

Fungsi, Persamaan, dan Pertidaksamaan Eksponen dan Logaritma

B A B

7



Sumber: <http://peacecorpsonline.org>

Gempa pemicu tsunami yang telah memporak-porandakan Nanggroe Aceh Darussalam merupakan gempa terdasyat ketiga di dunia dengan kekuatan $R = 9$ skala Richter. Kekuatan gempa ini dicatat dengan alat yang dinamakan seismograf dengan menggunakan rumus dasar $R = \log \frac{M}{M_0}$. Penerapan pada seismograf ini merupakan salah satu kegunaan logaritma. Pada bab ini, kalian juga akan mempelajari penerapan lainnya.

- A. Grafik Fungsi Eksponen dan Fungsi Logaritma
- B. Persamaan dan Pertidaksamaan Eksponen
- C. Persamaan dan Pertidaksamaan Logaritma

A. Grafik Fungsi Eksponen dan Fungsi Logaritma

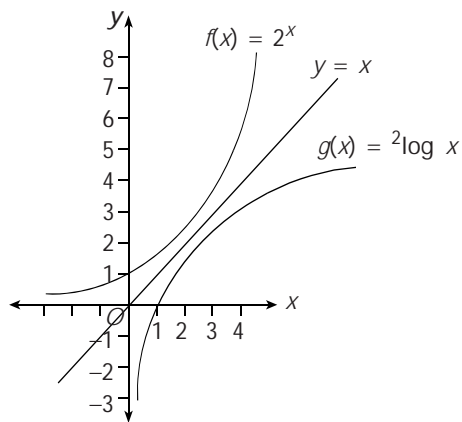
A. 1. Grafik Fungsi Eksponen dan Fungsi Logaritma dengan Bilangan Pokok $a > 1$

Di Kelas X, kalian telah mengetahui bahwa fungsi eksponen dan fungsi logaritma adalah dua fungsi yang saling invers. Untuk memahami sifat-sifat kedua fungsi tersebut, pada bab ini kalian akan menggambar grafik kedua fungsi itu. Sekarang, coba gambar grafik fungsi $f(x) = 2^x$ dan inversnya, yaitu $g(x) = {}^2\log x$ dalam satu sumbu koordinat.

Untuk memudahkan menggambar kedua grafik fungsi ini, terlebih dahulu buatlah tabel nilai-nilai x dan $f(x) = 2^x$ seperti berikut.

x	$-\infty$	\dots	-3	-2	-1	0	1	2	3	\dots	∞
$f(x) = 2^x$	0	\dots	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	\dots	∞

Setelah itu, gambarkan titik-titik tersebut pada koordinat Cartesius. Lalu hubungkan dengan kurva mulus, sehingga diperoleh grafik $f(x) = 2^x$. Grafik yang kalian dapatkan ini, cerminkan terhadap garis $y = x$ sehingga kalian mendapatkan grafik fungsi inversnya, yaitu $g(x) = {}^2\log x$.



Gambar 7.1

Grafik fungsi $f(x) = 2^x$ dan $g(x) = {}^2\log x$

Dengan memperhatikan grafik fungsi $f(x) = 2^x$ dan $g(x) = {}^2\log x$ yang masing-masing merupakan grafik fungsi eksponen dan fungsi logaritma dengan bilangan pokok 2, kalian dapat mengetahui bahwa:

No.	Fungsi $f(x) = 2^x$	Fungsi $g(x) = {}^2\log x$
1.	Daerah asalnya $\{x x \in R\}$	Daerah asalnya $\{x x > 0, x \in R\}$
2.	Daerah hasilnya $\{y y > 0, y \in R\}$	Daerah hasilnya $\{y y \in R\}$
3.	Sumbu- x asimtot datar	Sumbu y asimtot tegak
4.	Grafik di atas sumbu- x	Grafik di sebelah kanan sumbu- y
5.	Memotong sumbu- y di titik $(0, 1)$	Memotong sumbu- x di titik $(1, 0)$
6.	Merupakan fungsi naik untuk setiap x	Merupakan fungsi naik untuk setiap x

Sifat-sifat ini berlaku juga untuk setiap fungsi eksponen $f(x) = a^x$ dan fungsi logaritma $g(x) = {}^a\log x$ dengan $a > 1$.

