

# 实 验 报 告

|      |                          |      |         |
|------|--------------------------|------|---------|
| 实验地点 |                          | 学生姓名 | WJT     |
| 实验日期 | 2021 年 11 月 18 日 第 7、8 节 | 学院   | 数学与统计学院 |
| 实验课程 | 数值逼近                     | 学号   |         |
| 实验项目 | 龙格现象                     | 成绩   |         |

## 一、实验目的或要求

### 1、分析龙格现象

## 二、实验过程记录

1、对于等距节点，同时使用牛顿插值和 Hermite 插值，比较两种插值方式随着插值次数的提升所产生的差异。

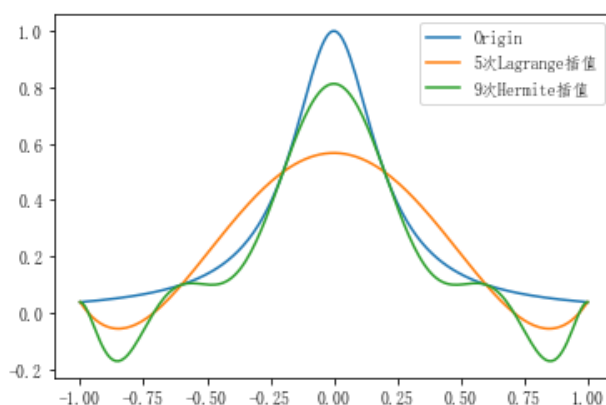


图 1 6 个插值节点时的拉格朗日插值与 Hermite 插值

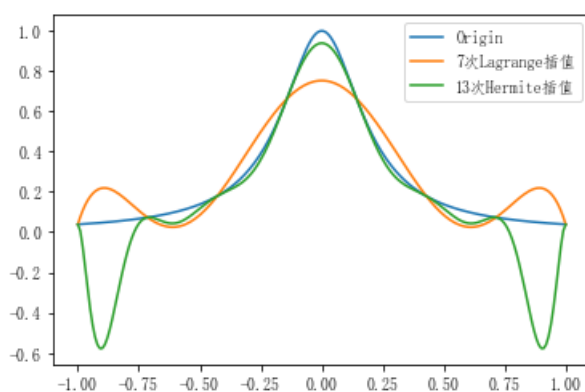


图 2 8 个插值节点时的拉格朗日插值与 Hermite 插值

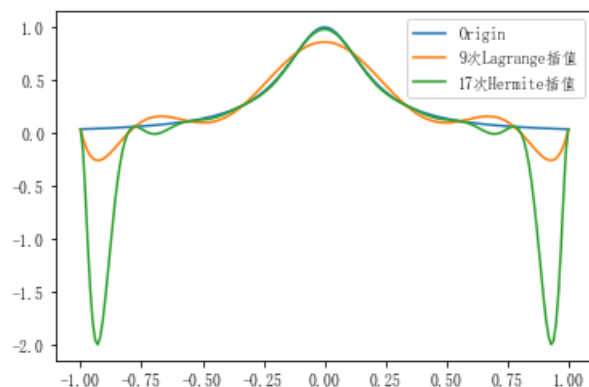


图 3 10 个插值节点时的拉格朗日插值与 Hermite 插值

可以看到，在插值节点数相同时，由于 Hermite 插值利用到了导数信息，因此插值函数的次数为  $2n-1$  高于拉格朗日插值的  $n-1$  次，因此随着节点数的增高，龙格现象较拉格朗日插值严重。

