Информация

Докладчик

- Петров Артем Евгеньевич
- Студент
- Российский университет дружбы народов
- 1032219251@rudn.ru
- https://github.com/wlcmtunknwndth

Вводная часть

Задача об эпидемии

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, \text{ если } I(t) > I^* \\ 0, \text{ если } I(t) \leq I^* \end{cases} \tag{1}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, \text{ если } I(t) > I^* \\ -\beta I, \text{ если } I(t) \leq I^* \end{cases} \tag{2}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I \tag{3}$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия .Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t=0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0)=0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$

соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \le I^*$ и $I(0) > I^*$ {#fig:001 width=70%}

Вариант 22.

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (N=10 800) в момент начала эпидемии (t=0) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) I(0)=208, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни R(0)=41. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S(0)=N-I(0)- R(0). Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. Если I(0) <= I*
2. Если I(0) > I*

Решение

1. Подключение необходимых библиотек

Подключим необходимые библиотеки:

```
using Plots
using DifferentialEquations
```

2. Выполнение лабораторной для случая I(0) <= I*

Код программы:

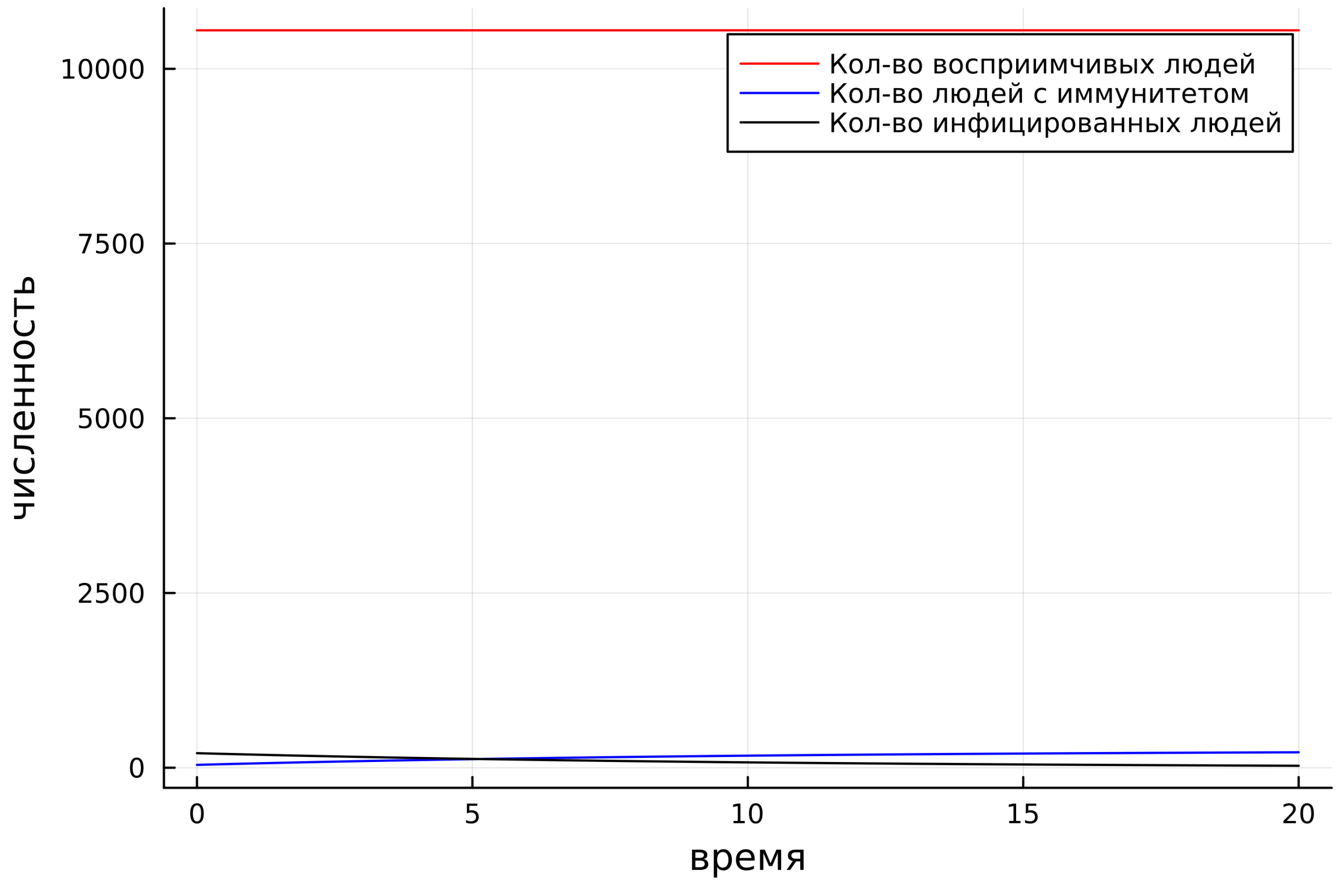
```
```

```
N = 10800
I0 = 208
R0 = 41
S0 = N - R0 - I0
aplha = 0.5
beta = 0.1


# u = [S0, I0, R0]
function ode(du, u, p, t)
    du[1] = 0
    du[2] = -beta * u[2]
    du[3] = beta * u[2]
end

u0 = [S0, I0, R0]
t_arr = (0, 20)

prob = ODEProblem(ode, u0, t_arr)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)

S = [u[1] for u in sol.u]
I = [u[2] for u in sol.u]
R = [u[3] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 500,
    legend = true,
    xlabel = "время",
    ylabel = "численность"
)

plot!(
    plt,
    T,
    S,
    label = "Кол-во восприимчивых людей",
    color = :red
)

plot!(
    plt,
    T,
    R,
    label = "Кол-во людей с иммунитетом",
    color = :blue
)

plot!(
    plt,
    T,
    I,
```

```
    label = "Кол-во инфицированных людей",
    color = :black
)

savefig(plt, "./lab6/image/1.png")
```

