

全国 2016 年 4 月高等教育自学考试  
高等数学 (工专) 试题

题 号	一	二	三	四	总 分	
题 分	10	30	48	12	核分人	
得 分					复查人	

## 第一部分 选择题(10 分)

得 分	评卷人

一、单项选择题(本大题共 5 小题,每小题 2 分,共 10 分,在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分)

1. 设  $f(x)$  的定义域为  $[0, 1]$ , 则  $g(x) = f(x + \frac{1}{3}) + f(x - \frac{1}{3})$  的定义域为 ( )
- A.  $[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$  B.  $[0, \frac{1}{3}]$
- C.  $[\frac{1}{3}, 1]$  D.  $[\frac{2}{3}, 1]$
2. 设函数  $f(x) = 3^x + a3^{-x}$  是偶函数, 则  $a =$  ( )
- A.  $-2$  B.  $-1$
- C.  $0$  D.  $1$
3. 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  ( )
- A. 收敛 B. 发散
- C. 部分和有极限 D. 不一定发散

全国 2016 年 4 月高等教育自学考试高等数学(工专)试题

4. 微分方程  $(y')^2 + y'(y'')^3 + xy^4 = 0$  的阶数是 ( )
- A. 1  
B. 2  
C. 3  
D. 4

5. 设矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ , 则  $A$  的逆矩阵  $A^{-1} =$  ( )

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\text{B. } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

$$\text{D. } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

## 第二部分 非选择题(90 分)

得 分	评卷人

二、填空题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

6. 函数  $y = \ln x + 1$  的反函数是\_\_\_\_\_.
7. 若  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^3 + 2n^2 + 2}{2n^2 + 3n + 1} = 1$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.
8. 设函数  $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ , 则  $x = 0$  是  $f(x)$  的第\_\_\_\_\_类间断点.
9. 设函数  $y = x^2 + 3^x$ , 则  $dy =$  \_\_\_\_\_.

全国 2016 年 4 月高等教育自学考试高等数学(工专)试题

10. 曲线  $y = 6^x$  的凹区间(下凸区间) 为\_\_\_\_\_.

11.  $\int_{-1}^1 \frac{x^5 \cos x}{(1 + |x|)(1 + x^2)} dx =$  \_\_\_\_\_.

12. 行列式  $\begin{vmatrix} -3 & -5 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \\ -7 & -7 & -2 \end{vmatrix} =$  \_\_\_\_\_.

13. 曲线  $y = \frac{\ln x}{x} + e^{-x}$  的水平渐近线方程为\_\_\_\_\_.

14. 无穷限反常积分  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 4x + 5} dx =$  \_\_\_\_\_.

15. 设矩阵  $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ , 则  $2A - 3B =$  \_\_\_\_\_.

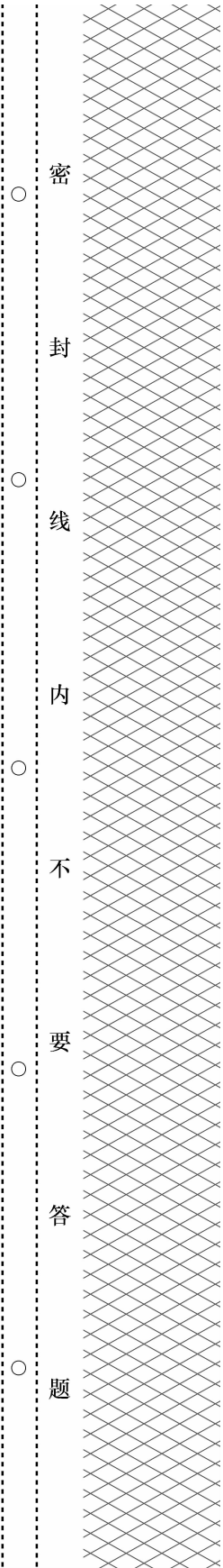
得 分	评卷人

三、计算题(本大题共 8 小题,每小题 6 分,共 48 分)

16. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x^2)}{x \sin x}$ .

17. 求微分方程  $y' + xy = 0$  的通解.

18. 设  $y = y(x)$  是由方程  $xy = e^{x+y}$  确定的隐函数,求 dy.



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

诚信承诺：本人在考试中所提供的个人信息真实准确；  
自愿遵守考试纪律；  
如有违纪情况自愿接受相应处罚。

承诺人：\_\_\_\_\_

密 封 线 内 不 要 答 题

19. 求曲线  $y = xe^x + 1$  在点(0,1) 处的切线方程和法线方程.

20. 求不定积分  $\int \cos x (\tan x + \sec x) dx$ .

21. 确定函数  $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$  的单调区间.

22. 计算定积分  $\int_0^1 \ln(1 + x^2) dx$ .

23.  $a, b$  取何值时, 齐次方程组

$$\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + bx_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + 2bx_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

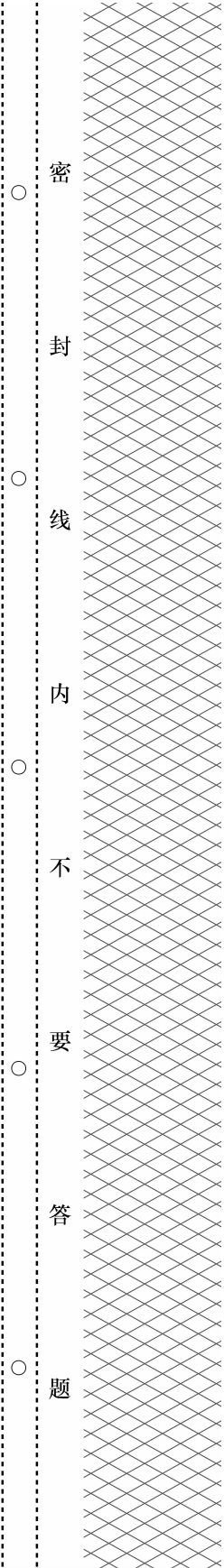
有非零解?

