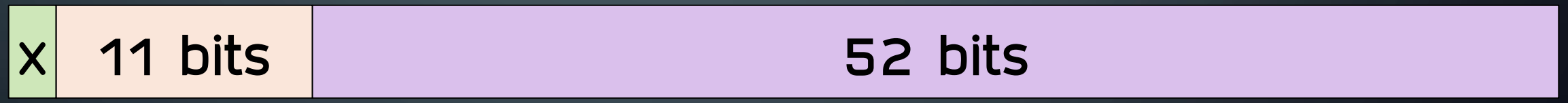
(ขอไม่ลงรายละเอียด)

IEEE-754 floating point

`float` : single-precision floating point



`double` : double-precision floating point

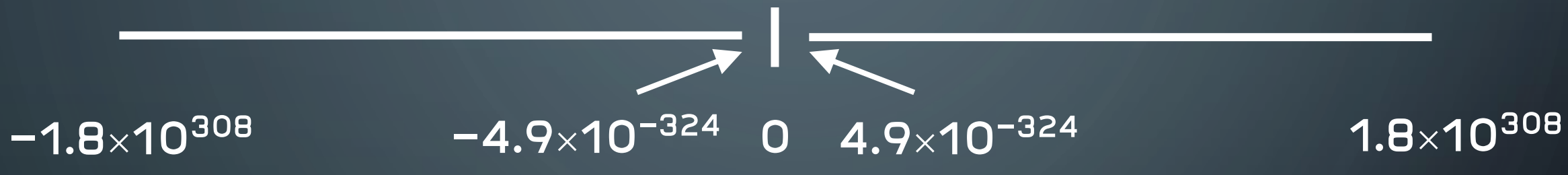


IEEE-754 single-precision floating point

ถ้าเทียบเป็นฐานสิบ ละเอียดได้ประมาณ 7 หลัก

หมายเหตุ: ตัวเลขต่าง ๆ ข้างบนนี้เป็นค่าประมาณ

IEEE-754 double-precision floating point



ถ้าเทียบเป็นฐานสิบ ละเอียดได้ประมาณ 16 หลัก

หมายเหตุ: ตัวเลขต่าง ๆ ข้างบนนี้เป็นค่าประมาณ

เศษที่มีเลขฐานสองซ้ำไม่รู้จบ

$0.1_{10} = 0.000110011\ldots = 0.0\overline{0011}$

$0.2_{10} = 0.00110011\ldots = 0.\overline{0011}$

$0.3_{10} = 0.0100110011\ldots = 0.01\overline{0011}$

$0.4_{10} = 0.01100110011\ldots = 0.011\overline{0011}$

$0.5_{10} = 0.1_{2}$

```
double x = 0.1;
double y = 3*x;
cout << (y == 0.3);  // 0
```

การเปรียบเทียบ floating point ว่า "เท่ากัน" มั้ย

```
x == y
```

```
x != y
```

$$\frac{|x-y|}{\max(|x|,|y|)} \leq \varepsilon \qquad \varepsilon = 10^{-6}$$

$$|x-y| \leq \varepsilon(\max(|x|,|y|))$$

```
fabs(x-y) <= epsilon * max(fabs(x),fabs(y))
```

เลขฐานสิบหก

- มี 16 สัญลักษณ์
  - 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F
- ใช้เลขฐานสิบหก เพียงแค่ให้ อ่านเขียน เลขฐานสอง ได้กะทัดรัด
  - แบ่งเลขฐานสองเป็นกลุ่มละ 4 ตัว แล้วเขียนใหม่ด้วยฐานสิบหก

4 B E 8 1 5 F 7

4B E8 15 F7

การแทนอักขระ (characters)

character	binary	hex
A	0100 0001	41
B	0100 0010	42
C	0100 0011	43
D	0100 0100	44
E	0100 0101	45
F	0100 0110	46
G	0100 0111	47
H	0100 1000	48
I	0100 1001	49
J	0100 1010	4A

```
char c1 = 'A';
char c2 = 0x4A;
char c3 = c2 + 2;
cout << c3; // L
```

