



BAB 3

Matriks

A. Kompetensi Inti

Sikap	<ol style="list-style-type: none">1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.2. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerja sama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
Pengetahuan	<ol style="list-style-type: none">3. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
Keterampilan	<ol style="list-style-type: none">4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

B. Kompetensi Dasar dan Indikator

Indikator Pencapaian Kompetensi pada kegiatan pembelajaran dapat dikembangkan oleh guru yang disesuaikan dari kondisi peserta didik dan lingkungan di tempat guru mengajar.



Berikut ini dipaparkan contoh Indikator Pencapaian Kompetensi yang dapat dijabarkan dari KD pengetahuan 3.3-3.4 dan KD Keterampilan 4.3-4.4.

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.3 Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan perkalian, serta transpos.	3.3.1 Mendefinisikan matriks. 3.3.2 Menunjukkan konsep kesamaan matriks. 3.3.3 Memahami operasi-operasi pada matriks.
3.4 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 .	3.4.1 Menyatakan determinan matriks. 3.4.2 Menyatakan invers matriks.
4.3 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan operasinya.	4.3.1 Menyajikan model matematika dari suatu masalah nyata yang berkaitan dengan matriks dan menyatakan konsep kesamaan matriks. 4.3.2 Menyatakan operasi-operasi matriks.
4.4 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 .	4.4.1 Menyajikan model matematika dari suatu masalah nyata yang berkaitan dengan determinan matriks. 4.4.2 Menyajikan model matematika dari suatu masalah nyata yang berkaitan dengan invers matriks.

C. Tujuan Pembelajaran

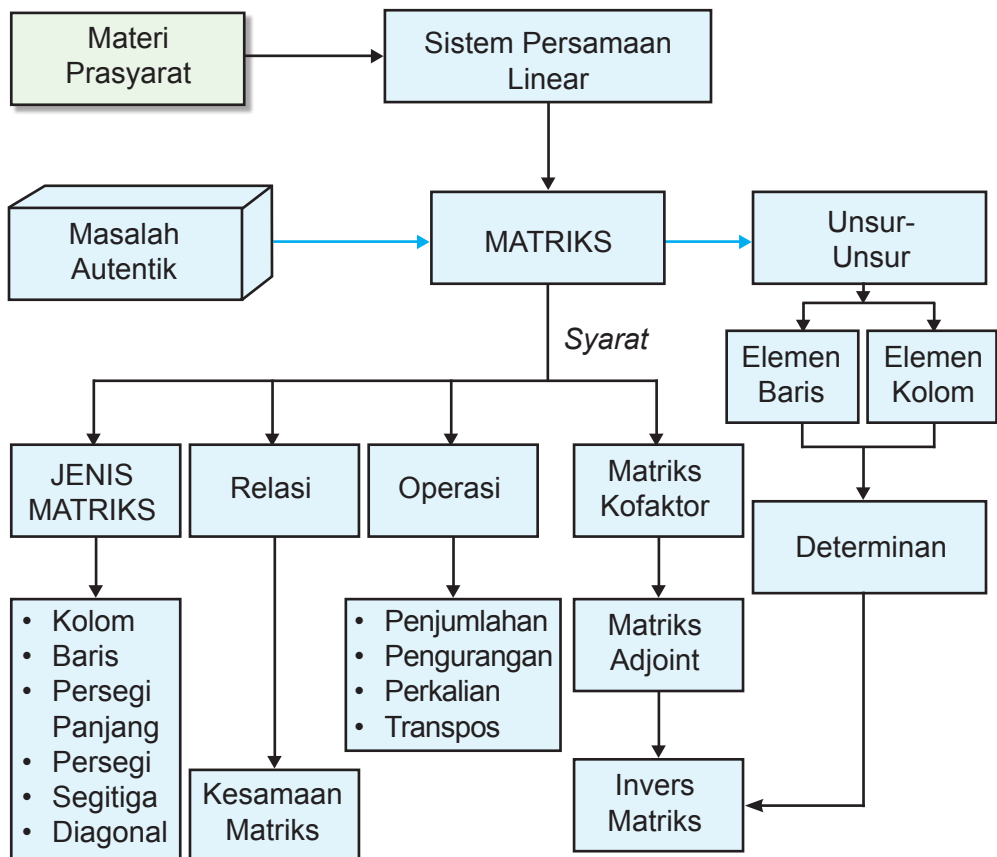
Pembelajaran materi matriks melalui pengamatan, tanya jawab, penugasan individu dan kelompok, diskusi kelompok, dan penemuan (*discovery*) diharapkan siswa dapat:

1. Melatih sikap sosial berani bertanya, berpendapat, mau mendengar orang lain, bekerja sama dalam diskusi di kelompok sehingga terbiasa berani bertanya, berpendapat, mau mendengar orang lain, bekerja sama dalam aktivitas sehari-hari.
2. Menunjukkan ingin tahu selama mengikuti proses.



