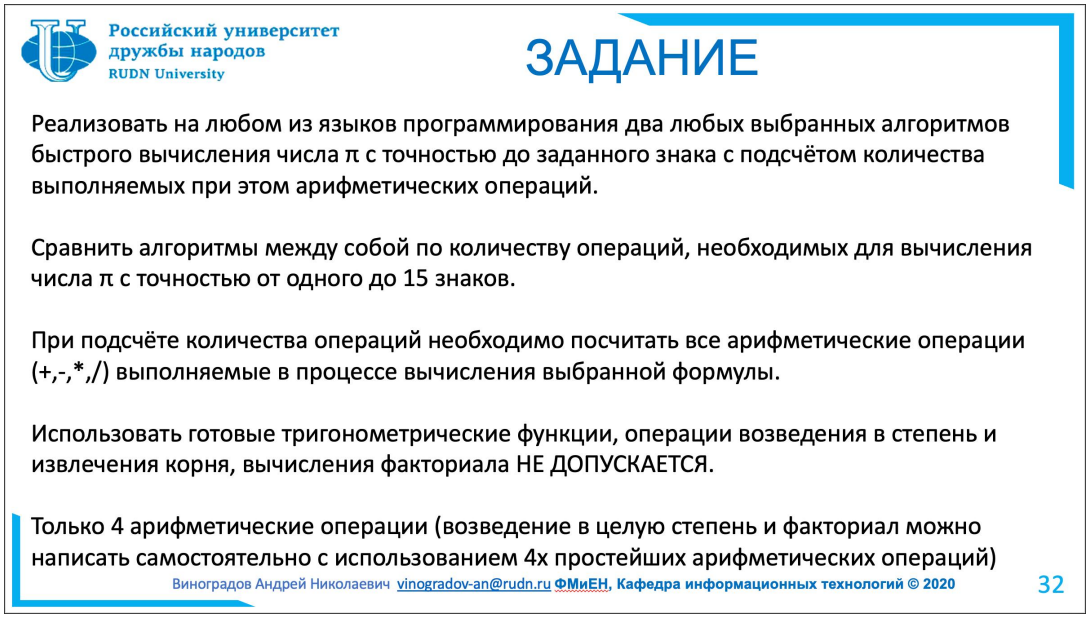
Лабораторная работа №2

Задание:



Выполнение:

1. Подготовка:

In [73]:
```
!pwd
```

```
/Users/artyem.petrov/dev/university/4-1/it-computer-practice/lab02
```

In [86]:
```
!../.venv/bin/pip install pandas
```

```
Collecting pandas
  Using cached pandas-2.3.3-cp313-cp313-macosx_11_0_arm64.whl.metada
ta (91 kB)
Requirement already satisfied: numpy>=1.26.0 in /Users/artyem.petro
v/dev/university/4-1/it-computer-practice/.venv/lib/python3.13/site-
packages (from pandas) (2.3.5)
Requirement already satisfied: python-dateutil>=2.8.2 in /Users/arty
em.petrov/dev/university/4-1/it-computer-practice/.venv/lib/python3.
13/site-packages (from pandas) (2.9.0.post0)
Collecting pytz>=2020.1 (from pandas)
  Using cached pytz-2025.2-py2.py3-none-any.whl.metadata (22 kB)
Requirement already satisfied: tzdata>=2022.7 in /Users/artyem.petro
v/dev/university/4-1/it-computer-practice/.venv/lib/python3.13/site-
packages (from pandas) (2025.2)
Requirement already satisfied: six>=1.5 in /Users/artyem.petrov/dev/
university/4-1/it-computer-practice/.venv/lib/python3.13/site-packag
es (from python-dateutil>=2.8.2->pandas) (1.17.0)
Using cached pandas-2.3.3-cp313-cp313-macosx_11_0_arm64.whl (10.7 M
B)
Using cached pytz-2025.2-py2.py3-none-any.whl (509 kB)
Installing collected packages: pytz, pandas
   ━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━━ 2/2 [pandas]━━━━ 1/2 [pa
ndas]
Successfully installed pandas-2.3.3 pytz-2025.2

[notice] A new release of pip is available: 25.2 -> 25.3
[notice] To update, run: /Users/artyem.petrov/dev/university/4-1/it-
computer-practice/.venv/bin/python -m pip install --upgrade pip
```

In [87]:
```python
import math
from typing import Callable
import time
import pandas as pd
```

2. Реализуем класс для подсчета кол-ва операций:

In [88]:
```python
class Counter:
    def __init__(self):
        self.ops = 0

    def add(self, count: int=1):
        self.ops += count
        return self.ops
```

