

Transformasi

A. Kompetensi Inti

Sikap	 Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerja sama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
Pengetahuan	3. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
Keterampilan	 Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

B. Kompetensi Dasar dan Indikator

Indikator pencapaian kompetensi pada pembelajaran dapat dikembangkan guru sendiri berdasarkan kondisi peserta didik masing-masing di tempat guru mengajar.

Berikut ini dipaparkan contoh Indikator Pencapaian Kompetensi Pembelajaran yang dapat dijabarkan dari KD 3.5 dan KD 4.5.

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.5 Menganalisis dan membandingkan	3.5.1 Menyebutkan contoh translasi, refleksi,
transformasi dan komposisi transformasi	rotasi, dan dilatasi dalam kehidupan
dengan menggunakan matriks.	sehari-hari.
2 22	3.5.2 Menemukan sifat-sifat translasi, refleksi,
	rotasi, dan dilatasi berdasarkan peng-
	amatan pada masalah kontekstual dan
	pengamatan objek pada bidang koordinat.
	3.5.3 Menemukan konsep translasi dengan
	kaitannya dengan konsep matriks.
	3.5.4 Menemukan konsep refleksi terhadap titik $O(0, 0)$ dengan kaitannya dengan
	konsep matriks.
	3.5.5 Menemukan konsep refleksi terhadap
	sumbu <i>x</i> dengan kaitannya dengan
	konsep matriks.
	3.5.6 Menemukan konsep refleksi terhadap
	sumbu y dengan kaitannya dengan
	konsep matriks.
	3.5.7 Menemukan konsep refleksi terhadap
	garis $y = x$ dengan kaitannya dengan konsep matriks.
	3.5.8 Menemukan konsep refleksi terhadap
	garis $y = -x$ dengan kaitannya dengan
	konsep matriks.
	3.5.9 Menemukan konsep rotasi pada
	suatu sudut dan pusat $O(0,0)$ dengan
	kaitannya dengan konsep matriks.
	3.5.10 Menemukan konsep rotasi pada
	suatu sudut dan pusat $P(p,q)$ dengan
	kaitannya dengan konsep matriks.
	3.5.11 Menemukan konsep dilatasi pada faktor skala k dan pusat $O(0,0)$ dengan
	kaitannya dengan konsep matriks.
	3.5.12 Menemukan konsep dilatasi pada
	faktor skala k dan pusat $P(p,q)$ dengan
	kaitannya dengan konsep matriks.
	3.5.13 Membandingkan keempat jenis
	transformasi dengan menyebutkan
	perbedaannya.
	3.5.14 Menemukan konsep komposisi
	transformasi (translasi, refleksi, rotasi,
	dan dilatasi).

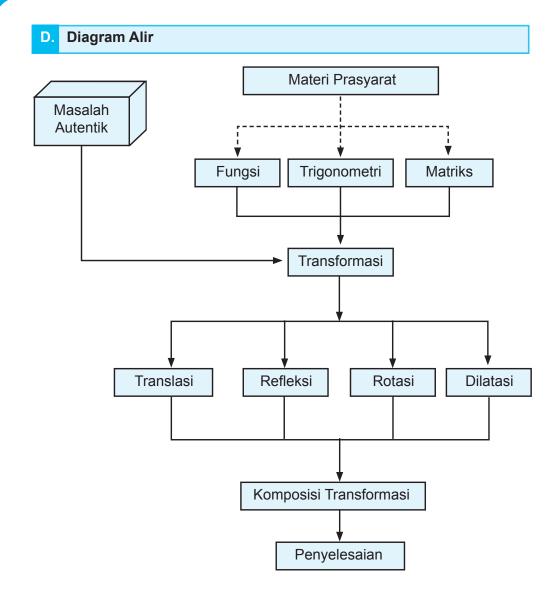


Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi	
4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri (translasi, refleksi, dilatasi, dan rotasi).	4.5.1 Menemukan matriks transformasi (translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi) dengan pengamatan terhadap titik-titik dan bayangannya.	
	 4.5.2 Menggunakan konsep transformasi (translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi) dengan kaitannya dengan konsep matriks dalam menemukan koordinat titik atau fungsi setelah ditransformasi. 4.5.3 Membandingkan proses transformasi (translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi). 	

C. Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari konsep transformasi melalui pengamatan, menalar, tanya jawab, mencoba menyelesaikan persoalan, penugasan individu dan kelompok, diskusi kelompok, dan mengomunikasikan pendapatnya, siswa mampu:

- 1. Menumbuhkan sikap perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerja sama, toleran, damai), santun, responsif dan proaktif, berani bertanya, berpendapat, dan menghargai pendapat orang lain dalam aktivitas sehari-hari.
- 2. Menunjukkan rasa ingin tahu dalam memahami konsep dan menyelesaikan masalah.
- 3. Menyebutkan contoh transformasi (translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi) dalam kehidupan sehari-hari.
- 4. Menemukan sifat-sifat translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi berdasarkan pengamatan pada masalah kontekstual dan pengamatan objek pada bidang koordinat.
- 5. Menemukan konsep translasi dengan kaitannya dengan konsep matriks.
- 6. Menemukan konsep refleksi (terhadap titik O(0, 0), sumbu x, sumbu y, garis y = x, dan garis y = -x) dengan kaitannya pada konsep matriks.
- 7. Menemukan konsep rotasi pada suatu sudut dan pusat O(0, 0) atau pusat P(p, q) dengan kaitannya dengan konsep matriks.
- 8. Menemukan konsep dilatasi pada suatu faktor skala dan pusat O(0, 0) atau pusat P(p, q) dengan kaitannya dengan konsep matriks.
- 9. Menemukan koordinat titik dan persamaan garis oleh transformasi (translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi).





E. Proses Pembelajaran

4.1 Menemukan Konsep Translasi (Pergeseran)

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

- 1. Bentuk kelompok kecil siswa (3–4 orang) yang heterogen. Perhatikan karakteristik siswa dalam satu kelompok sehingga mendukung pembelajaran yang efisien dan efektif.
- 2. Informasikan tujuan pembelajaran dan tata cara penilaian selama proses pembelajaran.
- 3. Persiapkan semua fasilitas yang mendukung selama proses pembelajaran. Sebaiknya dipersiapkan papan tulis berpetak untuk media bidang koordinat.

No.	Deskripsi Kegiatan	
1.	Kegiatan Pendahuluan	
	Salam dari guru dan doa dipimpin oleh salah satu siswa.	
	• Apersepsi	
	1. Motivasi siswa mempelajari transformasi.	
	2. Ingatkan kembali siswa materi transformasi di tingkat SMP/MTs.	
	3. Informasikan kepada siswa bahwa konsep transformasi ini dikaji	
	dengan pendekatan koordinat dan hubungannya dengan konsep	
	matriks.	
	4. Ingatkan kembali siswa materi matriks.	
2.	Kegiatan Inti	
	Ayo Mengamati	
	Ajak siswa mengamati benda-benda yang bergerak atau bergeser dalam	
	kehidupan sehari-hari.	
	Beri kesempatan kepada siswa untuk memahami sifat pergeseran	
	dengan mengamati benda-benda yang bergerak di lingkungan sekitar	
	tersebut. Arahkan siswa fokus pada bentuk dan ukuran benda-benda yang bergerak tersebut.	
	 Guru dapat memperagakan pergeseran benda-benda di depan kelas 	
	sebagai media.	
ı		

Ayo Mengomunikasikan

- Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk mengomunikasikan pendapatnya tentang pergeseran benda-benda setelah diamati.
- Arahkan jawaban siswa fokus pada bentuk dan ukuran benda setelah pergeseran.

