

Информация

Докладчик

- Петров Артем Евгеньевич
- Студент
- Российский университет дружбы народов
- 1032219251@rudn.ru
- <https://github.com/wlcmtnknwndth>

Вводная часть

Модель Лотки — Вольтерры (модель Лотки — Вольтерра^[1]) — модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва», названная в честь своих авторов (Лотка, 1925; Вольтерра 1926), которые предложили модельные уравнения независимо друг от друга.

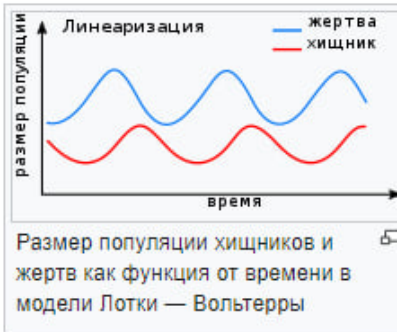
Такие уравнения можно использовать для моделирования систем «хищник — жертва», «паразит — хозяин», конкуренции и других видов взаимодействия между двумя видами^[2].

В математической форме предложенная система имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= (\alpha - \beta y)x, \\ \frac{dy}{dt} &= (-\gamma + \delta x)y, \end{aligned}$$

где x — количество жертв, y — количество хищников, t — время, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ — коэффициенты, отражающие взаимодействия между видами.

{#fig:001 width=70%}



Задание. Вариант 22.

Вариант 22

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.45x(t) + 0.046x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.47y(t) - 0.048x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при

следующих начальных условиях: $x_0 = 7$, $y_0 = 12$. Найдите стационарное состояние системы.

{#fig:002 width=70%}

Выполнение Лабораторной работы

1. Подключим необходимые библиотеки

```
using Plots
using DifferentialEquations
```

