

---

## Front matter

title: "Лабораторная работа н.6" subtitle: "Задача об эпидемии" author: "Петров Артем Евгеньевич"

## Generic options

lang: ru-RU toc-title: "Содержание"

## Bibliography

bibliography: bib/cite.bib csl: pandoc/csl/gost-r-7-0-5-2008-numeric.csl

## PDF output format

toc: true # Table of contents toc-depth: 2 lof: true # List of figures lot: true # List of tables fontsize: 12pt  
linestretch: 1.5 papersize: a4 documentclass: scrreprt

## l18n polyglossia

polyglossia-lang: name: russian options: - spelling=modern - babelshorthands=true polyglossia-otherlangs:  
name: english

## l18n babel

babel-lang: russian babel-otherlangs: english

## Fonts

mainfont: PT Serif romanfont: PT Serif sansfont: PT Sans monofont: PT Mono mainfontoptions: Ligatures=TeX  
romanfontoptions: Ligatures=TeX sansfontoptions: Ligatures=TeX,Scale=MatchLowercase monofontoptions:  
Scale=MatchLowercase,Scale=0.9

## Biblatex

biblatex: true biblio-style: "gost-numeric" biblatexoptions:

- parenttracker=true
- backend=biber
- hyperref=auto
- language=auto
- autolang=other\*
- citestyle=gost-numeric

## Pandoc-crossref LaTeX customization

figureTitle: "Рис." tableTitle: "Таблица" listingTitle: "Листинг" lofTitle: "Список иллюстраций" lotTitle:  
"Список таблиц" lolTitle: "Листинги"

## Misc options

indent: true header-includes:

- `\usepackage{indentfirst}`
- `\usepackage{float} # keep figures where there are in the text`
- `\floatplacement{figure}{H} # keep figures where there are in the text`

## Цель работы

Рассмотреть задачу об эпидемии и решить ее с помощью языка программирования Julia

## Задание

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ( $N=10\,800$ ) в момент начала эпидемии ( $t=0$ ) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции)  $I(0)=208$ , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни  $R(0)=41$ . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени  $S(0)=N-I(0)-R(0)$ . Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. Если  $I(0) \leq I^*$
2. Если  $I(0) > I^*$

## Теоретическое введение(рис. 1)

### Задача об эпидемии

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначающаяся через  $R(t)$  – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I^*$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I^*$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа  $S(t)$  меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, & \text{если } I(t) > I^* \\ 0, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases} \quad (1)$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфицированной, то скорость изменения числа

заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

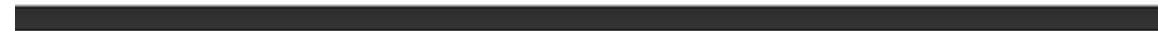
$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, & \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases} \tag{2}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I \tag{3}$$

Постоянные пропорциональности  $\alpha, \beta$  - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени  $t = 0$  нет особей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 0$ , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей  $I(0)$  и  $S(0)$



соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:  $I(0) \leq I^*$  и  $I(0) > I^*$

{#fig:001

width=70%}

# Выполнение лабораторной работы

## 1. Подключение необходимых библиотек

Подключим необходимые библиотеки:

```
using Plots
using DifferentialEquations
```