3. Bertanggung jawab terhadap kelompoknya dalam menyelesaikan tugasnya.
4. Menjelaskan pengertian matriks.
5. Menjelaskan dengan kata-kata dan menyatakan masalah dalam sehari-hari yang berkaitan dengan matriks.
6. Menunjukkan konsep kesamaan matriks.
7. Memahami operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian matriks dengan bilangan skalar dan perkalian, serta transpos matriks.
8. Menyajikan determinan matriks.
9. Menyajikan invers matriks.
10. Menyajikan model matematika berkaitan dengan determinan dan invers matriks.

D. Diagram Alir





E. Proses Pembelajaran

3.1 Membangun Konsep Matriks

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Siswa diharapkan sudah membawa perlengkapan alat-alat tulis untuk pembelajaran.
2. Bentuklah kelompok kecil siswa yang memungkinkan belajar secara efektif dan efisien.
3. Sediakan tabel-tabel yang diperlukan bagi siswa untuk mengisikan hasil kerjanya pada tiap kegiatan yang dilaksanakan.

No.	Deskripsi Kegiatan
1.	Kegiatan Pendahuluan <ul style="list-style-type: none">• Pembelajaran dimulai dengan Salam dan Doa• <i>Apersepsi</i><ol style="list-style-type: none">1. Para siswa diperkenalkan dengan informasi berbagai bentuk baik tabel, jadwal transportasi, susunan benda, dan susunan angka.2. Informasikan kepada siswa bahwa informasi seperti jadwal, susunan barang, dan susunan angka pada tabel dapat dibentuk menjadi beberapa susunan angka yang sederhana.3. Berilah kesempatan kepada siswa untuk memikirkan bentuk susunan angka yang dibentuk.4. Kemudian ajaklah siswa untuk memahami salah satu bentuk yang dapat dibuat seperti yang telah diuraikan pada buku siswa.5. Berdasarkan masalah dan kegiatan yang diberikan pada buku siswa, instruksikan siswa agar mampu menemukan konsep matriks.6. Berilah penilaian kepada siswa yang sedang melakukan aktivitas membuat susunan matriks.
2.	Kegiatan Inti <i>Pengantar Pembelajaran</i> <ul style="list-style-type: none">• Tumbuhkan motivasi internal dalam diri siswa melalui menunjukkan manfaat mempelajari matriks dalam kehidupan.• Ajaklah siswa untuk memperhatikan dan memahami masalah pada buku siswa.



Mengamati

- Arahkan siswa menemukan matriks dari berbagai situasi nyata yang dekat dengan kehidupan siswa.
- Guru memberikan kesempatan siswa untuk mengamati Masalah 3.1; 3.2 yaitu:

Masalah 3.1

Seorang wisatawan lokal hendak berlibur ke beberapa tempat wisata yang ada di pulau Jawa. Untuk memaksimalkan waktu liburan, dia mencatat jarak antar kota-kota tersebut sebagai berikut.

Bandung–Semarang 367 km

Semarang–Yogyakarta 115 km

Bandung–Yogyakarta 428 km

Tentukanlah susunan jarak antar kota tujuan wisata, seandainya wisatawan tersebut memulai perjalanannya dari Bandung! Kemudian berikan makna setiap angka dalam susunan tersebut.

Masalah 3.2

Manager supermarket ingin menata koleksi barang yang tersedia. Ubahlah bentuk susunan barang di supermarket di bawah ini menjadi matriks dan tentukan elemen-elemennya.

KOLEKSI Susu 10 (item)	KOLEKSI Roti dan Biskuit 20 (item)	KOLEKSI Permen dan Coklat 14 (item)
KOLEKSI Sabun 18 (item)	KOLEKSI Sampo dan Pasta Gigi 12 (item)	KOLEKSI Detergen 8 (item)
KOLEKSI Minyak Goreng 22 (item)	KOLEKSI Beras dan Tepung 6 (item)	KOLEKSI Bumbu 17 (item)

Gambar 3. 2: Susunan barang pada rak supermarket



Menanya

- Siswa diupayakan untuk bertanya tentang hubungan susunan benda ataupun angka terhadap konsep matriks.
- Guru memastikan kelompok dapat bekerja sama dalam merumuskan konsep yang akan dicapai dengan melemparkan ataupun merangsang siswa untuk bertanya.

Menalar

- Untuk mendapatkan penalaran terhadap konsep matriks, guru memberikan kesempatan siswa untuk melakukan Kegiatan 3.1, yaitu:

Kegiatan 3.1

1. Bentuklah kelompok yang masing-masing beranggotakan 3-4 orang.
2. Wawancaralah setiap anggota kelompok untuk mendapatkan informasi nilai siswa terhadap tiga mata pelajaran yang diminatinya.
3. Sajikan data yang diperoleh dalam bentuk tabel seperti di bawah ini.
4. Sajikan pula data tersebut dalam bentuk matriks dan jelaskan.

Nilai Siswa			
Nama Siswa	Pelajaran X	Pelajaran Y	Pelajaran Z
Siswa A
Siswa B
Siswa C

Mengomunikasikan

- Mintalah siswa untuk berbagi hasil diskusi ke teman sebangku dan pastikan teman yang menerima hasil karya tersebut memahami apa yang harus dilakukan.
- Guru memberikan kesempatan siswa untuk dapat menyatakan sendiri konsep matriks dengan bahasa dan penyampaiannya sendiri.
- Guru memastikan siswa dapat menjelaskan jenis-jenis matriks.
- Guru memastikan siswa dapat memahami konsep kesamaan matriks.

