BAB

2

Program Linear

Sumber: http://blontankpoer.blogsome.com

A. Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel

B. Model Matematika

C. Nilai Optimum Suatu Fungsi Objektif

Dalam dunia usaha, seorang pengusaha pada umumnya ingin memperoleh keuntungan sebanyak-banyaknya dari bidang usaha yang digelutinya. Untuk itu, pengusaha tersebut membuat perencanaan untuk mengoptimalisasi sumber daya yang tersedia, seperti bahan baku, transportasi, sumber daya manusia, dan lain-lain. Upaya optimalisasi ini dapat dimodelkan dengan program linear.

A. Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel

Suatu garis dalam bidang koordinat dapat dinyatakan dengan persamaan yang berbentuk:

$$a_1x + a_2y = b$$

Persamaan semacam ini dinamakan persamaan linear dalam variabel x dan y (dua variabel). Secara umum, dapat didefinisikan sebagai persamaan linear dengan n variabel $x_1, x_2, \ldots x_n$ dalam bentuk berikut.

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n = b$$

dengan $a_1, a_2, \ldots, a_n, b$ adalah konstanta-konstanta real

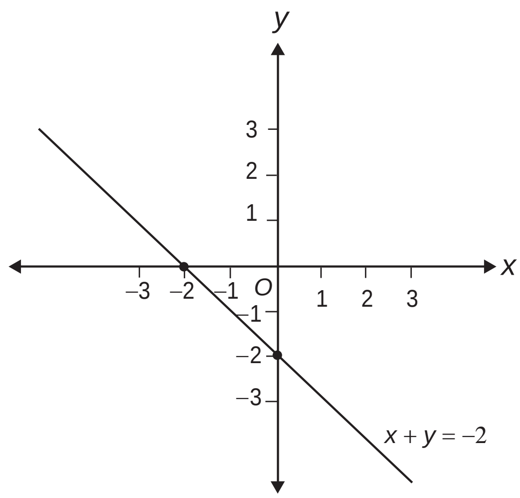
Jika melibatkan lebih dari satu persamaan, maka disebut dengan *sistem persamaan linear*. Dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_n \end{array}$$

dengan $x_1, x_2, \ldots, x_n$ adalah variabel

$a_{11}, a_{12}, \ldots, a_{1n}, a_{21}, a_{22}, \ldots, a_{2n}, \ldots, a_{mn}$ adalah konstanta real.

Untuk saat ini, pembahasan dibatasi menjadi dua variabel saja. Untuk pertidaksamaan linear, tanda "=" diganti dengan "≤", "<", "≥", ">". Sebagai contoh, untuk pertidaksamaan linear dua variabel dijelaskan sebagai berikut. Misalnya, kalian menggambar garis $x + y = -2$ dapat digambarkan sebagai berikut.

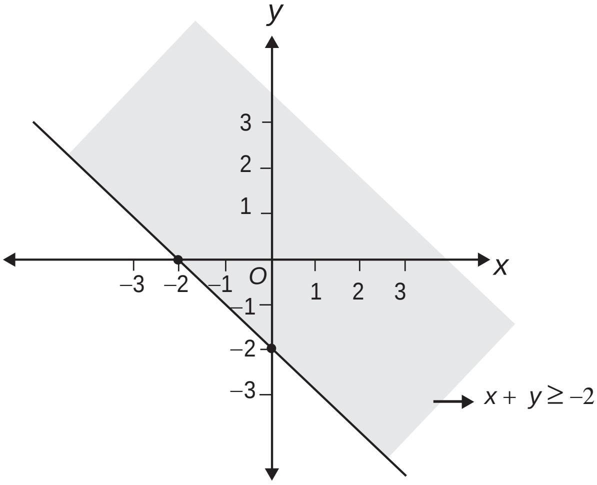


Gambar 2.1
Garis $x + y = -2$

Garis $x + y = -2$ membagi bidang koordinat menjadi dua daerah, yaitu daerah $x + y < -2$ dan daerah $x + y > -2$.

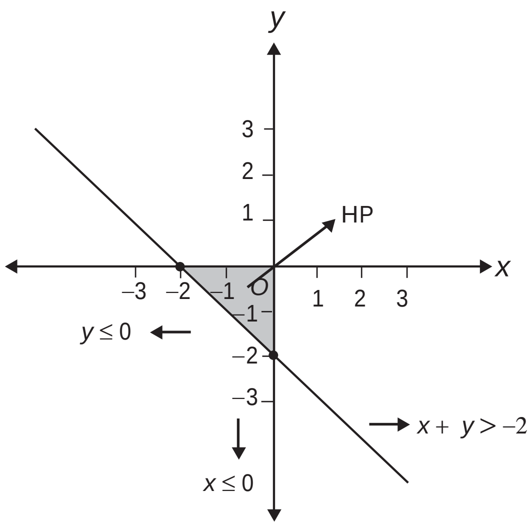
Sekarang, substitusi titik sembarang, misalnya titik $O(0, 0)$ ke persamaan garis tersebut. Didapat, $0 + 0 = 0 > -2$. Ini berarti, titik $O(0, 0)$ berada pada daerah $x + y > -2$.

Daerah $x + y > -2$ ini diarsir seperti pada gambar berikut.



Gambar 2.2
Daerah penyelesaian $x + y \geq -2$

Jika daerah tersebut dibatasi untuk nilai-nilai x, $y \leq 0$, maka diperoleh gambar seperti berikut.



Gambar 2.3
Himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan $x + y > -2$, $x \leq 0$, dan $y \leq 0$

Daerah yang diarsir berupa daerah segitiga. Tampak bahwa daerah ini merupakan himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan linear $x + y \geq -2$, $x \leq 0$, dan $y \leq 0$.