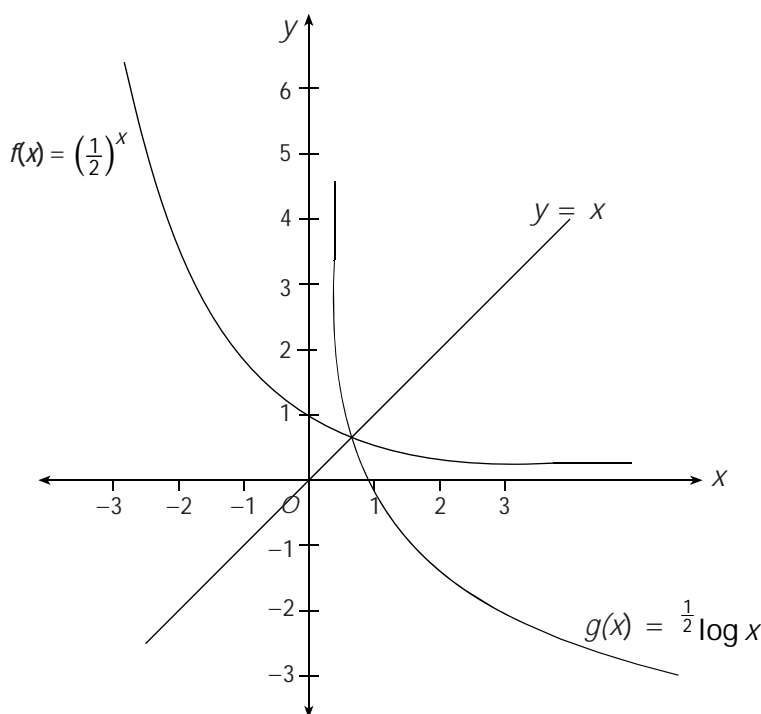
A. 2. Grafik Fungsi Eksponen dan Fungsi Logaritma dengan Bilangan Pokok $0 < a < 1$

Untuk menggambar grafik fungsi eksponen dan fungsi logaritma dengan bilangan pokok $0 < a < 1$, kalian dapat menggunakan prinsip yang sama seperti pada bilangan pokok $a > 1$, yaitu terlebih dahulu gambarkan grafik fungsi eksponennya. Kemudian, cerminkan terhadap garis $y = x$ untuk mendapatkan inversnya, yaitu fungsi logaritma.

Sekarang, coba gambar grafik fungsi $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ dan inversnya, yaitu $g(x) = \frac{1}{2}\log x$ dalam satu sumbu koordinat. Untuk memudahkan menggambar kedua grafik fungsi ini, terlebih dahulu buatlah tabel nilai-nilai x dan $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ seperti berikut.

x	$-\infty$...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...	∞
$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	0	...	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$...	0

Setelah itu, gambarkan titik-titik tersebut pada koordinat Cartesius. Lalu, hubungkan dengan kurva mulus, sehingga diperoleh grafik $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. Grafik yang kalian dapatkan ini, cerminkan terhadap garis $y = x$ sehingga kalian mendapatkan grafik fungsi inversnya, yaitu $g(x) = \frac{1}{2}\log x$.



Gambar 7.2

Grafik fungsi $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ dan $g(x) = \frac{1}{2}\log x$

Dengan memperhatikan grafik fungsi $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ dan $g(x) = \frac{1}{2} \log x$ yang masing-masing merupakan grafik fungsi eksponen dan fungsi logaritma dengan bilangan pokok $\frac{1}{2}$, kalian dapat mengetahui bahwa:

No.	Fungsi $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	Fungsi $g(x) = \frac{1}{2} \log x$
1.	Daerah asalnya $\{x x \in \mathbb{R}\}$	Daerah asalnya $\{x x > 0, x \in \mathbb{R}\}$
2.	Daerah hasilnya $\{y y > 0, y \in \mathbb{R}\}$	Daerah hasilnya $\{y y \in \mathbb{R}\}$
3.	Sumbu- x asimtot datar	Sumbu- y asimtot tegak
4.	Grafik di atas sumbu- x	Grafik di sebelah kanan sumbu- y
5.	Memotong sumbu- y di titik $(0, 1)$	Memotong sumbu- x di titik $(1, 0)$
6.	Merupakan fungsi turun untuk setiap x	Merupakan fungsi turun untuk setiap x

Sifat-sifat ini berlaku juga untuk setiap fungsi eksponen $f(x) = a^x$ dan fungsi logaritma $g(x) = {}^a \log x$ dengan $0 < a < 1$.