3. Kegiatan Penutup

- Periksa apakah semua kelompok sudah mengumpulkan tugas dan apakah identitas kelompok sudah jelas.
- Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian.
- Guru sebaiknya hanya mengonfirmasi akan kebenaran konsep matriks yang diperoleh siswa.



3.2 Jenis-Jenis Matriks

No.	Deskripsi Kegiatan
1.	Kegiatan Pendahuluan <ul style="list-style-type: none">• Pembelajaran dimulai dengan salam dan doa.• Tumbuhkan motivasi internal dalam diri siswa melalui menunjukkan manfaat mempelajari matriks dalam kehidupan siswa.
2.	Kegiatan Inti <p><i>Mengamati</i></p> <ul style="list-style-type: none">• Ajaklah siswa untuk memperhatikan dan memahami contoh 3.1.• Arahkan siswa menemukan bentuk-bentuk matriks dari contoh 3.1. <p>Contoh 3.1</p> <p>Teguh, siswa kelas IX SMA Panca Budi, akan menyusun anggota keluarganya berdasarkan umur dalam bentuk matriks. Dia memiliki Ayah, Ibu, berturut-turut berumur 46 tahun dan 43 tahun. Selain itu dia juga memiliki kakak dan adik, secara berurut, Ningrum (22 tahun), Sekar (19 tahun), dan Wahyu (12 tahun). Dia sendiri berumur 14 tahun.</p> <p>Berbekal dengan materi yang dia pelajari di sekolah dan kesungguhan dia dalam berlatih, dia mampu mengkreasikan susunan matriks, yang merepresentasikan umur anggota keluarga Teguh, sebagai berikut (berdasarkan urutan umur dalam keluarga Teguh).</p> <p><i>Menanya</i></p> <ul style="list-style-type: none">• Siswa diupayakan untuk bertanya tentang bentuk matriks alternatif lainnya yang dikembangkan dari contoh 3.1. <p><i>Menalar</i></p> <ul style="list-style-type: none">• Untuk mendapatkan penalaran terhadap jenis-jenis matriks, guru memberikan kesempatan siswa untuk membentuk matriks lainnya.• Berikan bentuk matriks lain untuk mendapatkan hubungan antar matriks. <p><i>Mengomunikasikan</i></p> <ul style="list-style-type: none">• Mintalah siswa untuk berbagi hasil diskusi ke teman sebangku.• Guru memberikan kesempatan siswa untuk dapat menyatakan sendiri jenis-jenis matriks dengan bahasa dan penyampaiannya sendiri.• Guru memastikan siswa dapat menjelaskan jenis-jenis matriks.• Guru memastikan siswa dapat memahami konsep kesamaan matriks.



3.	Kegiatan Penutup <ul style="list-style-type: none">Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian.Guru sebaiknya hanya mengkonfirmasi akan kebenaran konsep matriks yang diperoleh siswa.
----	--

3.3 Kesamaan Matriks

No.	Deskripsi Kegiatan
1.	Kegiatan Pendahuluan <ul style="list-style-type: none">Pembelajaran dimulai dengan salam dan doa.Tumbuhkan motivasi internal dalam diri siswa melalui menunjukkan manfaat mempelajari matriks dalam kehidupan siswa.
2.	Kegiatan Inti <p><i>Mengamati</i></p> <ul style="list-style-type: none">Berikan siswa bentuk-bentuk matriks. <p><i>Menanya</i></p> <ul style="list-style-type: none">Siswa diupayakan untuk bertanya tentang bentuk matriks yang sama. <p><i>Menalar</i></p> <ul style="list-style-type: none">Untuk mendapatkan penalaran terhadap jenis-jenis matriks, guru memberikan kesempatan siswa untuk membentuk matriks lainnya.Berikan bentuk matriks lain untuk mendapatkan hubungan antarmatriks dengan memberikan contoh 3.2, yaitu: <p>CONTOH 3.2</p> <p>Tentukan nilai a, b, c, dan d yang memenuhi matriks $P^t = Q$, dengan</p> $P = \begin{bmatrix} 2a-4 & 3b \\ d+2a & 2c \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \text{ dan } Q = \begin{bmatrix} b-5 & 3a-c & 4 \\ 3 & 6 & 7 \end{bmatrix}$ <p><i>Mengomunikasikan</i></p> <ul style="list-style-type: none">Mintalah siswa untuk berbagi hasil diskusi pada teman sebangku.Guru memberikan kesempatan siswa untuk dapat menyatakan sendiri jenis-jenis matriks dengan bahasa dan penyampaian sendiri.Guru memastikan siswa dapat memahami konsep kesamaan matriks.



3. Kegiatan Penutup

- Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian.
- Guru sebaiknya hanya mengonfirmasi akan kebenaran konsep matriks yang diperoleh siswa.