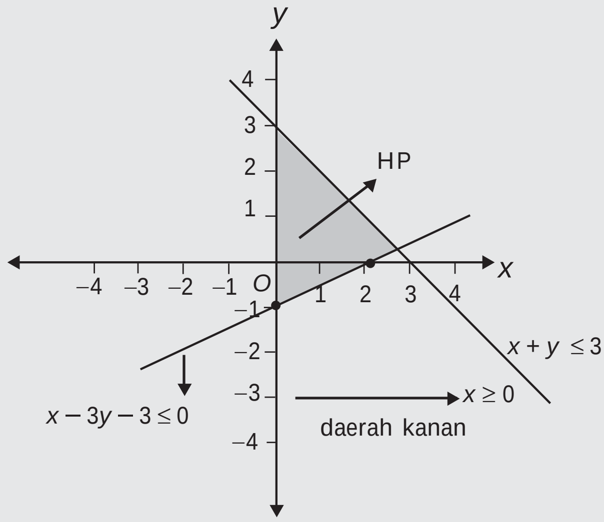
Untuk selanjutnya, himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan linear ini disebut daerah penyelesaian.

Contoh

Tentukanlah daerah penyelesaian dari pertidaksamaan dengan $x + y \leq 3$, $x - 3y - 3 \leq 0$, dan $x \geq 0$.

Jawab:

Daerah yang diarsir berikut merupakan daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linear $x + y \leq 3$, $x - 3y - 3 \leq 0$, dan $x \geq 0$.



Asah Kemampuan 1

Waktu : 60 menit

1. Gambarlah daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linear berikut untuk $x, y \in R$.

Bobot soal: 80

a. $x - 5y \geq 10$, $x \geq 5$

b. $-2 \leq x < 3$, $0 \leq y \leq 4$

c. $0 < x < 2$, $-2 < y \leq 2$

d. $8x - 4y \leq 56$ $x \geq 0$, $y \geq 0$

e. $y \leq x - 3$, $x \leq 1 + y$, $x > 3$

f. $4x - 2y \leq 10$, $x - 6y \leq 12$, $x \geq 0$, $y \geq -4$

g. $7x + 14y - 21 \geq 0$, $x - 9y - 27 \geq 0$, $x \leq 0$, $y \geq 0$

h. $-6x + 9y \leq 3$, $y - 2x \leq 6$, $2x - 8y + 6 \leq 0$, $x \leq -8$, $x \geq 4$, $y \leq 0$

2. Gambarlah daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linear berikut untuk $x, y \in R$.

Bobot soal: 20

$-x + 8y \leq 80$ $\quad$ $2x - y \geq 4$

$2x - 4y \geq 5$ $\quad$ $x \geq 0$, $y \geq 0$

$2x + y \geq 12$

Tentukanlah luas daerah penyelesaian tersebut. Kesimpulan apa yang diperoleh?

B. Model Matematika

Sumber: www.germes-online.com

Sistem pertidaksamaan linear yang telah dijelaskan sebelumnya dapat diterapkan pada permasalahan sehari-hari dengan memodelkan permasalahan tersebut ke dalam *model matematika*.

Sebagai ilustrasi perhatikan contoh berikut. PT. Samba Lababan memproduksi ban motor dan ban sepeda. Proses pembuatan ban motor melalui tiga mesin, yaitu 2 menit pada mesin I, 8 menit pada mesin II, dan 10 menit pada mesin III. Adapun ban sepeda diprosesnya melalui dua mesin, yaitu 5 menit pada mesin I dan 4 menit pada mesin II. Tiap mesin ini dapat dioperasikan 800 menit per hari. Untuk memperoleh keuntungan maksimum, rencananya perusahaan ini akan mengambil keuntungan Rp40.000,00 dari setiap penjualan ban motor dan Rp30.000,00 dari setiap penjualan ban sepeda. Berdasarkan keuntungan yang ingin dicapai ini, maka pihak perusahaan merencanakan banyak ban motor dan banyak ban sepeda yang akan diproduksinya dengan merumuskan berbagai kendala sebagai berikut.

Perusahaan tersebut memisalkan banyak ban motor yang diproduksi sebagai x dan banyak ban sepeda yang diproduksi sebagai y, dengan x dan y bilangan asli. Dengan menggunakan variabel x dan y tersebut, perusahaan itu membuat rumusan kendala-kendala sebagai berikut.

Pada mesin I	:	$2x + 5y \leq 800$	…. *Persamaan* 1
Pada mesin II	:	$8x + 4y \leq 800$	…. *Persamaan* 2
Pada mesin III	:	$10x \leq 800$	…. *Persamaan* 3
x, y bilangan asli	:	$x \geq 0, y \geq 0$	…. *Persamaan* 4

Fungsi tujuan (objektif) yang digunakan untuk memaksimumkan keuntungan adalah $f(x, y) = 40.000x + 30.000y$. Dalam merumuskan masalah tersebut, PT. Samba Lababan telah membuat model matematika dari suatu masalah program linear.

DEFINISI

Model matematika adalah suatu cara sederhana untuk menerjemahkan suatu masalah ke dalam bahasa matematika dengan menggunakan persamaan, pertidaksamaan, atau fungsi.

Contoh

Lia ingin membuat puding buah dan es buah. Untuk membuat puding buah, ia membutuhkan 3 kg mangga dan 2 kg melon. Sedangkan untuk membuat es buah, ia membutuhkan 1 kg mangga dan 4 kg melon. Lia memiliki persediaan 11 kg mangga dan 14 kg melon. Buatlah model matematika dari persoalan ini!

Sumber: electronicintifada.net

Jawab:

Misalkan: x = banyaknya puding buah
y = banyaknya es buah

Kalian dapat merumuskan kendala-kendala dalam permasalahan ini sebagai berikut.