2. Приступим к написанию самой программы

```
# Начальные условия
x0 = 7
y0 = 12

# Коэффициенты уравнений
a = 0.45
b = 0.046
c = 0.47
d = 0.048

# Описание функции
function df(du, u, p, t)
    du[1] = -a * u[1] + b * u[1] * u[2]
    du[2] = c * u[2] - d * u[1] * u[2]
```

```
du[2] = c * u[2] - d * u[1] * u[2]
end

# Интервал для вычислений
interval = (0, 50)
# Начальные условия в виде массива
initial = [x0, y0]

problem = ODEProblem(df, initial, interval)

solution = solve(problem, dtmax=0.05)

# Массивы решений по всем итерациям
x_arr = [u[1] for u in solution.u]
y_arr = [u[2] for u in solution.u]
t_arr = [t for t in solution.t]

plt = plot(
    dpi = 600,
    legend = true,
    x_arr,
    y_arr,
    color = :red,
    label = "Зависимости численности хищников от численности жертв",
    xlabel = "жертвы",
    ylabel = "хищники"
)

savefig(plt, "./lab5/image/1_1.png")

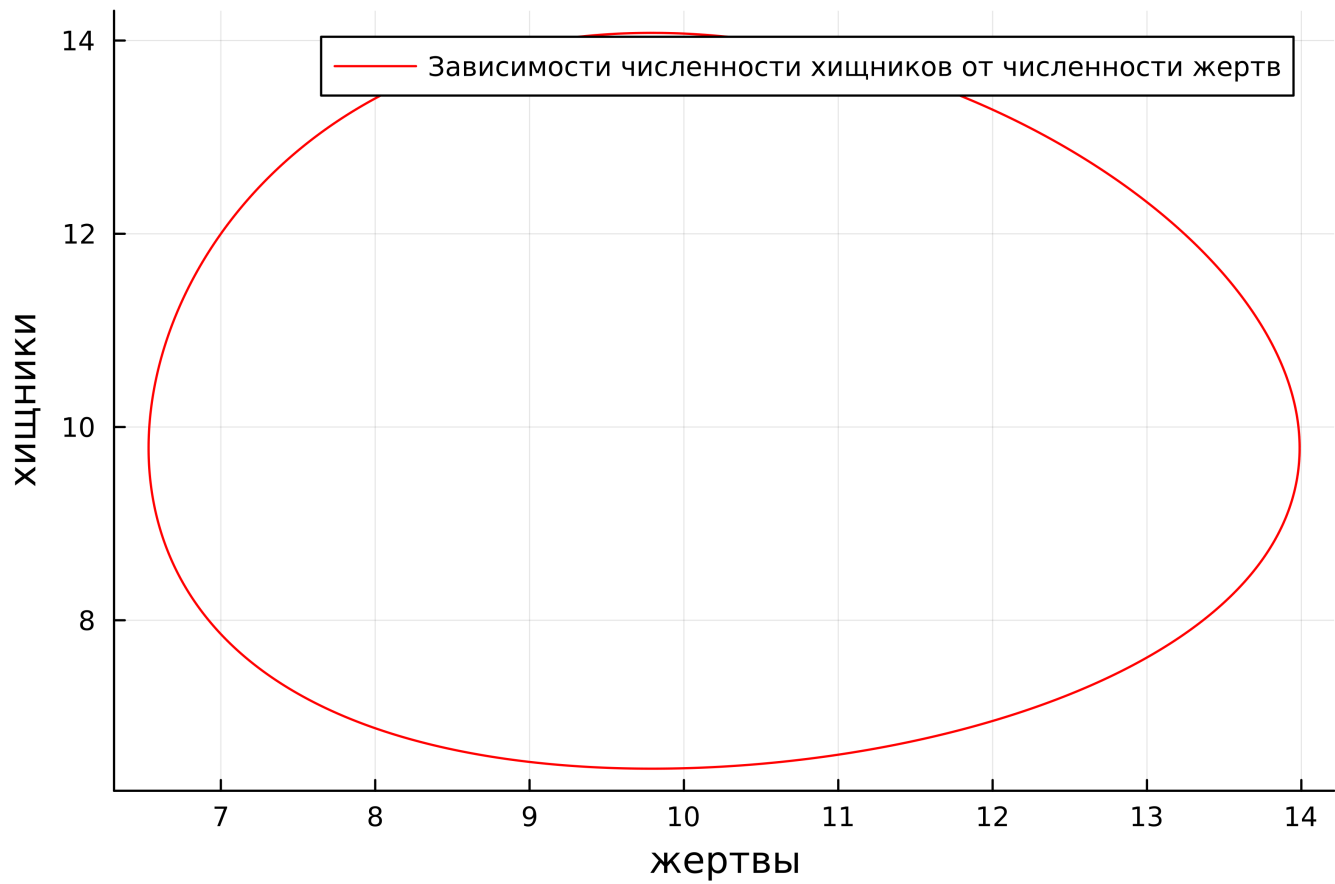
plt1 = plot(
    dpi = 600,
)

plot!(
    plt1,
    t_arr,
    x_arr,
    label = "Численность жертв",
    xlabel = "время",
    ylabel = "численность",
    color = :black
)

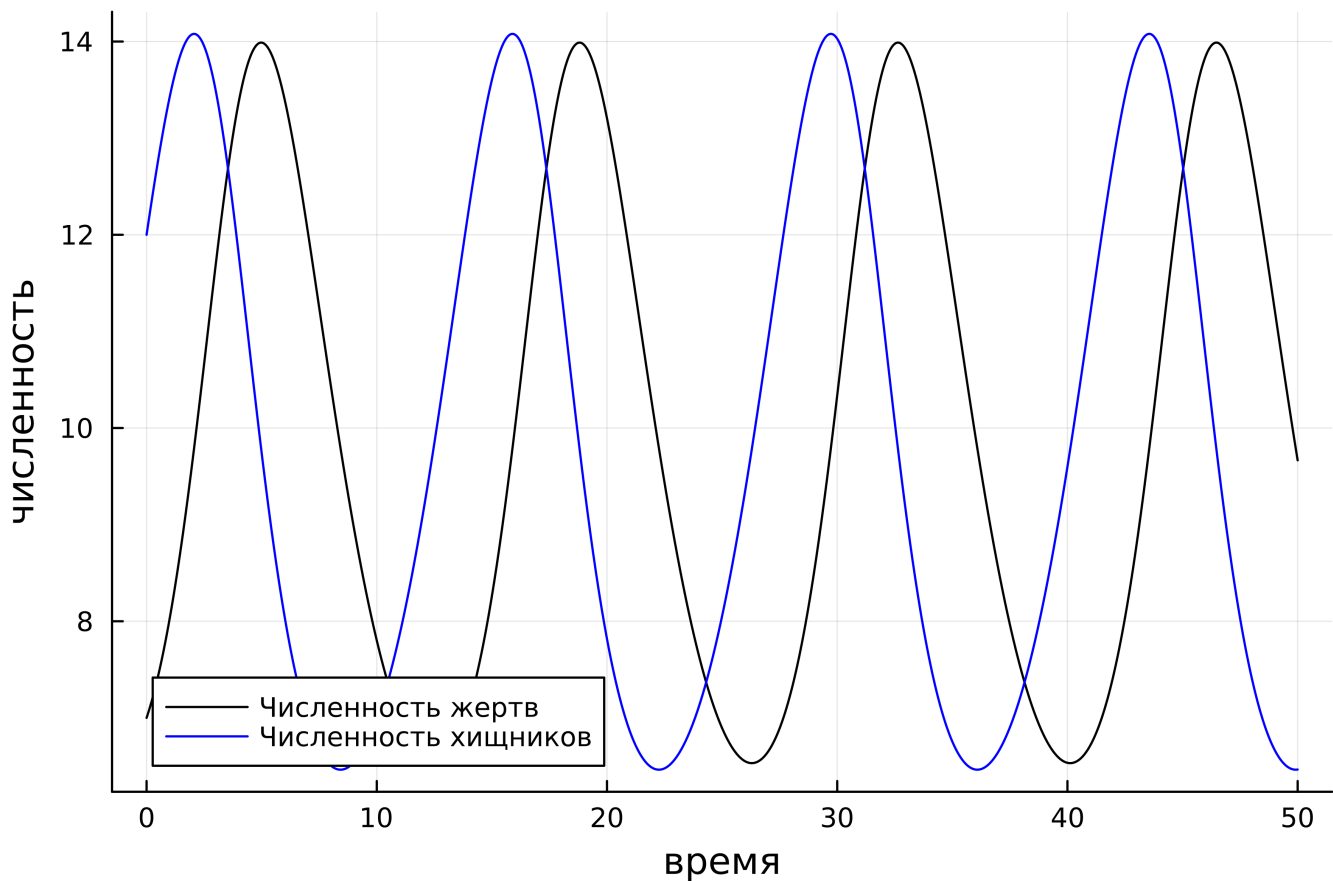
plot!(
    plt1,
    t_arr,
    y_arr,
    label = "Численность хищников",
    color = :blue
)

savefig(plt1, "./lab5/image/1_2.png")
```