Penilaian

1. Prosedur Penilaian:

No	Aspek yang dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1.	Bekerja sama	Pengamatan	Kegiatan Inti
2.	Tanggung jawab	Pengamatan	Kegiatan Inti
3.	Konsep	Tes tertulis	Kegiatan penutup

2. Instrumen Pengamatan

Indikator perkembangan sikap bekerja sama:

1. Kurang baik jika sama sekali tidak mau bekerja sama dalam proses pembelajaran.
2. Baik jika menunjukkan sudah ada usaha mau bekerja sama dalam proses pembelajaran.
3. Sangat baik jika menunjukkan adanya kerja sama dalam proses pembelajaran secara terus menerus dan konsisten.

Indikator perkembangan sikap tanggung jawab (dalam kelompok)

1. Kurang baik jika menunjukkan sama sekali tidak ambil bagian dalam melaksanakan tugas kelompok.
2. Baik jika menunjukkan sudah ada usaha ambil bagian dalam melaksanakan tugas kelompok tetapi belum konsisten.
3. Sangat baik jika menunjukkan sudah ambil bagian dalam menyelesaikan tugas kelompok secara terus menerus dan konsisten.

Bubuhkan tanda \checkmark pada kolom-kolom sesuai hasil pengamatan.

No.	Nama	Bekerja Sama			Tanggung Jawab		
		SB	B	KB	SB	B	KB
1.							



No.	Nama	Bekerja Sama			Tanggung Jawab		
		SB	B	KB	SB	B	KB
2.							
3.							
...							
29							
30							

SB = Sangat Baik B = Baik KB = Kurang Baik

3. Instrumen Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan:

Petunjuk:

- Kerjakan soal berikut secara individu, dilarang bekerja sama dan dilarang menyontek.
- Selesaikanlah soal-soal berikut ini.

Soal:

- Buatlah matriks yang terdiri dari 5 baris dan 3 kolom, dengan elemennya adalah 15 bilangan prima yang pertama.
- Untuk matriks-matriks berikut, tentukan pasangan-pasangan matriks yang sama.

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}^t, \quad D = \begin{bmatrix} p & q & r \\ s & t & u \end{bmatrix}$$

Pedoman Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

No. Soal	Aspek Penilaian	Rubrik Penilaian	Skor	Skor Maksimal
1.	Keterampilan membentuk model dan menyelesaikan masalah	Dijawab benar	25	25
		Dijawab salah	5	
		Tidak ada jawaban	0	



No. Soal	Aspek Penilaian	Rubrik Penilaian	Skor	Skor Maksimal
2.	Ketelitian dalam konsep	Dijawab benar	20	25
		Dijawab salah	5	
		Tidak ada jawaban	0	
	Skor maksimal =		50	50
	Skor minimal =		0	0

3.4 Operasi pada Matriks

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Pastikan siswa sudah paham dengan konsep matriks dan elemen matriks.
2. Berikan motivasi pada siswa akan pentingnya belajar operasi matriks.
3. Pilih dan rancang masalah sederhana untuk membelajarkan operasi matriks.

No.	Deskripsi Kegiatan
1.	Kegiatan Pendahuluan <ul style="list-style-type: none">• <i>Apersepsi</i>
2.	Kegiatan Inti <i>Pengantar Pembelajaran</i> <ul style="list-style-type: none">• Tumbuhkan motivasi internal dalam diri siswa dengan memaparkan manfaat mempelajari operasi matriks dalam kehidupan siswa.• Ajaklah siswa untuk memperhatikan dan memahami masalah pada buku siswa.• Himbaulah siswa untuk memperhatikan masalah yang ada di sekitarnya yang dapat dimodelkan dalam bentuk matriks. <i>Mengamati</i> <ul style="list-style-type: none">• Arahkan siswa mengamati setiap masalah-masalah yang berkaitan pada tiap-tiap operasi matriks, yaitu:



1. Penjumlahan

Masalah 3.3

Toko kue berkonsep waralaba ingin mengembangkan usaha di dua kota yang berbeda. Manager produksi ingin mendapatkan data biaya untuk masing-masing kue seperti pada tabel berikut:

Tabel Biaya Toko di Kota A (dalam Rp)		
	<i>Brownies</i>	Bika Ambon
Bahan kue	1.000.000	1.200.000
Juru masak/ <i>Chef</i>	2.000.000	3.000.000

Tabel Biaya Toko di Kota B (dalam Rp)		
	<i>Brownies</i>	Bika Ambon
Bahan kue	1.500.000	1.700.000
Juru masak/ <i>chef</i>	3.000.000	3.500.000

Berapa total biaya yang diperlukan oleh kedua toko kue?

2. Pengurangan

Masalah 3.4

Sebuah pabrik tekstil hendak menyusun tabel aktiva mesin dan penyusutan mesin selama 1 tahun yang dinilai sama dengan 10% dari harga perolehan sebagai berikut.