2、针对拉格朗日插值，分别比较等距节点、切比雪夫节点、Legendre 节点在插值次数升高时的插值现象。

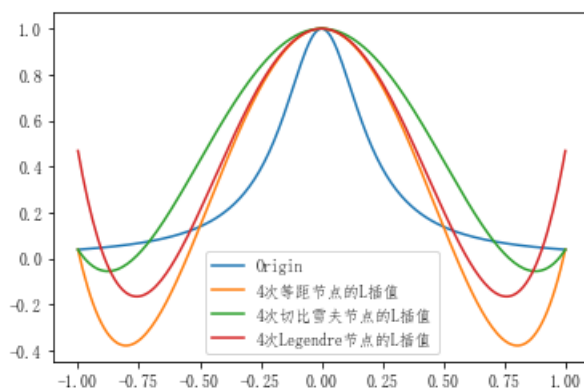


图 4 4 次插值情况下不同节点类型的插值效果

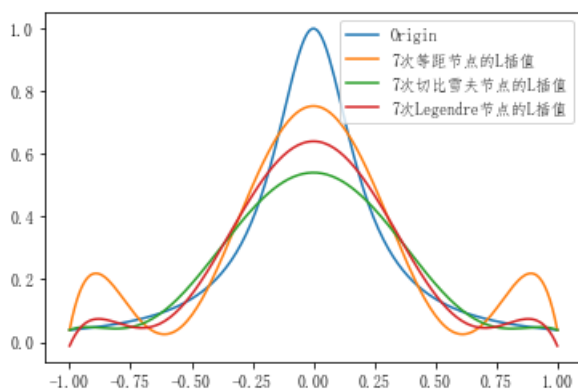


图 5 7 次插值情况下不同节点类型的插值效果

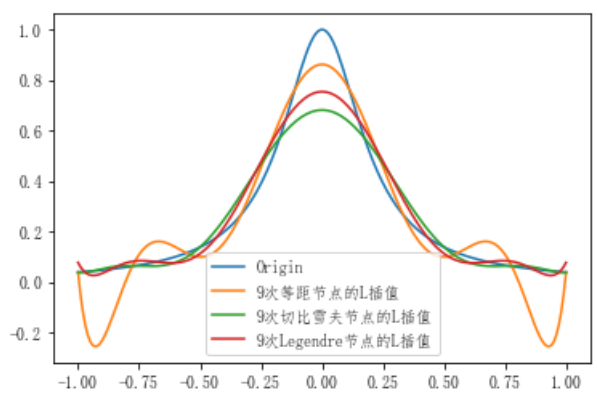


图 6 9 次插值情况下不同节点类型的插值效果

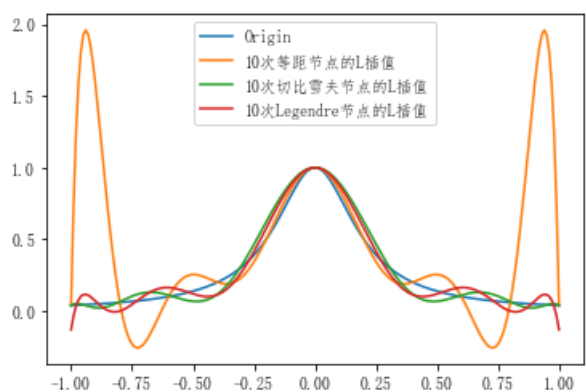


图 7 10 次插值情况下不同节点类型的插值效果

可以看到，在插值次数较低时，三种节点的选取对插值函数的影响不大。当插值次数大于 6 次时，等距节点出现龙格现象，而其他两种节点几乎无龙格现象产生。随着次数的增大，等距节点的龙格现象越来越明显，而切比雪夫节点、Legendre 节点随着次数的增加，并没有发生龙格现象，插值精度越来越高。

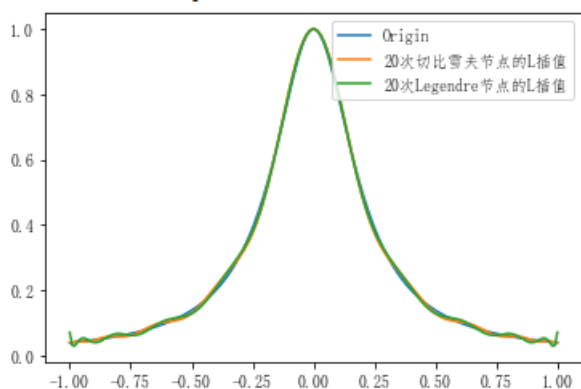


图 8 20 次插值情况下切比雪夫节点与 Legendre 节点的插值效果

#### 四、实验结果报告及总结

- 1、在等距插值节点数相同时，**Hermite** 插值相比拉格朗日插值龙格现象更加明显。
- 2、插值时选用切比雪夫节点与 Legendre 节点可消除龙格现象，使插值精度随插值节点的增多而越来越高。

实验结果反思及讨论：

教师对报告的最终评价和意见：

年 月 日