
Front matter

title: "Лабораторная работа н.5" subtitle: "Модель хищник-жертва" author: "Петров Артем Евгеньевич"

Generic options

lang: ru-RU toc-title: "Содержание"

Bibliography

bibliography: bib/cite.bib csl: pandoc/csl/gost-r-7-0-5-2008-numeric.csl

Pdf output format

toc: true # Table of contents toc-depth: 2 lof: true # List of figures lot: true # List of tables fontsize: 12pt
linestretch: 1.5 papersize: a4 documentclass: scrreprt

l18n polyglossia

polyglossia-lang: name: russian options: - spelling=modern - babelshorthands=true polyglossia-otherlangs:
name: english

l18n babel

babel-lang: russian babel-otherlangs: english

Fonts

mainfont: PT Serif romanfont: PT Serif sansfont: PT Sans monofont: PT Mono mainfontoptions: Ligatures=TeX
romanfontoptions: Ligatures=TeX sansfontoptions: Ligatures=TeX,Scale=MatchLowercase monofontoptions:
Scale=MatchLowercase,Scale=0.9

Biblatex

biblatex: true biblio-style: "gost-numeric" biblatexoptions:

- parenttracker=true
- backend=biber
- hyperref=auto
- language=auto
- autolang=other*
- citestyle=gost-numeric

Pandoc-crossref LaTeX customization

figureTitle: "Рис." tableTitle: "Таблица" listingTitle: "Листинг" lofTitle: "Список иллюстраций" lotTitle:
"Список таблиц" lolTitle: "Листинги"

Misc options

indent: true header-includes:

- `\usepackage{indentfirst}`
- `\usepackage{float} # keep figures where there are in the text`
- `\floatplacement{figure}{H} # keep figures where there are in the text`

Цель работы

Построить модель взаимодействия двух видов типа "хищник-жертва" -- модель Лотки-Вольтерры

Задание

Вариант 22

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.45x(t) + 0.046x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.47y(t) - 0.048x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при

следующих начальных условиях: $x_0 = 7$, $y_0 = 12$. Найдите стационарное состояние системы.

{#fig:001 width=70%}

Теоретическое введение

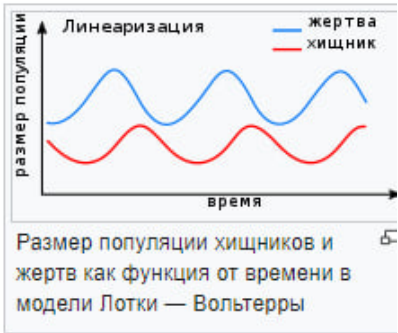
Модель Лотки — Вольтёрры (модель Лотки — Вольтерра^[1]) — модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва», названная в честь своих авторов (Лотка, 1925; Вольтерра 1926), которые предложили модельные уравнения независимо друг от друга.

Такие уравнения можно использовать для моделирования систем «хищник — жертва», «паразит — хозяин», конкуренции и других видов взаимодействия между двумя видами^[2].

В математической форме предложенная система имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= (\alpha - \beta y)x, \\ \frac{dy}{dt} &= (-\gamma + \delta x)y,\end{aligned}$$

где x — количество жертв, y — количество хищников, t — время, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ — коэффициенты, отражающие взаимодействия между видами.



{#fig:002 width=70%}

Выполнение лабораторной работы

1. Подключим необходимые библиотеки

```
using Plots
using DifferentialEquations
```

