

## Pracuj samodzielnie!!!

Część 2: godz. 10.15–11.00, **jedno zadanie**.

Deklaracja wyboru: godz. 10.15–10.30  $\Rightarrow$  **SKOS**.

1. **13 punktów** Podaj definicję rzędu kwadratury liniowej  $Q_n(f) := \sum_{k=0}^n A_k^{(n)} f(x_k^{(n)})$ . Udowodnij, że jeśli rząd kwadratury  $Q_n$  wynosi przynajmniej  $n + 1$ , to jest to kwadratura interpolacyjna.
2. **13 punktów** Opisz metodę Romberga obliczania przybliżonej wartości całki  $\int_{-4}^2 f(x) dx$ .
3. **13 punktów** Stosując metodę faktoryzacji rozwiąż układ równań  $Ax = b$ , gdzie

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2017 & 2018 & 2018 & 4037 \\ 2016 & 2018 & 2019 & 4042 \\ 2015 & 2018 & 2020 & 4052 \end{bmatrix}, \quad b := \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ -6 \\ -15 \end{bmatrix}, \quad x := \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}.$$

4. **13 punktów** Załóżmy, że macierz  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ma wszystkie minory główne różne od zera. Niech dane będą wektory  $b_1, b_2, \dots, b_m \in \mathbb{R}^n$ . Zaproponuj **oszczędny** algorytm wyznaczania wektorów  $x_1, x_2, \dots, x_m \in \mathbb{R}^n$ , dla których  $Ax_k = b_k$  ( $k = 1, 2, \dots, m$ ). Jak opracowaną metodę zastosować do znalezienia takiej macierzy  $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , dla której  $AX = B$ , gdzie macierz  $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$  jest dana?

**Uwaga.** W rozwiązaniu **nie wolno** wprost wyznaczać macierzy  $A^{-1}$ , bo – jak wiadomo – nie jest to bezpieczne z numerycznego punktu widzenia.

Powodzenia!

Paweł  
Woźny

### Pamiętaj, że

1. rozwiązanie **musi być spisane na szablonie** udostępnionym w **SKOSie**;
2. **plik PDF** z rozwiązaniem musi mieć **orientację pionową**, być **czytelny** oraz zawierać **następujące dane**: imię i nazwisko, numer części i numer zadania;
3. sprawdzane mogą być **jedynie zadeklarowane zadania** spełniające **podane warunki** oraz **przesłane w ustalonym czasie** (patrz wyżej i **SKOS**).