Masalah 4.1

- Minta siswa membaca Masalah 4.1 dan memandu mereka memahami alternatif penyelesaian Masalah 4.1.
- Minta siswa menunjukkan pergeseran titik pada bidang koordinat kartesius di depan kelas dan membaca koordinat perubahannya setelah bergeser.
- Guru dan siswa menyepakati arah pergeseran ke kiri (sebagai sumbu *x* negatif), ke kanan (sebagai sumbu *x* positif), ke atas (sebagai sumbu *y* positif) dan ke bawah (sebagai sumbu *y* negatif) pada sumbu koordinat.
- Bantu siswa memahami konsep pergeseran ke bentuk matriks pada alternatif penyelesaian Masalah 4.1 di buku siswa.
- Guru memastikan kelompok dapat bekerja sama dalam merumuskan konsep yang akan dicapai dengan melemparkan ataupun merangsang siswa untuk bertanya.

Ayo mengomunikasikan

- Guru meminta seorang siswa untuk mengomunikasikan pendapatnya tentang pergeseran pada Masalah 4.1.
- Guru memantau pendapat siswa tersebut serta memperbaiki jika ada pendapat yang tidak sesuai konsep. Guru dapat memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya atau memberikan pendapat lainnya.
- Guru menilai keaktifan siswa serta memantau siswa yang tidak atau kurang aktif serta memberikan umpan balik untuk menumbuhkan keaktifan belajarnya.

Masalah 4.2

- Perkuat pemahaman siswa tentang pergeseran dengan mengajukan Masalah 4.2 untuk dibaca dan dipahami serta memberi komentar.
- Arahkan siswa ke sesi tanya jawab di antara siswa. Guru memantau kebenaran pendapat-pendapat siswa.



Ayo mengamati

- Guru memerintahkan siswa untuk mengamati kembali pergeseran objek (titik, garis, dan bidang) pada bidang koordinat kartesius pada Gambar 4.2.
- Arahkan siswa mengamati posisi, bentuk, dan ukuran objek sebelum dan sesudah pergeseran, adakah perubahan?
- Minta siswa mengomunikasikan pendapatnya tentang mengamati posisi, bentuk, dan ukuran objek sebelum dan sesudah pergeseran. Arahkan siswa membangun dan memahami Sifat 4.1.

Sifat 4.1:

Bangun yang digeser (translasi) tidak mengalami perubahan bentuk dan ukuran

Ayo mencoba

- Setelah siswa mempelajari Masalah 4.1 dan Masalah 4.2, minta siswa mengamati Gambar 4.3 dan menuliskan koordinat titik yang diminta pada Tabel 4.1
- Tabel 4.1 telah terisi sebagai berikut! Tabel 4.1: Translasi titik

Titik awal	Titik akhir	Proses	Translasi
A(-10, -4)	A(-6, -2)	$ \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -10 \\ -4 \end{pmatrix} $	$T_1\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$
C(-6, -2)	C(9, -5)	$ \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \end{pmatrix} $	$T_2 \begin{pmatrix} 15 \\ -3 \end{pmatrix}$
C(9, -5)	D(4, -1)	$ \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \end{pmatrix} $	$T_3 \begin{pmatrix} -5\\4 \end{pmatrix}$
D(4, -1)	E(7, 4)	$ \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} $	$T_4 \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$
E(7, 4)	F(-8, 5)		$T_5 \begin{pmatrix} -15 \\ 1 \end{pmatrix}$

Ayo mengomati

- Pandu siswa untuk menemukan konsep translasi melalui pengamatan terhadap koordinat titik pada Tabel 4.1.
- Arahkan siswa menemukan konsep translasi berikut:

Titik A(x,y) ditranslasi oleh T(a,b) menghasilkan bayangan A'(x',y'), ditulis dengan:

$$A(x,y) \xrightarrow{T \binom{a}{b}} A'(x',y') \text{ atau } \binom{x'}{y'} = \binom{a}{b} + \binom{x}{y}$$

Ayo menalar

- Pandu siswa memahami persoalan pada Contoh 4.1 dan Contoh 4.2 dengan menggunakan konsep translasi yang telah ditemukan.
- Guru dapat mendemonstrasikan kembali alternatif penyelesaian pada Contoh 4.1 dan Contoh 4.2, atau dapat membuat contoh-contoh lainnya.
- Untuk mendapatkan tingkat pemahaman siswa akan konsep translasi, minta siswa menyelesaikan Latihan 4.1 berdasarkan pemahaman konsep dan contoh-contoh yang telah dipelajari, atau guru dapat memberikan soal-soal translasi lainnya sebagai tugas kelompok atau pribadi.
- Berikut adalah alternatif penyelesaian Latihan 4.1 sesuai buku siswa.

Latihan 4.1

• Titik P(a,b+2) digeser dengan T(3,2b-a) sehingga hasil pergeseran menjadi Q(3a+b,-3). Tentukan posisi pergeseran titik R(2,4) oleh translasi T di atas.

Alternatif penyelesaian:

Coba ikuti panduan berikut:

Langkah 1:

$$P(a,b+2) \xrightarrow{T(3,2b-a)} Q(3a+b,-3)$$

$$\binom{3a+b}{-3} = \binom{3}{2b-a} + \binom{a}{b+2}$$

$$3a + b = a + 3$$
 atau $a = \frac{-b+3}{2}$ (persamaan 1)

$$-3 = 3b - a + 2$$
 (persamaan 2)



Langkah 2:

Dengan mensubstitusi $a = \frac{-b+3}{2}$ ke persamaan (2) maka diperoleh

nilai atau $-3 = 3b - (\frac{-b+3}{2}) + 2$ sehingga diperoleh b = -1 dan a = 2

Dengan demikian, translasi yang dimaksud adalah T(3, 2b - a) = T(3, -4). Langkah 3:

Pergeseran titik R(2, 4) oleh translasi T(3, -4) adalah:

$$R(2,4) \xrightarrow{T(3,-4)} R'(x,y)$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Jadi, koordinat pergeseran titik R adalah R'(5, 0).

3. Kegiatan Penutup

- Minta siswa mengomunikasikan kembali konsep-konsep materi yang telah diketahui setelah pembelajaran.
- Siswa dan guru bersama-sama melakukan refleksi dan merangkum semua konsep dan sifat translasi dari yang dipelajari.
- Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian. Hasil kerja kelompok dikumpulkan oleh guru.
- Beri tugas kepada siswa sebagai latihan di rumah. Guru dapat memerintahkan siswa mengerjakan soal-soal pada Uji Kompetensi 4.1 atau soal-soal lainnya sesuai dengan konsep yang dipelajari.
- Informasikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikutnya.

4.2 Menemukan Konsep Refleksi (Pencerminan)

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

- 1. Bentuk kelompok kecil siswa (3–4 orang) yang heterogen. Perhatikan karakteristik siswa dalam satu kelompok sehingga mendukung pembelajaran yang efisien dan efektif.
- 2. Informasikan tujuan pembelajaran dan tata cara penilaian selama proses pembelajaran.
- 3. Siapkan semua fasilitas yang mendukung selama proses pembelajaran
- 4. Siapkan RPP dan form penilaian.

