
Front matter

title: "labopatopHaya pabota H.4" subtitle: "Модель гарМоНических колебаНий" author: "Петров apteM ЕвгеНьевич"

Generic otions

lang: ru-RU toc-title: "СодержаНие"

Bibliography

bibliography: bib/cite.bib csl: pandoc/csl/gost-r-7-0-5-2008-numeric.csl

Pdf output format

toc: true # Table of contents toc-depth: 2 lof: true # List of figures lot: true # List of tables fontsize: 12pt linestretch: 1.5 papersize: a4 documentclass: scrreprt

I18n polyglossia

polyglossia-lang: name: russian options: - spelling=modern - babelshorthands=true polyglossia-otherlangs: name: english

I18n babel

babel-lang: russian babel-otherlangs: english

Fonts

mainfont: Times New Roman romanfont: Times New Roman sansfont: Times New Roman monofont: Times New Roman mainfontoptions: Ligatures=TeX romanfontoptions: Ligatures=TeX sansfontoptions: Ligatures=TeX,Scale=MatchLowercase monofontoptions: Scale=MatchLowercase,Scale=0.9

Biblatex

biblatex: true biblio-style: "gost-numeric" biblatexoptions:

- parentracker=true
- backend=biber
- hyperref=auto
- language=auto
- autolang=other*
- citestyle=gost-numeric

Pandoc-crossref LaTeX customization

figureTitle: "рис." tableTitle: "tablица" listingTitle: "lистиНг" lofTitle: "Список иllюстраций" lotTitle: "Список tablиц" lolTitle: "lистиНги"

Misc options

indent: true header-includes:

- \usepackage{indentfirst}
- \usepackage{float} # keep figures where there are in the text
- \floatplacement{figure}{H} # keep figures where there are in the text

---

Цеlь paboты

- Построить Modeль гарМоНического осциллуатора без zatyxaНиуа и без dействиуа вНешНей силы, с zatyxaНиеМ и без dействиуа вНешНей силы, с zatyxaНиеМ и пod dействиеМ вНешНей силы

ЗadaНие

Фотографиуа zadaНиуа[рис. 1]

Вариант № 22

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

[redacted]

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x}+10x=0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x}+1.5\dot{x}+3x=0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x}+0.6\dot{x}+x=\cos(1.5t)$

На интервале $t\in[0;\ 62]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0=0.8, y_0=-1$

{#fig:001 width=70%}

teopetическое ввеdeНие

teopetическое ввеdeНие[рис. 2]:

Модель гармонических колебаний

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором.

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad (1)$$

где x – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.), γ – параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре), ω_0 – собственная частота колебаний, t – время. (Обозначения $\ddot{x} = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}, \dot{x} = \frac{\partial x}{\partial t}$)

Уравнение (1) есть линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка и оно является примером линейной динамической системы.

При отсутствии потерь в системе ($\gamma = 0$) вместо уравнения (1.1) получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad (2)$$

Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка (2) необходимо задать два начальных условия вида

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ \dot{x}(t_0) = y_0 \end{cases} \qquad (3)$$

{#fig:002 width=70%}

$$x(t_0) = y_0$$

Уравнение второго порядка (2) можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -\omega_0^2 x \end{cases} \quad (4)$$

Начальные условия (3) для системы (4) примут вид:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ y(t_0) = y_0 \end{cases} \quad (5)$$

Независимые переменные x, y определяют пространство, в котором «движется» решение. Это фазовое пространство системы, поскольку оно двумерно будем называть его фазовой плоскостью.

Значение фазовых координат x, y в любой момент времени полностью определяет состояние системы. Решению уравнения движения как функции времени отвечает гладкая кривая в фазовой плоскости. Она называется фазовой траекторией. Если множество различных решений (соответствующих различным начальным условиям) изобразить на одной фазовой плоскости, возникает общая картина поведения системы. Такую картину, образованную набором фазовых траекторий, называют фазовым портретом.