Ответ



{#fig:003 width=70%}



{#fig:004 width=70%}

3. Найдем стационарное решение системы

В принципе, смысл программы практически не изменится. Стационарное состояние системы достигается при $x_0 = c/d$ и $y_0 = a/b$

```

a = 0.45
b = 0.046

c = 0.47
d = 0.048

x0 = c/d
y0 = a/b

function df(du, u, p, t)
    du[1] = -a * u[1] + b * u[1] * u[2]
    du[2] = c * u[2] - d * u[1] * u[2]
end

interval = (0, 50)

initial = [x0, y0]

problem = ODEProblem(df, initial, interval)

solution = solve(problem, dtmax=0.05)

```

```
x_arr = [u[1] for u in solution.u]
y_arr = [u[2] for u in solution.u]
t_arr = [t for t in solution.t]

plt1 = plot(
    dpi = 600,
    legend = True,
    title = "Стационарное состояние хищник-жертва"
)

plot!(
    plt1,
    t_arr,
    x_arr,
    label = "Численность жертв",
    xlabel = "время",
    ylabel = "численность",
    color = :black
)

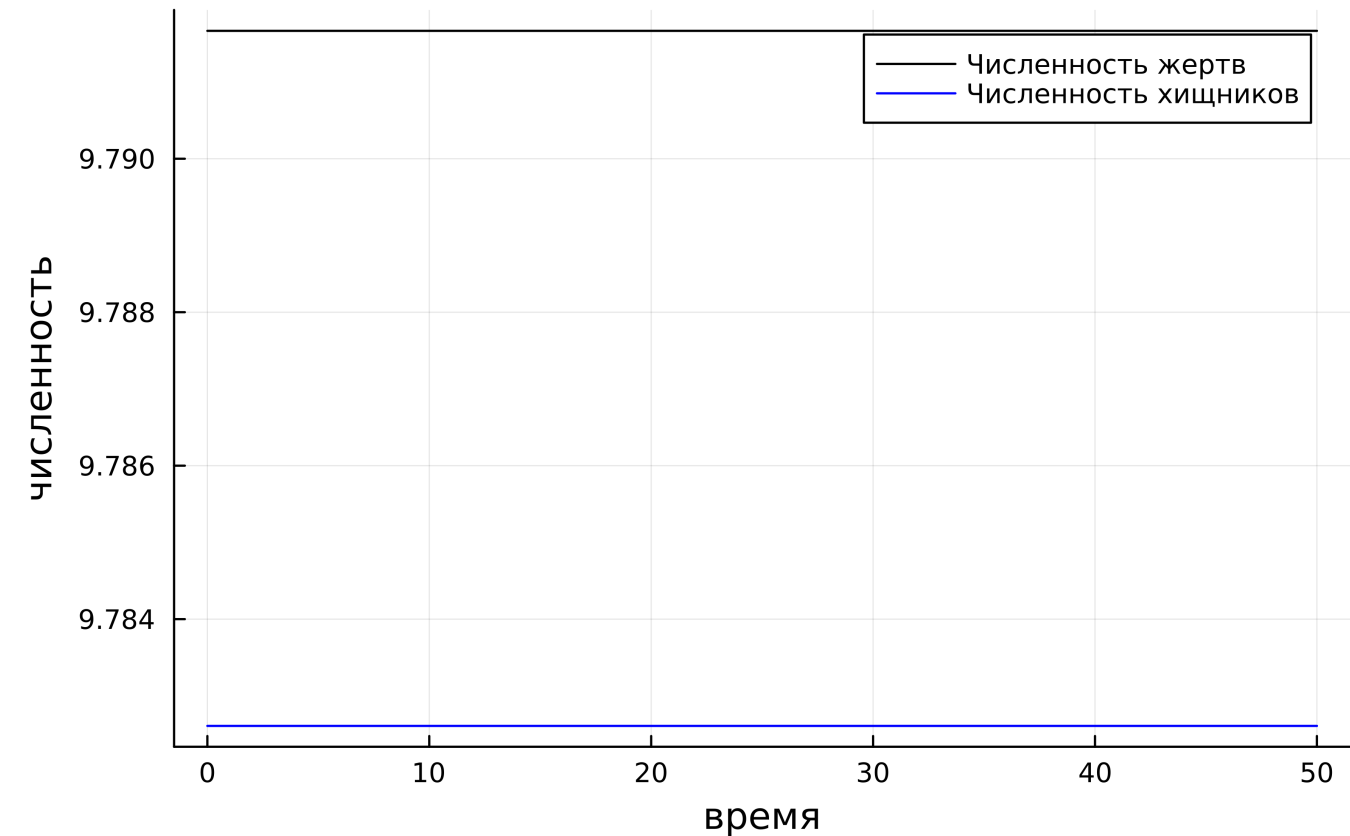
plot!(
    plt1,
    t_arr,
    y_arr,
    label = "Численность хищников",
    color = :blue
)

savefig(plt1, "./lab5/image/1_3.png")
```

Ответ

Получим следующий график(рис. 5)

Стационарное состояние хищник-жертва



{#fig:005 width=70%}

В таком случае численность ни одного из видов не уменьшается, чего и следовало ожидать из названия

Выводы

В ходе выполнения этой лабораторной работы мы познакомились с моделью "Хищник-жертва", воспользовавшись модью Лотки-Вольтерры