ALGORYTMY I STRUKTURY DANYCH

IIUWr. II rok informatyki

1. (2pkt) Niech $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ będzie zbiorem kluczy, (takim, że $\forall_{i=1,\ldots,n-1}a_i < a_{i+1}$), które chcemy pamiętać w słowniku stałym. Znamy także ciąg p_1, \ldots, p_n prawdopodobieństw zapytania o poszczególne klucze. Przyjmujemy, że $p_1 + p_2 + \ldots + p_n = 1$, a więc do słownika nie będą kierowane zapytania o klucze spoza słownika. Chcemy zaimplementować słownik jako drzewo BST.

Ułóż algorytm znajdujący takie drzewo, które minimalizuje oczekiwany czas wykonywania operacji na słowniku.

- Algorytm ma działać w czasie $O(n^3)$.
- (Z) Algorytm ma działać w czasie $O(n^2)$.
- 2. (2pkt) Ułóż algorytm rozwiązujący problem znajdowania najbliżej położonej pary punktów na płaszczyźnie oparty na następującej idei. Niech d będze odległością pomiędzy parą najbliżej położonych punktów spośród punktów $p_1, p_2, \ldots, p_{i-1}$. Sprawdzamy, czy p_i leży w odległości mniejszej niż d, od któregoś z poprzednich punktów. W tym celu dzielimy płaszczyznę na odpowiednio małe kwadraty, tak by w każdym z nich znajdował się nie więcej niż jeden punkt. Te "zajęte" kwadraty pamiętamy w słowniku.
 - Twój algorytm powinien działać w oczekiwanym czasie liniowym. Jeśli nie potrafisz zbudować algorytmu opartego na powyższej idei, możesz opracować algorytm oparty na innej (ale spełniający te same wymagania czasowe).
- 3. (1pkt) Oblicz jaka jest oczekiwana liczba pustych list po umieszczeniu n kluczy w tablicy haszowanej o n elementach.
- 4. (1pkt) Przeprowadź analizę zamortyzowanego kosztu ciągu operacji insert, deletemin, decreasekey, meld, findmin wykonywanych na kopcach Fibonacciego, w których kaskadowe wykonanie operacji cut wykonywane jest dopiero wtedy, gdy wierzchołek traci trzeciego syna.
- 5. (1pkt) Oszacuj oczekiwany czas tworzenia słownika stałego (metodą podaną na wykładzie).
- 6. (1pkt) Rozważamy słownik utworzony metodą adresowania otwartego. Niech n będzie rozmiarem słownika a m rozmiarem tablicy. Udowodnij, że przy założeniu, że
 - ciąg $\langle h(k,0),\ldots,h(k,m-1)\rangle$ jest z równym prawdopodobieństwem dowolną permutacją zbioru $\{0,\ldots,m-1\},$

oczekiwana liczba prób w poszukiwaniu zakończonym sukcesem jest $\leq \frac{1}{\alpha} \ln \frac{1}{1-\alpha}$, gdzie $\alpha = \frac{n}{m} < 1$.