No.	Deskripsi Kegiatan
1.	Kegiatan Pendahuluan
	Salam dari guru dan doa dipimpin oleh salah satu siswa.
	• Apersepsi
	Motivasi siswa mempelajari konsep refleksi (pencerminan).
	2. Ingatkan kembali siswa materi pencerminan di tingkat SMP/MTs.
	3. Informasikan kepada siswa bahwa konsep refleksi (pencerminan)
	ini dikaji dengan pendekatan koordinat dan hubungannya dengan
	konsep matriks.
2.	Kegiatan Inti
	Ayo Menalar
	• Berikan ilustrasi yang menanamkan konsep pencerminan kepada siswa. Arahkan siswa memahami sifat "jarak objek terhadap cermin sama
	dengan jarak bayangan terhadap cermin". Informasikan cermin yang
	dimaksud adalah cermin datar.
	• Informasikan bahwa konsep pencerminan yang dipelajari adalah pen-
	cerminan dengan pendekatan koordinat. Cermin pada bidang koordinat
	adalah titik $O(0, 0)$, sumbu x , sumbu y , garis $y = x$ dan garis $y = -x$.
	Ayo Mengamati
	Masalah 4.3
	• Minta siswa berdiskusi secara berpasangan atau berkelompok tentang Masalah 4.3. Minta siswa mengamati Gambar 4.4.
	• Arahkan siswa fokus berdiskusi pada jarak, bentuk dan ukuran antara objek dan bayangannya oleh pencerminan pada Gambar 4.4.
	Ayo mengomunikasikan
	• Minta siswa memberi pendapatnya tentang Masalah 4.3 dan Gambar 4.4.
	Guru dapat memberikan media atau gambar lainnya pada bidang
	koordinat untuk memperkuat pemahaman akan konsep pencerminan.
	Guru bersama-sama dengan siswa membangun sifat pencerminan.
	Sifat 4.2:
	Bangun yang dicerminkan (refleksi) dengan cermin datar tidak
	mengalami perubahan bentuk dan ukuran. Jarak bangun dengan
	cermin (cermin datar) adalah sama dengan jarak bayangan dengan
	cermin tersebut.



4.2.1 Pencerminan terhadap Titik O(0,0)

Ayo Mengamati

- Minta siswa membaca dan memahami Gambar 4.5. Pandu siswa memahami pencerminan terhadap titik O(0, 0) melalui gambar tersebut.
- Arahkan siswa memperhatikan koordinat objek dan bayangannya oleh pencerminan terhadap titik O(0, 0) pada Gambar 4.5, kemudian minta siswa melengkapi Tabel 4.2.
- Tabel 4.2 telah terisi sebagai berikut.

Tabel 4.2: Koordinat Pencerminan Titik terhadap Titik O(0, 0)

Titik	Bayangan
A(6,3)	A'(-6, -3)
B(-2, 2)	B'(2,-2)
C(7, -2)	C'(-7, 2)
D(1, -3)	D'(-1, 3)
E(2,3)	E'(-2, -3)

Ayo menalar

- Pandu siswa memanfaatkan titik-titik koordinat objek dan bayangannya pada Tabel 4.2 untuk menemukan matriks pencerminan terhadap cermin titik O(0, 0).
- Demonstrasikan kembali kepada siswa proses menemukan matriks pencerminan terhadap titik O(0, 0) seperti pada buku siswa. Ingatkan siswa kembali tentang materi perkalian dan kesamaan dua matriks.
- Guru dan siswa bersama-sama membangun konsep pencerminan terhadap titik O(0, 0).

Titik A(x, y) dicerminkan terhadap titik O(0, 0) menghasilkan bayangan A'(x', y'), ditulis dengan:

$$A(x,y) \xrightarrow{C_{O(0,0)}} A'(x',y') \text{ atau } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Ayo mencoba

• Demonstrasikan penyelesaian Contoh 4.3 dan Contoh 4.4 dengan menggunakan matriks pencerminan terhadap titik O(0, 0) yang telah ditemukan.

- Minta siswa menggambar pencerminan tersebut pada bidang koordinat kartesius.
- Untuk memperdalam pemahaman siswa tentang pencerminan terhadap titik O(0, 0), minta siswa mengerjakan Latihan 4.2 berdasarkan langkahlangkah yang telah disediakan.
- Berikut adalah alternatif penyelesaian Latihan 4.2 sesuai buku siswa.

Avo menalar

Latihan 4.2

Titik A(2, -3) ditranslasikan dengan T(-4, -5) kemudian dicerminkan terhadap titik O. Tentukan bayangan titik A tersebut.

Alternatif Penyelesaian:

$$A(2,-3) \xrightarrow{T_{(-4,-5)}} A'(x',y') \xrightarrow{C_{O(0,0)}} A''(x'',y'')$$

Langkah 1 (Proses Translasi)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -8 \end{pmatrix}$$

Langkah 2 (Proses Refleksi)

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Jadi, koordinat bayangan titik A adalah A''(2, 8).

4.2.2 Pencerminan terhadap Sumbu x

Ayo Mengamati

- Minta siswa membaca dan memahami Gambar 4.6. Pandu siswa memahami pencerminan terhadap sumbu x melalui Gambar 4.6.
- Arahkan siswa memperhatikan koordinat objek dan bayangannya oleh pencerminan terhadap sumbu x, kemudian siswa melengkapi Tabel 4.3.
- Tabel 4.3 telah terisi sebagai berikut.

Tabel 4.3: Koordinat Pencerminan Titik terhadap Sumbu x

Titik	Bayangan
A(1,1)	A'(1,-1)
B(3,2)	B'(3, -2)
C(6,3)	C'(6, -3)
D(-2, -2)	D'(-2,2)
E(-4,4)	E'(-4,-4)
F(-7, -5)	F'(-7,5)

(2)

Ayo Menalar

- Pandu siswa memanfaatkan titik koordinat objek dan bayangannya pada Tabel 4.3 untuk menemukan matriks pencerminan terhadap sumbu *x*. Minta siswa mendemonstrasikan kembali proses menemukan matriks pencerminan terhadap cermin sumbu *x* tersebut.
- Guru dengan siswa bersama-sama membangun konsep pencerminan terhadap sumbu *x*.

Titik A(x, y) dicerminkan terhadap sumbu x menghasilkan bayangan A'(x', y'), ditulis dengan:

$$A(x,y) \xrightarrow{C_{sumbu}} A'(x',y') \text{ atau } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Avo Menalar

- Demonstrasikan proses penyelesaian Contoh 4.5 dan Contoh 4.6 dengan menggunakan konsep yang telah ditemukan.
- Minta siswa menggambar pencerminan tersebut pada bidang koordinat kartesius.
- Ingatkan siswa kembali konsep persamaan garis dan sketsanya.

Ayo Mengomunikasikan

- Untuk memperdalam pemahaman siswa tentang pencerminan terhadap sumbu x, minta siswa mengerjakan Latihan 4.3 berdasarkan langkahlangkah yang disediakan.
- Perintahkan siswa menyajikan jawabannya di depan kelas.
- Berikut adalah alternatif penyelesaian Latihan 4.3 sesuai buku siswa.

Ayo Menalar

Latihan 4.3

Titik A(-2, -5) dicerminkan terhadap titik O(0, 0) kemudian dilanjutkan dengan pencerminan terhadap sumbu x. Tentukan bayangan titik A tersebut.

Alternatif Penyelesaian

$$A(-2,-5) \xrightarrow{C_{O(0,0)}} A'(x',y') \xrightarrow{C_{sumbu}} A''(x'',y'')$$

Langkah 1 (Proses Refleksi terhadap titik O(0,0))

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Langkah 2 (Proses Refleksi terhadap sumbu x)

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik A adalah A''(2, -5).

4.2.3 Pencerminan terhadap Sumbu y

Ayo Mengamati

- Minta siswa membaca dan memahami Gambar 4.7 dan memandu siswa memahami pencerminan terhadap sumbu *y* melalui Gambar 4.7.
- Arahkan siswa memperhatikan koordinat objek dan bayangannya oleh pencerminan terhadap sumbu *y*, kemudian siswa melengkapi Tabel 4.4.
- Tabel 4.4 telah terisi sebagai berikut.

