

绝密★启用前

2021 年 4 月高等教育自学考试全国统一命题考试

高等数学(工专)

(课程代码 00022)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分,第一部分为选择题,第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答,答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔,书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题:本大题共 5 小题,每小题 2 分,共 10 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 下列函数中,周期为 π 的函数是

- A. $y = \sin x$ B. $y = \sin \frac{x}{2}$ C. $y = \arctan 2x$ D. $y = \tan(x + 1)$

2. 极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} =$

- A. $-\infty$ B. 0 C. e^{-1} D. ∞

3. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (1 + \frac{1}{n})^n$ 的敛散情况是

- A. 发散 B. 收敛于 0 C. 收敛于 e D. 收敛于 1

4. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x > 0, \\ x, & x \leq 0, \end{cases}$ 则 $\int_{-1}^1 f(x) dx =$

- A. $2 \int_{-1}^0 x dx$ B. $2 \int_0^1 x^2 dx$
C. $\int_0^1 x^2 dx + \int_{-1}^0 x dx$ D. $\int_0^1 x dx + \int_{-1}^0 x^2 dx$

5. 设 A 为三阶方阵, A 的转置矩阵记为 A' , 下面选项中正确的选项是

- A. $|A'| = |A|^{-1}$ B. $|A'| = |A|$
C. $|A'| \neq |A|$ D. $|A'| = |-A|$

第二部分 非选择题

二、填空题:本大题共 8 空,每空 4 分,共 32 分。

6. 已知 $f(\frac{1}{x}) = (\frac{x+1}{x})^2$, 则 $f(x) =$ _____.

7. 极限 $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{x^2 - 256}{x + 10} =$ _____.

8. 设 $f(x)$ 是可导函数, $y = e^{2x} + f^2(x)$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____.

9. 已知 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(0) - f(\Delta x)}{\Delta x} = 1$, 则 $f'(0) =$ _____.

10. $\int_{-2}^2 (x^3 + |x|) dx =$ _____.

11. 曲线 $y = x^2$ 及 $y^2 = x$ 所围的平面图形的面积为 _____.

12. 行列式 $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \\ 6 & 4 & -2 \end{vmatrix} =$ _____.

13. 已知 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, 则矩阵 $X =$ _____.

三、计算题:本大题共 7 小题,每小题 6 分,共 42 分。

14. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} + e^x - 2}{x^2}$.

15. 设 $y = x^2 + 2^x + \ln 5$, 求 $y'|_{x=0}$.

16. 在曲线 $y = x \ln x + 1$ 上求一点,使该点的切线与直线 $y = 2x + 3$ 平行.

17. 求不定积分 $\int \frac{x dx}{(1+x^2)^2}$.

18. 确定函数 $y = e^x - e^{-x} - 1$ 的单调区间.

19. 计算定积分 $\int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx$.

20. 如果方程组

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 + \lambda x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

仅有零解, λ 应取何值?

四、综合题:本大题共 2 小题,每小题 8 分,共 16 分。

21. 设函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$, 试问当常数 a, b 满足什么关系时, $f(x)$ 一定没有极值, 可能有一个极值, 可能有两个极值?

22. 求由 $y = x^2$ 及 $y = 1$ 所围成的平面图形绕 y 轴旋转一周而成的旋转体的体积.