Gliwice, 22.04.2020

Laboratorium Metod Numerycznych – zajęcia w trybie zdalnym

Temat: Przybliżone rozwiązywanie równań nieliniowych

Rozpoczynając ćwiczenie wyślij e-mail na adres **Janusz.Wyrwal@polsl.pl** rejestrując swój udział w ćwiczeniu.

Zadania do wykonania (preferowana implementacja w C/C++):

1) Napisać program wyznaczający przybliżone rozwiązanie równania nieliniowego:

$$f(x) = 0 \tag{1}$$

za pomocą metody siecznych oraz metody stycznych.

Parametry wejściowe:

- *a, b* – dolna i górna granica przedziału początkowego,
- ε – dokładność wyznaczenia pierwiastka funkcji $f(x)$.

Parametry wyjściowe:

- wartość punktu stałego lub punktu początkowego w zależności od metody,
- n – liczba iteracji,
- x_i – przybliżone rozwiązanie równania nieliniowego (1) w *i*-tej iteracji $i = 1,2,\dots,n$ (wypisujemy przybliżenie po każdej iteracji).

Uwagi implementacyjne:

Funkcja nieliniowa *f*(*x*) powinna być zapisana za pomocą formuły analitycznej w kodzie źródłowym programu. Wyznaczanie przybliżenia x_i w *i*-tej iteracji metodą stycznych wymaga określenia wartości pierwszej pochodnej funkcji nieliniowe $f^{(1)}(x_{i-1})$ w przybliżeniu z iteracji poprzedniej (*i*-1). W celu poprawnej implementacji obu metod należy odpowiednio wybrać punkt startowy dla metody stycznych oraz punkt stały dla metody siecznych. W tym celu należy posłużyć się warunkiem:

$$f(\xi)f^{(2)}(\xi) > 0 \tag{2}$$

podstawiając w miejsce ξ odpowiednio wartość a lub b. Ta wartość (a lub b), dla której warunek (2) jest spełniony powinna zostać przyjęta jako odpowiednio punkt stały albo punkt startowy w zależności od implementowanej metody. **Wybór punktu stałego oraz punktu startowego powinien być dokonywany automatycznie przez program**. W tym celu istnieje potrzeba wyznaczenia wartości pierwszej i drugiej pochodnej funkcji nieliniowej $\left(f^{(1)}(x), f^{(2)}(x)\right)$. **Zalecane** jest skorzystanie w tym celu z odpowiednich procedur numerycznego różniczkowania implementowanych na ćwiczeniu *Różniczkowanie numeryczne*. Jeśli nie są państwo w stanie wyznaczać pochodnych w oparciu o własne procedury numeryczne to proszę zapisać pierwszą i drugą pochodną rozważanej funkcji nieliniowej za pomocą formuł analitycznych w kodzie źródłowym programu. Wersja programu wyznaczające pochodne numerycznie będzie wyżej oceniana.

2) Napisać program wyznaczający przybliżone rozwiązanie równania nieliniowego:

$$W_n(x) = 0 \tag{3}$$

za pomocą metody Bernoulliego, gdzie $W_n(x)$ jest wielomianem stopnia n o pierwiastkach rzeczywistych.

Parametry wejściowe:

- n – stopień wielomianu $W_n(x)$,
- a_i – współczynniki wielomianu $W_n(x)$,
- $(y_{n-1}, y_{n-2}, \dots, y_0)$– wektor początkowy,
- ε– dokładność wyznaczenia pierwiastka wielomianu $W_n(x)$.

Parametry wyjściowe:

- m – liczba iteracji,
- x_i – w wersji podstawowej przybliżona wartość pierwiastka o module największym równania (3) w i-tej iteracji $i = 1,2, \dots, m$ (wypisujemy przybliżenie po każdej iteracji).
- $x_i^{(k)}$ – docelowo wszystkie rzeczywiste pierwiastki wielomianu $W_n(x)$ w i-tej iteracji ($k = 1,2, \dots, n$).

Uwagi implementacyjne:

Proszę zwrócić uwagę że do wyznaczana y_n potrzebujemy $(y_{n-1}, y_{n-2}, \dots, y_0)$, do wyznaczania y_{n+1} potrzebujemy $(y_n, y_{n-2}, \dots, y_1)$, y_{n+2} potrzebujemy $(y_{n+1}, y_{n-2}, \dots, y_2)$. Zatem ogólnie do wyznaczenia każdego kolejnego y potrzebujemy zawsze n poprzednich wartości y. Implementacja metody Bernolliego powinna ten fakt uwzględniać i powinna być wykonana tak by wektor y miał stały rozmiar równy n (w każdej iteracji elementy wektora y należy przesuwać o jedną pozycję w lewo wprowadzając na pozycji pierwszej od strony prawej wartość y z bieżącej iteracji).

Docelowo interesuje nas implementacja metody Bernoulliego w wariancie umożliwiającym wyznaczanie ***wszystkich rzeczywistych pierwiastków*** wielomianu. Wyznaczanie pierwiastka o module największym traktujemy jako wariant podstawowy. **Proszę zaproponować odpowiednią modyfikację metody która to umożliwi i ją zaimplementować**.

Kody programów realizujących zad. 1 i 2 wraz ***z komentarzami*** oraz wyniki uzyskane dla przykładowych danych umieścić w pliku tekstowym (lub pdf) sprawozdania z nagłówkiem:

METODY NUMERYCZNE LAB., *data*, *godzina od - do*

GRUPA *nr*, SEKCJA *nr*

<Imię i Nazwisko1> <Imię i Nazwisko2>

Temat: *Rozwiązywanie równań nieliniowych*.

Plik tekstowy lub pdf ze sprawozdaniem należy umieścić na platformie zdalnej edukacji oraz przesłać do na adres **janusz.wyrwal@polsl.pl**, *do godziny po zakończeniu ćwiczenia*.

Wysłane sprawozdania (nawet w niepełnej formie) wraz z rejestracją udziału przesłaną na początku ćwiczenia stanowi dowód uczestnictwa w zajęciach zdalnych.

Proszę zaproponować dane wejściowe oraz postać funkcji $f(x)$ umożliwiające szybką weryfikację poprawności zadania 1 i 2. Proszę o uzasadnieniem przyjęcia odpowiednich danych wejściowych oraz uzyskanego wyniku.

Proszę o załączenie wyników działania programu (zad 1) dla danych:

$f(x)=x^4 - 625$,

$a=-10$, $b=-1$, dla różnej dokładności,

$a=1$, $b=10$, dla różnej dokładności.

Dla zadania 2 wyznaczyć pierwiastki wielomianów:

$W_n(x) = x^4 + 13x^3 + 16x^2 - 228x - 432$,

$W_n(x) = x^5 - 23x^4 + 177x^3 - 433x^2 - 514x - 2520$,

dla różnych wektorów początkowych i dokładności,

Proszę również o dołączenie odpowiedzi na pytanie:

Czy istnieją funkcje, dla których przy założeniu zaniedbania błędów zaokrągleń numerycznych można bezbłędnie wyznaczyć pierwiastki za pomocą metod implementowanej na zajęciach w zadaniu 1.

Bardzo proszę odpowiedź krótko uzasadnić (niezależnie od tego czy jest pozytywna czy negatywna)!

Realizacja powyższego daje zaliczenie na 4.0. Uzyskanie wyższej oceny jest możliwe po wykonaniu sprawozdania w pełnej formie (uwagi w osobnym pliku). Minimalną pozytywną ocenę daje poprawna implementacja zadania1 (+odpowiedź na pytanie).