

# 基于遗传算法的一阶倒立摆 PID 参数优化

魏嘉伟

(大连理工大学, 大连 116000)

**摘要:** 经典 PID 控制器应用十分广泛, 但由于其参数整定方法在工程实践中多为试探法, 这对设计人员的调试经验要求较高。随着工程技术发展, 被控对象越来越复杂, 经典 PID 参数整定过程也变得复杂, 本文提出了一种基于遗传算法优化的 PID 控制器, 使得 PID 参数可以自动整定<sup>[1]</sup>。仿真研究表明, 在经过遗传算法优化后, 一阶倒立摆系统在超调量和响应时间方面获得了较好的性能。

**关键词:** 一阶倒立摆; PID 控制器; 遗传算法

## Tuning PID Controller for Inverted Pendulum Using Genetic Algorithm

Jiawei Wei

(Dalian University of Technology, Dalian 116000, China)

**Abstract:** Classical PID controllers are widely used, but due to the trial-and-error method often used for parameter tuning in engineering practice, it requires high debugging experience for designers. With the development of engineering technology, the controlled objects are becoming more and more complex, and the classical PID parameter tuning process has also become more complicated. In this paper, a PID controller based on genetic algorithm optimization is proposed, which can automatically tune the PID parameters<sup>[1]</sup>. Simulation studies have shown that after genetic algorithm optimization, the first-order inverted pendulum system achieves better performance in terms of overshoot and response time.

**key words:** First-order inverted pendulum; PID controller; Genetic algorithm

### 1 引言

比例-积分-微分控制(PID)作为一种经典控制器已经广泛应用于各种工业过程控制系统中, 但往往依靠人工调整其各部分参数, 这个过程通常相当繁琐, 而且在很大程度上取决于设计者的经验。

遗传算法(GA)是一种公认的具有全局最优搜索能力的优化方法。以往的局部寻优算法如梯度下降法是确定性的方法, 而且其寻优效果往往取决于是否设定了合适的初始值, 若初始值选择不当则容易收敛于局部最优。而遗传算法是一种随机性的全局优化方法, 除非人为终止, 其进化过程将永无休止, 因而其随机特性使其可以跳出局部极值的误区而最终发现全局最优。<sup>[2]</sup>

本文为小车倒立摆系统设计了一个 PID 控制器然后利用遗传算法对控制器的 3 个参数( $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$ )进行自寻优。在对遗传算法的染色体进行编码时本文采用了常用的二进制编码,从而保证了交叉,变异等操作独立完成。实验结果证明本文设计的遗传算法大致经过 50 次迭代即可找到最优参数,使得系统性能表现良好。

## 2 小车倒立摆数学模型

小车倒立摆系统如图 1 所示。小车质量为  $M$ , 倒立摆长度为  $2L$ , 质量为  $m$ , 铰链在小车上。小车在控制量  $F$  的作用下沿滑轨在  $x$  方向运动,使倒立摆在垂直平面内稳定。为了使模型简化,假设倒立摆为均匀细杆,执行机构和轴无摩擦。<sup>[2]</sup>

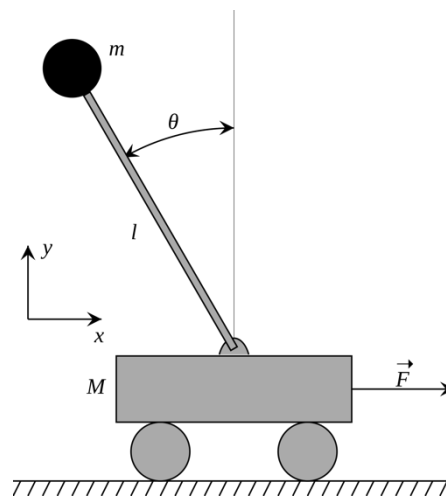


图 1 小车倒立摆系统示意图  
Fig.1 Inverted Pendulum on a Cart

由拉格朗日方程可以推得系统的运动方程<sup>[5]</sup>为:

$$(M + m) \ddot{x} - ml \ddot{\theta} \cos \theta + ml \dot{\theta}^2 \sin \theta = F \quad (1)$$

可以看出,运动方程是非线性的,我们可以在  $\theta \approx 0$  处对其进行线性化处理,最终得到系统的状态空间表达式:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{g}{Ml}(M+m) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} + u \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ \frac{1}{Ml} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$y = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

