Информация

Докладчик

- Петров Артем Евгеньевич
- Студент
- Российский университет дружбы народов
- 1032219251@rudn.ru
- https://github.com/wlcmtunknwndth

Вводная часть

теоретическое введение[рис. 2]:

Модель гармонических колебаний

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором.

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad (1)$$

где x – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.), γ – параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре), ω_0 – собственная частота колебаний, t – время. (Обозначения $\ddot{x} = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}, \dot{x} = \frac{\partial x}{\partial t}$)

Уравнение (1) есть линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка и оно является примером линейной динамической системы.

При отсутствии потерь в системе ($\gamma = 0$) вместо уравнения (1.1) получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad (2)$$

Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка (2) необходимо задать два начальных условия вида

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ \dot{x}(t_0) = y_0 \end{cases} \qquad (3)$$

{#fig:001 width=70%}

$$x(t_0) = y_0$$

Уравнение второго порядка (2) можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -\omega_0^2 x \end{cases} \qquad (4)$$

Начальные условия (3) для системы (4) примут вид:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ y(t_0) = y_0 \end{cases} \qquad (5)$$

Независимые переменные x, y определяют пространство, в котором «движется» решение. Это фазовое пространство системы, поскольку оно двумерно будем называть его фазовой плоскостью.

Значение фазовых координат x, y в любой момент времени полностью определяет состояние системы. Решению уравнения движения как функции времени отвечает гладкая кривая в фазовой плоскости. Она называется фазовой траекторией. Если множество различных решений (соответствующих различным

начальным условиям) изобразить на одной фазовой плоскости, возникает общая картина поведения системы. Такую картину, образованную набором фазовых траекторий, называют фазовым портретом.

{#fig:002 width=70%}

Условия

Фотография задания[рис. 1]

Вариант № 22

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

[redacted]

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x}+10x=0$
2. Колебания гармонического осциллятора c затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x}+1.5\dot{x}+3x=0$
3. Колебания гармонического осциллятора c затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x}+0.6\dot{x}+x=\cos(1.5t)$

На интервале $t\in[0;\ 62]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0=0.8, y_0=-1$

{#fig:003 width=70%}

Выполнение лабораторной работы

1. ПodklючиМ НеobхodиМые bиblиoteки

Их Мы устаНовиlи в прошlой labopatopНой pabote

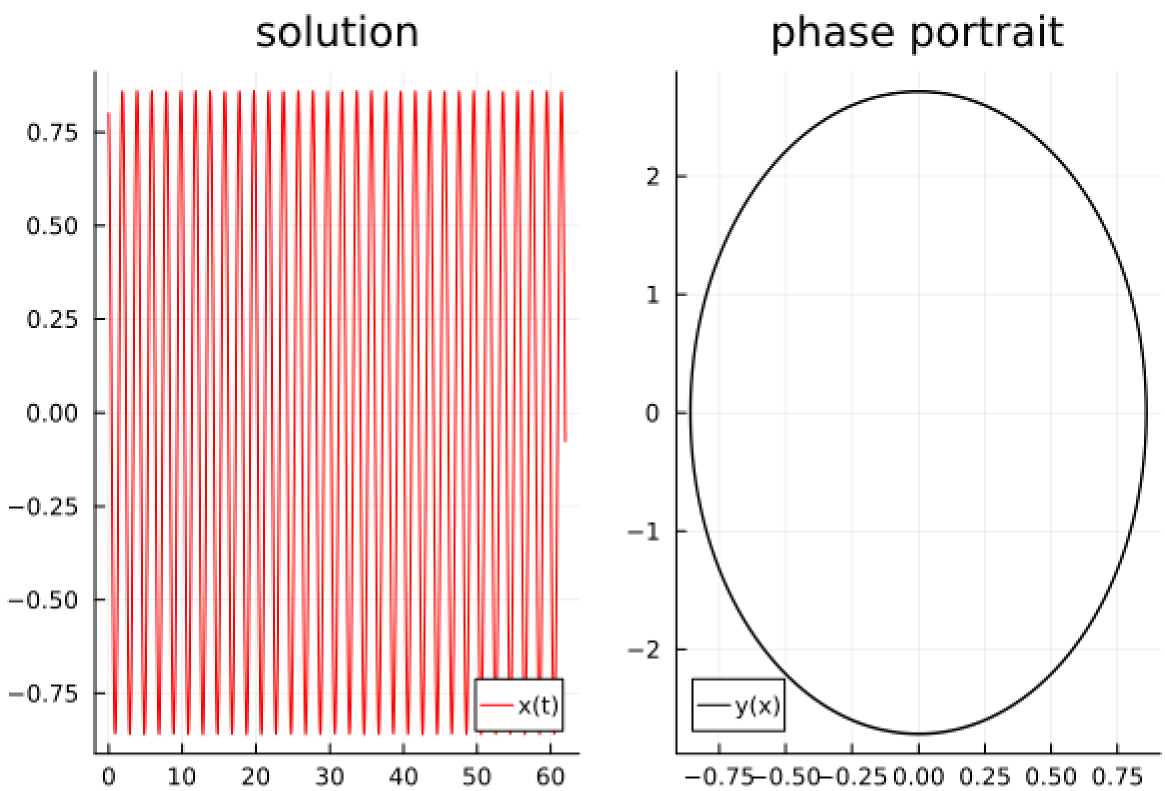
```
using Plots
using DifferentioalEquations
```