ASCII codes

```
0000 0000   00
     ...
0111 1111   7F
```

hex	char	hex	char	hex	char	hex	char	hex	char	hex	char
20	SP	30	0	40	@	50	P	60	`	70	p
21	!	31	1	41	A	51	Q	61	a	71	q
22	"	32	2	42	B	52	R	62	b	72	r
23	#	33	3	43	C	53	S	63	c	73	s
24	$	34	4	44	D	54	T	64	d	74	t
25	%	35	5	45	E	55	U	65	e	75	u
26	&	36	6	46	F	56	V	66	f	76	v
27	'	37	7	47	G	57	W	67	g	77	w
28	(	38	8	48	H	58	X	68	h	78	x
29	)	39	9	49	I	59	Y	69	i	79	y
2A	*	3A	:	4A	J	5A	Z	6A	j	7A	z
2B	+	3B	;	4B	K	5B	[	6B	k	7B	{
2C	,	3C	<	4C	L	5C	\	6C	l	7C	|
2D	-	3D	=	4D	M	5D	]	6D	m	7D	}
2E	.	3E	>	4E	N	5E	^	6E	n	7E	~
2F	/	3F	?	4F	O	5F	_	6F	o	7F	

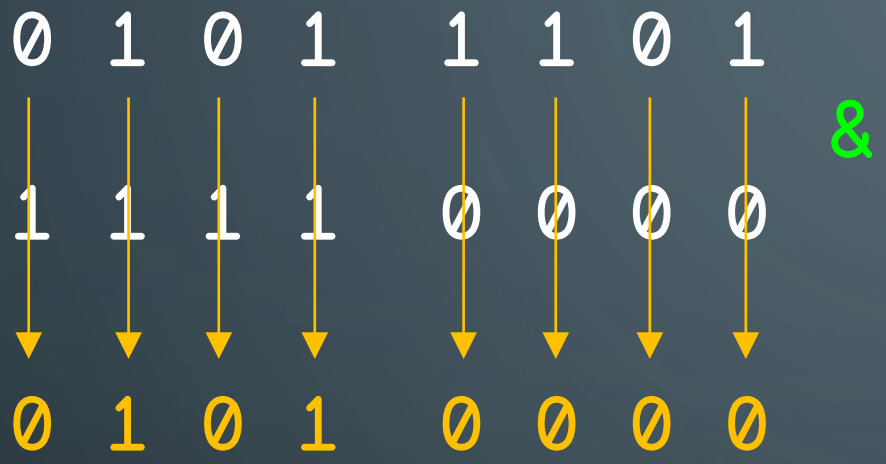
```
lower = c | 0x20;
upper = c & ~0x20;
```

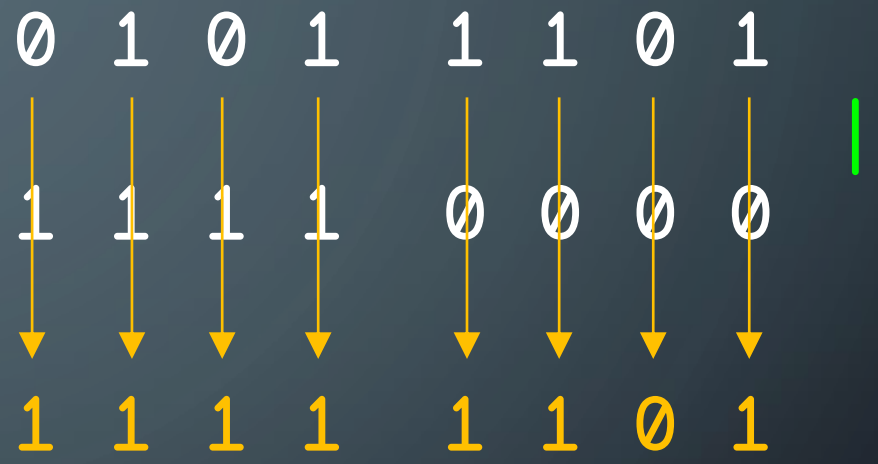
```
if ('A' <= c && c <= 'Z')
```

```
if ('0' <= c && c <= '9')
```

```
if ('a' <= c && c <= 'z')
```