$3x + y \leq 11$ … *Persamaan* 1
$2x + 4y \leq 14$ … *Persamaan* 2
$x \geq 0$ … *Persamaan* 3
$y \geq 0$ … *Persamaan* 4

Asah Kompetensi 1

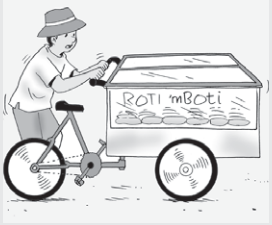
1. Liliana memiliki sejumlah uang. Seperempat dari uang ini digunakannya untuk membeli buku, seperlimanya untuk membeli spidol, dan sepertiganya untuk membeli majalah. Harga buku tidak lebih dari Rp15.000,00, harga spidol tidak lebih dari Rp12.000,00, dan harga majalah tidak lebih dari Rp30,000,00. Jika sisa uangnya Rp13.000,00, buatlah model matematika dari masalah tersebut!


Sumber: www.unityspokane.org

2. Luas suatu tempat parkir 300 m^2. Untuk memarkir mobil diperlukan tempat seluas 10 m^2 dan untuk bus diperlukan 20 m^2. Tempat parkir tersebut tidak dapat menampung lebih dari 15 mobil dan bus. Buatlah model matematika dari persoalan ini!


Sumber: Fortune, 16 September 2002

3. Umar Bakri adalah pedagang roti. Ia menjual roti menggunakan gerobak yang hanya dapat memuat 600 roti. Roti yang dijualnya adalah roti manis dan roti tawar dengan harga masing-masing Rp5.500,00 dan Rp4.500,00 per bungkusnya. Dari penjualan roti-roti ini, ia memperoleh keuntungan Rp500,00 dari sebungkus roti manis dan Rp600,00 dari sebungkus roti tawar. Jika modal yang dimiliki Umar Bakri Rp600.000,00, buatlah model matematika dengan tujuan untuk memperoleh keuntungan sebesar-besarnya!

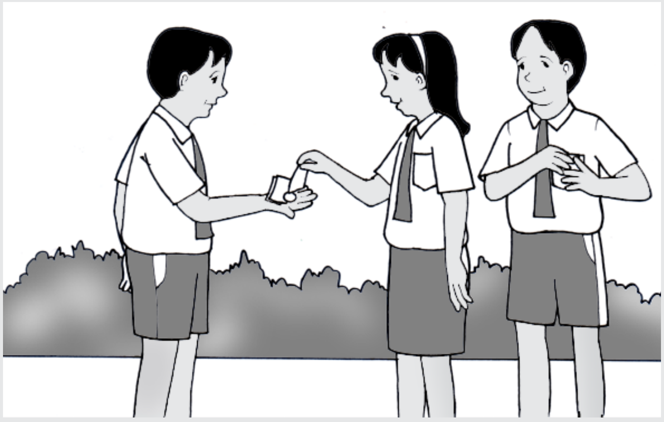


4. Sebuah pabrik pembuat boneka akan memproduksi boneka Si Unyil dan Pak Ogah dengan menggunakan dua mesin. Waktu yang diperlukan untuk memproduksi kedua boneka ini dapat dilihat pada tabel berikut.

Jenis Boneka	Waktu untuk membuat sebuah boneka	
	Mesin I	Mesin II
Si Unyil	20	10
Pak Ogah	10	20

Mesin I dan mesin II masing-masing beroperasi 8 jam per hari. Jika pabrik tersebut menjual boneka Si Unyil dan boneka Pak Ogah dengan keuntungan masing-masing Rp10.000,00 dan Rp8.500,00 per buah, buatlah model matematika dari permasalahan ini agar pabrik tersebut dapat memperoleh keuntungan sebesar-besarnya!

Siapa Berani



Jumlah uang Niko Sentera dan Butet kurang dari Rp5.000,00. Jumlah uang mereka ini juga kurang dari uang Ivan setelah ditambah Rp3.000,00. Adapun uang Ivan kurang dari Rp1.000,00 dikurangi uang Niko Sentera. Buatlah model matematika dari persoalan tersebut!

C. Nilai Optimum Suatu Fungsi Objektif

Dalam pemodelan matematika masalah produksi ban PT. Samba Lababan, kalian akan mencari nilai x dan y sedemikian sehingga $f(x, y) = 40.000x + 30.000y$ maksimum.

Bentuk umum dari fungsi tersebut adalah $f(x, y) = ax + by$. Suatu fungsi yang akan dioptimumkan (maksimum atau minimum). Fungsi ini disebut fungsi objektif. Untuk menentukan nilai optimum fungsi objektif ini, kalian dapat menggunakan dua metode, yaitu metode uji titik pojok dan metode garis selidik.

C. 1. Metode Uji Titik Pojok

Untuk menentukan nilai optimum fungsi objektif dengan menggunakan metode uji titik pojok, lakukanlah langkah-langkah berikut.