Jenis Aktiva	Harga perolehan (Rp)	Penyusutan tahun I (Rp)	Harga baku (Rp)
Mesin A	25.000.000	2.500.000	
Mesin B	65.000.000	6.500.000	
Mesin C	48.000.000	4.800.000	

3. Operasi Perkalian Skalar pada Matriks

Contoh 3.5

a) Jika $H = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, maka $2.H = \begin{bmatrix} 2 \times 2 & 2 \times 3 \\ 2 \times 4 & 2 \times 5 \\ 2 \times 1 & 2 \times 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 8 & 10 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$.



$$\begin{aligned} \text{b) Jika } L &= \begin{bmatrix} 12 & 30 & 15 \\ 0 & 24 & 18 \\ 3 & -3 & -12 \end{bmatrix}, \text{ maka } \frac{1}{3} \cdot L = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \times 12 & \frac{1}{3} \times 30 & \frac{1}{3} \times 15 \\ \frac{1}{3} \times 0 & \frac{1}{3} \times 24 & \frac{1}{3} \times 18 \\ \frac{1}{3} \times 3 & \frac{1}{3} \times (-3) & \frac{1}{3} \times (-12) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 4 & 10 & 5 \\ 0 & 8 & 6 \\ 1 & -1 & -4 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) Jika } M &= \begin{bmatrix} 12 & 24 & 36 \\ 48 & 60 & 72 \end{bmatrix}, \text{ maka} \\ \frac{1}{4}M + \frac{3}{4}M &= \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \times 12 & \frac{1}{4} \times 24 & \frac{1}{4} \times 36 \\ \frac{1}{4} \times 48 & \frac{1}{4} \times 60 & \frac{1}{4} \times 72 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{3}{4} \times 12 & \frac{3}{4} \times 24 & \frac{3}{4} \times 36 \\ \frac{3}{4} \times 48 & \frac{3}{4} \times 60 & \frac{3}{4} \times 72 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 12 & 15 & 18 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 & 18 & 27 \\ 36 & 45 & 54 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 24 & 36 \\ 48 & 60 & 72 \end{bmatrix} = M. \end{aligned}$$

4. Operasi Perkalian Dua Matriks

Masalah 3.5

Suatu perusahaan yang bergerak pada bidang jasa akan membuka tiga cabang besar di pulau Sumatera, yaitu cabang 1 di kota Palembang, cabang 2 di kota Padang, dan cabang 3 di kota Pekanbaru. Untuk itu, diperlukan beberapa peralatan untuk membantu kelancaran usaha jasa tersebut, yaitu *handphone*, komputer, dan sepeda motor. Di sisi lain, pihak perusahaan mempertimbangkan harga per satuan peralatan tersebut. Lengkapnya, rincian data tersebut disajikan sebagai berikut.

	<i>Handphone</i> (unit)	Komputer (unit)	Sepeda Motor (unit)
Cabang 1	7	8	3
Cabang 2	5	6	2
Cabang 3	4	5	2

Harga <i>Handphone</i> (juta)	2
Harga Komputer (juta)	5
Harga Sepeda Motor (juta)	15



Perusahaan ingin mengetahui total biaya pengadaan peralatan tersebut di setiap cabang.

Guru memberikan kesempatan siswa untuk merancang model matriks dari setiap permasalahan yang ada.

5. Tranpos Matriks

Contoh 3.7

a) Jika $A = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 30 & 25 \end{bmatrix}$, maka $A' = \begin{bmatrix} 15 & 30 \\ 5 & 25 \end{bmatrix}$

b) Jika $S = \begin{bmatrix} 10 & 20 & 14 \\ 18 & 12 & 8 \\ 22 & 6 & 17 \end{bmatrix}$, maka transpos matriks S ,

adalah $S' = \begin{bmatrix} 10 & 18 & 22 \\ 20 & 12 & 6 \\ 14 & 8 & 17 \end{bmatrix}$.

Jika $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 3 \\ 14 & 9 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & 8 & 6 \\ 3 & 7 & 12 & 4 \end{bmatrix}$, maka $C^r = \begin{bmatrix} 1 & 14 & 2 & 3 \\ 0 & 9 & 5 & 7 \\ 5 & 4 & 8 & 12 \\ 3 & 2 & 6 & 4 \end{bmatrix}$.

- Berilah kesempatan kepada siswa untuk mendiskusikan penyelesaian sederhana dari tiap operasi matriks tersebut.

Menanya

- Siswa diupayakan untuk bertanya tentang solusi alternatif yang dapat ditemukan.
- Guru memastikan kelompok dapat bekerja sama dalam merumuskan konsep yang akan dicapai dengan melemparkan ataupun merangsang siswa untuk bertanya.

Menalar

- Ajaklah siswa untuk mendiskusikan permasalahan yang terdapat pada setiap buku siswa sehingga diperoleh solusi-solusi untuk mengoperasikan matriks.
- Berikan contoh-contoh pada tiap-tiap operasi untuk lebih memahami tiap operasi matriks.



Mengomunikasikan

- Mintalah siswa untuk *sharing* hasil karyanya pada teman dan pastikan semua siswa memahami proses dalam operasi matriks.
- Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk dapat menyatakan sendiri proses operasi matriks dengan bahasa dan penyampaianya sendiri.
- Guru memastikan siswa dapat menjelaskan jenis-jenis operasi matriks.
- Guru memastikan siswa dapat memahami mana saja matriks yang tidak dapat dioperasikan.

3. Kegiatan Penutup

- Mintalah siswa untuk melakukan refleksi dan menuliskan hal penting dari yang dipelajarinya.
- Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian.
- Jika dipandang perlu, berilah siswa latihan untuk dikerjakan di rumah.

