Méthodes de Stabilisation pour des équations d'advection diffusion réaction

C. Prud'homme

On s'intéresse aux méthodes de stabilisation pour ce type de problème

$$-\epsilon\Delta u + \boldsymbol{\beta}\cdot\nabla u + \mu u = f, \quad \nabla\cdot\boldsymbol{\beta} = 0, \quad u = 0|_{\partial\Omega} \tag{1}$$

avec les données suivantes: $f = 1$, $\boldsymbol{\beta} = (1,1)^T$, $\mu = 1$.

- Prendre les valeurs $\epsilon = 10, 1, 1e-3, 1e-5$. Qu'observez vous ? Reportez les graphiques dans le rapport
- Implémenter les méthodes GaLS et SUPG et comparer qualitativement (vous reporterez les snapshots obtenus pour visualiser les solutions) les résultats avec la version sans stabilisation pour $\epsilon = 10, 1, 1e-3, 1e-5$.
- Vérifier l'ordre de convergence de la méthode GaLS pour un problème de convection-diffusion dont vous connaissez la solution (vous vous donnez u et β et vous déterminez f via l'équation ci-dessus). Vous devez obtenir au moins le même ordre de convergence que le théorème du cours.

Considérons le problème (1) avec $\epsilon = 1e-3$, $\boldsymbol{\beta} = (y, -x)^T$, μ, f identiquement nulle, et Ω coïncide avec un domaine en forme de L $(0,4)^2\backslash(0,2)^2$. On attribuera une condition Supposons que nous attribuons une condition de Neumann homogène sur $x = 4$ et $y = 0$, une condition non homogène Dirichlet ($u = 1$) sur $x = 0$, et une condition de Dirichlet homogène sur le reste des parties de la frontière. La solution u est caractérisée par deux couches internes ayant une forme ronde.

- Étudier l'approximation élément fini (choisissez l'ordre polynomial qui vous convient) de ce problème avec et sans stabilisation (choisissez la méthode de stabilisation que vous voulez) et en raffinant le maillage de manière uniforme pour capturer les 2 couches internes finement.
- Utiliser la méthode `adaptmesh` pour capturer ces couches et comparer le cout calcul en terme de nombre de dégrés de liberté. Quelle méthode vous semble préférable ?