表 1 倒立摆系统参数

Tab.1 Inverted Pendulum System parameters

参数	含义	数值
L	摆杆转动轴心到质心的距离	1 m
M	小车质量	1.5 kg
m	摆杆质量	0.5 kg
g	重力加速度	9.8 m/s <sup>2</sup>

## 3 PID 控制器设计

本文中，我们很自然地把倒立摆时针方向产生的偏角作为反馈量，与期望值( $\theta = 0$ )做比较，再将比较结果作为 PID 控制器的输入量，最后连接系统状态空间模型构成闭环模型。<sup>[4]</sup>

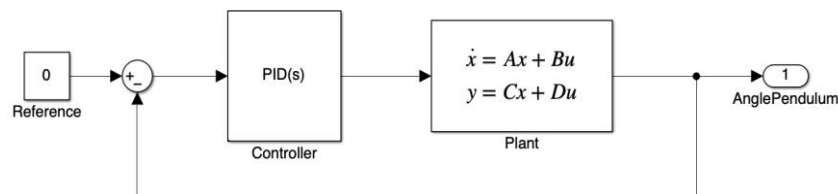


图 2 PID 控制器结构

Fig.2 Structure of PID Controller

## 4 遗传算法步骤

### 4.1 问题编码与解码

由于问题精度等条件的不同，遗传算法编码方式多种多样，如二进制编码、浮点数编码等。具体到本问题中，PID 参数选择范围为， $K_p \in (0,100), K_i \in (0,10), K_d \in (0,50)$ ，精度均为 0.1。因此本文采用最常见的二进制编码，即分别用三个 10 位二进制串编码对应 PID

参数，再将三个 10 位二进制串拼接构成 30 位的染色体。解码过程就是对编码过程进行逆运算，根据二进制串反推出对应参数实际值。

#### 4.2 适应度函数

适应度函数将根据计算给出每个个体的适应度，适应度决定了个体被选择的机率——适应度高的个体被选择的机率大。遗传算法的迭代过程会使得种群整体向着适应度高的方向进化。

本问题中，由于被优化的量为 PID 参数，因此我们很自然地选择系统的误差（即摆杆角度与  $0^\circ$  差值）随时间的  $IATE = \int_0^T t \cdot |e(t)| \cdot dt$  积分倒数作为适应度函数。<sup>[3]</sup>分别测试各组 PID 参数的系统响应，计算得到个体适应度。 $IATE$  误差积分越大的个体，其倒数也越小，适应度越大。

#### 4.3 选择

选择的目的是使当前种群中适应度高的个体具有更高的生存机率，淘汰掉适应度低的个体，从而使得整个种群向适应度高的方向进化。比较常见的选择方法为轮盘赌法和锦标赛法，这里我们选用轮盘赌选择法。

$$P_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \quad (3)$$

见下图 3，其中  $f_i$  为种群中第  $i$  个个体适应度， $P_i$  为第  $i$  个个体被选中的机率。可见，适应度越大的个体被选中的机率也越大。

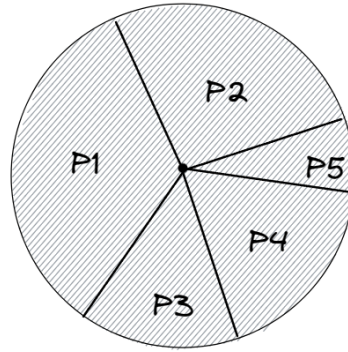


图 3 轮盘赌选择法示意图

Fig.3 Roulette Wheel Selection Illustration

#### 4.4 交叉

交叉过程中，双亲将各自部分基因交换，产生新一代种群。以下面两个父代为例，

Parent1 = 0010011001 0000011111 0000111100

Parent2 = 0011111001 0000010011 0000111000

由于本文编码过程选择将 PID 三个参数分别进行编码，再将结果组合起来，因此若选择一般的单点交叉，则极易容易破坏优良性状，如  $K_p$  与  $K_d$  互换。因此我们选择对三个参数分别进行单点交叉：

Parent1 = 0010|011001 00000|1111 0000|1111|00

Parent2 = 0011|111001 00000|1001 0000|1110|00

产生两个子代：

Offspring1 = 0011011001 0000010011 0000111000

Offspring2 = 0010111001 0000011111 0000111100

采取这种方法，一方面尽可能保持父代优良性状，又可以避免参数互相干扰。

## 4.5 变异

变异过程也是遗传算法的重要一环。通过变异操作，种群中有可能会出现拥有全新性状的个体，防止遗传算法收敛于局部最优解。本问题变异操作较为简单，选择变异概率为 0.01，当个体发生变异时，随机选择其染色体的 30 位中的 1 位进行取反操作，即该位 0 变为 1，1 变为 0。如果变异发生在较高位上，则其对参数的影响也相应较大。

