Zadanie 2

Wiktoria

Dane są obserwacje $x_1, \ldots, x_n$ pochodzące z niżej wymienionego rozkładu. Znaleźć estymator (metodą MLE) dla parametrów wymienionych poniżej:

Rozkład Pareto, $f(x; a, k) = \frac{ka^k}{x^{k+1}}$, $x \in [a, \infty)$, znane k, parametr a.

$$L(x; a, k) = f(x_1, \ldots, x_n, a, k) =$$
$$\frac{ka^k}{x_1^{k+1}} \cdot \frac{ka^k}{x_2^{k+1}} \cdot \ldots \cdot \frac{ka^k}{x_n^{k+1}} =$$
$$k^n a^{nk} \left(\frac{1}{\prod_{i=1}^{n} x_i} \right)^{k+1}$$

$$\ln L(x; a, k) = n \ln k \cdot nk \ln a \cdot (k+1) \ln \frac{1}{\prod_{i=1}^{n} x_i}$$

Chcemy maksymalizować po a, czyli chcemy, aby $\ln a$ było jak największe. Stąd, musimy wziąć największe możliwe a. Ponieważ mamy $x_i \in (a, \infty)$ to musi być to największe a, takie że $a < x_i$.

Mamy zatem $\hat{a} = \min(x_i)$.