График

В итоге, получим вот такой график(рис. 2):



{#fig:002 width=70%}

Выполнение лабораторной работы для случая I(0) > I*

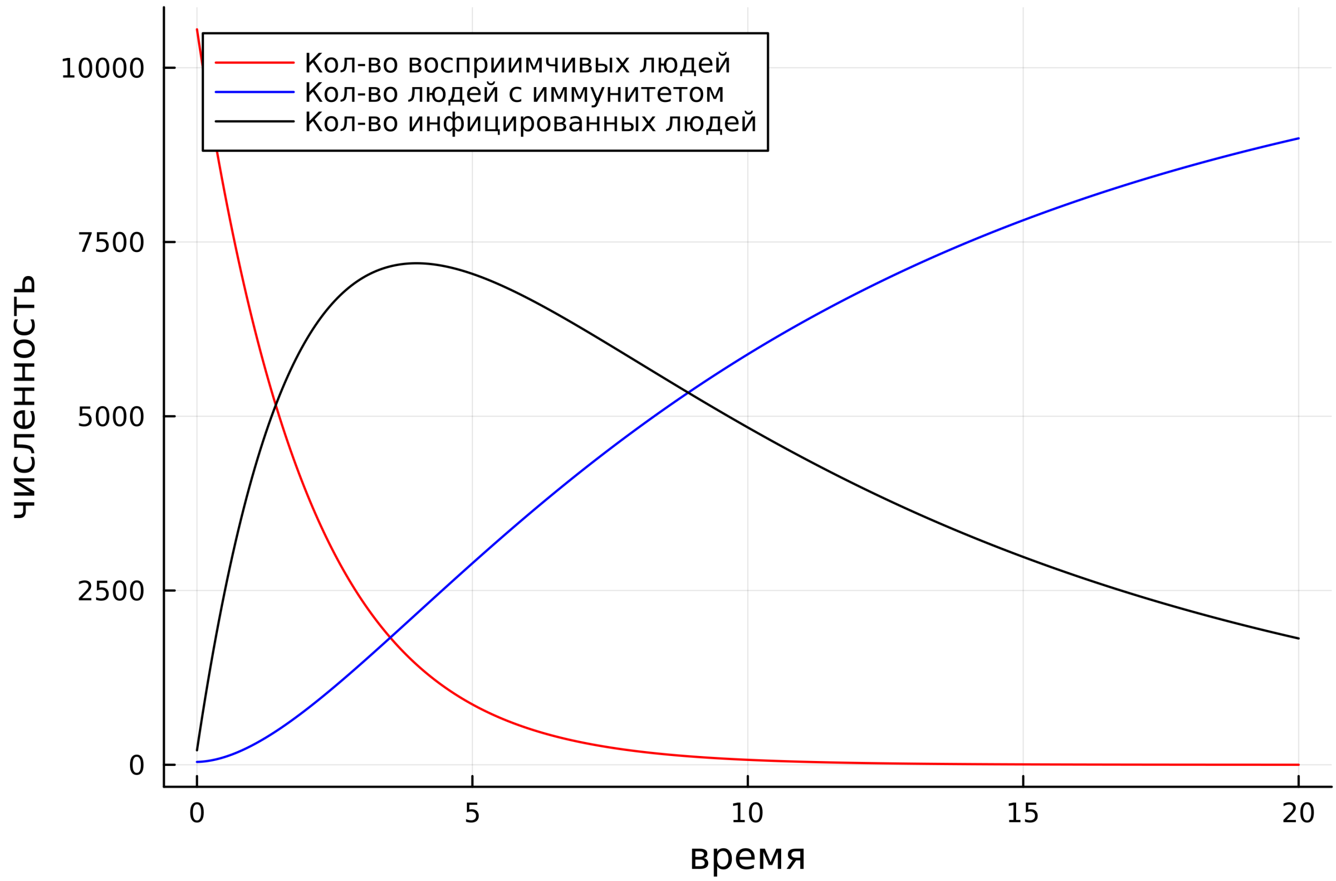
Код программы для построения графика заболеваемости

```
N = 10800
I0 = 208
R0 = 41
S0 = N - R0 - I0
alpha = 0.5
beta = 0.1


# u = [S0, I0, R0]
function ode(du, u, p, t)
    du[1] = -alpha*u[1]
```

```
    du[2] = alpha*u[1] - beta * u[2]
    du[3] = beta * u[2]
end

u0 = [S0, I0, R0]
t_arr = (0, 20)

prob = ODEProblem(ode, u0, t_arr)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)

S = [u[1] for u in sol.u]
I = [u[2] for u in sol.u]
R = [u[3] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 500,
    legend = true,
    xlabel = "время",
    ylabel = "численность"
)

plot!(
    plt,
    T,
    S,
    label = "Кол-во восприимчивых людей",
    color = :red
)

plot!(
    plt,
    T,
    R,
    label = "Кол-во людей с иммунитетом",
    color = :blue
)

plot!(
    plt,
    T,
    I,
    label = "Кол-во инфицированных людей",
    color = :black
)

savefig(plt, "./lab6/image/2.png")
```

График заболеваемости для I(0) > I*

В итоге, получим вот такой график(рис. 3):



{#fig:003 width=70%}

Выводы

На этой лабораторной работе я изучил основной синтаксис Julia, метод решения ОДУ и инструмент визуализации данных в Julia