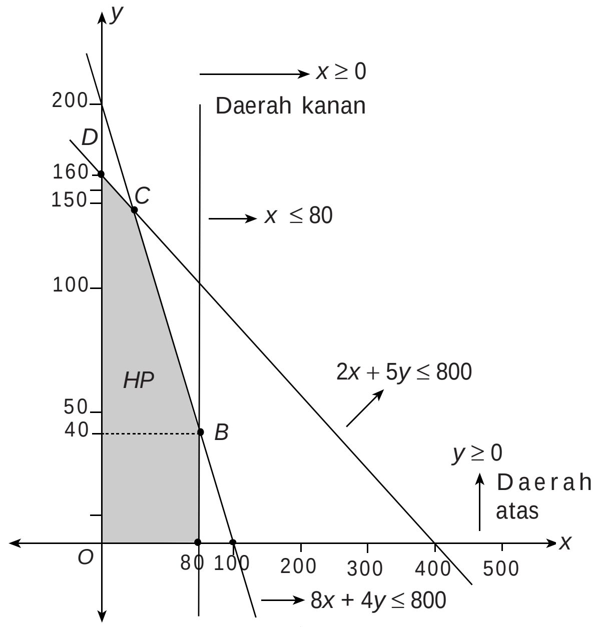
a. Gambarlah daerah penyelesaian dari kendala-kendala dalam masalah program linear tersebut.

b. Tentukan titik-titik pojok dari daerah penyelesaian itu.

c. Substitusikan koordinat setiap titik pojok itu ke dalam fungsi objektif.

d. Bandingkan nilai-nilai fungsi objektif tersebut. Nilai terbesar berarti menunjukkan nilai maksimum dari fungsi $f(x, y)$, sedangkan nilai terkecil berarti menunjukkan nilai minimum dari fungsi $f(x, y)$.

Sebagai contoh, kalian akan memaksimumkan keuntungan PT. Samba Lababan dari produksi ban dengan model matematika $f(x, y) = 40.000x + 30.000y$.



Gambar 2.4
Daerah penyelesaian yang memenuhi
$2x + 5y \leq 800$; $8x + 4y \leq 800$; $x \geq 0$, $y \geq 0$

Perhatikan daerah penyelesaian dari grafik pada gambar di atas.

a. Titik-titik pojoknya adalah titik O, A, B, C, dan D.

- Titik O adalah titik pusat koordinat. Jadi, titik $O(0,0)$.
- Titik A adalah titik potong antara garis $x = 80$ dan sumbu-x.
  Jadi, titik $A(80, 0)$.
- Titik B adalah titik potong antara garis $x = 80$ dan garis $8x + 4y = 800$.
  Substitusi $x = 80$ ke persamaan
  $$\begin{aligned} 8x + 4y &= 800 \\ 8 \cdot 80 + 4y &= 800 \\ y &= 40 \end{aligned}$$
  Jadi, titik $B(80, 40)$.
- Titik C adalah titik potong antara garis $8x + 4y = 800$ dan $2x + 5y = 800$.
  Dari $8x + 4y = 800$ didapat $y = 200 - 2x$.
  Substitusi nilai y ke persamaan $2x + 5y = 800$
  $$\begin{aligned} 2x + 5(200 - 2x) &= 800 \\ 2x + 1000 - 10x &= 800 \\ -8x &= -200 \\ x &= 25 \end{aligned}$$
  Substitusi $x = 25$ ke persamaan
  $$\begin{aligned} y &= 200 - 2x \\ y &= 200 - 2 \cdot 25 \\ y &= 150 \end{aligned}$$
  Jadi, titik $C(25, 150)$.
- Titik D adalah titik potong antara garis $2x + 5y = 800$ dan sumbu-y.
  Substitusi $x = 0$ ke persamaan
  $$\begin{aligned} 2x + 5y &= 800 \\ 2 \cdot 0 + 5y &= 800 \\ 5y &= 800 \\ y &= 160 \end{aligned}$$
  Jadi, titik $D(0, 160)$.

b. Uji titik-titik pojok ke fungsi objektif $f(x, y) = 40.000x + 30.000y$, sehingga fungsi objektif ini maksimum.

Titik Pojok (x, y)	$f(x, y) = 40.000x + 30.000y$
$A(80, 0)$	3.200.000
$B(80, 40)$	4.400.000
$C(25, 150)$	5.500.000
$D(0, 160)$	4.800.000

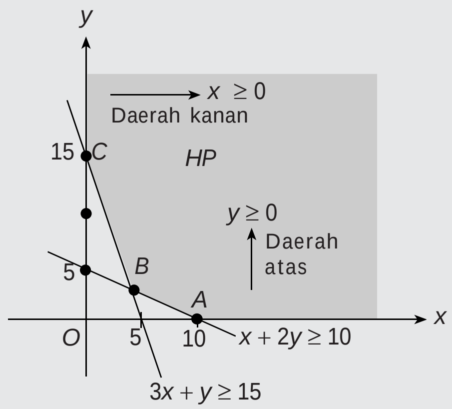
Dari tabel tersebut dapat diperoleh nilai maksimum fungsi objektif $f(x, y) = 40.000x + 30.000y$ adalah $f(25, 150) = 5.500.000$.
Jadi, PT. Samba Lababan harus memproduksi 25 ban motor dan 150 ban sepeda untuk memperoleh keuntungan maksimum.

Untuk menentukan nilai minimum dilakukan langkah yang sama. Lebih jelasnya, perhatikan contoh berikut ini.

Contoh

Tentukan nilai minimum fungsi objektif $f(x, y) = 2x + 10y$ yang memenuhi $x + 2y \geq 10$, $3x + y \geq 15$, $x \geq 0$, dan $y \geq 0$.

Jawab:



a. Titik-titik pojoknya adalah titik A, B, dan C.

- Titik A adalah titik potong garis $x + 2y = 10$ dengan sumbu-x.
  Substitusi $y = 0$ ke persamaan $x + 2y = 10$.
  $$x + 2y = 10$$
  $$x + 2 \cdot 0 = 10$$
  $$x = 10$$
  Jadi, titik $A(0, 10)$.

