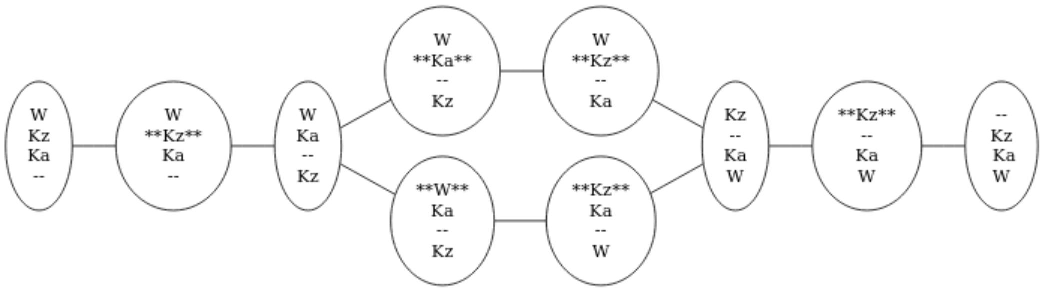
Lista 9

Zadanie 1

Niech W - wilk, Kz - koza, Ka - kapusta.

Niech `**A**` oznacza, że A jest przewożony na rzece, a `--` oddziela lewą stronę rzeki od prawej.

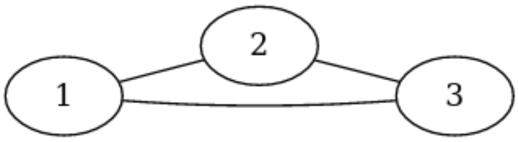


Zadanie 4

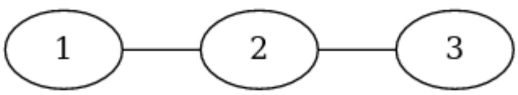
Dla $|V| = 3$ wierzchołków:

$|E|_{max} = \frac{|V|(|V|-1)}{2} = 3$

$|E| = 3$

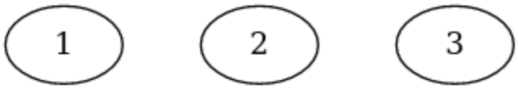


$|E| = 2$



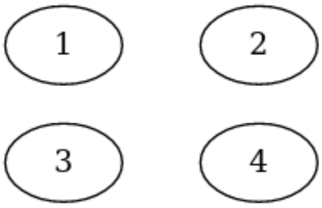
$|E| = 1$

$|E| = 0$

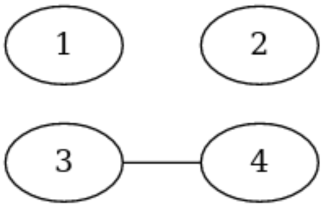


Dla $|V| = 4$ wierzchołków:
$|E|_{max} = \frac{|V|(|V|-1)}{2} = 6$

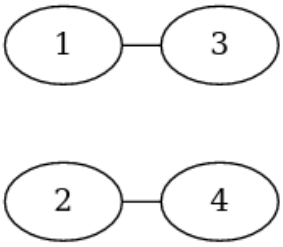
$|E| = 0$

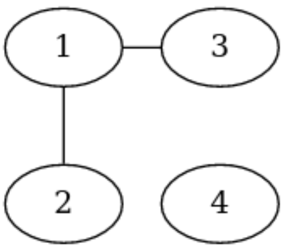


$|E| = 1$

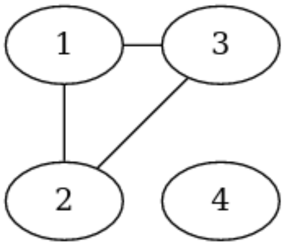


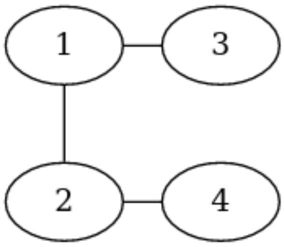
$|E| = 2$

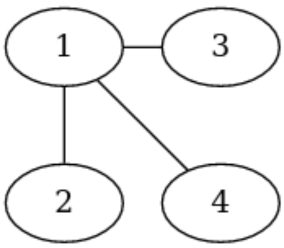




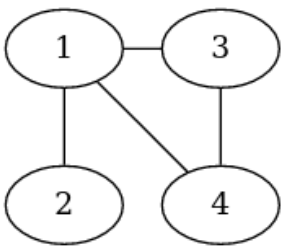
$|E| = 3$

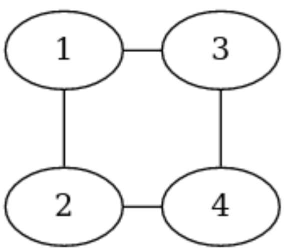




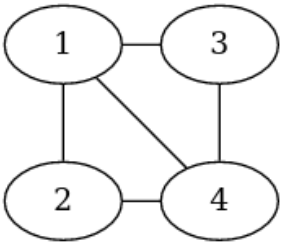


$|E| = 4$

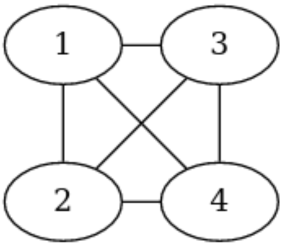




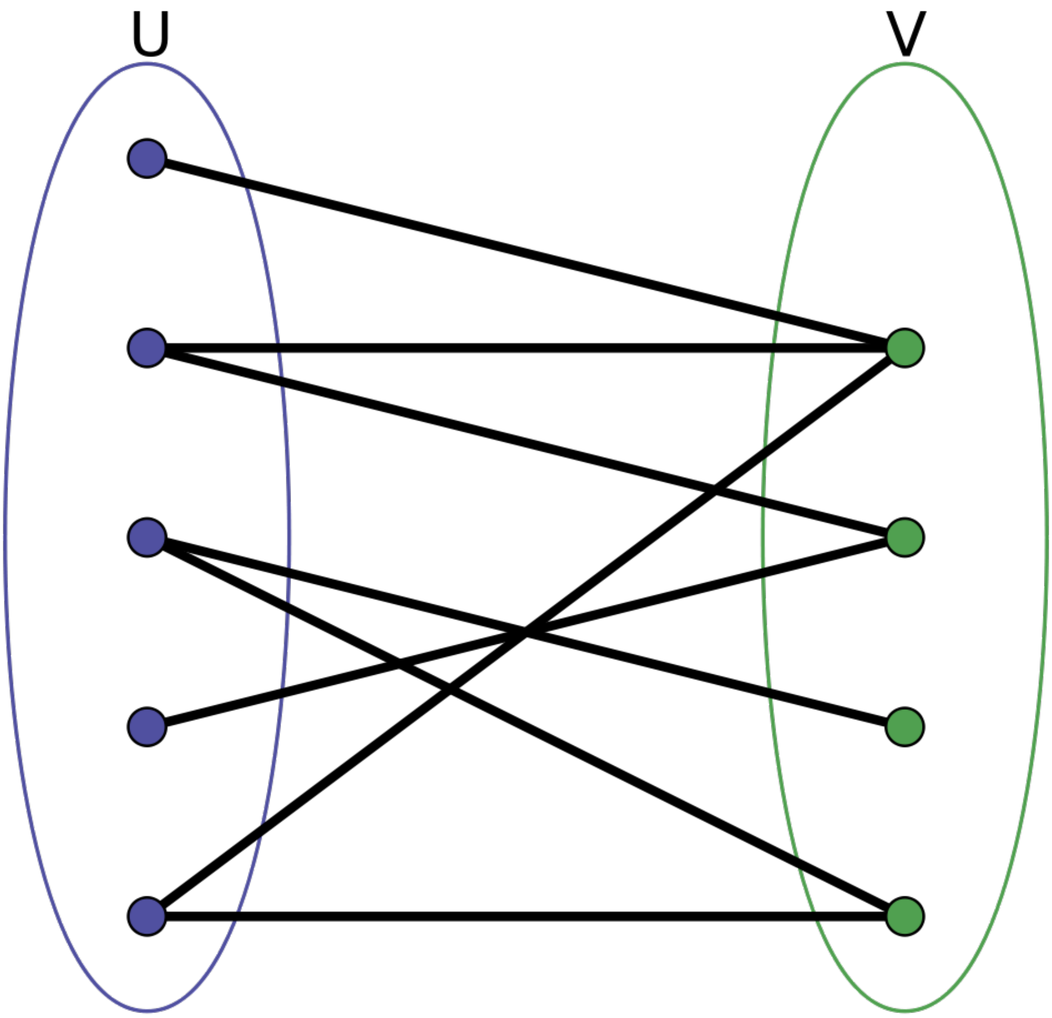
$|E| = 5$



$|E| = 5$



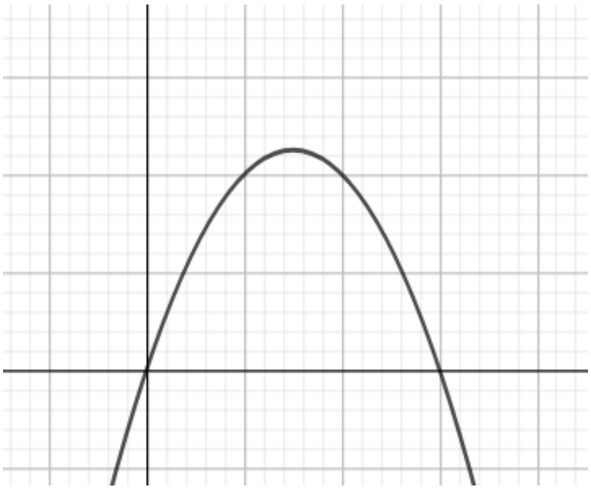
Zadanie 8



Mamy graf dwudzielny, który w zbiorze U zawiera k wierzchołków oraz zbiór V, który zawiera $n-k$ wierzchołków. Wierzchołki z tych zbiorów można połączyć $k(n-k)$ różnymi krawędziami.

Należy więc pokazać dla jakiego rozłożenia $k(n-k)$ przyjmuje najwyższą wartość.

Narysujmy wykres tej funkcji - jest to parabola z miejscami zerowymi w 0 oraz k. Największą wartość osiągnie w wierzchołku, czyli dla $k=\frac{n}{2}$. Ponieważ rozważamy rozmieszczenie wierzchołków to musimy wziąć $k=\lfloor\frac{n}{2}\rfloor$.



Dostaniemy zatem $\lfloor \frac{n^2}{4} \rfloor$ krawędzi, którymi możemy połączyć wierzchołki.

Zadanie 9

Rozważmy przypadki:
1° Graf G jest spójny - zachodzi.
2° Graf G nie jest spójny.

Oznacza to, że istnieją takie dwa wierzchołki u, v, pomiędzy którymi nie ma drogi. W szczególności, w grafie G nie istnieje krawędź $\{u, w\}$. Stąd należą one do dwóch różnych spójnych składowych. Niech $u \in U, w \in W$.

W dopełnieniu $\bar{G}$ mamy mamy krawędź $\{u, w\}$ oraz dla każdego wierzchołka $v \in V$ istnieje krawędź $\{u, v\}$ (jeśli $v \in W$) lub krawędź $\{v, w\}$ (jeśli $v \in U$). Stąd $\bar{G}$ jest spójny.

tags: `mdm`