Asah Kompetensi 1

1. Gambarlah grafik dari tiap fungsi berikut ini!

a. $f(x) = 2^x + 1$

c. $f(x) = 3^x + 1$

b. $f(x) = 2 + 3^x$

d. $f(x) = 3^x + 3$

2. Gambarlah grafik dan invers dari tiap fungsi berikut!

a. $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

c. $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{x+1}$

b. $f(x) = \left(\frac{2}{5}\right)^x$

d. $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+3}$



ASA H KEMAMPUAN

Waktu : 60 menit

1. Gambarkan grafik fungsi-fungsi eksponen berikut ini!

Bobot soal: 40

a. $f(x) = 2^{3x-2}$

c. $k(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2}$

b. $g(x) = 2^{3x+2}$

d. $l(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2}$

$$e. h(x) = 2^{3x-2}$$

$$g. m(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2}$$

$$f. j(x) = 2^{3x+2}$$

$$h. n(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{3x+2}$$

2. Gambarkan grafik fungsi-fungsi logaritma berikut ini.

$$a. f(x) = {}^3\log(x-1)$$

$$e. k(x) = \frac{1}{3}\log(x-1)$$

$$b. g(x) = {}^3\log(x+1)$$

$$f. l(x) = \frac{1}{3}\log(x+1)$$

$$c. h(x) = {}^3\log x - 1$$

$$g. m(x) = \frac{1}{3}\log x - 1$$

$$d. j(x) = {}^3\log x + 1$$

$$h. k(x) = \frac{1}{3}\log x + 1$$

3. Tentukanlah titik potong grafik fungsi $f(x) = -2^{x+1} + (\sqrt{2})^x + 3$ terhadap sumbu- x dan sumbu- y !

Bobot soal: 40

Bobot soal: 20

B. Persamaan dan Pertidaksamaan Eksponen

B. 1. Sifat-sifat Fungsi Eksponen

Untuk menentukan penyelesaian persamaan eksponen, sebaiknya kalian mengingat kembali sifat-sifat fungsi yang telah dipelajari di Kelas X.

Jika $a, b \in R$, $a \neq 0$, m dan n bilangan rasional, maka sifat-sifat fungsi eksponen adalah sebagai berikut.

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$
- $(a^m \cdot b^n)^p = a^{mp} \cdot b^{np}$
- $\left(\frac{a^m}{b^n}\right)^p = \frac{a^{m \cdot p}}{b^{n \cdot p}}$
- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a^p}} = \sqrt[mn]{a^p} = a^{\frac{p}{mn}}$
- $a^0 = 1$

Contoh

1. Sederhanakanlah!

$$a. (3x^2 \cdot y^{-5})(-3x^{-8} \cdot y^9)$$

$$b. \frac{5x^5 \cdot y^2}{7x^3 \cdot y^{-5}}$$

Jawab:

$$\begin{aligned} a. (3x^2 \cdot y^{-5})(-3x^{-8} \cdot y^9) &= (3x^2)(-3x^{-8})(y^{-5})(y^9) \\ &= (3)(-3)x^2 \cdot x^{-8} \cdot y^{-5} \cdot y^9 \\ &= -9 \cdot x^{2-8} \cdot y^{-5+9} \\ &= -9x^{-6} \cdot y^4 \\ &= -\frac{9y^4}{x^6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b. } \frac{5x^5 \cdot y^2}{7x^3 \cdot y^{-5}} &= \frac{5x^5}{7x^3} \cdot \frac{y^2}{y^{-5}} \\
 &= \frac{5}{7} x^{5-3} \cdot y^{2-(-5)} \\
 &= \frac{5}{7} x^2 \cdot y^{2+5} \\
 &= \frac{5}{7} x^2 y^7
 \end{aligned}$$

2. Sederhanakanlah!

a. $(\sqrt{x})^3$

b. $(8x^3 \cdot y^{12})^{\frac{1}{6}}$

Jawab:

a. $(\sqrt{x})^3 = (x^{\frac{1}{2}})^3$
 $= x^{\frac{3}{2}}$

b. $(8x^3 \cdot y^{12})^{\frac{1}{6}} = (2^3)^{\frac{1}{6}} \cdot (x^3)^{\frac{1}{6}} \cdot (y^{12})^{\frac{1}{6}}$
 $= 2^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot y^2$
 $= y^2 \sqrt{2x}$