- Titik B adalah titik potong garis $x + 2y = 10$ dengan garis $3x + y = 15$
  Dari $x + 2y = 10$ diperoleh $x = 10 - 2y$.
  Substitusi nilai x ke persamaan $3x + y = 15$
  $$3x + y = 15$$
  $$3(10 - 2y) + y = 15$$
  $$30 - 6y + y = 15$$
  $$30 - 5y = 15$$
  $$5y = 30 - 15$$
  $$5y = 15 \Leftrightarrow y = 3$$

Substitusi nilai $y = 3$ ke persamaan $x = 10 - 2y$

$$\begin{aligned} x &= 10 - 2y \\ &= 10 - 2 \cdot 3 \\ &= 10 - 6 = 4 \end{aligned}$$

Jadi, titik $B(4, 3)$.

- Titik C adalah titik potong garis $3x + y = 15$ dengan sumbu-y.
  Substitusi $x = 0$ ke persamaan $3x + y = 15$.

$$\begin{aligned} 3x + y &= 15 \\ 3 \cdot 0 + y &= 15 \\ y &= 15 \end{aligned}$$

Jadi, titik $C(0, 15)$.

b. Uji titik-titik pojok.

Titik Pojok (x, y)	**$f(x, y) = 2x + 10y$**
$A(10, 0)$	20
$B(4, 3)$	38
$C(0, 15)$	150

Dari tabel diperoleh nilai minimum fungsi objektif $f(x, y) = 2x + 10y$ adalah $f(10, 0) = 20$.

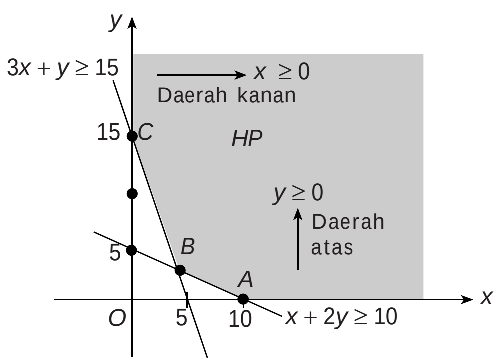
C. 2. Metode Garis Selidik

Untuk menentukan nilai optimum fungsi objektif dengan menggunakan metode garis selidik, lakukanlah langkah-langkah berikut.

a. Tentukan garis selidik, yaitu garis-garis yang sejajar dengan garis $ax + by = k$, $a > 0$, $b > 0$, dan $k \in R$.

b. Gambarkan garis selidik-garis selidik tersebut pada koordinat Cartesius!

c. Untuk menentukan **nilai maksimum fungsi tujuan** maka carilah garis selidik yang **jaraknya terbesar** terhadap titik pusat $O(0, 0)$ dan berada pada daerah penyelesaian. Sedangkan untuk menentukan **nilai minimum fungsi tujuan** maka carilah garis selidik yang **jaraknya terkecil** terhadap titik pusat $O(0, 0)$ dan berada pada daerah penyelesaian. Sebagai contoh, grafik berikut ini adalah produksi ban PT. Samba Lababan.

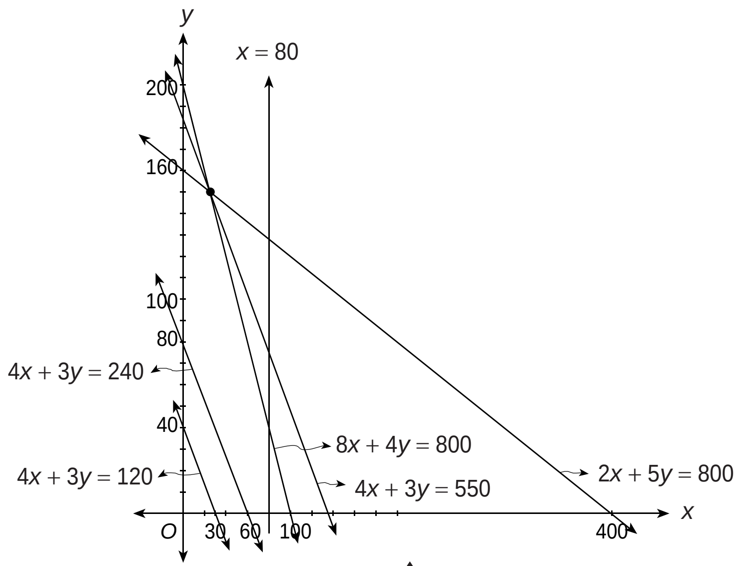


Gambar 2.5
Daerah penyelesaian yang memenuhi $x + 2y \geq 10$; $3x + y \geq 15$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

Garis selidik dari fungsi objektif $f(x, y) = 40.000x + 30.000y$ adalah $4x + 3y = k$.

Ambil $k = 120$, didapat garis selidik $4x + 3y = 120$.
Ambil $k = 240$, didapat garis selidik $4x + 3y = 240$.
Ambil $k = 550$, didapat garis selidik $4x + 3y = 550$.

Gambarkan garis-garis selidik ini sehingga kamu dapat menentukan nilai maksimum fungsi objektif $f(x, y) = 40.000x + 30.000y$.



Gambar 2.6
Garis-garis selidik yang memenuhi $2x + 5y = 800$; $4x + 3y = 550$; $8x + 4y = 800$; $4x + 3y = 240$; $4x + 3y = 120$

Perhatikan bahwa garis selidik yang menyebabkan fungsi objektif maksimum adalah $4x + 3y = 550$.

Dengan mengalikan kedua ruas persamaan garis selidik dengan 10.000, kamu mendapatkan nilai maksimum fungsi objektif sebagai berikut.

$$10.000(4x + 3y) = 10.000(550)$$
$$40.000x + 30.000y = 5.500.000$$

Jadi, nilai maksimum fungsi objektif $f(x, y) = 40.000x + 30.000y$ adalah 5.500.000.

