

ALGORYTMY I STRUKTURY DANYCH

IIUWr. II rok informatyki.

1. (0 pkt) Przeczytaj Notatkę nr 1, znajdującą się na stronie wykładu.
2. (1pkt - do 3.03.2024; potem - 0pkt) Rozwiąż zadanie z Listy Powitalnej na Themis.
 WYJAŚNIENIE: Na sprawdzacze Themis (<https://themis.ii.uni.wroc.pl/>) zostanie wkrótce utworzona sekcja o nazwie Algorytmy i Struktury Danych 2024. Aby z niej skorzystać powinniście:
 - zarejestrować się na Themis
 - podać hasło (aisd2024) przy wejściu do sekcji
 UWAGA: Jeśli chcecie uzyskać punkt, o którym mowa poniżej wpiszcie przy rejestracji w polu "name" swoje imię i nazwisko (ewentualnie numer indeksu).
3. (1pkt) Udowodnij, że algorytm mnożenia liczb *"po rosyjsku"* jest poprawny. Jaka jest jego złożoność czasowa i pamięciowa przy:
 - jednorodnym kryterium kosztów,
 - logarytmicznym kryterium kosztów?
4. (1pkt) Oszacuj z dokładnością do Θ złożoność poniższego fragmentu programu:


```

res ← 0
for i ← 1 to n do
  j ← i
  while (j jest parzyste) j ← j/2
  res ← res + j
      
```
5. (2pkt) Pokaż, w jaki sposób algorytm "macierzowy" obliczania n -tej liczby Fibonacciego można uogólnić na inne ciągi, w których kolejne elementy definiowane są liniową kombinacją skończonej liczby elementów wcześniejszych. Następnie uogólnij swoje rozwiązanie na przypadek, w którym n -ty element ciągu definiowany jest jako suma kombinacji liniowej skończonej liczby elementów wcześniejszych oraz wielomianu zmiennej n .
6. (1.5pkt) Zapisz w pseudokodzie algorytm szybkiego potęgowania liczby x , który oblicza x^n przez wymnożenie odpowiednich potęg dwójkowych liczby x (tj. potęg postaci x^{2^k}). Zadbaj, by Twój algorytm używał stałej liczby komórek pamięci.
 - Niech $d(n)$ będzie liczbą mnożeń wykonywanych przez ten algorytm. Oszacuj wartość $d(n)$.
 - Pokaż, że dla każdego $k \in \mathbb{N}$ istnieje n , takie, że wartości x^n mogą być obliczone przy użyciu nie więcej niż $d(n) - k$ mnożeń.
7. (1pkt) Rozważ poniższy algorytm, który dla danego (wielo)zbioru A liczb całkowitych wylicza pewną wartość. Twoim zadaniem jest napisanie programu (w pseudokodzie), możliwie najoszczędniejszego pamięciowo, który wylicza tę samą wartość.

```

while |A| > 1 do
  a ← losowy element z A;
  A ← A \ {a}
  b ← losowy element z A;
  A ← A \ {b}
  A ← A ∪ {a - b}
output (x mod 2), gdzie x jest elementem ze zbioru A
      
```

8. (1pkt) Ułóż algorytm, który dla drzewa $T = (V, E)$ oraz listy par wierzchołków $\{v_i, u_i\}$ ($i = 1, \dots, m$), sprawdza, czy v_i leży na ścieżce z u_i do korzenia. Przyjmij, że drzewo zadane jest jako lista $n - 1$ krawędzi (p_i, a_i) , takich, że p_i jest ojcem a_i w drzewie.
9. (1pkt) Udowodnij Twierdzenie 1 podane w Notatce nr 2.
10. (**Z** 2pkt)¹ Ułóż algorytm dla następującego problemu:
- PROBLEM.²
dane: $n, m \in \mathcal{N}$
wynik: wartość współczynnika przy x^2 (wzięta modulo m) wielomianu $\underbrace{((x-2)^2 - 2)^2 \dots (x-2)^2}_{n \text{ razy}}$

Czy widzisz zastosowanie metody użytej w szybkim algorytmie obliczania n -tej liczby Fibonacciego do rozwiązania tego problemu?

Zadania dodatkowe - do samodzielnego rozwiązywania

1. (0 pkt) Przypomnij sobie algorytm sortowania bąbelkowego. Zapisz go w notacji zbliżonej do tej, której używaliśmy na wykładzie. Porównaj go z algorytmami *InsertSort* i *SelectSort* stosując podane na wykładzie kryteria.

Krzysztof Loryś

¹Znaczenie etykiety **Z** zostało przedstawione na pierwszym wykładzie. Wyjaśnienie można znaleźć w dokumencie *Zasady zaliczania ćwiczeń*.

²Zadanie zaczerpnięte ze Sparingu w Programowaniu Zespołowym - Poznań 22.01.2005