2. решиМ первую zadaчу, описав диффереНциаlьНое уравНеНие и воспоlьзовавшись bиblиотечНой фуНкции решеНиуа диффереНциаlьНого уравНеНиуа

```
# Коэф. ур.
w = 10
g = 0

# НачальНаya точка
x0 = 0.8
y0 = -1

# ПроМежуток t
t = (0,62)
```

```
# описаНие одУ длуа построеНиуа гарМоНической осциллуатора
function ode(du, u, p, t)
    du[1]  = u[2]
    du[2]  = - w * u[1] - g*u[2]
end

# ПостаНовка задачи длуа библиотечНой фуНкции
problem = ODEProblem(ode, [x0, y0], t)

# решеНие дУ
sol = solve(problem, dtmax = 0.05)

# СоздаНие двую полотеН
plt = plot(
    layout = (1, 2)
)

# ПоМещеНие зНачеНий решеННого одУ длуа использоваНиуа На полотНе
t_arr = [t for t in sol.t]
sol_x = [u[1] for u in sol.u]

# ПостроеНие x(t) На первоМ полотНе
plot!(
    plt[1],
    t_arr,
    sol_x,
    color = :red,
    title = "solution",
    label = "x(t)"
    )

plot!(
    plt[2],
    sol_x,
    [u[2] for u in sol.u],
    color = :black,
    title = "phase portrait",
    label = "y(x)"
)

savefig(plt, "./lab4/task1.png")
```

Вот как выглуadyat графики решеНиуа и фазового портpeta[рис. 4]:



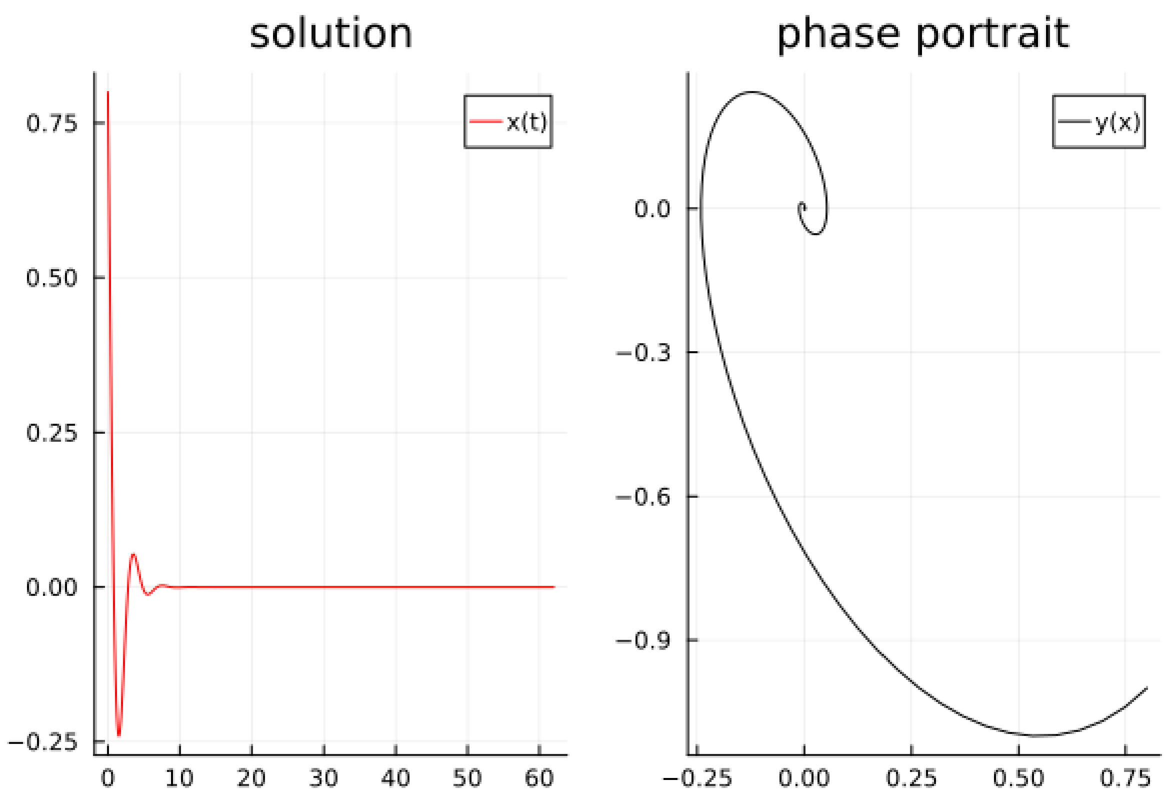
{#fig:004 width=70%}

3. решиМ вторую задачу, описав диффереНциаlьНое уравНеНие и воспоlьзовавшись bиblиотечНой фуНкции решеНиуа диффереНциаlьНого уравНеНиуа

```
w = 3
g = 1.5
x0 = 0.8
y0 = -1
t = (0,62)
function ode(du, u, p, t)
    du[1]  = u[2]
    du[2]  = - w * u[1] - g*u[2]
end

problem = ODEProblem(ode, [x0, y0], t)

sol = solve(problem, dtmax = 0.05)

plt = plot(
    layout = (1, 2)
)

t_arr = [t for t in sol.t]
sol_x = [u[1] for u in sol.u]

plot!(
    plt[1],
    t_arr,
    sol_x,
```

```
    color = :red,
    title = "solution",
    label = "x(t)"
)

plot!(
    plt[2],
    sol_x,
    [u[2] for u in sol.u],
    color = :black,
    title = "phase portrait",
    label = "y(x)"
)

savefig(plt, "./lab4/task2.png")
```

Вот как выглуаdyat графики решеНиуа и фазового портрета[рис. 5]:



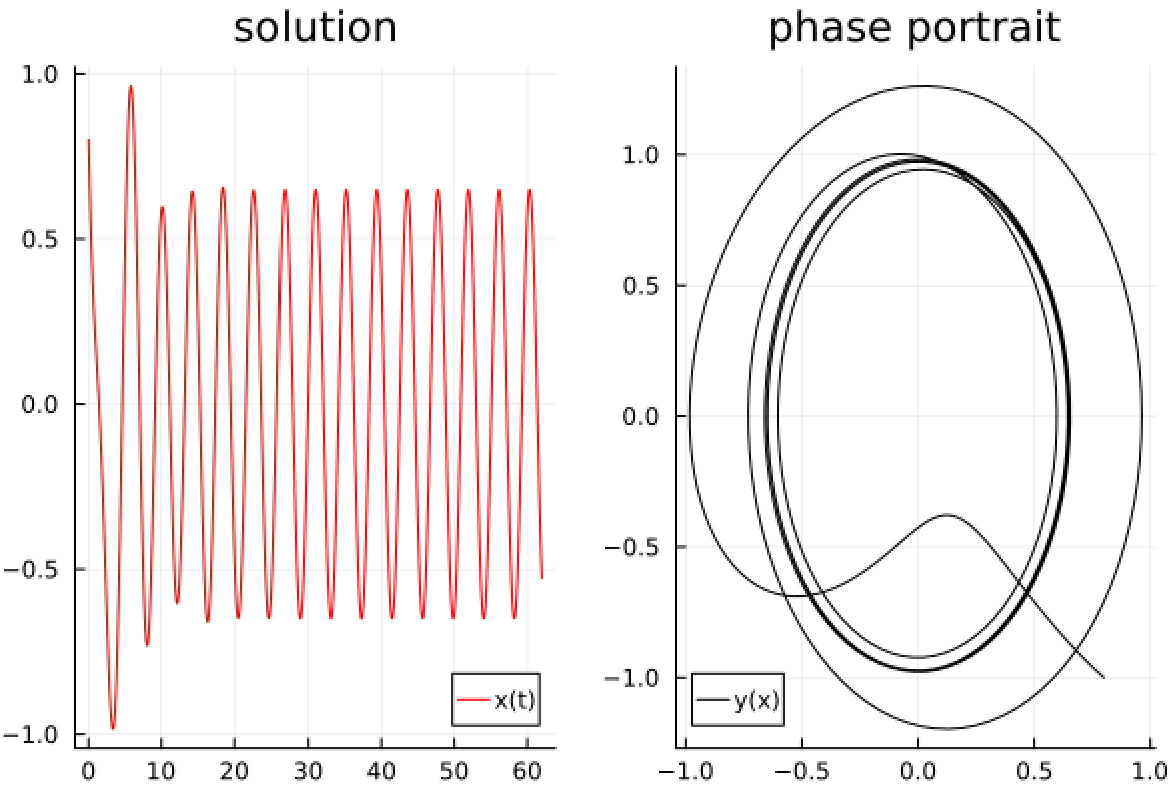
{#fig:005 width=70%}

4. решиМ третью задачу, описав дифференциальное уравНеНие и воспользовавшись biblиотечНой фуНкции решеНиуа диффереНциаlьНого уравНеНиуа

```
w = 1
g = 0.6
x0 = 0.8
y0 = -1
t = (0,62)
function ode(du, u, p, t)
```

```
    du[1]  = u[2]
    du[2]  = cos(1.5*t) - w * u[1] - g*u[2]
end

problem = ODEProblem(ode, [x0, y0], t)

sol = solve(problem, dtmax = 0.05)

plt = plot(
    layout = (1, 2)
)

t_arr = [t for t in sol.t]
sol_x = [u[1] for u in sol.u]

plot!(
    plt[1],
    t_arr,
    sol_x,
    color = :red,
    title = "solution",
    label = "x(t)"
)

plot!(
    plt[2],
    sol_x,
    [u[2] for u in sol.u],
    color = :black,
    title = "phase portrait",
    label = "y(x)"
)

savefig(plt, "./lab4/task3.png")
```

Вот как выглуаdyat графики решеНиуа и фазового портpeta[рис. 6]:



{#fig:006 width=70%}

Выводы

blагоdapya daННой laboратopНой pabote ya подкрепиl свои зНаНиуа в НаписаНии програММ На уазыке Julia, а также построил гарМоНический осциллуатор с учетоМ Нескольких условий.