Dari gambar di atas tampak bahwa garis selidik $4x + 3y = 550$ melalui titik $C(25, 150)$. Ini berarti, fungsi objektif $f(x, y) = 40.000x + 30.000y$ mencapai maksimum pada titik $C(25, 150)$.
Jadi, PT. Samba Lababan harus memproduksi 25 ban motor dan 150 ban sepeda untuk memperoleh keuntungan maksimum Rp5.500.000,00.

Asah Kompetensi 2

1. Gambarkan daerah penyelesaian dari setiap sistem pertidaksamaan berikut ini. Kemudian, tentukanlah nilai maksimum dan minimum dari fungsi tujuannya dengan metode uji titik pojok dan metode garis selidik!

a. $4x + 2y \leq 60$
$2x + 4y \leq 48$
$x \geq 0, y \geq 0$
Fungsi tujuannya $f(x, y) = 8x + 6y$

b. $3y + 5x - 11 \leq 0$
$-5x - 3y \geq 9$
$x \geq 0, y \geq 0$
Fungsi tujuannya $f(x, y) = 75x + 45y$

c. $\frac{x}{3}+\frac{y}{2} \le 4$
$2x + 3y \le 4$
$x \ge 0, y \ge 0$
Fungsi tujuannya $f(x, y) = 7x - 6y$

d. $\frac{x+y}{3} \ge 3$
$3x + 3y - 27 \ge 0$
$x \ge 0, y \ge 0$
Fungsi tujuannya $f(x, y) = 60x - 60y$

e. $3x + 2y \le 8$
$3x + 2y \ge 2$
$4x - y \le -12$
$4x - y \ge -6$
$x \ge 0, y \ge 0$
Fungsi tujuannya $f(x, y) = -2x + 5y$

2. Sebuah pesawat udara mempunyai 48 buah tempat duduk yang terbagi dalam dua kelas, yaitu kelas A dan kelas B. Setiap penumpang kelas A diberi hak membawa barang seberat 60 kg, sedang penumpang kelas B hanya 20 kg, tempat bagasi paling banyak dapat memuat 1.440 kg. Bila banyaknya penumpang kelas A = x orang, sedang kelas B = y orang, maka:

a. buatlah model matematika dari permasalahan tersebut!
b. gambarkan daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan tersebut!

2 Asah Kemampuan

Waktu : 60 menit

1. Dengan modal Rp450.000, Pak Jeri membeli pepaya seharga Rp1.000,00 dan jeruk seharga Rp3.500,00 per kilogram. Buah-buahan ini dijualnya kembali dengan menggunakan gerobak yang dapat memuat maksimum 300 kg. Jika keuntungan dari penjualan pepaya Rp500,00 per kilogram dan dari penjualan jeruk Rp1.000,00 per kilogram, tentukanlah keuntungan maksimum yang diperoleh Pak Jeri!

Sumber: member.at.infoseek.co.jp

Bobot soal: 20

2. PT. Ketok Magic akan memproduksi dua jenis sepatu, yaitu sepatu sepakbola dan sepatu kets. Sepatu sepakbola akan dijual Rp500.000,00 sepasang dan sepatu kets akan dijual Rp250.000,00 sepasang. Dari penjualan kedua jenis sepatu ini, direncanakan akan diperoleh keuntungan Rp100.000,00 dari sepasang sepatu sepakbola dan Rp50.000 dari sepasang sepatu kets. Jika kapasitas produksi sebulan 17.000 pasang sepatu dan modal yang disediakan 15 milyar rupiah, tentukanlah keuntungan maksimal yang mungkin didapat PT. Ketok Magic!

Sumber: www.mzxshoes.com

Bobot soal: 20

3. Ling ling membeli 120 ton beras untuk dijual lagi. Ia menyewa dua jenis truk untuk mengangkut beras tersebut. Truk jenis *a* memiliki kapasitas 6 ton dan truk jenis *b* memiliki kapasitas 4 ton. Sewa tiap truk jenis *a* adalah Rp100.000,00 sekali jalan dan truk jenis *b* adalah Rp50.000,00 sekali jalan. Maka Ling ling menyewa truk itu sekurang-kurangnya 48 buah. Berapa banyak jenis truk *a* dan *b* yang harus disewa agar biaya yang dikeluarkan minimum?

Sumber: lh3.google.com

Bobot soal: 20

4. Robi Sigara adalah pedagang asongan yang menjual dua jenis rokok, yaitu rokok kretek dan rokok filter. Rokok kretek dibeli dari agen Rp4.000,00 dan dijual Rp4.500,00 per bungkus. Rokok filter dibeli Rp4.750,00 dan dijual Rp5.500,00 per bungkus. Di kantongnya terdapat uang Rp240.000,00 dan ia bermaksud membeli kedua jenis rokok tersebut. Namun karena keterbatasan tempat, ia tidak mau membeli lebih dari 150 bungkus. Jika kedua jenis rokok tersebut diperkirakan akan laku semuanya, tentukanlah:
   a. fungsi tujuannya
   b. kendalanya dalam bentuk suatu sistem pertidaksamaan dan gambarkanlah daerah penyelesaiannya
   c. titik-titik pojok dari daerah penyelesaian tersebut.
   d. nilai fungsi tujuan dari setiap titik pojok tersebut.
   e. keuntungan maksimum yang dapat diperoleh dari penjualan kedua jenis rokok tersebut dan berapa bungkus rokok kretek dan rokok filter yang harus dibeli Robi Sigara untuk memperoleh keuntungan maksimum itu?

Sumber: member.at.infoseek.co.jp

Bobot soal: 40

Info Math

Pada mulanya program linear ini dikembangkan pada tahun 1940 oleh John Van Neumam, George B. Dantzig, dan para mitranya. Mula-mula digunakan oleh Marsekal Wood pada angkatan udara Amerika Serikat (USAF).