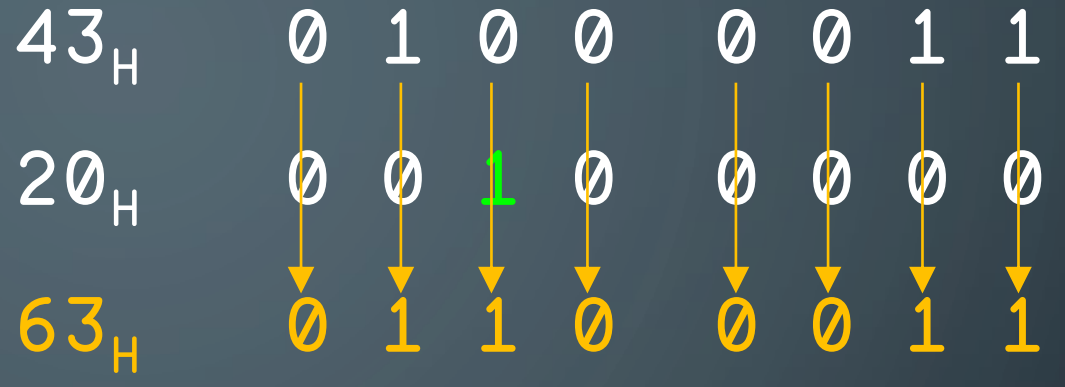
bit-wise operations





hex	char	hex	char
40	@	60	`
41	A	61	a
42	B	62	b
43	C	63	c
44	D	64	d
45	E	65	e
46	F	66	f
47	G	67	g
48	H	68	h
49	I	69	i
4A	J	6A	j
4B	K	6B	k
4C	L	6C	l
4D	M	6D	m
4E	N	6E	n
4F	O	6F	o

```
lower = ch | 0x20;
```




```
upper = ch & ~0x20;
```

char ก็เป็นจำนวนเต็ม

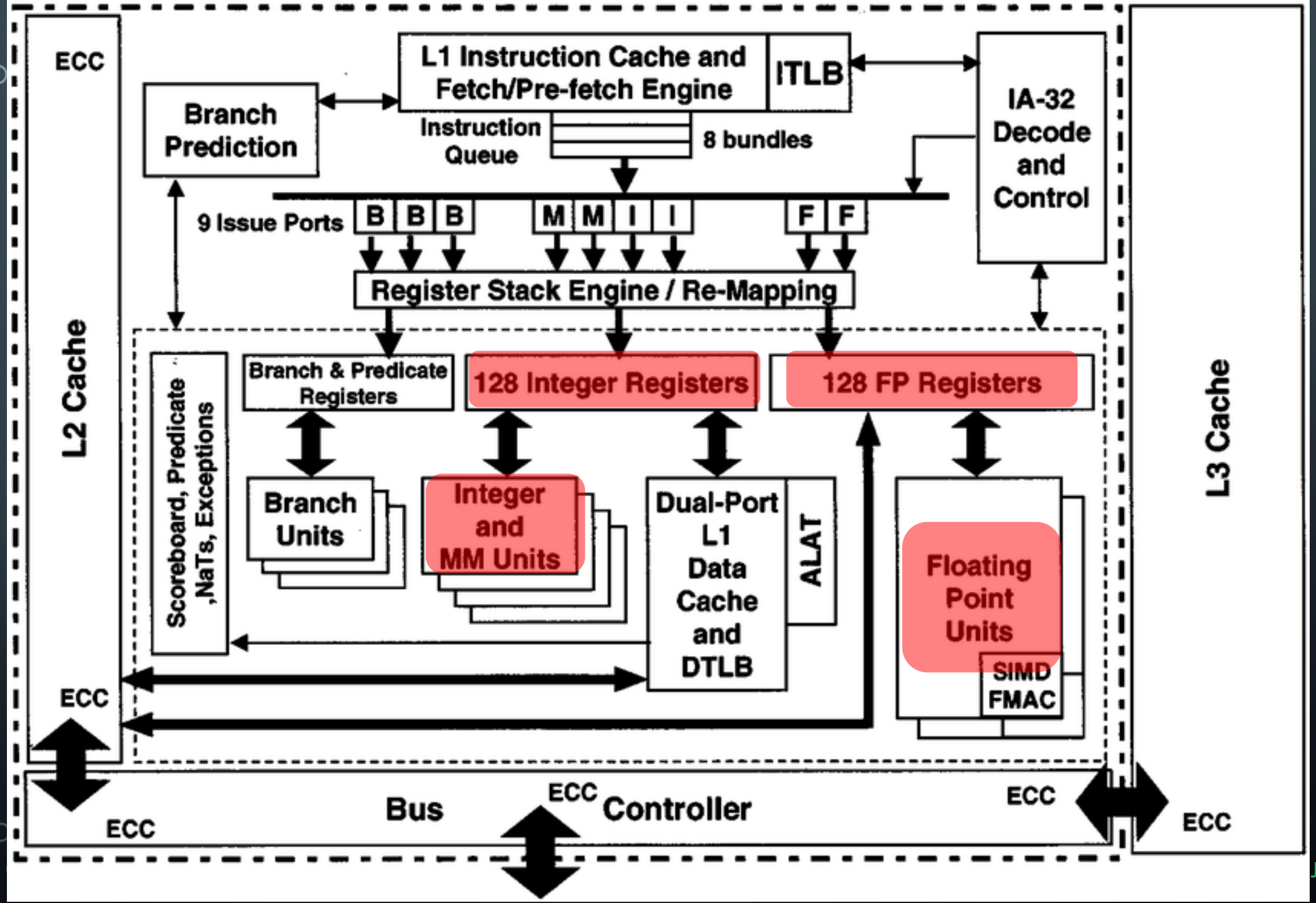
- 'A' + 1 = 0x41 + 1 = 65 + 1 = 66
- (char) ('A' + 1) ได้ 'B'
- 'A' + 'B' = 0x41 + 0x42 = 65 + 66 = 131
- 'B' – 'A' ได้ 1, 'Z' – 'A' ได้ 25
- '9' – '0' ได้ 9
- (char)(9 + '0') ได้ '9'