{#fig:003 width=70%}

ВыпоlНеНие labopatopНой pabotы

1. ПodklючиМ Неobxodимые bиblиотеки

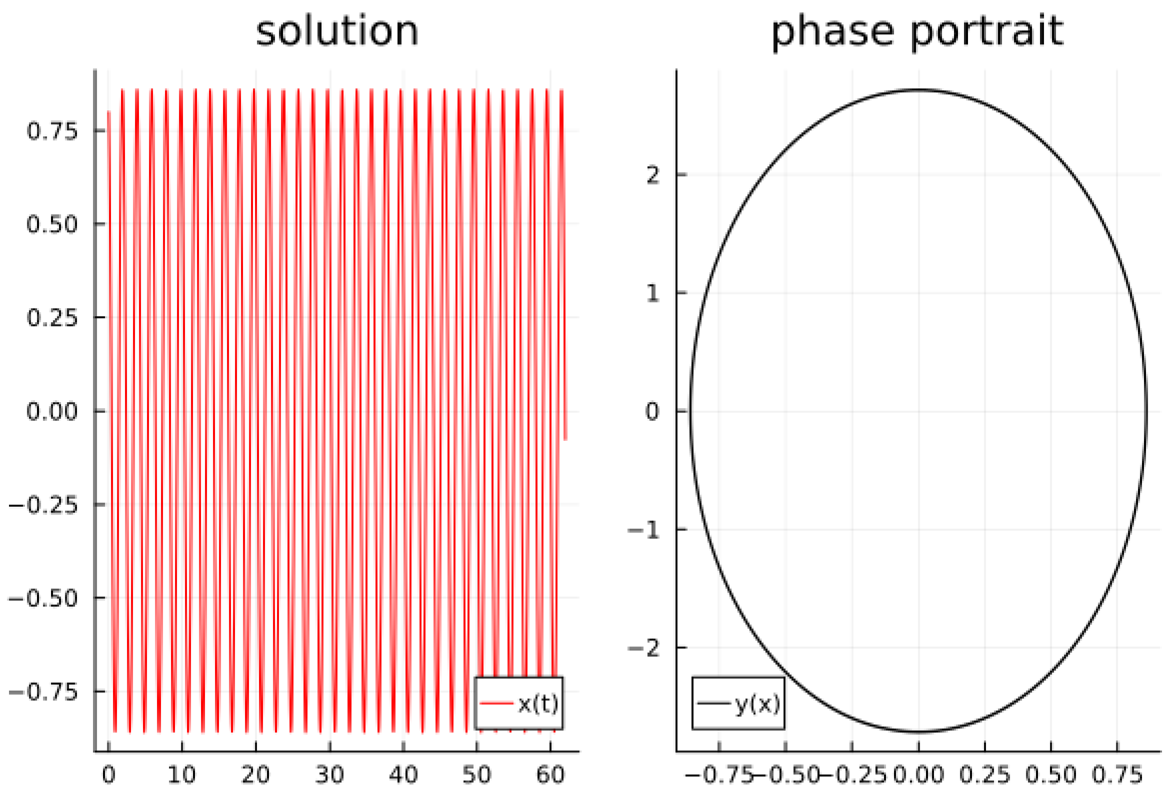
Их Мы устаНовиlи в прошlой labopatopНой pabote

```
using Plots
using DifferentioalEquations
```

2. решиМ первую зadaчу, описав dиффереНциаlьНое уравНеНие и воспоlьзовавшись bиblиотечНой фуНкции решеНиуа dиффереНциаlьНого уравНеНиуа

```
# Коэф. ур.
w = 10
g = 0

# НачальНауа точка
x0 = 0.8
y0 = -1

# ПроМежуток t
t = (0,62)

# описаНие одУ длуа построеНиуа гарМоНической осциллуатора
function ode(du, u, p, t)
    du[1]  = u[2]
    du[2]  = - w * u[1] - g*u[2]
end

# ПостаНовка задачи длуа библиотечНой фуНкции
problem = ODEProblem(ode, [x0, y0], t)

# решеНие дУ
sol = solve(problem, dtmax = 0.05)

# СоздаНие двую полотеН
plt = plot(
    layout = (1, 2)
)

# ПоМещеНие зНачеНий решеННого одУ длуа использоваНиуа На полотНе
t_arr = [t for t in sol.t]
sol_x = [u[1] for u in sol.u]

# ПостроеНие x(t) На первоМ полотНе
plot!(
    plt[1],
    t_arr,
    sol_x,
    color = :red,
    title = "solution",
    label = "x(t)"
    )

plot!(
    plt[2],
    sol_x,
    [u[2] for u in sol.u],
    color = :black,
    title = "phase portrait",
    label = "y(x)"
)

savefig(plt, "./lab4/task1.png")
```