Penilaian

1. Prosedur Penilaian:

No	Aspek yang dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1.	Berpikir Logis	Pengamatan	Kegiatan inti
2.	Kritis	Pengamatan	Kegiatan inti
3.	Konsep	Tes tertulis	Kegiatan penutup

2. Instrumen Pengamatan Sikap:

Berpikir Logis

1. Kurang baik jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran.
2. Baik jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran.
3. Sangat baik jika mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran dalam proses pembelajaran secara terus menerus dan ajeg/konsisten.



Kritis

1. Kurang baik jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide logis dengan kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
2. Baik jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mengajukan ide-ide logis dengan kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
3. Sangat baik jika mengajukan ide-ide logis dengan kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran secara terus menerus dan ajeg/konsisten.

Bubuhkan tanda \checkmark pada kolom-kolom sesuai hasil pengamatan.

No.	Nama	Berpikir			Tanggung jawab		
		SB	B	KB	SB	B	KB
1.							
2.							
3.							
...							
30							

SB = Sangat Baik B = Baik KB = Kurang Baik

3. Instrumen Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan:

Petunjuk:

- a. Kerjakan soal berikut secara individu, dilarang bekerja sama dan dilarang menyontek.
- b. Selesaikanlah soal-soal berikut ini:

Soal:

- 1) Hasil penjumlahan matriks $\begin{pmatrix} p+2 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p & 6 \\ 6 & q+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 9 & 5 \end{pmatrix}$. Tentukan nilai p dan q !

- 2) Diketahui matriks-matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$,

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ dan } F = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}'.$$



Dari semua matriks di atas, pasangan matriks manakah yang dapat dijumlahkan dan dikurangkan. Kemudian selesaikanlah!

- 3) Jika $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 7 \\ -4 & 10 & 9 \end{bmatrix}$, dan X suatu matriks berordo 2×3 serta memenuhi persamaan $A + X = B$.

Tentukan matriks X !

- 4) Tentukanlah hasil perkalian matriks-matriks berikut!

a. $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & -4 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 15$

b. $\begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 8 & 8 & 10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} -3 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

- 5) Diketahui matriks $G = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$, dan lima matriks yang dapat dipilih untuk dikalikan terhadap matriks G , yaitu:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, J = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \text{ dan } L = G^t.$$

Matriks yang manakah dapat dikalikan terhadap matriks G ? Kemudian tentukan hasilnya!

Pedoman Penilaian

No. Soal	Aspek Penilaian	Rubrik Penilaian	Skor	Skor Maksimal
1.	Keterampilan menghitung	Dijawab benar	20	20
		Dijawab Salah	5	
		Tidak ada jawaban	0	



No. Soal	Aspek Penilaian	Rubrik Penilaian	Skor	Skor Maksimal
2.	Pemahaman konsep	Dijawab benar	20	20
		Dijawab Salah	5	
		Tidak ada jawaban	0	
3.	Keterampilan dan ketelitian menghitung	Dijawab benar	20	20
		Dijawab Salah	10	
		Tidak ada jawaban	0	
4.	Keterampilan dan ketelitian menghitung	Dijawab benar	20	20
		Dijawab Salah	10	
		Tidak ada jawaban	0	
5.	Pemahaman konsep	Dijawab benar	20	20
		Dijawab salah	10	
		Tidak ada jawaban	0	
	Skor maksimal =		100	100
	Skor minimal =		0	0

3.5 Determinan dan Invers Matriks

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Pastikan siswa sudah paham dengan konsep matriks dan elemen matriks serta operasi matriks sebagai prasyarat, kemudian siswa juga dapat memahami determinan dan invers matriks.
2. Berikan motivasi pada siswa akan pentingnya belajar determinan dan invers matriks.
3. Pilih dan rancang masalah sederhana untuk membelajarkan determinan dan invers matriks.



No.	Deskripsi Kegiatan
1.	Kegiatan Pendahuluan <ul style="list-style-type: none"><i>Apersepsi</i><ol style="list-style-type: none">Memberi motivasi pentingnya materi ini.Memberi informasi tentang kompetensi yang akan dicapai.
2.	Kegiatan Inti <p>Sebelum melakukan kegiatan inti sebaiknya guru:</p> <ul style="list-style-type: none">Mengingatnkan kembali tentang pengertian matriks dan elemen matriks.Mengingatnkan kembali tentang operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan transpos matriks.Ajak siswa untuk mengamati dan mendiskusikan beberapa contoh dan masalah yang diberikan. <p><i>Mengamati</i></p> <ul style="list-style-type: none">Arahkan siswa siswa mengamati setiap masalah-masalah pada buku siswa yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks, seperti:<ol style="list-style-type: none">Determinan<p>Masalah 3.6</p><p>Siti dan teman-temannya makan disebuah warung. Mereka memesan 3 ayam penyet dan 2 gelas es jeruk di kantin sekolahnya. Tak lama kemudian, Beni dan teman-temannya datang memesan 5 porsi ayam penyet dan 3 gelas es jeruk. Siti menantang Amir menentukan harga satu porsi ayam penyet dan harga es jeruk per gelas, jika Siti harus membayar Rp.70.000,00 untuk semua pesanannya dan Beni harus membayar Rp.115.000,00 untuk semua pesanannya.</p><p>Masalah 3.7</p><p>Sebuah perusahaan penerbangan menawarkan perjalanan wisata ke negara A, perusahaan tersebut mempunyai tiga jenis pesawat yaitu Airbus 100, Airbus 200, dan Airbus 300. Setiap pesawat dilengkapi dengan kursi penumpang untuk kelas turis, ekonomi, dan VIP.</p>



Jumlah kursi penumpang dari tiga jenis pesawat tersebut disajikan pada tabel berikut.