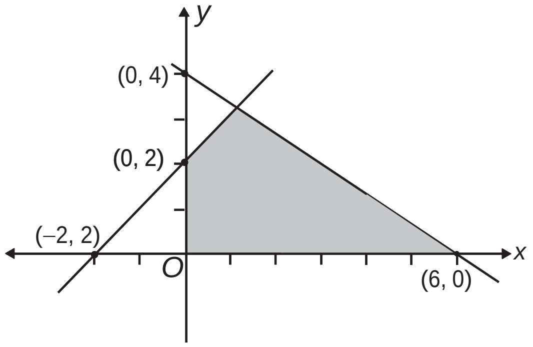
Rangkuman

1. Bentuk umum pertidaksamaan linear dengan dua variabel adalah
   - $ax + by \geq e$
   - $cx + dy \leq f$
2. Daerah yang merupakan himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan disebut daerah layak.
3. Nilai optimum fungsi objektif (himpunan penyelesaian) dapat ditentukan dengan menggunakan nilai metode, yaitu:
   - metode uji titik pojok
   - metode garis selidik

Ulangan Bab 2

I. Pilihlah jawaban yang paling tepat!

1. Daerah yang diarsir pada gambar di bawah ini menunjukan himpunan titik (x, y). Batas-batas yang memenuhi adalah . . . .



A. $x \geq 0, y \geq 0,\ 2x + 3y \leq 12, -x + y \geq 2$

B. $x \geq 0, y \geq 0,\ 2x + 3y \geq 12, -x + y \geq 2$

C. $x \geq 0, y \geq 0,\ 2x + 3y \leq 12, -x + y \leq 2$

D. $x \geq 0, y \geq 0,\ 3x + 2y \geq 12, -x + y \leq 2$

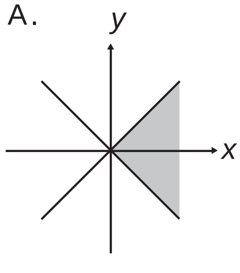
E. $x \geq 0$, $y \geq 0$, $3x - 2y \leq 12$, $-x + y \geq 2$

2. Daerah yang layak memenuhi
$4x + y \geq 4$
$2x + 3y \geq 6$
$3x + 3y \leq 12$
$x, y \geq 0$
berbentuk . . . .

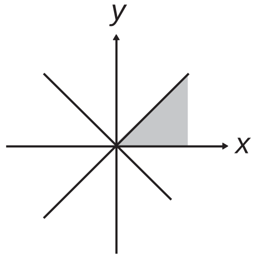
A. segitiga
B. segi empat
C. segi lima
D. persegi panjang
E. segi enam

3. Himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan
$(x + y)(x - y) \geq 0$
adalah . . . .

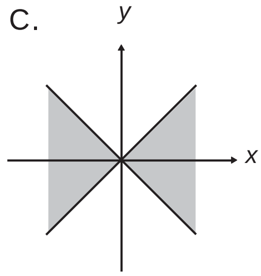
A.



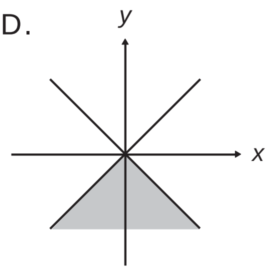
B.



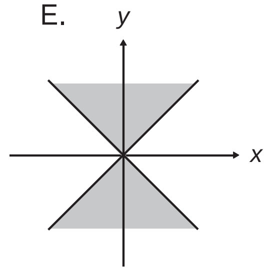
C.



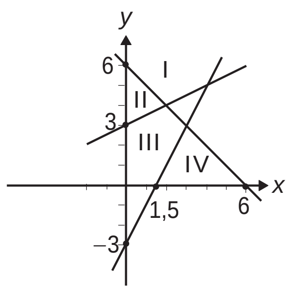
D.



E.

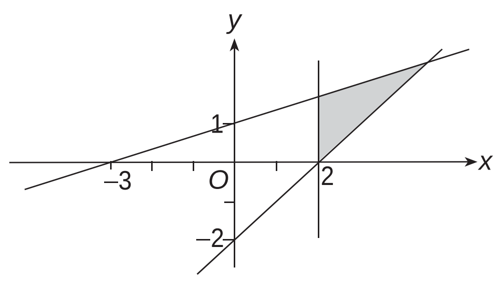


4. Daerah yang memenuhi pertidaksamaan
$x + y > 6$
$2x - y < 3$
$x - 2y + 6 < 0$
adalah . . . .



A. I
B. II
C. III
D. IV
E. III dan IV

5. Jika daerah yang diarsir pada diagram di bawah ini merupakan daaerah penyelesaian dengan fungsi objektif $f(x, y) = x - y$, maka nilai maksimum $f(x, y)$ adalah . . . .



A. $f(2, 0)$
B. $f\left(\frac{9}{2}, \frac{5}{2}\right)$
C. $f\left(2, \frac{5}{3}\right)$
D. $f(3, 2)$
E. $f(2, 1)$

6. Jika $x \geq 0$, $y \geq 0$, $2x + y \leq 6$, dan $x + 2y \leq 6$, maka fungsi $Q = x + y$ mempunyai nilai maksimum . . . .
A. 6
B. 5
C. 4
D. 3
E. 2

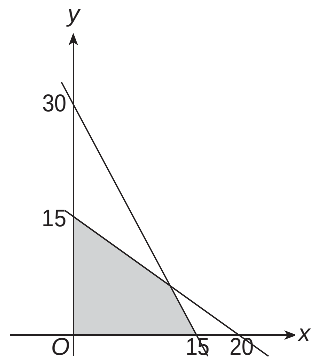
7. Nilai maksimum fungsi objektif $z = 8x + 6y$, dengan syarat
$4x + 2y \leq 60$
$2x + 4y \leq 48$
$x \geq 0$
$y \geq 0$
adalah . . . .
A. 132
B. 134
C. 136
D. 144
E. 164

