

Lista 6

Wiktoria

Zadanie 11

Zmienna losowa X ma MGF o postaci $M_X(t)$. Zmienna losowa Y jest pewną funkcją zmiennej X . Co można powiedzieć o Y (założenia i od jakich zmiennych zależy Y), jeżeli:

(a) $M_Y(t) = M_X(2t) \cdot M_X(4t)$

Jeśli $Z = X + Y$ oraz X, Y są niezależne to zachodzi $M_Z(t) = M_X(t) \cdot M_Y(t)$. Ponadto jeśli $V = aX$ to $M_V(t) = M_{aX}(t) = M_X(at)$.

Niech zatem X_1, X_2 będą różnymi, niezależnymi zmiennymi losowymi o takim samym rozkładzie co X , wtedy:

$$M_X(2t) \cdot M_X(4t) = M_{2X_1}(t) \cdot M_{4X_2}(t) = M_{2X_1+4X_2}(t) = M_Y(t)$$

Stąd $Y = 2X_1 + 4X_2$.

(b) $M_Y(t) = e^{2t} \cdot M_X(t)$

Jeśli $Y = X + b$ to $M_Y(t) = M_{X+b}(t) = e^{tb}M_X(t)$, dlatego $Y = X + 2$.

(c) $M_Y(t) = 4M_X(t)$

W szczególności musi zachodzić $M_Y(0) = 4M_X(0)$, ale wiemy, że $M(0) = 1$, stąd X lub Y nie jest zmienną losową.