# 5 仿真结果

在经过 50 次迭代后，仿真结果如下：

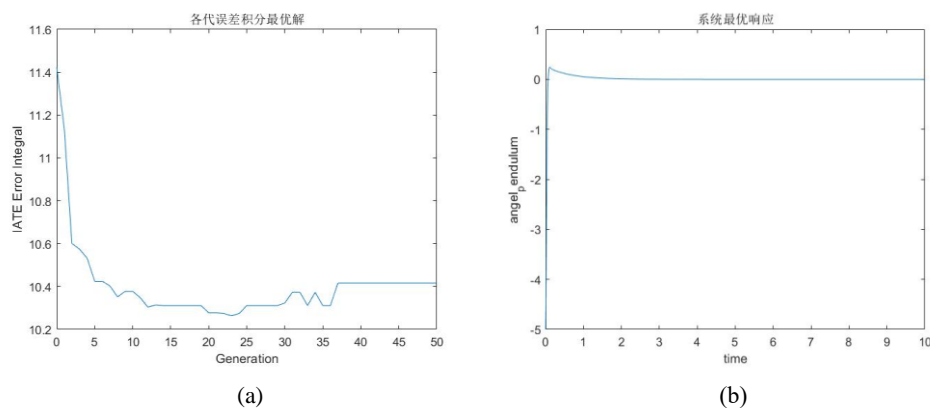


图 4 仿真结果(a)各代最优个体误差积分(b)第 50 代摆角最优响应

Fig.4 Simulation Results.(a)Cumulative error integration of optimal individuals across generation  
(b)Optimal response of pendulum angle in the 50<sup>th</sup> generation

根据图 4(a)显示，迭代过程中误差积分总体呈下降趋势，表明遗传算法成功地将种群向适应度更高的方向进化。然而，由于遗传算法本身的随机性，在第 35 次迭代后误差略微上升，说明最终没有收敛于全局最优值。但是可以看出，第 50 次迭代的结果已非常接近全局最优值，因此可以适当忽略误差。

将第 50 代最优 PID 参数( $K_p = 98.2, K_i = 1.8, K_d = 49.8$ )代入控制器进行仿真，初始摆角为  $-5^\circ$ ，结果如图 4(b)所示，系统快速收敛于  $0^\circ$ ，上升时间非常短，且由于所选择  $K_d$  较大，系统超调量非常小，表明系统稳定性较好。

# 6 结论

本文针对小车倒立摆系统设计了 PID 控制器，并采用遗传算法对 PID 参数进行整定。实验结果表明，该算法经过约 50 次迭代即可达到最优状态，控制系统具有良好的性能表现。因此，可以利用遗传算法的全局寻优能力，在控制领域中自动完成参数整定任务。

然而，在实际生产应用遗传算法等启发式算法时，需要考虑算法高昂的复杂度对效率成本带来的影响。因此，今后的研究重点是如何进一步优化遗传算法，以使其更快地收敛于全局最优解。

## 参考文献:

- [1] 董政胤,潘玉民.GA 优化的 PID 控制器在倒立摆系统中的应用[J].黑龙江科技信息,2012(17):23-24.
- [2] 王彪,唐超颖,沈春林.利用遗传算法进行 PID 参数寻优的倒立摆控制系统[J].计算机测量与控制,2004(12):1171-1174.DOI:10.16526/j.cnki.11-4762/tp.2004.12.017.
- [3] Bharadwaj, C.S.; Babu, T.S.; Rajasekar, N. Tuning PID Controller for Inverted Pendulum Using Genetic Algorithm. In *Advances in Systems, Control and Automation*; Springer: Singapore, 2018; pp. 395–404.
- [4] S. Inthiyaz, R. Nalli, T. Rakesh, K. Subbarao, S. H. Ahammad and V. Rajesh, "GA based PID controller: Design and Optimization," 2021 6th International Conference on Inventive Computation Technologies (ICICT), Coimbatore, India, 2021, pp. 285-289, doi: 10.1109/ICICT50816.2021.9358640.
- [5] BYU ACME. (2020). Pendulum Lab Activity. Brigham Young University Department of Physics and Astronomy. <https://acme.byu.edu/00000179-af79-d5e1-a97b-bf796edc0000/pendulum2020-pdf#:~:text=The potential energy of the,θ%2B g l sin θ>