Tabel 4.4: Koordinat Pencerminan Titik terhadap Sumbu y

Titik	Bayangan
A(-10, -5)	A'(10, -5)
B(-8, -3)	B'(8, -3)
C(-6,-1)	C'(6,-1)
D(4, 1)	D'(-4, 1)
E(2,3)	E'(-2, 3)
F(1, 4)	F'(-1, 4)

Ayo Menalar

- Pandu siswa memanfaatkan koordinat objek dan bayangannya pada Tabel 4.4 untuk menemukan matriks pencerminan terhadap sumbu *y*.
- Berdasarkan pemahaman siswa dalam menemukan matriks pencerminan terhadap titik O(0,0) dan sumbu x maka minta siswa mendemonstrasikan proses menemukan matriks pencerminan terhadap sumbu y dengan panduan pada buku siswa.
- Berikut proses menemukan matriks pencerminan terhadap sumbu y.

Menemukan Matriks Pencerminan terhadap Sumbu y

Berdasarkan pengamatan pada tabel, secara umum jika titik A(x, y) dicerminkan terhadap sumbu y akan mempunyai koordinat bayangan A'(-x, y), bukan? Mari kita tentukan matriks pencerminan terhadap sumbu y.

Misalkan matriks transformasinya adalah $C = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ sehingga:



$$A(x,y) \xrightarrow{C_{sumbu} \ y} A'(-x,y)$$

$$\begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix}$$

Ini berarti bahwa:

$$-x = ax + by \Leftrightarrow a = -1$$
, dan $b = 0$
 $y = cx + dy \Leftrightarrow c = 0$, dan $d = 1$

Dengan demikian, matriks pencerminan terhadap sumbu y adalah $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

• Guru dan siswa bersama-sama membangun konsep pencerminan terhadap sumbu *y*.

Titik A(x, y) dicerminkan terhadap sumbu y menghasilkan bayangan A'(x', y'), ditulis dengan,

$$A(x,y) \xrightarrow{C_{sumbu\ y}} A'(x',y') \text{ atau } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Ayo Mencoba

- Demonstrasikan penyelesaian Contoh 4.7 dan Contoh 4.8 dengan menggunakan konsep yang telah ditemukan.
- Minta siswa menggambar pencerminan tersebut pada bidang koordinat kartesius.
- Ingatkan siswa konsep persamaan garis dan sketsanya.
- Untuk memperdalam pemahaman siswa tentang pencerminan terhadap sumbu *y*, minta siswa mengerjakan Latihan 4.4.

Ayo Mengomunikasikan

- Perintahkan siswa menyajikan hasil kerjanya di depan kelas.
- Berikut adalah alternatif penyelesaian Latihan 4.4 sesuai buku siswa.

Ayo Menalar

Latihan 4.4

Garis 2x - y + 5 = 0 dicerminkan terhadap titik O(0, 0), kemudian dilanjutkan dengan pencerminan terhadap sumbu y. Tentukan persamaan bayangan garis tersebut.

Alternatif Penyelesaian

Misalkan titik A(x,y) terletak pada garis tersebut, sehingga:

$$A(x,y) \xrightarrow{C_{O(0,0)}} A'(x',y') \xrightarrow{C_{sumbu\ y}} A''(x'',y'')$$

Langkah 1 (Proses pencerminan terhadap titik O(0,0))

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$$

Langkah 2 (Proses pencerminan terhadap sumbu *y*)

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$$

sehingga:

$$x'' = x \operatorname{dan} y'' = -y$$

Langkah 4 (Proses menentukan persamaan bayangan)

Tentukan x dan y dalam bentuk x'' dan y''

$$x'' = x \operatorname{dan} y'' = -y$$

Langkah 5 (Proses menentukan persamaan bayangan)

Substitusi x dan y ke 2x - y + 5 = 0 sehingga diperoleh persamaan bayangan.

$$2(x) - (-y) + 5 = 0$$
 atau $2x + y + 5 = 0$

4.2.4 Pencerminan terhadap Garis y = x

Ayo Mengamati

- Minta siswa membaca dan memahami Gambar 4.8. Pandu siswa memahami pencerminan terhadap sumbu y = x melalui Gambar 4.8.
- Minta siswa memperhatikan koordinat objek dan bayangannya oleh pencerminan terhadap garis y = x pada Gambar 4.8, kemudian minta siswa melengkapi Tabel 4.5.
- Tabel 4.5 telah terisi sebagai berikut!

Tabel 4.5: Koordinat Pencerminan Titik terhadap Garis y = x

Titik	Bayangan
A(-1, -5)	A'(-5, -1)
B(3, -5)	B'(-5, 3)
C(-2,3)	C'(3, -2)
D(0, 4)	D'(4, 0)
E(2,4)	E'(4, 2)

0

Ayo Menalar

- Pandu siswa memanfaatkan titik koordinat objek dan bayangannya pada Tabel 4.5 untuk menemukan matriks pencerminan terhadap garis y = x.
- Perintahkan siswa mendemonstrasikan kembali proses menemukan matriks pencerminan terhadap garis y = x dengan cara yang sama pada konsep-konsep pencerminan di atas. Guru dengan siswa bersama-sama membangun konsep pencerminan terhadap garis y = x.

Titik A(x, y) dicerminkan terhadap garis y = x menghasilkan bayangan A'(x', y'), ditulis dengan:

$$A(x,y) \xrightarrow{C_{y=x}} A'(x',y')$$
 atau $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Ayo Mencoba

- Demonstrasikan penyelesaian Contoh 4.9 dan Contoh 4.10 dengan menggunakan konsep yang telah ditemukan. Minta siswa menggambar pencerminan pada bidang koordinat kartesius.
- Ingatkan siswa konsep persamaan garis dan sketsanya.
- Untuk memperdalam pemahaman siswa tentang pencerminan terhadap garis y = x, minta siswa mengerjakan Latihan 4.5 berdasarkan langkahlangkah yang telah disediakan.
- Berikut alternatif penyelesaian Latihan 4.5 sesuai buku siswa.

Ayo Menalar

Latihan 4.5

Titik A(-1, -3) dicerminkan terhadap titik O(0, 0) kemudian dilanjutkan dengan pencerminan terhadap sumbu y dan dilanjutkan lagi dengan pencerminan terhadap garis y = x. Tentukan bayangan titik A tersebut.

Alternatif Penyelesaian

$$A(-1,-3) \xrightarrow{C_{O(0,0)}} A'(x',y') \xrightarrow{C_{sumbu\ y}} A''(x'',y'') \xrightarrow{C_{y=x}} A'''(x''',y''')$$

Langkah 1 (Proses pencerminan terhadap titik O(0, 0))

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Langkah 2 (Proses pencerminan terhadap sumbu *y*)

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Langkah 3 (Proses pencerminan terhadap garis y = x)

$$\begin{pmatrix} x''' \\ y''' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik A adalah A''(3,-1).

4.2.5 Pencerminan terhadap Garis y = -x

Ayo Mengamati

- Minta siswa membaca dan memahami Gambar 4.9 dan memandu siswa memahami pencerminan terhadap sumbu y = -x melalui Gambar 4.9.
- Arahkan siswa untuk memperhatikan koordinat objek dan bayangannya oleh pencerminan terhadap garis y = -x, kemudian minta siswa melengkapi Tabel 4.6.
- Tabel 4.6 telah terisi sebagai berikut.