3. Sederhanakanlah!

a. $\left(\sqrt{\frac{x}{y^5}}\right)^{10}$

b. $\sqrt[6]{\sqrt[4]{x^2}}$

Jawab:

a. $\left(\left(\frac{x}{y^5}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{10} = \left(\frac{x}{y^5}\right)^{\frac{1}{2} \cdot 10} = \left(\frac{x}{y^5}\right)^5 = \frac{x^5}{(y^5)^5} = \frac{x^5}{y^{25}}$

b. $\sqrt[6]{\sqrt[4]{x^2}} = \sqrt[6]{\sqrt[4]{x^2}} = \sqrt[24]{x^2} = x^{\frac{2}{24}} = x^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{x}$

Asah Kompetensi 2

1. Sederhanakanlah!

a. $2x^3 \cdot x^{-5}$

c. $\left(\frac{2}{3}m^2\right)^3$

e. $(a^5 \cdot b^3)^{\frac{1}{15}}$

b. $\frac{4a^5}{2a^{-3}}$

d. $(2m^{-4})^{\frac{1}{2}}$

f. $\left(\frac{3k^2}{5l^3}\right)^{\frac{1}{6}}$

2. Sederhanakanlah!

a. $(4x^3y^{-2})(3x^2y^{-10})$

c. $(\sqrt{4x})^5$

e. $\left(\sqrt{\frac{2x^2}{y^4}}\right)^5$

b. $\frac{x^7 10y^5}{9x^{-3}y^{-2}}$

d. $(-4x^2y^6)^{\frac{1}{3}}$

f. $\sqrt[4]{3\sqrt{x^2y^6}}$

Siapa Berani

1.
$$\frac{\left(1 + \left(\frac{x}{y}\right)\right)^{-\frac{1}{2}} \left(1 - \left(\frac{4}{x}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}}}{\left(\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 1\right)^{\frac{1}{2}} \left(\left(\frac{y}{x}\right)^2 + 1\right)^{\frac{1}{2}}} = \dots$$

2.
$$\left(1 + \left(13 + \sqrt{13 + \sqrt[4]{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = \dots$$

B. 2. Persamaan Eksponen

Persamaan eksponen adalah persamaan yang eksponen dan bilangan pokoknya memuat variabel. Simaklah contoh-contoh berikut ini.

- $4^{2x+1} = 32^{x-3}$ merupakan persamaan eksponen yang eksponennya memuat variabel x .
- $(y+5)^{5y-1} = (y+5)^{5-y}$ merupakan persamaan eksponen yang eksponen dan bilangan pokoknya memuat variabel y .
- $16^t + 2 \cdot 4^t + 1 = 0$ merupakan persamaan eksponen yang eksponennya memuat variabel t .

Ada beberapa bentuk persamaan eksponen ini, di antaranya:

a. $a^{f(x)} = a^m$

Jika $a^{f(x)} = a^m$, $a > 0$ dan $a \neq 1$, maka $f(x) = m$

Contoh

Tentukanlah penyelesaian $3 = 27^{1-x}$.

Jawab:

$$3 = 27^{1-x}$$

$$3^1 = 3^{3(1-x)}$$

$$3(1-x) = 1$$

$$1-x = \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{2}{3}$$

Jadi, penyelesaian $3 = 27^{1-x}$ adalah $x = \frac{2}{3}$.

b. $a^{f(x)} = a^{g(x)}$

Jika $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, $a > 0$ dan $a \neq 1$, maka $f(x) = g(x)$

Contoh

Tentukanlah penyelesaian $25^{x+3} = 5^{x-1}$.

Jawab:

$$25^{(x+3)} = 5^{(x-1)}$$

$$5^{2(x+3)} = 5^{(x-1)}$$

$$2(x+3) = x-1$$

$$2x+6 = x-1$$

$$x = -7$$

Jadi, penyelesaian $25^{x+3} = 5^{x-1}$ adalah $x = -7$.

c. $a^{f(x)} = b^{f(x)}$, $a \neq b$

Jika $a^{f(x)} = b^{f(x)}$, $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $b \neq 1$, dan $a \neq b$, maka $f(x) = 0$

Contoh

Tentukanlah penyelesaian $45^{x-6} = 50^{x-6}$.

Jawab:

$$45^{x-6} = 50^{x-6}$$

Supaya ruas kiri dan kanan sama, $x-6 = 0$, sehingga $45^0 = 50^0$

$$x-6 = 0$$

$$x = 6$$

Jadi, penyelesaian $45^{x-6} = 50^{x-6}$ adalah $x = 6$.

d. $f(x)^{g(x)} = f(x)^{h(x)}$

Jika $f(x)g(x) = f(x)^{h(x)}$, maka penyelesaiannya adalah sebagai berikut.