UTF-8

- ASCII codes รหัส 00 – 7F ได้แค่ภาษาอังกฤษ
- Unicode รหัส 000000 – 10FFFF (1,114,112 codes)
- UTF-8 เข้ารหัส Unicode แบบจำนวนไบต์ไม่คงที่ขึ้นกับ code

Unicode (in hex)	UTF-8 (in binary)
00 – 7F	0xxxxxxx
080 – 7FF	110xxxxx 10xxxxxx
0800 – FFFF	1110xxxx 10xxxxxx 10xxxxxx
010000 – 1FFFFF	11110xxx 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx

- ก ไก่ U+0E01 → 0000 1110 0000 0001
- UTF-8 → 11100000 10111000 10000001 (E0 B8 81)


ECC
L1 Instruction Cache and Fetch/Pre-fetch Engine
ITLB
Branch Prediction
Instruction Queue
8 bundles
IA-32 Decode and Control
9 Issue Ports
B B B M M I I F F
Register Stack Engine / Re-Mapping
L2 Cache
Scoreboard, Predicate ,NaTs, Exceptions
Branch & Predicate Registers
128 Integer Registers
128 FP Registers
Branch Units
Integer and MM Units
Dual-Port L1 Data Cache and DTLB
ALAT
Floating Point Units
SIMD FMAC
L3 Cache
ECC
Bus
ECC
Controller
ECC
ECC
ECC

สตริง

- C-style string: เป็น array of chars ปิดท้ายด้วย `'\0'`

  (สตริงมีอักขระ N ตัว แต่ใช้อาเรย์ N+1 ช่อง)

```
char s1[] = {'H', 'e', 'l', 'l', 'o', '\0'};
char s2[] = "Hello";
```

- C++ std::string เป็นการเก็บสตริงอีกแบบใน C++

  (ข้อดี: มี methods ให้บริการ เช่น size, substr, append,...)

```
std::string s3 = "Hello";
```

- `"Hello"` คือ const char * (ขอไม่ลงรายละเอียด)

สรุป

- เลือกประเภทข้อมูลให้เหมาะสมกับข้อมูลที่จะประมวลผล
- ข้อมูลที่เก็บใช้เนื้อที่จำกัด ตามประเภทข้อมูลที่ใช้ ทำให้
  - int ไม่ใช่จำนวนเต็ม (บวกไปเรื่อย ๆ ได้เลขลบ)
  - float ไม่ใช่จำนวนจริง (0.1*3 == 0.3 ได้เท็จ)
- อักขระถูกเก็บด้วยการเข้ารหัส (ASCII, utf-8, ...)
- char คือจำนวนเต็ม ประมวลได้ด้วย `+ - | & ~ . . .`
- อยากเก็บสตริง ใช้ `std::string` ง่ายดี