## 2. Выполнение лабораторной для случая $I(0) \leq I^*$

Код программы:

```
N = 10800
I0 = 208
R0 = 41
S0 = N - R0 - I0
aplha = 0.5
beta = 0.1

# u = [S0, I0, R0]
function ode(du, u, p, t)
    du[1] = 0
    du[2] = -beta * u[2]
    du[3] = beta * u[2]
end

u0 = [S0, I0, R0]
t_arr = (0, 20)

prob = ODEProblem(ode, u0, t_arr)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)

S = [u[1] for u in sol.u]
I = [u[2] for u in sol.u]
R = [u[3] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 500,
    legend = true,
    xlabel = "время",
    ylabel = "численность"
)

plot!(
    plt,
    T,
    S,
    label = "Кол-во восприимчивых людей",
    color = :red
)

plot!(
    plt,
    T,
    R,
    label = "Кол-во людей с иммунитетом",
    color = :blue
)

plot!(
    plt,
    T,
    I,
```

```

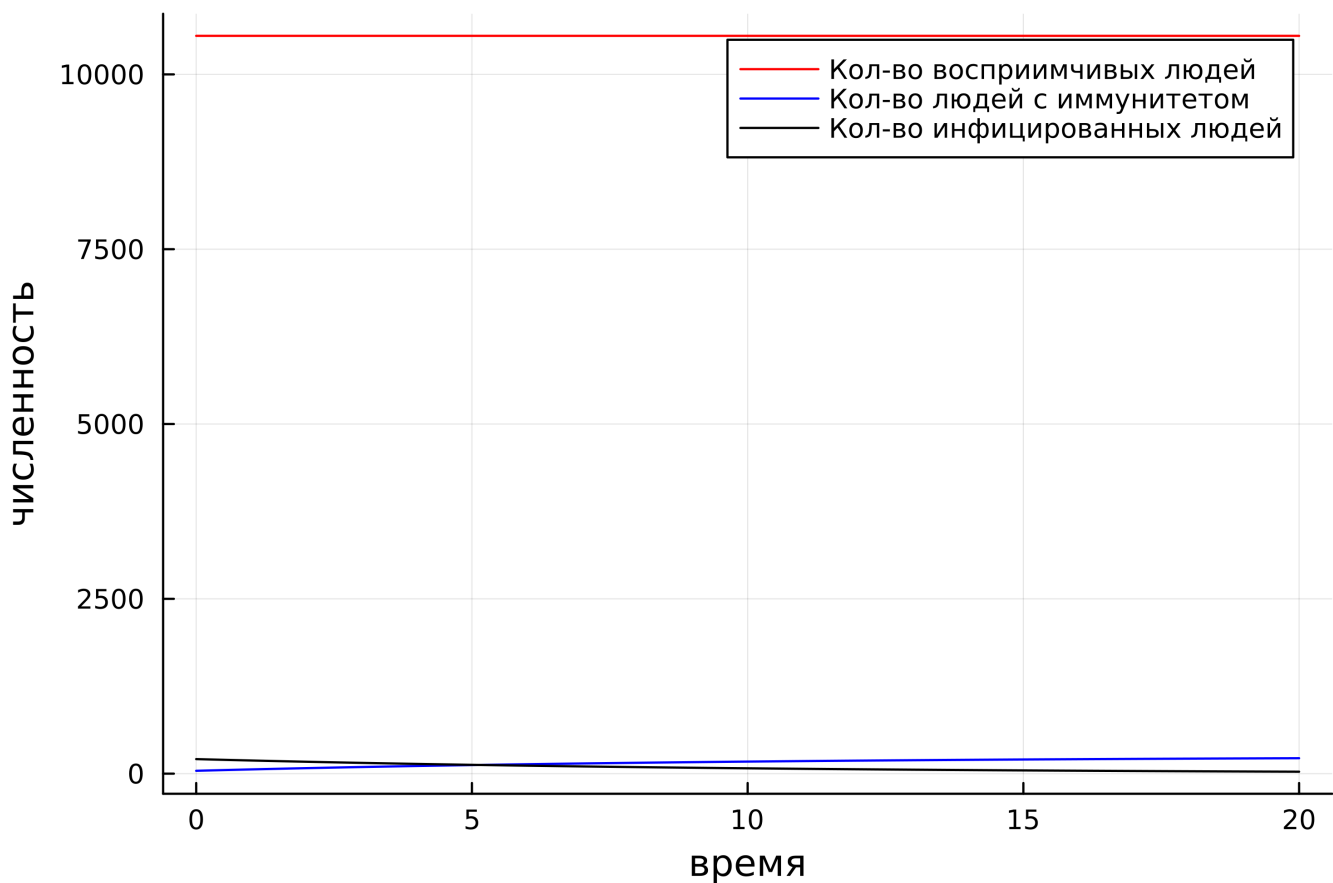
    label = "Кол-во инфицированных людей",
    color = :black
)

savefig(plt, "./lab6/image/1.png")

```

## График

В итоге, получим вот такой график(рис. 2):



{#fig:002 width=70%}

## Выполнение лабораторной работы для случая $I(0) > I^*$

Код программы для построения графика заболеваемости

```

N = 10800
I0 = 208
R0 = 41
S0 = N - R0 - I0
alpha = 0.5
beta = 0.1

# u = [S0, I0, R0]
function ode(du, u, p, t)
    du[1] = -alpha*u[1]