得 分	评卷人

四、综合题( 本大题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分)

24. 求由抛物线  $y = x^2$  与  $y = 2 - x^2$  所围成图形的面积.

25. 求函数  $y = \frac{x}{1 + x^2}$  在  $[0, 2]$  上的最大值和最小值.



参考答案及解析

一、单项选择题

1. A

2. D

3. B

4. B

5. C

二、填空题

6.  $y = e^{x-1}$

7. 0

8. 二

9.  $(2x + 3^x \ln 3) dx$

10.  $(-\infty, +\infty)$

11. 0

12.  $-27$

13.  $y = 0$

14.  $\pi$

15.  $\begin{bmatrix} 0 & 10 & -9 \\ 8 & -1 & -2 \\ -5 & -4 & 3 \end{bmatrix}$

三、计算题

16. 解:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{x \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{x^2}$   

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{2x}{1+x^2}}{2x}$$
  

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1+x^2}$$
  

$$= 1$$

17. 解: 分离变量得  $\frac{dy}{y} = -x dx$  ,

两端积分  $\int \frac{dy}{y} = \int -x dx$  ,

$\ln y = -\frac{x^2}{2} + \ln C$

所给微分方程的通解为

$$y = Ce^{-\frac{x^2}{2}}$$

(其中  $C$  为任意常数)

18. 解: 方程两边同时对  $x$  求导得

$$y + xy' = e^{x+y}(1+y'),$$

解得  $y' = \frac{e^{x+y} - y}{x - e^{x+y}}$

从而  $dy = \frac{e^{x+y} - y}{x - e^{x+y}} dx$ .

(或  $y' = \frac{xy - y}{x - xy}$ ,  $dy = \frac{xy - y}{x - xy} dx$ )

19. 解:  $y' = e^x + xe^x$  ,  
 所求切线的斜率  $k = y'|_{x=0} = 1$ .  
 所求切线的方程为  $y - 1 = x$  ,  
 即  $x - y + 1 = 0$ .  
 所求法线的方程为  $y - 1 = -x$  ,  
 即  $x + y - 1 = 0$ .

20. 解:  $\int \cos x (\tan x + \sec x) dx = \int (\sin x + 1) dx$   

$$= -\cos x + x + C$$

21. 解: 函数  $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$  的定义域为  $(-\infty, +\infty)$   
 $y' = 12x^3 - 12x^2 = 12x^2(x - 1)$

令  $y' = 0$ , 得  $x_1 = 0, x_2 = 1$

列表:

$x$	$(-\infty, 0)$	0	$(0, 1)$	1	$(1, +\infty)$
$f'(x)$	-	0	-	0	+
$f(x)$	$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$

所以  $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$  在  $(-\infty, 1)$  内单调减少;  
 在  $(1, +\infty)$  内单调增加.

22. 解:  $\int_0^1 \ln(1+x^2) dx = x \ln(1+x^2) \Big|_0^1 - \int_0^1 x [\ln(1+x^2)]' dx$   

$$= \ln 2 - 2 \int_0^1 \frac{x^2}{1+x^2} dx$$
  

$$= \ln 2 - 2 \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{1+x^2}\right) dx$$
  

$$= \ln 2 - 2 + 2 \arctan x \Big|_0^1$$
  

$$= \ln 2 - 2 + 2 \cdot \frac{\pi}{4}$$
  

$$= \ln 2 - 2 + \frac{\pi}{2}$$

23. 解: 当方程组的系数行列式  $|A| = 0$  时, 齐次方程组有非零解

而  $|A| = \begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & b & 1 \\ 1 & 2b & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a-1 & 1 & 1 \\ 0 & b & 1 \\ 0 & 2b & 1 \end{vmatrix} = (a-1)(b-2b)$   

$$= (a-1)(-b)$$
  
 由  $|A| = 0$ , 得  $a = 1$  或  $b = 0$   
 因此当  $a = 1$  或  $b = 0$  时, 所给齐次方程组有非零解.

四、综合题

24. 解: 由  $\begin{cases} y = x^2 \\ y = 2 - x^2 \end{cases}$ , 得交点  $(-1, 1)$  和  $(1, 1)$ .

所求图形的面积为

$$A = \int_{-1}^1 (2 - x^2 - x^2) dx$$
  

$$= 4 - 2 \int_{-1}^1 x^2 dx$$
  

$$= 4 - 4 \int_0^1 x^2 dx$$
  

$$= 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}.$$

25. ( )

解:  $y' = \frac{1+x^2-x \cdot 2x}{(1+x^2)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$ ,

令  $y' = 0$  得  $y$  在  $[0, 2]$  内的驻点  $x = 1$ .

而  $y(0) = 0$ ,

$y(1) = \frac{1}{2}$ ,

$y(2) = \frac{2}{1+2^2} = \frac{2}{5}$ ,

所以函数  $y = \frac{x}{1+x^2}$  在区间  $[0, 2]$  上的最大值为

$y(1) = \frac{1}{2}$ , 最小值  $y(0) = 0$ .