EXERCÍCIOS SOBRE ZERO DE FUNÇÕES

Exercício1 Dada a função $f(x) = e^x - 4x^2$

a) Isole as raízes da função *f(x)*.
b) Verifique se as funções abaixo são função de iteração de ***f*** e verifique se satisfazem o critério de convergência do M.I.L. para a raiz positiva.

$$\phi_1(x) = \tfrac{1}{2} e^{x/2} \quad \text{e} \quad \phi_2(x) = \ln(4x^2)$$

c) Tomando $x_0 = 0.6$ e $\varepsilon = 0.01$, aplique o M.I.L. para encontrar uma aproximação para a raiz positiva, usando uma função de iteração que satisfaça os critérios de convergência.

Exercício2

A função $f(x) = sen(\cos(\sqrt{3x}))$ tem uma raiz no intervalo [0.7, 0.9].

Encontre uma aproximação com $\varepsilon = 0.07$, escolhendo entre os métodos numéricos estudados o mais adequado. Justifique sua resposta.

Exercício3

Analise algébrica e geometricamente, e encontre justificativas para o comportamento do método de Newton-Raphson quando aplicado à equação $f(x) = -0.5x^3 + 2.5x = 0$ nos seguintes casos, $x_0 = 1$ e $x_0 = -1$.

Exercício4

Uma regra simples, chamado cota básica, assegura que dado $a_n x_n + a_{n-1}x_{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = 0$, onde $n > 1$ e $n \neq 0$, suas raízes satisfazem

$$|x| \leq L = 1 + \frac{\max\{|a_{n-1}|, |a_{n-2}|, \cdots, |a_1|, |a_0|\}}{|a_n|}$$

bastando, assim, procurar as raízes no intervalo [-L, L].

PEDE-SE: Localize, enumere e separe todas as raízes reais de $405x^2 + 108x^3 = 560 + 264x + 81x^4$. Mostre que as raízes positivas são simples e a negativa é dupla.

Exercício5

No contexto dos problemas de raízes: encontrar x tal que $f(x) = 0$, quatro etapas sobressaem:

- ✓ **localização:** encontramos um intervalo [a, b] que contenha TODAS as raízes desejadas, para que métodos numéricos possam reinicializar toda vez que saírem desse intervalo;
- ✓ **enumeração:** dado um intervalo I, encontramos o número de raízes de $f(x) = 0$ que estão em I, incluindo multiplicidades;
- ✓ **separação:** para cada raiz desejada, encontramos um intervalo que lhe seja exclusivo, para que um método numérico, depois de ser inicializado em tal intervalo, não aproxime outras raízes;
- ✓ **CN propriamente dito: a** raiz será pelo limite de aproximações sucessivas em aritmética de ponto-flutuante, via algum método numérico.

Localize, enumere e separe, usando plotagem e tabelamento, em intervalos adequados, para o cálculo das raízes reais de $2x^5 + 3x^4 + x^3 + 2x^2 - 5x + 1 = 0$.

Exercício5

A ***Regra da Lacuna*** é um resultado que garante que uma equação polinomial $p(x) = 0$ possui ao menos 1 par de raízes imaginárias e, desta forma, pode ajudar na enumeração das raízes reais múltiplas.

Regra da Lacuna: Se os coeficientes de $p(x)$ forem todos reais

E ***(i)*** para algum k com $1 \leq k < n$, $a_k = 0$ e $a_{k-1} \cdot a_{k+1} > 0$

OU ***(ii)*** existem dois ou mais coeficientes sucessivos nulos,

Então $p(x) = 0$ tem ao menos 1 par de raízes imaginárias conjugadas.

Localize usando a Cota básica e a Regra da Lacuna, e então enumere e separe, usando intervalos adequados, todas as raízes reais de $27x^5 + 9x^3 - 676x^2 + 1328x - 704 = 0$.