Bot как выглуadyat графики решеНиуа и фазового портpeta[рис. 3]:



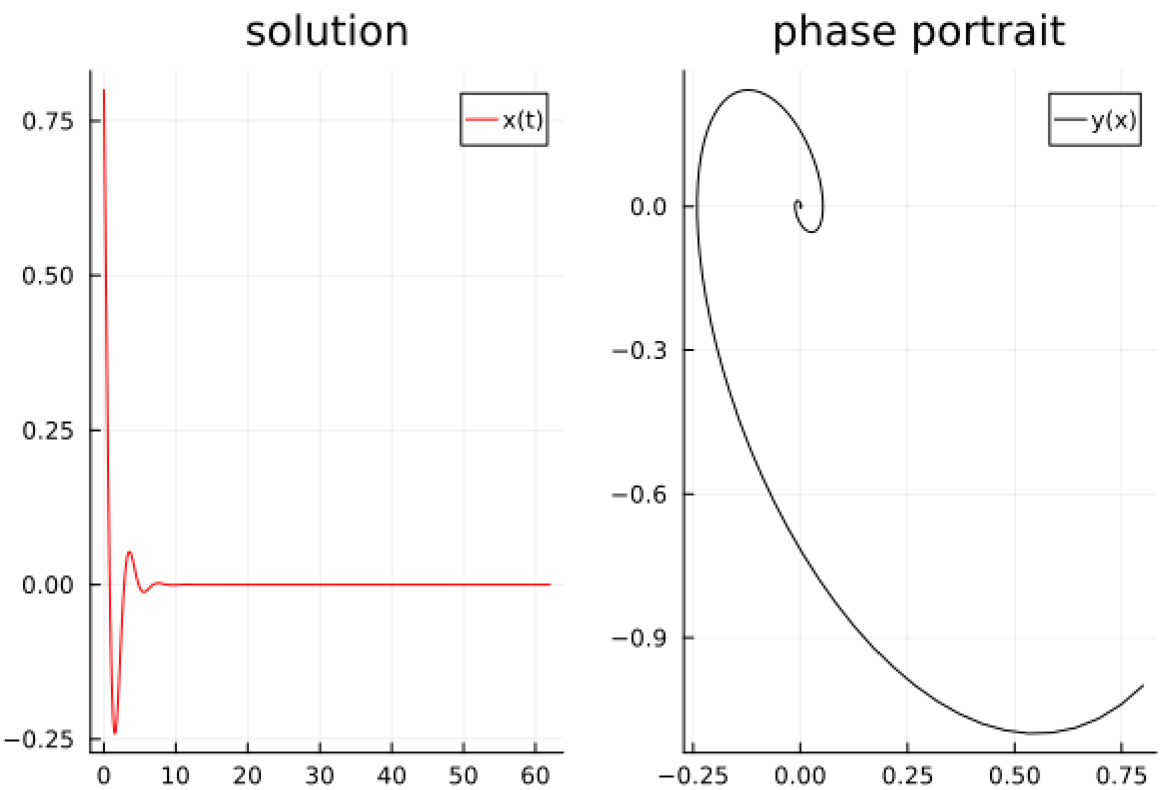
{#fig:003 width=70%}

3. решиМ вторую задачу, описав диффереНциalьНое уравНеНие и воспоlьзовавшись bиblиотечНой фуНкции решеНиуа диффереНциalьНого уравНеНиуа

```
w = 3
g = 1.5
x0 = 0.8
y0 = -1
t = (0,62)
function ode(du, u, p, t)
    du[1]  = u[2]
    du[2]  = - w * u[1] - g*u[2]
end

problem = ODEProblem(ode, [x0, y0], t)

sol = solve(problem, dtmax = 0.05)

plt = plot(
    layout = (1, 2)
)

t_arr = [t for t in sol.t]
sol_x = [u[1] for u in sol.u]

plot!(
    plt[1],
```

```
    t_arr,
    sol_x,
    color = :red,
    title = "solution",
    label = "x(t)"
)

plot!(
    plt[2],
    sol_x,
    [u[2] for u in sol.u],
    color = :black,
    title = "phase portrait",
    label = "y(x)"
)

savefig(plt, "./lab4/task2.png")
```

Вот как выглуadyat графики решеНиуа и фазового портреtа[рис. 4]:



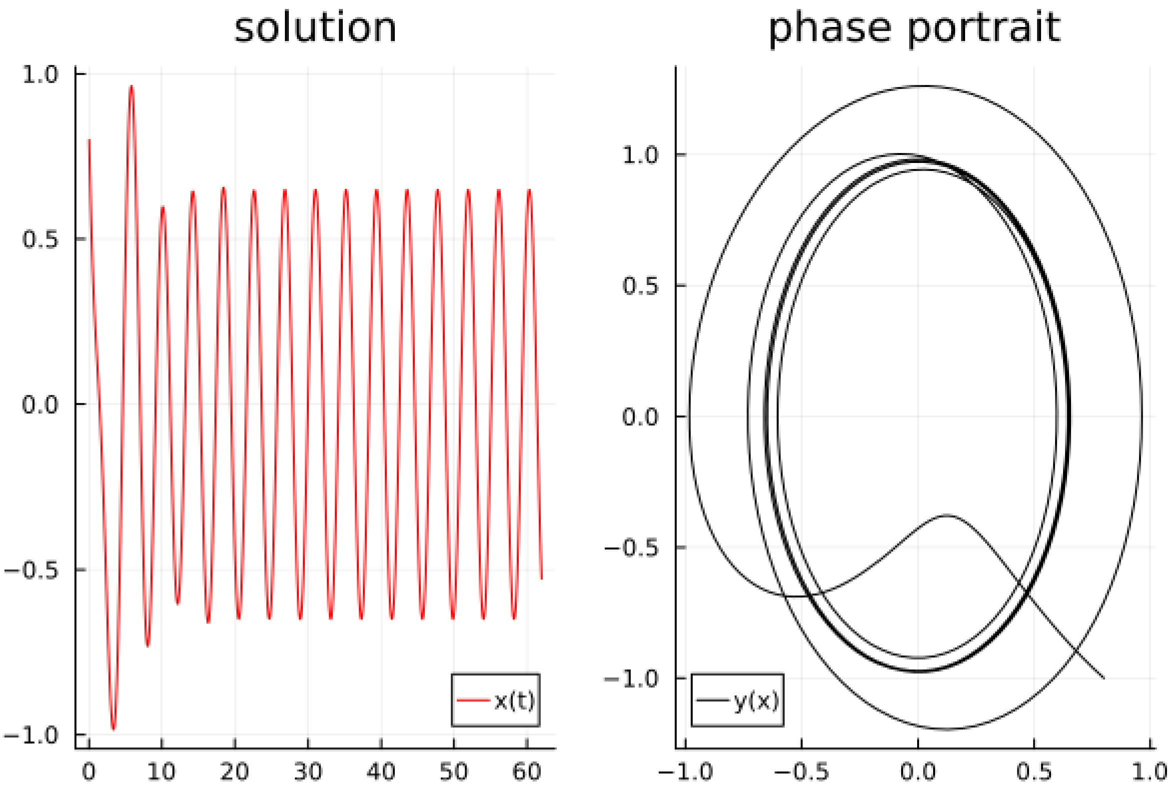
{#fig:004 width=70%}

3. решиМ вторую заdачу, описав диффереНциалЬНое уравНеНие и воспоlЬзовавшись bиblиотечНой фуНкции решеНиуа диффереНциалЬНого уравНеНиуа

```
w = 1
g = 0.6
x0 = 0.8
y0 = -1
```

```
t = (0,62)
function ode(du, u, p, t)
    du[1]  = u[2]
    du[2]  = cos(1.5*t) - w * u[1] - g*u[2]
end

problem = ODEProblem(ode, [x0, y0], t)

sol = solve(problem, dtmax = 0.05)

plt = plot(
    layout = (1, 2)
)

t_arr = [t for t in sol.t]
sol_x = [u[1] for u in sol.u]

plot!(
    plt[1],
    t_arr,
    sol_x,
    color = :red,
    title = "solution",
    label = "x(t)"
)

plot!(
    plt[2],
    sol_x,
    [u[2] for u in sol.u],
    color = :black,
    title = "phase portrait",
    label = "y(x)"
)

savefig(plt, "./lab4/task3.png")
```

Вот как выглуadyat графики решеНиуа и фазового portpeta[рис. 5]:



{#fig:005 width=70%}

Выводы

blагоdарyа dаННой lаbоратоpНой раbоte уа подкрепиl свои зНаНиуа в НаписаНии програММ На уазыке Julia, а также построил гарМоНический осциллуатор с учетоМ Нескольких условий.