2. Приступим к написанию самой программы

```
# Начальные условия
x0 = 7
y0 = 12

# Коэффициенты уравнений
a = 0.45
b = 0.046
c = 0.47
d = 0.048

# Описание функции
function df(du, u, p, t)
    du[1] = -a * u[1] + b * u[1] * u[2]
    du[2] = c * u[2] - d * u[1] * u[2]
end

# Интервал для вычислений
interval = (0, 50)

# Начальные условия в виде массива
initial = [x0, y0]
```

```
problem = ODEProblem(df, initial, interval)

solution = solve(problem, dtmax=0.05)

# Массивы решений по всем итерациям
x_arr = [u[1] for u in solution.u]
y_arr = [u[2] for u in solution.u]
t_arr = [t for t in solution.t]

plt = plot(
    dpi = 600,
    legend = true,
    x_arr,
    y_arr,
    color = :red,
    label = "Зависимости численности хищников от численности жертв",
    xlabel = "жертвы",
    ylabel = "хищники"
)

savefig(plt, "./lab5/image/1_1.png")

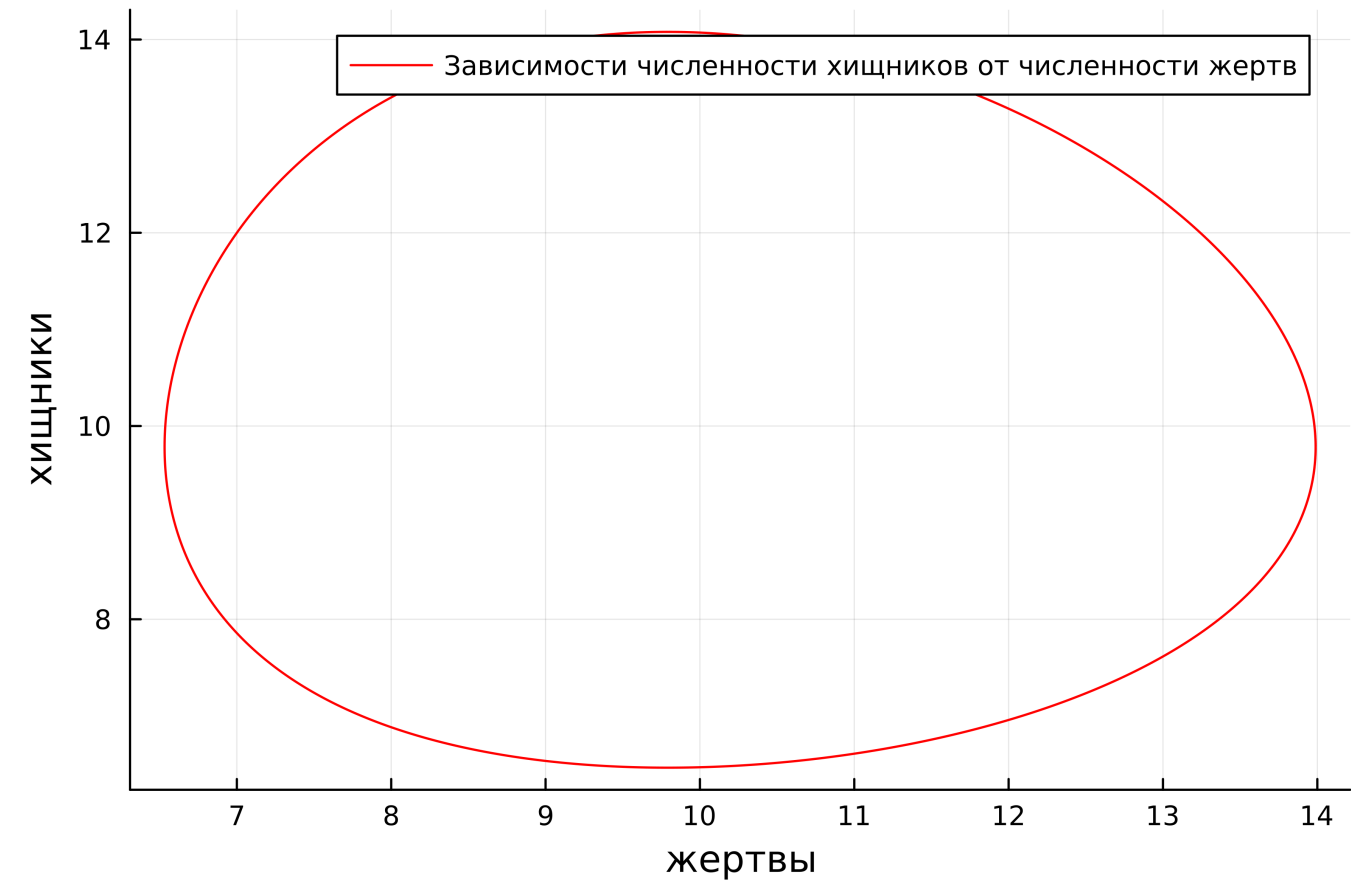
plt1 = plot(
    dpi = 600,
)

plot!(
    plt1,
    t_arr,
    x_arr,
    label = "Численность жертв",
    xlabel = "время",
    ylabel = "численность",
    color = :black
)

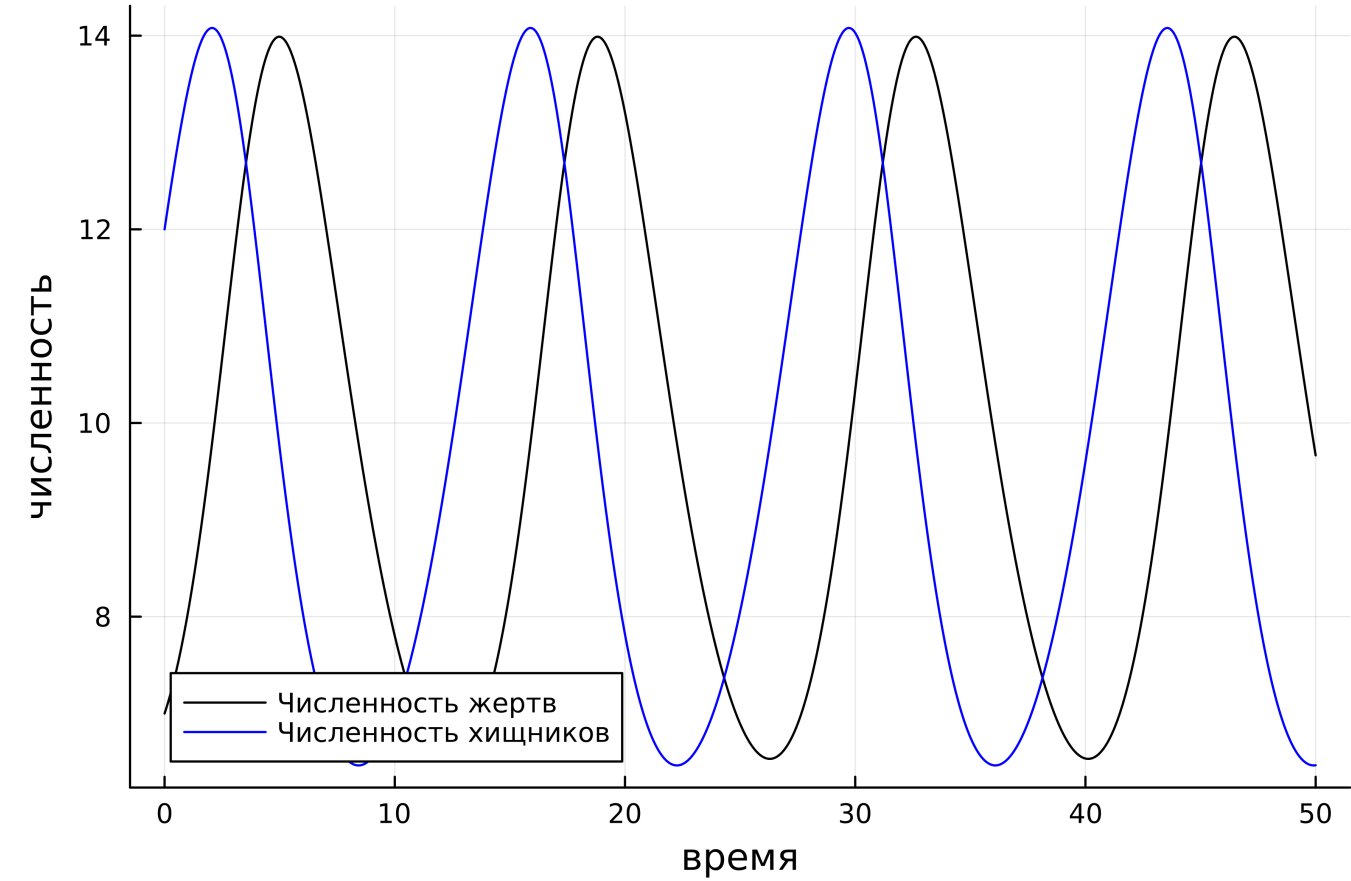
plot!(
    plt1,
    t_arr,
    y_arr,
    label = "Численность хищников",
    color = :blue
)

savefig(plt1, "./lab5/image/1_2.png")
```

