④ $y'(x) = \dfrac{y(x+h) - y(x)}{h}$

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{x}(2y + x + 1) \\ y(1) = 0.5 \end{cases}$$

Calcular $y(1.8)$ com

A] $h = 0.2$ B] $h = 0.1$

Temos:

$$y'(x) = f(x,y) = \frac{y(x+h) - y(x)}{h} = \frac{2y + x + 1}{x}$$

$$y(x+h) - y(x) = h\, f(x,y)$$

$$\boxed{y(x+h) = y(x) + h\, f(x,y)}$$

$$y(x+h) = y(x) + h\,\frac{1}{x}\left[2y(x) + x + 1\right]$$

A] $y(1) = 0.5$

$$y(1+0.2) = y(1.2) = y(1) + 0.2 \cdot f(1, y(1))$$

$$y(1.2) = 0.5 + 0.2 \cdot f(1, 0.5) = 0.5 + 0.2 \cdot 3$$

$$f(1, 0.5) = \frac{2 \cdot 0.5 + 1 + 1}{1} = 3$$

$$y(1.2) = 1.1$$

Repetindo os procedimentos, temos:

$y(1.4) = 1.83$

$y(1.6) = 2.7$

$y(1.8) = 3.7$

B) Fazendo como no item A), só que com $h = 0.1$:

$y(1) = 0.5$

$y(1.1) = 0.8$

$y(1.2) \cong 1.14$

$y(1.3) \cong 1.51$

$y(1.4) \cong 1.92$

$y(1.5) \cong 2.36$

$y(1.6) \cong 2.85$

$y(1.7) \cong 3.36$

$y(1.8) \cong 3.92$

A solução exata nos diz que $y(x) = 2x^2 - x - \frac{1}{2}$

Então:

$y_{ex}(1.8) = 4.18$

Temos uma comparação gráfica em "Grafico Q4"