3. Реализуем ряд Лейбница:

In [89]:
```python
def pi_leibniz(n_terms: int, counter: Counter):
    pi = 0.0
    for k in range(n_terms):
        term = 4 / (2*k + 1)
        if k % 2 == 0:
            pi += term
        else:
            pi -= term
```

```
        counter.add(3)
    return pi
```

4. Реализуем ряд Нилаканты:

In [90]:
```
def pi_nilakantha(n_terms: int, counter: Counter):
    pi = 3.0
    sign = 1
    for k in range(n_terms):
        a = 2*k + 2
        b = 2*k + 3
        c = 2*k + 4
        term = 4 / (a * b * c)
        pi += sign * term
        sign *= -1
        counter.add(7)
    return pi
```

5. Создадим функцию для определения необходимого кол-ва итераций для заданной точности:

In [91]:
```
def iterations_for_precision(algorithm: Callable[int, Counter], pre
    target_error = 10 ** (-precision)
    prev_pi = 0
    for n in range(1, 10**6):
        counter = Counter()
        pi = algorithm(n, counter)
        if abs(pi - prev_pi) < target_error:
            return n, counter.ops
        prev_pi = pi
    return None
```

6. Запуск:

In [106…
```
data = []

for prec in range(1, 16):
    print(f"Вычисляем точность до {prec} знака")
    start_time = time.perf_counter()
    n_leib, ops_leib = iterations_for_precision(pi_leibniz, prec)
    time_leib = time.perf_counter() - start_time

    start_time = time.perf_counter()
    n_nil, ops_nil = iterations_for_precision(pi_nilakantha, prec)
    time_nil = time.perf_counter() - start_time

    data.append(
        {
            'Точность (цифр)': prec,
            'Итерации Лейбниц': n_leib,
            'Операции Лейбниц': ops_leib,
```

```
            'Время Лейбниц (сек)': f"{time_leib:.6f}",
            'Итерации Нилаканта': n_nil,
            'Операции Нилаканта': ops_nil,
            'Время Нилаканта (сек)': f"{time_nil:.6f}",
        }
    )
```

```
Вычисляем точность до 1 знака
Вычисляем точность до 2 знака
Вычисляем точность до 3 знака
Вычисляем точность до 4 знака
Вычисляем точность до 5 знака
```

```
---------------------------------------------------------------------------
KeyboardInterrupt                         Traceback (most recent call last)
Cell In[106], line 6
      4 print(f"Вычисляем точность до {prec} знака")
      5 start_time = time.perf_counter()
----> 6 n_leib, ops_leib = iterations_for_precision(pi_leibniz, prec)
      7 time_leib = time.perf_counter() - start_time
      9 start_time = time.perf_counter()

Cell In[91], line 6, in iterations_for_precision(algorithm, precision)
      4 for n in range(1, 10**6):
      5     counter = Counter()
----> 6     pi = algorithm(n, counter)
      7     if abs(pi - prev_pi) < target_error:
      8         return n, counter.ops

Cell In[89], line 9, in pi_leibniz(n_terms, counter)
      7     else:
      8         pi -= term
----> 9     counter.add(3)
     10 return pi

KeyboardInterrupt:
```

In [108…

```
df = pd.DataFrame(data)

df.head(5)
```

Out[108…

	Точность (цифр)	Итерации Лейбниц	Операции Лейбниц	Время Лейбниц (сек)	Итерации Нилаканта	Операции Нилаканта	Нил
0	1	21	63	0.000058	2	14	0.
1	2	201	603	0.004844	4	28	0
2	3	2001	6003	0.178910	8	56	0
3	4	20001	60003	16.191705	17	119	0.

Промежуточный вывод:

Моя реализация формулы Лейбница для точности > 4 знаков после запятой занимает очень много времени (10 минут для пятой итерации), поэтому реализуем другую функцию

	Точность (цифр)	Итерации Лейбниц	Операции Лейбниц	Время Лейбниц (сек)	Итерации Нилаканта	Операции Нилаканта	Время Нилаканта (сек)
0	1	21	63	0.000143	2	14	0.000010
1	2	201	603	0.006797	4	28	0.000013
2	3	2001	6003	0.183002	8	56	0.000012
3	4	20001	60003	16.467474	17	119	0.000023

7. Реализуем формулу Мэчина:

7.1. Реализуем функцию для возведения в степень:

In [109…
```python
def power(x: float, n: int, counter: Counter) -> float:
    result = 1.0
    for _ in range(n):
        result *= x
        counter.add(1)
    return result
```

7.2. Реализуем функцю для вычисления арктангенса через ряд Тейлора:

In [110…
```python
def arctan_taylor(x: float, n_terms: int, counter: Counter):
    result = 0.0
    sign = 1
    for k in range(n_terms):
        exponent = 2*k + 1
        term = power(x, exponent, counter) / exponent
        result += sign * term
        sign *= -1
        counter.add(2)
    return result
```

7.3. Реализуем формулу Мэчина:

In [111…
```python
def pi_machin(n_terms: int, counter: Counter):
    # Вычисляем arctan(1/5)
    counter_atan1 = Counter()
    atan1 = arctan_taylor(1/5, n_terms, counter_atan1)

    # Вычисляем arctan(1/239)
    counter_atan2 = Counter()
    atan2 = arctan_taylor(1/239, n_terms, counter_atan2)

    pi = 4 * (4 * atan1 - atan2)

    # Суммируем операции
    counter.ops = counter_atan1.ops + counter_atan2.ops + 3  # 3 оп
```

```
    return pi
```

8. Повторное выполнение

In [112…

```
data = []
for prec in range(1, 16):
    print(f"Вычисляем точность до {prec} знака")

    start_time = time.perf_counter()
    n_mac, ops_mac = iterations_for_precision(pi_machin, prec)
    time_mac = time.perf_counter() - start_time

    start_time = time.perf_counter()
    n_nil, ops_nil = iterations_for_precision(pi_nilakantha, prec)
    time_nil = time.perf_counter() - start_time

    data.append(
        {
            'Точность (цифр)': prec,
            'Итерации Мэчина': n_mac,
            'Операции Мэчина': ops_mac,
            'Время Мэчина (сек)': f"{time_mac:.6f}",
            'Итерации Нилаканта': n_nil,
            'Операции Нилаканта': ops_nil,
            'Время Нилаканта (сек)': f"{time_nil:.6f}",
        }
    )
```

```
Вычисляем точность до 1 знака
Вычисляем точность до 2 знака
Вычисляем точность до 3 знака
Вычисляем точность до 4 знака
Вычисляем точность до 5 знака
Вычисляем точность до 6 знака
Вычисляем точность до 7 знака
Вычисляем точность до 8 знака
Вычисляем точность до 9 знака
Вычисляем точность до 10 знака
Вычисляем точность до 11 знака
Вычисляем точность до 12 знака
Вычисляем точность до 13 знака
Вычисляем точность до 14 знака
Вычисляем точность до 15 знака
```

In [114…

```
df = pd.DataFrame(data)

df.head(20)
```

Out [114...

	Точность (цифр)	Итерации Мэчина	Операции Мэчина	Время Мэчина (сек)	Итерации Нилаканта	Операции Нилаканта	Ни
0	1	2	19	0.000022	2	14	(
1	2	3	33	0.000011	4	28	(
2	3	4	51	0.000016	8	56	
3	4	4	51	0.000016	17	119	(
4	5	5	73	0.000023	37	259	
5	6	5	73	0.000023	79	553	
6	7	6	99	0.000036	171	1197	(
7	8	7	129	0.000056	368	2576	(
8	9	8	163	0.000028	794	5558	(
9	10	8	163	0.000033	1710	11970	
10	11	9	201	0.000037	3684	25788	
11	12	10	243	0.000046	7937	55559	
12	13	10	243	0.000045	17092	119644	1
13	14	11	289	0.000054	36850	257950	8
14	15	12	339	0.000066	76651	536557	37

9. Результат:

	Точность (цифр)	Итерации Мэчина	Операции Мэчина	Время Мэчина (сек)	Итерации Нилаканта	Операции Нилаканта	Время Нилаканта (сек)
0	1	2	19	0.000022	2	14	0.000004
1	2	3	33	0.000011	4	28	0.000005
2	3	4	51	0.000016	8	56	0.000013
3	4	4	51	0.000016	17	119	0.000045
4	5	5	73	0.000023	37	259	0.000189
5	6	5	73	0.000023	79	553	0.000851
6	7	6	99	0.000036	171	1197	0.004266
7	8	7	129	0.000056	368	2576	0.020034
8	9	8	163	0.000028	794	5558	0.038404
9	10	8	163	0.000033	1710	11970	0.175348
10	11	9	201	0.000037	3684	25788	0.824451
11	12	10	243	0.000046	7937	55559	3.812238
12	13	10	243	0.000045	17092	119644	17.574334
13	14	11	289	0.000054	36850	257950	82.747615
14	15	12	339	0.000066	76651	536557	374.044685

Вывод:

С помощью данной лабораторной работы мы научились применять формулы для вычисления чилса Pi до определенного знака итеративными методами