Tabel 4.6: Koordinat Pencerminan Titik terhadap Garis y = -x

Titik	Bayangan
A(1,-4)	A'(4,-1)
B(-2, -3)	B'(3, 2)
C(-5, -3)	C'(3, 5)
D(-1, 5)	D'(-5, 1)
E(-3, 5)	E'(-5,3)

Ayo Menalar

- Pandu siswa memanfaatkan titik koordinat objek dan bayangannya pada Tabel 4.6 untuk menemukan matriks pencerminan terhadap garis y = -x.
- Minta siswa mendemonstrasikan kembali proses menemukan matriks pencerminan terhadap garis y = -x sesuai dengan langkah-langkah yang telah diberikan atau dengan cara yang sama pada pencerminan sebelumnya.
- Demonstrasikan proses menemukan matriks pencerminan terhadap garis y = -x.



Ayo Menalar

Menemukan Matriks Pencerminan terhadap Garis y = -x.

Berdasarkan pengamatan pada tabel, secara umum, jika titik A(x, y) dicerminkan terhadap garis y = -x akan mempunyai koordinat bayangan A'(-y,-x), bukan? Mari kita tentukan matriks pencerminan terhadap garis

y = -x. Misalkan matriks transformasinya adalah $C = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ sehingga:

$$A(x,y) \xrightarrow{C_{y=-x}} A'(-y,-x)$$

$$\begin{pmatrix} -y \\ -x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix}$$

Ini berarti bahwa:

$$-y = ax + by \Leftrightarrow a = 0$$
, dan $b = -1$

$$-x = cx + dy \Leftrightarrow c = -1$$
, dan $d = 0$

Dengan demikian, matriks pencerminan terhadap garis y = -x adalah

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

• Guru dan siswa bersama-sama membangun konsep pencerminan terhadap garis y = -x

Titik A(x,y) dicerminkan terhadap garis y = -x menghasilkan bayangan A'(x',y'), ditulis dengan,

$$A(x,y) \xrightarrow{C_{y=-x}} A'(x',y') \text{ atau } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Ayo Mencoba

- Demonstrasikan penyelesaian Contoh 4.11 dan Contoh 4.12 dengan menggunakan konsep yang telah ditemukan.
- Minta siswa menggambar pencerminan tersebut pada bidang koordinat kartesius. Ingatkan siswa konsep persamaan garis dan sketsanya.

3. Kegiatan Penutup

- Minta siswa mengomunikasikan kembali konsep-konsep pada materi yang telah dipelajari.
- Siswa dan guru bersama-sama melakukan refleksi dan merangkumkan semua konsep dan sifat transformasi dari yang dipelajari.

- Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian. Hasil kerja kelompok dikumpulkan oleh guru.
- Beri tugas kepada siswa sebagai latihan dirumah. Guru dapat memberikan Uji Kompetensi 4.1 atau persoalan lainnya sesuai dengan konsep yang dipelajari.
- Informasikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikutnya.

4.3 Menemukan Konsep Rotasi (Perputaran)

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

- 1. Bentuk kelompok kecil siswa (3–4 orang) yang heterogen. Perhatikan karakteristik siswa dalam satu kelompok sehingga mendukung pembelajaran yang efisien dan efektif.
- 2. Informasikan tujuan pembelajaran dan tata cara penilaian selama proses pembelajaran.
- 3. Siapkan semua fasilitas yang mendukung selama proses pembelajaran
- 4. Siapkan RPP dan form penilaian.

No.	Deskripsi Kegiatan		
1.	Kegiatan Pendahuluan		
	Salam dari guru dan doa dipimpin oleh salah satu siswa.		
	• Apersepsi		
	1. Motivasi siswa mempelajari konsep rotasi (perkalian).		
	 Ingatkan kembali siswa materi rotasi di tingkat SMP/MTs dan konsep matriks. 		
	 Informasikan kepada siswa bahwa konsep rotasi (perkalian) ini dikaji dengan pendekatan koordinat dan hubungannya dengan konsep matriks. 		
	4. Informasikan tujuan pembelajaran dan cara penilaian.		
2.	Kegiatan Inti		
	Pengantar		
	• Guru memberikan contoh-contoh objek yang bergerak berputar di lingkungan sekitar (seperti kipas, kincir angin, roda, dan lain-lain). Siswa memberikan contoh-contoh lainnya.		



• Motivasi siswa untuk mempelajari konsep transformasi ketiga yaitu rotasi dengan pendekatan koordinat dan kaitannya dengan konsep matriks.

Masalah 4.4

Ayo Mengamati

- Minta siswa memahami Masalah 4.4 dan memandu siswa mengamati dan menalar perputaran segitiga jika titik pusat pemutaran berada pada bidang segitiga, berada di salah satu titik sudut segitiga, dan berada di luar segitiga (lihat Gambar 4.10). Minta siswa memberi komentar dan arahkan ke sesi tanya-jawab.
- Pandu siswa bahwa gerak rotasi objek dipengaruhi oleh titik pusat rotasi. Minta siswa membandingkan kembali Gambar 4.10: A, B, dan C.
- Arahkan pengamatan siswa fokus pada bentuk, posisi, dan ukuran objek sebelum dan sesudah rotasi.
- Guru dan siswa menemukan sifat rotasi berdasarkan pengamatan perputaran objek di lingkungan sekitar dan pada bidang kartesius seperti pada Gambar 4.10 dan Gambar 4.11.

Sifat 4.3:

Bangun yang diputar (rotasi) tidak mengalami perubahan bentuk dan ukuran.

Ayo Menalar

- Demonstrasikan proses menemukan matriks rotasi pada pusat O(0, 0) melalui Gambar 4.12. Ingatkan siswa konsep trigonometri serta kesamaan matriks.
- Pandu siswa kembali melakukan percobaan untuk menemukan konsep rotasi pada pusat P(a, b) dengan melakukan: (1) translasi titik dengan T(-a, -b) sehingga pusat rotasi menjadi O(0, 0). Dengan demikian, matriks rotasi dengan pusat O(0, 0) dapat digunakan, kemudian (2) hasil rotasi pada langkah (1) ditranslasi kembali dengan T(a, b).
- Guru dan siswa bersama-sama menyimpulkan atau membangun konsep rotasi yang diputar dengan sudut dan pusat P(p, q).

Titik A(x, y) diputar dengan pusat P(p, q) dan sudut α menghasilkan bayangan A'(x', y'), ditulis dengan:

$$A(x, y) \xrightarrow{R_{[p(p,q),\alpha]}} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - p \\ y - q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$$

Ayo Mencoba

- Uji pemahaman siswa kembali dengan mengajukan Contoh 4.13 dan Contoh 4.14. Minta siswa kembali mendemonstrasikan proses dan menjelaskannya di depan kelas.
- Guru memberikan persoalan lainnya sesuai konsep yang dipelajari untuk dikerjakan siswa secara berkelompok.

3. Kegiatan Penutup

- Minta siswa untuk mengomunikasikan konsep-konsep materi yang telah diketahui setelah pembelajaran.
- Siswa dan guru bersama-sama melakukan refleksi dan merangkumkan semua konsep dan sifat dari yang dipelajari.
- Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian.
- Beri tugas kepada siswa sebagai latihan di rumah. Guru dapat memberikan Uji Kompetensi 4.2 atau persoalan lainnya sesuai konsep yang dipelajari.
- Informasikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikutnya.

4.4 Menemukan Konsep Dilatasi (Perkalian)

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

- 1. Bentuk kelompok kecil siswa (3–4 orang) yang heterogen. Perhatikan karakteristik siswa dalam satu kelompok sehingga mendukung pembelajaran yang efisien dan efektif.
- 2. Informasikan tujuan pembelajaran dan tata cara penilaian selama proses pembelajaran.
- 3. Siapkan semua fasilitas yang mendukung selama proses pembelajaran
- 4. Siapkan RPP dan form penilaian.