Ответ



{#fig:003 width=70%}



{#fig:004 width=70%}

3. Найдем стационарное решение системы

В принципе, смысл программы практически не изменится. Стационарное состояние системы достигается при $x_0 = c/d$ и $y_0 = a/b$

```
a = 0.45
b = 0.046

c = 0.47
d = 0.048

x0 = c/d
y0 = a/b

function df(du, u, p, t)
    du[1] = -a * u[1] + b * u[1] * u[2]
    du[2] = c * u[2] - d * u[1] * u[2]
end

interval = (0, 50)

initial = [x0, y0]

problem = ODEProblem(df, initial, interval)

solution = solve(problem, dtmax=0.05)

x_arr = [u[1] for u in solution.u]
y_arr = [u[2] for u in solution.u]
t_arr = [t for t in solution.t]

plt1 = plot(
    dpi = 600,
    legend = true,
    title = "Стационарное состояние хищник-жертва"
)

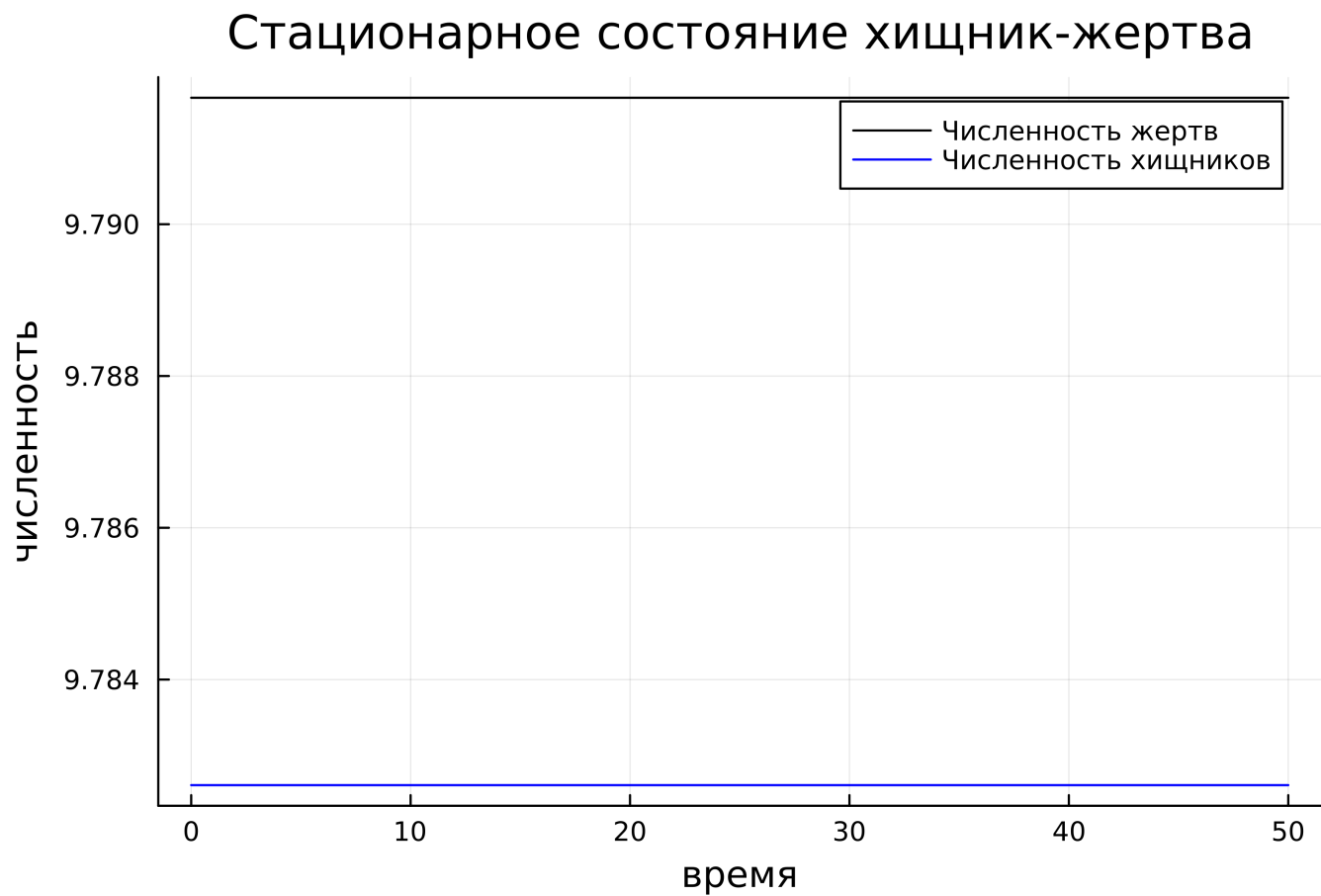
plot!(
    plt1,
    t_arr,
    x_arr,
    label = "Численность жертв",
    xlabel = "время",
    ylabel = "численность",
    color = :black
)

plot!(
    plt1,
    t_arr,
    y_arr,
    label = "Численность хищников",
    color = :blue
)
```

```
savefig(plt1, "./lab5/image/1_3.png")
```

Ответ

Получим следующий график(рис. 5)



{#fig:005 width=70%}

В таком случае численность ни одного из видов не уменьшается, чего и следовало ожидать из названия

Выводы

В ходе выполнения этой лабораторной работы мы познакомились с моделью "Хищник-жертва", воспользовавшись модлью Лотки-Вольтерры