8. Nilai maksimum dari $x + y - 6$ yang memenuhi $x \geq 0$, $y \geq 0$, $3x + 8y \leq 340$, dan $7x + 4y \leq 280$ adalah . . . .
A. 52
B. 51
C. 50
D. 49
E. 25

9. Nilai maksimum dari $z = 3x + 6y$ yang memenuhi $4x + y \geq 20$, $x + y \leq 20$, $x + y \geq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ adalah . . . .
A. 180
B. 150
C. 120
D. 60
E. 50

10. Nilai minimum fungsi objektif
$f(x, y) = 20.000x + 10.000\,y$ yang memenuhi
$x + 2y \geq 10$
$3x + y \geq 15$
$x, y \geq 0$
adalah . . . .
A. 0
B. 30.000
C. 140.000
D. 110.000
E. 150.000

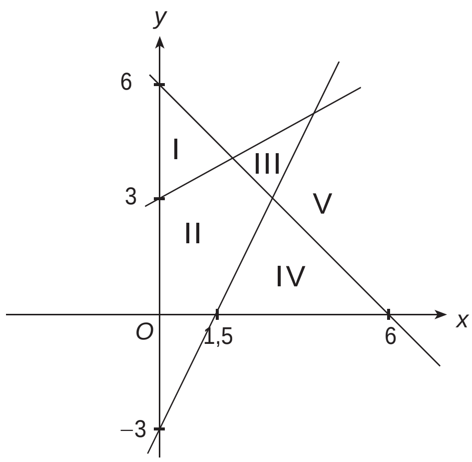
11. Daerah yang diarsir pada gambar tersebut ini adalah himpunan semua (x, y) yang



memenuhi . . . .
A. $2x + y \leq 30$, $3x + 4y \leq 60$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
B. $2x + y \geq 30$, $3x + 4y \geq 60$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
C. $x + 2y \geq 30$, $4x + 3y \geq 60$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
D. $x + 2y \leq 30$, $4x + 3y \leq 60$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
E. $2x + y \geq 30$, $4x + 3y \leq 60$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

12. Himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan
$2x + y \leq 40$, $x + 2y \leq 40$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ terletak pada daerah yang berbentuk . . . .
A. persegi panjang
B. segitiga
C. segi empat
D. segi lima
E. trapesium

13.



Daerah yang memenuhi penyelesaian dari
$x + y > 6$
$2x - y < 3$
$x - 2y + 6 < 0$
adalah . . . .
A. I
B. II
C. III
D. IV
E. V

14. Nilai maksimum fungsi tujuan $z = 8x + y$ dengan syarat
$4x + 2y \leq 60$
$2x + 4y \leq 48$
$x \leq 0$, $y \geq 0$
adalah . . . .

A. 120
B. 108
C. 102
D. 64
E. 12

15. Untuk (x, y) yang memenuhi $4x + y \geq 4$, $2x + 3y \geq 6$ dan $4x + 3y \leq 12$, nilai minimum untuk $f = x + y$ adalah . . . .

A. $1\frac{4}{5}$
B. $2\frac{1}{5}$
C. $2\frac{3}{5}$
D. $2\frac{4}{5}$
E. $3\frac{1}{5}$

II. Jawablah pertanyaan berikut dengan jelas dan tepat!

1. Wingki akan mendaftar ke sekolah favorit. Syarat untuk masuk ke sekolah tersebut adalah nilai Bahasa Indonesia tidak boleh kurang dari 6 dan nilai Matematika tidak boleh kurang dari 7, sedangkan jumlah nilai Bahasa Indonesia dan Matematika tidak boleh kurang dari 12. Wingki mendapat nilai dengan jumlah tiga kali nilai Bahasa Indonesia dan empat setengah kali nilai Matematika sama dengan 45. Apakah Wingki diterima di sekolah favorit tersebut?

2. Harga permen *A* Rp2.000,00 per bungkus dijual dengan keuntungan Rp200,00 per bungkus. Harga permen *B* Rp3.000,00 per bungkus dijual dengan keuntungan Rp300,00 per bungkus. Seorang pedagang mempunyai modal Rp900.000,00 dan kiosnya mampu menampung 500 bungkus permen. Berapa banyak permen *A* dan permen *B* untuk memperoleh keuntungan maksimum? Gambarkanlah dengan layaknya!

3. Seorang pemilik toko sepatu ingin mengisi tokonya dengan sepatu laki-laki paling sedikit 100 pasang dan sepatu wanita paling sedikit 150 pasang. Toko tersebut dapat memuat 460 pasang sepatu. Keuntungan setiap pasang sepatu laki-laki Rp10.000,00 dan setiap pasang sepatu wanita Rp5.000,00. Jika banyak sepatu laki-laki tidak boleh melebihi 150 pasang, tentukanlah keuntungan maksimum yang diperoleh pemilik toko!

4. Untuk membuat satu cetak roti *A* dipergunakan 50 gram mentega dan 60 gram tepung. Untuk membuat satu cetak roti *B* diperlukan 100 gram mentega dan 20 gram tepung. Jika tersedia 3,5 kg mentega dan 2,2 kg tepung, tentukanlah jumlah kedua roti terbanyak yang dapat dibuat!

5. Suatu proyek pembangunan gedung sekolah dapat diselesaikan dalam x hari dengan biaya proyek per hari $(3x - 3.600 + 120/x)$ ratus ribu rupiah. Agar biaya proyek minimum, berapa lamakah proyek tersebut diselesaikan?