```

```

    du[2] = alpha*u[1] - beta * u[2]
    du[3] = beta * u[2]
end

u0 = [S0, I0, R0]
t_arr = (0, 20)

prob = ODEProblem(ode, u0, t_arr)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)

S = [u[1] for u in sol.u]
I = [u[2] for u in sol.u]
R = [u[3] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 500,
    legend = true,
    xlabel = "время",
    ylabel = "численность"
)

plot!(
    plt,
    T,
    S,
    label = "Кол-во восприимчивых людей",
    color = :red
)

plot!(
    plt,
    T,
    R,
    label = "Кол-во людей с иммунитетом",
    color = :blue
)

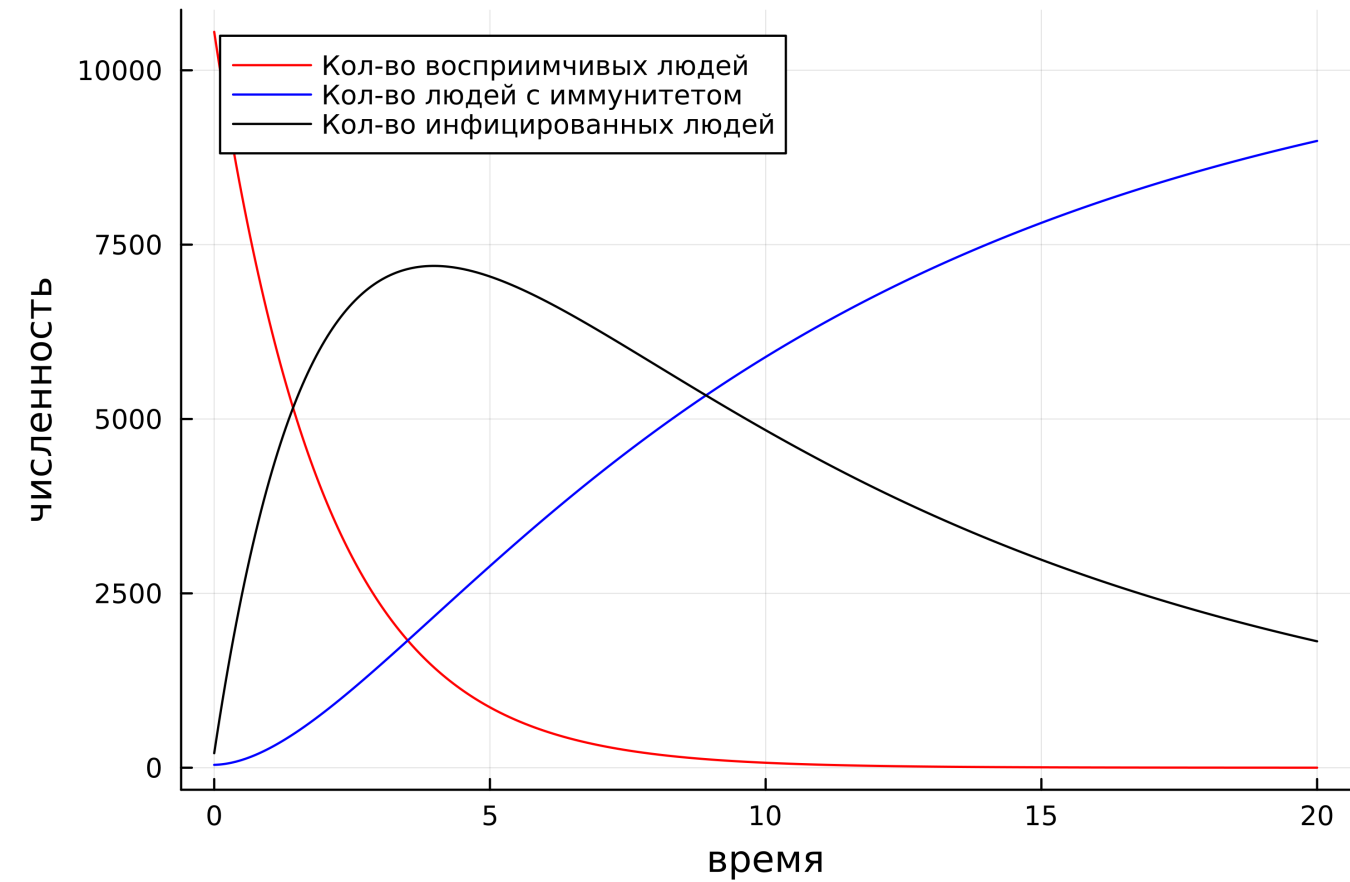
plot!(
    plt,
    T,
    I,
    label = "Кол-во инфицированных людей",
    color = :black
)

savefig(plt, "./lab6/image/2.png")

```

График заболеваемости для  $I(0) > I^*$

В итоге, получим вот такой график(рис. 3):



{#fig:003 width=70%}

## Выводы

В этой лабораторной работе мы изучили задачу эпидемии для двух случаев: с изолированными заболевшими и с не изолированными заболевшими. Кроме того, мы укрепили свои знания языка Julia