Egzamin z analizy numerycznej (L)
8 lutego 2021 r.
Pierwszy termin

Pracuj samodzielnie!!!

Część 1: godz. 9.30–10.15, **jedno zadanie**.
Deklaracja wyboru: godz. 9.30–9.45 ⇒ SKOS.

1. 13 punktów Podaj definicję wymiernej krzywej Béziera R stopnia n o punktach kontrolnych $W_0, W_1, \ldots, W_n \in \mathbb{E}^2$ i odpowiadającym im wagach $\omega_0, \omega_1, \ldots, \omega_n$. Uzasadnij, że dla każdego $t \in [0,1]$, $R(t)$ jest punktem na płaszczyźnie.

2. 13 punktów Niech P będzie krzywą Béziera stopnia n o punktach kontrolnych $W_k \in \mathbb{E}^2$ $(0 \le k \le n)$. Ustalmy $t \in [0,1]$. Zaproponuj algorytm wyznaczania $P(t)$ w czasie $O(n)$.

3. 13 punktów Podaj definicję ciągu wielomianów ortogonalnych względem dyskretnego iloczynu skalarnego $(\cdot,\cdot)_N$. Jak efektywnie wyznaczać takie wielomiany? Jakie jest ich zastosowanie w aproksymacji średniokwadratowej na zbiorze dyskretnym?

4. 13 punktów Znajdź wielomiany P_0, P_1, P_2 ortogonalne względem iloczynu skalarnego

$$(f,g) := f(-3)g(-3) + f(-2)g(-2) + f(0)g(0) + f(2)g(2) + f(3)g(3).$$

   Wykorzystując otrzymane wielomiany, wyznacz wielomian $w_2^* \in \Pi_2$ najlepiej dopasowany w sensie aproksymacji średniokwadratowej do danych

x_k	-3	-2	0	2	3
y_k	2	-1	0	-1	2

.

Powodzenia!

Paweł
Woźny

Pamiętaj, że

1. rozwiązanie **musi być spisane na szablonie** udostępnionym w SKOSie;
2. **plik PDF** z rozwiązaniem musi mieć **orientację pionową**, **być czytelny** oraz zawierać **następujące dane**: imię i nazwisko, numer części i numer zadania;
3. sprawdzane mogą być **jedynie zadeklarowane zadania** spełniające **podane warunki** oraz **przesłane w ustalonym czasie** (patrz wyżej i SKOS).