Kategori	Airbus 100	Airbus 200	Airbus 300
Kelas Turis	50	75	40
Kelas Ekonomi	30	45	25
Kelas VIP	32	50	30

Perusahaan telah mendaftar jumlah penumpang yang mengikuti perjalanan wisata ke negara A seperti pada tabel berikut.

Kategori	Jumlah Penumpang
Kelas Turis	305
Kelas Ekonomi	185
Kelas VIP	206

Berapa banyak pesawat yang harus dipersiapkan untuk perjalanan tersebut?

- Guru memberikan kesempatan siswa untuk merancang model determinan matriks dari setiap permasalahan yang ada.
- Berilah kesempatan kepada siswa untuk mendiskusikan penyelesaian sederhana dari model determinan matriks tersebut.

Menanya

- Siswa diupayakan untuk bertanya tentang solusi alternatif yang dapat ditemukan.
- Guru memastikan kelompok dapat bekerja sama dalam merumuskan konsep yang akan dicapai dengan melemparkan ataupun merangsang siswa untuk bertanya.

Menalar

- Ajaklah siswa untuk mendiskusikan permasalahan yang terdapat pada setiap buku siswa sehingga diperoleh penyelesaian yang berkaitan dengan determinan matriks.

Mengomunikasikan

- Mintalah siswa untuk berbagi hasil karyanya pada teman dan pastikan semua siswa memahami prosedur penyelesaian determinan matriks.
- Guru memberikan kesempatan siswa untuk dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks.



	<ul style="list-style-type: none">Guru memastikan siswa menemukan solusi-solusi alternatif dari aplikasi matriks.
3.	Kegiatan Penutup <ul style="list-style-type: none">Mintalah siswa untuk melakukan refleksi dan menuliskan hal penting dari yang dipelajarinya.Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian.Jika dipandang perlu, berilah siswa Uji Kompetensi 3.2 untuk dikerjakan di rumah.Doa dan salam.

Penilaian

1. Prosedur Penilaian:

No	Aspek yang dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1.	Logis	Pengamatan	Kegiatan Ayo Kita Amati dan Bertanya
2.	Kreatif	Pengamatan	Kegiatan Ayo Kita Mencoba dan Berbagi
3.	Pemahaman Konsep	Tes Tertulis	Kegiatan Penutup

2. Instrumen Pengamatan Sikap:

Berpikir Logis

- Kurang baik jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran.
- Baik jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran.
- Sangat baik jika mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran dalam proses pembelajaran secara terus menerus dan ajeg/konsisten.

Kritis

- Kurang baik jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide logis dengan kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
- Baik jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mengajukan ide-ide logis dengan kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.



3. Sangat baik jika mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran secara terus menerus dan ajeg/konsisten.

Bubuhkan tanda \checkmark pada kolom-kolom sesuai hasil pengamatan.

No.	Nama	Berpikir Logis			Kritis		
		SB	B	KB	SB	B	KB
1.							
2.							
3.							
...							
30							

SB = Sangat Baik B = Baik KB = Kurang Baik

3. Instrumen penilaian:

Petunjuk:

- Kerjakan soal berikut secara individu, dilarang bekerja sama dan dilarang menyontek.
- Selesaikanlah soal-soal berikut ini:

Soal:

- Misalkan A matriks persegi. Jika pertukaran elemen-elemen sebarang dua baris atau dua kolom dari matriks A , maka buktikan bahwa nilai determinannya berubah tanda.
- Jika B matriks persegi dengan $\det B \neq 0$, tunjukkan bahwa $[B']^{-1} = [B^{-1}]'$.
- Selidiki bahwa $\det (C + D) = \det C + \det D$ untuk setiap matriks persegi C dan D .
- Masalah alokasi sumber daya.
Agen perjalanan menawarkan paket perjalanan ke Bali. Paket I terdiri atas 4 malam menginap, 3 tempat wisata, dan 5 kali makan. Paket II dengan 3 malam menginap, 4 tempat wisata, dan 7 kali makan. Paket III dengan 5 malam menginap, 4 tempat wisata, dan tidak ada makan. Sewa hotel Rp 400.000,00 per malam, transportasi ke tiap tempat wisata Rp80.000,00, dan makan di restoran yang ditunjuk Rp90.000,00.



- a. Nyatakan matriks harga sewa hotel, transportasi dan makan.
 - b. Nyatakan matriks paket yang ditawarkan.
 - c. Dengan menggunakan perkalian matriks, tentukan matriks biaya untuk tiap paket.
 - d. Paket mana yang menawarkan biaya termurah?
5. Dengan menggunakan matriks persegi, tunjukkan bahwa $(B^{-1})^{-1} = B$.