No.	Deskripsi Kegiatan					
1.	Kegiatan Pendahuluan					
	Salam dari guru dan doa dipimpin oleh salah satu siswa.					
	• Apersepsi					
	 Motivasi siswa mempelajari konsep dilatasi (perkalian). 					
	2. Ingatkan kembali siswa materi dilatasi di tingkat SMP/MTs.					
	3. Informasikan kepada siswa bahwa konsep dilatasi (perkalian) ini					
	dikaji dengan pendekatan koordinat dan hubungannya dengan konsep matriks.					
	4. Informasikan tujuan pembelajaran dan cara penilaian.					
2.	Kegiatan Inti					
	Pengantar					
	Pandu siswa memberikan contoh dilatasi atau perkalian yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Arahkan siswa memahami perkalian atau dilatasi dengan pendekatan koordinat.					
	Masalah 4.5					
	Ayo Mencoba					
	Dengan kelompok berdiskusi, siswa diajak mengamati, tanya-jawab, dan mengomunikasikan pendapatnya akan Masalah 4.5.					
	• Minta siswa memahami Masalah 4.5 dan mengamati Gambar 4.13. Arahkan siswa fokus mengamati pada jarak <i>OA</i> dengan <i>OA</i> 2 atau <i>OB</i> dengan <i>OB</i> 2 atau <i>OC</i> dengan <i>OC</i> 2. Arahkan siswa kembali mengamati jarak <i>OA</i> dengan <i>OA</i> 1 atau <i>OB</i> dengan <i>OB</i> 1 atau <i>OC</i> dengan <i>OC</i> 1.					
	Ayo Mengomunikasikan					
	Berikan kesempatan kepada siswa untuk berdiskusi dan tunjuk salah satu kelompok untuk mengomunikasikan pendapat mereka "apa itu dilatasi?" melalui pengamatan jarak pada Gambar 4.13.					
	Minta siswa secara berkelompok membuat contoh lain mengenai dilatasi titik, garis dan bidang secara gambar. Kemudian menyajikannya di depan kelas.					
	Ayo Menanya					
	• Tanya siswa, yang manakah pusat dilatasi dan faktor skala dilatasi pada Gambar 4.13?					
	 Arahkan kembali siswa konsentrasi pada ukuran objek dengan dilatasinya. Minta siswa memperhatikan ukuran, ukuran dilatasinya dengan faktor skala dilatasi. 					

• Minta atau tunjuk seorang siswa untuk menyampaikan pendapatnya.

Ayo Menalar

- Arahkan bernalar dan memberikan komentar atau pendapatnya kembali akan gambar dengan dilatasi k, di mana k > 0, k = 0 dan k < 0.
- Dengan kegiatan pengamatan pada contoh-contoh perkalian/dilatasi di lingkungan sekitar dan pengamatan dilatasi objek pada bidang koordinat maka arahkan siswa memahami Sifat 4.4.

Sifat 44.

Bangun yang diperbesar atau diperkecil (dilatasi) dengan skala k dapat mengubah ukuran atau tetap ukurannya tetapi tidak mengubah bentuk.

- Jika k > 1 maka bangun akan diperbesar dan terletak searah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.
- Jika k = 1 maka bangun tidak mengalami perubahan ukuran dan letak.
- Jika $0 \le k \le 1$ maka bangun akan diperkecil dan terletak searah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.
- Jika -1 < k < 0 maka bangun akan diperkecil dan terletak berlawanan arah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.
- Jika k = -1 maka bangun tidak akan mengalami perubahan ukuran, tetapi letaknya berlawanan arah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.
- Jika k < -1 maka bangun akan diperbesar dan terletak berlawanan arah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.

Ayo Mengamati

- Arahkan kembali siswa mengamati Gambar 4.14 dengan konsentrasi pada pusat dilatasi setiap objek (A, B, C, D dan E)?
- Minta siswa mengamati koordinat objek tersebut, koordinat hasil dilatasi, koordinat pusat dilatasi serta jarak objek ke pusat dilatasi dan jarak hasil dilatasi ke pusat dilatasi.
- Perintahkan siswa melengkapi Tabel 4.7 dengan melihat panduan pada sel yang telah terisi. Pandu siswa melengkapi sel.



• Tabel 4.7 telah terisi sebagai berikut.

Ayo Mencoba

No.	Pusat	Obyek	Hasil	Pola
1	2	3	4	5
1	P(0,0)	A(2, 2)	A'(6, 6)	$ \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} $
2	P(0,0)	B(-2, 2)	B'(2,-2)	
3	P(9, 0)	C(9, 2)	C'(9, -4)	
4	P(-10, 1)	D(-8, 2)	D'(-2, 5)	
5	P(-8, -3)	E(-7, -3)	E(-3, -3)	$ \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix} = 5 \begin{pmatrix} -7 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \end{pmatrix} $

Ayo Mengamati

- Arahkan dan pandu siswa melihat pola perhitungan pada Tabel 4.7. Lihat kolom 5.
- Berdasarkan pengamatan dan bentuk pola yang ditemukan, guru dan siswa menuliskan konsep dilatasi pada pusat P(p,q) dan skala k.

Titik A(x, y) didilatasi dengan pusat P(p, q) dan skala k menghasilkan bayangan A'(x', y'), ditulis dengan,

$$A(x, y) \xrightarrow{R_{[p(p,q),k]}} A'(x', y')$$
$$\binom{x'}{y'} = k \binom{x-p}{y-q} + \binom{p}{q}$$

Ayo Menalar

• Uji pemahaman siswa kembali akan konsep dilatasi dengan mengajukan Contoh 4.15 dan Contoh 4.16. Minta siswa mendemonstrasikan proses dan menunjukkan gambarnya.

Kegiatan Penutup Minta siswa mengomunikasikan kembali konsep-konsep materi yang telah diketahui setelah pembelajaran. Siswa dan guru bersama-sama melakukan refleksi dan merangkumkan semua konsep dan sifat transformasi dari yang dipelajari. Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian. Hasil kerja kelompok dikumpulkan oleh guru. Beri tugas kepada siswa sebagai latihan di rumah.

4.5 Komposisi Transformasi

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Bentuk kelompok kecil siswa (3–4 orang) yang heterogen. Perhatikan karakteristik siswa dalam satu kelompok sehingga mendukung pembelajaran yang efisien dan efektif.

Informasikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikutnya.

- 2. Informasikan tujuan pembelajaran dan tata cara penilaian selama proses pembelajaran.
- 3. Siapkan semua fasilitas yang mendukung selama proses pembelajaran
- 4. Siapkan RPP dan form penilaian.

No.	Deskripsi Kegiatan				
1.	Kegiatan Pendahuluan				
	Salam dari guru dan doa dipimpin oleh salah satu siswa.				
	• Apersepsi				
	 Motivasi siswa mempelajari konsep komposisi transformasi meliputi kompisisi translasi, komposisi refleksi, komposisi rotasi, dan komposisi dilatasi. 				
	Ingatkan kembali siswa materi transformasi (translasi, refleksi, rotasi dan dilatasi) pada sub-bab sebelumnya dan konsep fungsi komposisi di kelas X.				
	3. Informasikan kepada siswa bahwa konsep ini dikaji dengan pendekatan koordinat dan hubungannya dengan konsep matriks.				
	4. Informasikan tujuan pembelajaran dan cara penilaian.				



