

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

《多元函数微分法及其应用》自测题

考试时间：100 分钟

考试方式：闭卷

学院_____ 班级_____ 姓名_____ 学号_____

题号	一	二	三	四	总分
得分					
阅卷人					

一、填空题（本题共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分）

1、函数 $u = \arcsin \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ 的定义域为_____

2、设 $z = x + y + f(x - y)$ ，且当 $y = 0$ 时， $z = x^2$ ，则函数 $z =$ _____

3、若 $f(x, y) = xy^2 + (y - 1)\sin x^2$ ，求 $f'_x(x, 1) =$ _____

4、设 $u = z^3 e^{xy}$ ，则 $du|_{(2,1,1)} =$ _____

5、椭球面 $2x^2 + 3y^2 + z^2 = 6$ 上点 $M(1, 1, 1)$ 处切平面方程为_____

二、选择题（本题共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分。每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，把所选项前的字母填在题后的括号内）

1、函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sqrt{|xy|}}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ 在 $(0, 0)$ 点处（ ）

(A) 连续，偏导数都存在

(B) 连续，偏导数都不存在

(C) 不连续，偏导数都不存在

(D) 不连续，偏导数都存在

2、设二元函数 $f(x, y)$ 满足 $f'_x(0, 0) = 1, f'_y(0, 0) = 2$ ，则（ ）

(A) $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 连续

(B) $df(x, y)|_{(0,0)} = dx + 2dy$

(C) $\frac{\partial f}{\partial l}|_{(0,0)} = \cos \alpha + 2 \cos \beta$ ，其中 $\cos \alpha, \cos \beta$ 为 l 的方向余弦

(D) $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 沿 x 轴负方向的方向导数为 -1

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

3、设 f 为可微函数， $x - az = f(y - bz)$ ，则 $a \frac{\partial z}{\partial x} + b \frac{\partial z}{\partial y} =$ ()

- (A) $a + b$ (B) a (C) b (D) 1

4、设函数 $z = 2x^2 - 3y^2$ ，则 ()

- (A) 函数 z 在点 $(0,0)$ 处取得极大值
(B) 函数 z 在点 $(0,0)$ 处取得极小值
(C) 点 $(0,0)$ 非函数 z 的极值点
(D) 点 $(0,0)$ 是函数 z 的最大值点或最小值点，但不是极值点

5、在曲线 $x = t, y = -t^2, z = t^3$ 的所有切线中与平面 $x + 2y + z = 4$ 平行的切线 ()

- (A) 只有一条 (B) 只有两条 (C) 至少有三条 (D) 不存在

三、解下列各题（本题共四小题，每小题 10 分，满分 40 分）

1、求曲面 $z = x^2 + y^2 - 1$ 在点 $(2,1,4)$ 处的法线方程。

2、求函数 $u = xy^2 + z^3 - xyz$ 在点 $(1,1,2)$ 处沿从点 $(1,1,2)$ 到点 $(2,3,4)$ 的方向的方向导数。

3、设 $z = f(x^2y, \frac{y}{x})$ ，其中 f 对各变量具有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

4、求函数 $f(x, y) = x^3 - 4x^2 + 2xy - y^2 + 1$ 的极值。

四、论述题（本题共 20 分）

设函数 $z = f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ ，研究函数在原点 $(0, 0)$ 处的下列问题：

- （1）是否连续？
- （2）偏导数是否存在和连续？
- （3）沿任意方向的方向导数是否存在？
- （4）是否可微？