Pedoman Penilaian

No. Soal	Aspek Penilaian	Rubrik Penilaian	Skor	Skor Maksimal
1.	Pemahaman konsep	Benar	20	20
		Salah	10	
		Tidak ada jawaban	0	
2.	Keterampilan menguraikan	Benar	20	20
		Salah	10	
		Tidak ada jawaban	0	
3.	Keterampilan menguraikan	Benar	20	20
		Salah	7	
		Tidak ada jawaban	0	
4.	Keterampilan dan ketelitian menghitung	Benar	20	20
		Salah	10	
		Tidak ada jawaban	0	
5.	Keterampilan dan ketelitian menguraikan	Benar	20	20
		Salah	10	
		Tidak ada jawaban	0	
	Skor maksimal =		100	100
	Skor minimal =		0	0



F. Pengayaan

Pengayaan merupakan kegiatan yang diberikan kepada siswa yang memiliki akselerasi pencapaian KD yang cepat (nilai maksimal) agar potensinya berkembang optimal dengan memanfaatkan sisa waktu yang dimilikinya. Guru sebaiknya merancang kegiatan pembelajaran lanjut yang terkait dengan matriks pada siswa.

G. Remedial

Remedial merupakan perbaikan proses pembelajaran yang bertujuan pada pencapaian kompetensi dasar siswa. Guru memberikan perbaikan pembelajaran baik pada model, metode, serta strategi pembelajaran. Jika guru melakukan pembelajaran dengan pola yang sama tidaklah maksimal sehingga disarankan guru memilih tindakan pembelajaran yang tepat sehingga siswa mampu memenuhi KD yang diharapkan.

Perlu dipahami oleh guru, bahwa remedial bukan mengulang tes (ulangan harian) dengan materi yang sama, tetapi guru memberikan perbaikan pembelajaran pada KD yang belum dikuasai oleh peserta didik melalui upaya tertentu. Setelah perbaikan pembelajaran dilakukan, guru melakukan tes untuk mengetahui apakah peserta didik telah memenuhi kompetensi minimal dari KD yang diremedialkan.

H. Penyelesaian Soal-Soal Uji Kompetensi

UJI KOMPETENSI – 3.1

- a) 18, 16, 8
b) 14, 8, 17
c) -22
d) 14
e) ordo matriks
-
- Matriks yang dapat dibentuk antara lain:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 7 & 11 & 13 \\ 17 & 19 & 23 \\ 29 & 31 & 37 \\ 39 & 41 & 43 \end{bmatrix}$$



4. -
5. $p = -3$ dan $q = -3$
6. -
7. $p = 1$ dan $q = 12$
8. -
9. $X = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 \\ -6 & 6 & 3 \end{bmatrix}$
10. -
11. Gunakan prinsip perkalian dua matriks.
12. -
13. a. $T = \begin{bmatrix} -2a & b+c & e-2d \\ a-2b & 3d+c & e-3f \end{bmatrix}$
b. $a = -4; b = -3; c = 7; d = 1; e = 2; \text{ dan } f = \frac{1}{3}$
14. -
15. a. Paket I : Rp1.120.000,00
Paket II : Rp1.775.000,00
Paket III : Rp820.000,00
b. Paket III adalah paket dengan harga termurah.

UJI KOMPETENSI – 3.2

1. a. 68
b. $34x$
c. 3
d. 4
2. -
3. Nilai $z = 0$ atau $z = -1$
4. -
5. $z = -3$
6. -
7. Determinan = 0
8. -
9. -
10. -



- 11.
12. –
- 13.
14. –
- 15.

I. Rangkuman

Setelah selesai membahas materi matriks di atas, ada beberapa hal penting sebagai kesimpulan yang dijadikan pegangan dalam mendalami dan membahas materi lebih lanjut, antara lain:

1. Matriks adalah susunan bilangan-bilangan dalam baris dan kolom.
2. Sebuah matriks A ditransposkan menghasilkan matriks A' dengan elemen baris matriks A berubah menjadi elemen kolom matriks A' . Dengan demikian matriks A' ditransposkan kembali, hasilnya menjadi matriks A atau $(A')^t = A$.
3. Penjumlahan sebarang matriks dengan matriks identitas penjumlahan hasilnya matriks itu sendiri. Matriks identitas penjumlahan adalah matriks nol.
4. Hasil kali sebuah matriks dengan suatu skalar atau suatu bilangan real k akan menghasilkan sebuah matriks baru yang berordo sama dan memiliki elemen-elemen k kali elemen-elemen matriks semula.
5. Dua buah matriks hanya dapat dikalikan apabila banyaknya kolom matriks yang dikali sama dengan banyaknya baris matriks pengalinya.
6. Hasil perkalian matriks A dengan matriks identitas perkalian, adalah matriks A .
7. Hasil kali dua buah matriks menghasilkan sebuah matriks baru, yang elemen-elemennya merupakan hasil kali elemen baris matriks A dan elemen kolom matriks B . Misal jika $A_{p \times q}$ dan $B_{q \times r}$ adalah dua matriks, maka berlaku $A_{p \times q} \times B_{q \times r} = C_{p \times r}$.
8. Matriks yang memiliki invers adalah matriks persegi dengan nilai determinannya tidak nol (0).