2. Kegiatan Inti

Ayo Mengamati

- Guru mengingatkan kembali konsep-konsep transformasi (translasi, refleksi, rotasi dan dilatasi) secara umum.
- Guru mendemonstrasikan proses penyelesaian pada Masalah 4.6 sehingga siswa memahami proses transformasi bertahap.
- Setelah siswa memahami proses bertahap, guru menerangkan komposisi translasi dengan menunjukkan keterkaitannya dengan komposisi fungsi secara umum.
- Arahkan siswa memahami Skema 4.1.
- Motivasi siswa untuk lebih memahami konsep komposisi translasi secara umum.
- Guru menerangkan proses penyelesaian Contoh 4.17 dan menunjukkan keterkaitan konsep komposisi translasi.
- Minta siswa menunjukkan Contoh 4.17 dengan gambar pada bidang koordinat kartesius.

Ayo Mencoba dan Mengomunikasikan

- Guru memberikan contoh komposisi translasi lainnya untuk dikerjakan siswa secara mandiri atau berkelompok. Hasil kerja siswa dipresentasikan di depan kelas. Arahkan siswa untuk bertanya-jawab.
- Guru menjadi fasilitator, memantau kebenaran jawaban dan konsep serta memberikan penilaian.

Masalah 4.7

Ayo Mengamati

- Minta siswa memahami Masalah 4.7 dan memandu siswa mengamati dan menalar bentuk pencerminan yang diceritakan pada Masalah 4.7. Minta siswa memberi komentar dan arahkan ke sesi tanya-jawab.
- Pandu siswa memahami konsep komposisi refleksi secara umum.
 Informasikan bahwa konsep ini sama halnya dengan komposisi fungsi pada umumnya atau konsep komposisi translasi.
- Arahkan siswa memahami perbedaan komposisi translasi dengan komposisi refleksi. Minta siswa memberikan komentar tentang perbedaan kedua komposisi transformasi.
- Arahkan siswa fokus pada proses refleksi bertahap sehingga terbentuk komposisi refleksi.
- Guru dan siswa bersama-sama menemukan konsep komposisi refleksi. Minta siswa memberikan pendapat tentang Skema 4.2.

Ayo Menalar, Mencoba dan Mengomunikasikan

- Pandu siswa memahami konsep komposisi refleksi secara umum.
- Minta siswa memahami Contoh 4.17 kemudian guru memberikan persoalan lainnya untuk dikerjakan siswa secara mandiri atau berkelompok.
- Siswa mempresentasikan hasil kerjanya di depan kelas. Arahkan siswa untuk bertanya-jawab. Guru menjadi fasilitator dan menjaga keadaan kelas tetap terarah pada pembelajaran. Guru mengamati kebenaran jawaban dan konsep. Guru melakukan penilaian.

Ayo Mengamati

- Berikan informasi kepada siswa kembali tentang translasi bertahap, refleksi bertahap, dan keterkaitannya dengan komposisinya.
- Berikan beberapa persoalan yang berkaitan dengan rotasi bertahap dan dilatasi bertahap sederhana dengan pusat rotasi atau pusat dilatasi yang sama.

Ayo Mencoba dan mengomunikasikan

 Minta siswa mencoba mengerjakan persoalan rotasi bertahap dan dilatasi bertahap serta mempresentasikan hasil kerjanya di depan kelas. Guru memantau kebenaran jawaban.

Ayo Mengamati

- Guru mendemonstrasikan proses penyelesaian Contoh 4.18, dan Contoh 4.19.
- Guru memberikan contoh persoalan lainnya untuk dikerjakan siswa,
- Minta siswa kembali mendemonstrasikan proses dan menjelaskannya proses penyelesaian Contoh 4.20 dan Contoh 4.21 di depan kelas.
- Guru memberikan persoalan lainnya sesuai konsep yang dipelajari untuk dikerjakan siswa secara berkelompok.

3. Kegiatan Penutup

- Minta siswa untuk mengomunikasikan konsep-konsep materi yang telah diketahui setelah pembelajaran.
- Siswa dan guru bersama-sama melakukan refleksi dan merangkumkan semua konsep yang dipelajari.
- Berikan penilaian terhadap proses, dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian.
- Beri tugas kepada siswa sebagai latihan di rumah.
- Beri tugas kepada siswa sebagai latihan di rumah. Guru dapat memberikan Uji Kompetensi 4.3 atau persoalan lainnya sesuai konsep yang dipelajari.
- Informasikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikutnya.



F. Penilaian

Prosedur Penilaian:

No	Aspek yang dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1.	Berani bertanya	Pengamatan	Kegiatan Inti
2.	Berpendapat	Pengamatan	Kegiatan Inti
3.	Mau mendengarkan orang lain	Pengamatan	Kegiatan Inti
4.	Bekerja sama	Pengamatan	Kegiatan Inti
5.	Konsep	Tes tertulis	Kegiatan penutup

1 Instrumen Penilaian Sikap

(Sikap Kinerja dalam Menyelesaikan Tugas Kelompok)

				Aspek			
No.	Nama Peserta Didik	Kerja sama	Keaktifan	Menghargai Pendapat Teman	Tanggung Jawab	Jumlah	Nilai
1.							
2.							
3.							
4.							
5.							

Keterangan Skor:

- 1 = (belum terlihat), apabila peserta didik belum memperlihatkan tanda-tanda awal perilaku sikap yang dinyatakan dalam indikator.
- 2 = (mulai terlihat), apabila peserta didik mulai memperlihatkan adanya tandatanda awal perilaku yang dinyatakan dalam indikator tetapi belum konsisten.
- 3 = (mulai berkembang), apabila peserta didik sudah memperlihatkan tanda perilaku yang dinyatakan dalam indikator dan mulai konsisten.
- 4 = (membudaya), apabila peserta didik terus-menerus memperlihatkan perilaku yang dinyatakan dalam indikator secara konsisten.

Skor Maksimal = 16
Nilai =
$$\frac{\text{Skor Perolehan}}{\text{Skor Maksimal}} \times 100\%$$

2. Instrumen Penilaian Pengetahuan

Contoh rubrik penilaian hasil penyelesaian soal oleh siswa. Dengan mempertimbangkan langkah-langkah penyelesaian soal yang dilakukan oleh siswa terhadap soal-soal yang diajukan guru maka dapat disusun rubrik penilaiannya. Alternatif pedoman penskorannya sebagai berikut.

No.	Aspek Penilaian	Rubrik Penilaian	Skor
1.	Pemahaman terhadap konsep	Penyelesaian dihubungkan dengan konsep transformasi	5
		Sudah menghubungkan penyelesaian dengan konsep transformasi namun belum benar	3
	transformasi	Penyelesaian sama sekali tidak dihubungkan dengan konsep transformasi	1
		Tidak ada respons jawaban	0
		Jawab benar	5
2.	Kebenaran jawaban akhir soal	Jawab hampir benar	3
۷.		Jawaban Salah	1
		Tidak ada respons jawaban	0
	Proses perhitungan	Proses perhitungan benar	5
		Proses perhitungan sebagian besar benar	3
3.		Proses perhitungan sebagian kecil saja yang benar	2
		Proses perhitungan sama sekali salah	1
		Tidak ada respons jawaban	0
		Sketsa objek dan bayangan oleh transformasi benar	5
4.	Membuat sketsa	Sketsa objek dan bayangan oleh transformasi benar tapi kurang lengkap	3
		Sketsa objek dan bayangan oleh transformasi tidak benar	2



No.	Aspek Penilaian	Rubrik Penilaian	Skor
		Tidak ada sketsa	0
		Skor maksimal =	20
		Skor minimal =	0

3. Instrumen Penilaian Pengetahuan

(Penilaian kinerja dalam menyelesaikan tugas presentasi)

	Nama Peserta didik	Nama Aspek						Jumlah	
No.		Komunikasi	Sistematika Penyampaian	Penguasaan Materi	Keberanian	Antusias	Skor	Nilai	
1.									
2.									
3.									
4.									
5.									
6.									

SB = Sangat Baik B = Baik KB = Kurang Baik

Keterangan Skor:

Komunikasi:

- 1 = Tidak dapat berkomunikasi
- 2 = Komunikasi agak lancar, tetapi sulit dimengerti
- 3 = Komunikasi lancar tetapi kurang jelas dimengerti
- 4 = Komunikasi sangat lancar, benar, dan jelas

Wawasan:

- 1 = Tidak menunjukkan pengetahuan/materi
- 2 = Sedikit memiliki pengetahuan/materi
- 3 = Memiliki pengetahuan/materi tetapi kurang luas
- 4 = Memiliki pengetahuan/materi yang luas

Antusias:

- 1 = Tidak antusias
- 2 = Kurang antusias
- 3 = Antusias tetapi kurang kontrol
- 4 = Antusias dan terkontrol

Sistematika Penyampaian:

- 1 = Tidak sistematis
- 2 = Sistematis
- 3 = Sistematis, uraian cukup
- 4 = Sistematis, uraian luas, dan jelas

Keberanian:

- 1 = Tidak ada keberanian
- 2 = Kurang berani
- 3 = Berani
- 4 = Sangat berani

Skor Maksimal = 20 Nilai = $\frac{\text{Skor Perolehan}}{\text{Skor Maksimal}} \times 100\%$

G. Pengayaan

Bentuk pembelajaran pengayaan adalah pemberian asesmen portofolio tambahan yang memuat asesmen masalah autentik, proyek, keterampilan proses, *check up* diri, dan asesmen kerja sama kelompok. Sebelum asesmen ini dikembangkan terlebih dahulu dilakukan identifikasi kemampuan belajar berdasarkan jenis serta tingkat kelebihan belajar peserta didik. Misalnya, belajar lebih cepat, menyimpan informasi lebih mudah, keingintahuan lebih tinggi, berpikir mandiri, superior dan berpikir abstrak, dan memiliki banyak minat. Pembelajaran pengayaan dapat dilaksanakan melalui belajar kelompok, belajar mandiri, bimbingan khusus dari guru dan para ahli (mentor).

Materi pembahasan pada pembelajaran pengayaan bertumpu pada pengembangan kompetensi dasar wajib tertera pada Kurikulum Matematika 2013, termasuk pengembangan kompetensi dasar peminatan. Materi pembahasan dituangkan dalam asesmen masalah autentik, proyek, keterampilan proses, *check up* diri, dan asesmen kerja sama kelompok. Keterampilan yang dibangun melalui materi matematika yang dipelajari adalah kemampuan berpikir tingkat tinggi (berpikir kreatif dan kritis) serta kemampuan adaptif terhadap perubahan, penggunaan teknologi, dan membangun kerja sama antar siswa dan orang lain yang lebih memahami masalah yang diajukan dalam asesmen.



H. Remedial

Pembelajaran remedial membantu peserta didik yang mengalami kesulitan dalam belajar. Pembelajaran remedial adalah tindakan perbaikan pembelajaran bagi peserta didik yang belum mencapai kompetensi. Remedial bukan mengulang tes (ulangan harian) dengan materi yang sama, tetapi guru memberikan perbaikan pembelajaran pada KD yang belum dikuasai oleh peserta didik melalui upaya tertentu

Bentuk pembelajaran remedial tergantung pada jumlah peserta didik yang mengalami kegagalan mencapai kompetensi dasar yang ditetapkan. Beberapa alternatif bentuk pelaksanaan pembelajaran remedial di sekolah.

- a. Jika jumlah peserta didik yang mengikuti remedial lebih dari 50%, maka tindakan yang dilakukan adalah pemberian pembelajaran ulang dengan model dan strategi pembelajaran yang lebih inovatif berbasis pada berbagai kesulitan belajar yang dialami peserta didik yang berdampak pada peningkatan kemampuan untuk mencapai kompetensi dasar tertentu.
- b. Jika jumlah peserta didik yang mengikuti remedial lebih dari 20% tetapi kurang dari 50%, maka tindakan yang dilakukan adalah pemberian tugas terstruktur baik secara berkelompok dan tugas mandiri. Tugas yang diberikan berbasis pada berbagai kesulitan belajar yang dialami peserta didik yang berdampak pada peningkatan kemampuan untuk mencapai kompetensi dasar tertentu.
- c. Jika jumlah peserta didik yang mengikuti remedial maksimal 20%, maka tindakan yang dilakukan adalah pemberian bimbingan secara khusus, misalnya bimbingan perorangan oleh guru dan tutor sebaya.

I. Rangkuman

Setelah kita membahas materi transformasi, kita membuat kesimpulan sebagai hasil pengamatan pada berbagai konsep dan aturan transformasi sebagai berikut:

- 1. Transformasi yang dikaji terdiri dari translasi (pergeseran), refleksi (pencerminan), rotasi (perputaran) dan dilatasi (perkalian).
- 2. Matriks transformasi yang diperoleh adalah:

No.	Transformasi	Matrik Transformasi
1.	Translasi (a, b)	$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$
2.	Refleksi Titik $O(0, 0)$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
3.	Refleksi Sumbu x	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
4.	Refleksi Sumbu y	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
5.	Refleksi garis $y = x$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
6.	Refleksi garis $y = -x$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
7.	Rotasi $[\alpha, P(a, b)]$	$\begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

No.	Transformasi	Matrik Transformasi
8.	Dilatasi [k, P(a, b)]	

3. Transformasi mempunai sifat-sifat sebagai berikut:

Translasi

Bangun yang digeser (translasi) tidak mengalami perubahan bentuk dan ukuran.

Refleksi

Bangun yang dicerminkan (refleksi) dengan cermin datar tidak mengalami perubahan bentuk dan ukuran. Jarak bangun dengan cermin (cermin datar) adalah sama dengan jarak bayangan dengan cermin tersebut.

Rotasi

Bangun yang diputar (rotasi) tidak mengalami perubahan bentuk dan ukuran.

Dilatasi

Bangun yang diperbesar atau diperkecil (dilatasi) dengan skala k dapat mengubah ukuran atau tetap ukurannya tetapi tidak mengubah bentuk.

- Jika k > 1 maka bangun akan diperbesar dan terletak searah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.
- Jika k = 1 maka bangun tidak mengalami perubahan ukuran dan letak.
- Jika 0 < k < 1 maka bangun akan diperkecil dan terletak searah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.
- Jika -1 < k < 0 maka bangun akan diperkecil dan terletak berlawanan arah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.
- Jika k = -1 maka bangun tidak akan mengalami perubahan bentuk dan ukuran dan terletak berlawanan arah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula
- Jika k < -1 maka bangun akan diperbesar dan terletak berlawanan arah terhadap pusat dilatasi dengan bangun semula.



Selanjutnya, kita akan membahas tentang materi barisan dan deret. Materi prasyarat yang harus kamu kuasai adalah himpunan, fungsi, dan operasi hitung bilangan. Hal ini sangat berguna dalam penentuan fungsi dari barisan tersebut. Semua apa yang kamu sudah pelajari sangat berguna untuk melanjutkan bahasan berikutnya dan seluruh konsep dan aturan-aturan matematika dibangun dari situasi nyata dan diterapkan dalam pemecahan masalah kehidupan.