- $g(x) = h(x)$
- $f(x) = 1$
- $f(x) = 0$, asalkan $g(x)$ dan $h(x)$ keduanya positif
- $f(x) = -1$, asalkan $g(x)$ dan $h(x)$ keduanya genap atau keduanya ganjil

Contoh

Tentukanlah himpunan penyelesaian $(3x - 10)^{x^2} = (3x - 10)^{2x}$.

Jawab:

- $x^2 = 2x$
 $x^2 - 2x = 0$
 $x(x - 2) = 0$
 $x = 0$ atau $x = 2$
- $3x - 10 = 0$
 $3x = 10$
 $x = \frac{10}{3}$
- $3x - 10 = 1$
 $3x = 11$
 $x = \frac{11}{3}$

Sekarang periksa apakah untuk $x = \frac{10}{3}$, $g(x)$ dan $h(x)$ keduanya positif?

$$g\left(\frac{10}{3}\right) = \left(\frac{10}{3}\right)^3 = \frac{1000}{27} > 0$$

$$h\left(\frac{10}{3}\right) = 2 \cdot \frac{10}{3} = \frac{20}{3} > 0$$

Jadi, untuk $x = \frac{10}{3}$, $g(x)$ dan $h(x)$ keduanya positif, sehingga

$x = \frac{10}{3}$ merupakan penyelesaian.

- $3x - 10 = -1$
 $3x = 9$
 $x = 3$

Sekarang periksa apakah untuk $x = 3$, $g(x)$, dan $h(x)$ keduanya genap atau keduanya ganjil?

$$g(3) = 3^2 = 9 \text{ dan } h(3) = 2 \cdot 3 = 6$$

Perhatikan bahwa untuk $x = 3$, $g(x)$ ganjil dan $h(x)$ genap sehingga $x = 3$ bukan penyelesaian.

Dengan demikian, himpunan penyelesaian

$$(3x - 10)^{x^2} = (3x - 10)^{2x} \text{ adalah } \left\{0, 2, \frac{10}{3}, \frac{11}{3}\right\}.$$

e. $A(a^{f(x)})^2 + B \cdot a^{f(x)} + C = 0$, $a > 0$, $a \neq 1$, $A, B, C \in R$, $A \neq 0$

Terlebih dahulu, misalkan $y = a^{f(x)}$. Dari pemisalan ini, diperoleh $Ay^2 + By + C = 0$. Nilai y yang kalian peroleh, substitusi kembali pada pemisalan $y = a^{f(x)}$ sehingga kalian memperoleh nilai x .

Contoh

Tentukan himpunan penyelesaian $16^t + 2 \cdot 4^t + 1 = 0$.

Jawab:

$$16^t + 2 \cdot 4^t + 1 = 0$$

$$4^{2t} + 2 \cdot 4^t + 1 = 0$$

Misalkan $y = 4^t$, sehingga diperoleh:

$$y^2 + 2y + 1 = 0$$

$$(y + 1)^2 = 0$$

$$y = -1$$

Substitusi nilai y yang kalian peroleh ke pemisalan $y = 4^t \Leftrightarrow 4^t = -1$.

Oleh karena untuk setiap $t \in R$, $4^t > 0$, maka tidak ada nilai t yang memenuhi $4^t = -1$.

Jadi, himpunan penyelesaian $16^t + 2 \cdot 4^t + 1 = 0$ adalah \emptyset .

Asah Kompetensi 3

1. Tentukan himpunan penyelesaian persamaan-persamaan berikut!

a. $2^5 \times 8^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3-2x}$

b. $2^{x-y+1} = 16$

c. $3^{2x-y+3} = 9^x$

d. $3^{5x-1} = 27^{x+3}$

e. $\frac{4^{x+2}}{8} = \sqrt{8^x}$

f. $12^{x^2-x+2} = 24^{x^2-x+2}$

g. $6^{x-2} + 6^{x-1} = 5$

h. $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$

2. x_1 dan x_2 memenuhi persamaan $(\log(x-1) \cdot \log(x+1)) \cdot \frac{1}{x \log 10} = \log 10$

Tentukanlah $x_1 \cdot x_2$

3. x_1 dan x_2 memenuhi persamaan $\frac{{}^{100}\log \frac{x^5}{100}}{{}^{100}\log x} \cdot {}^{100}\log x = \frac{5}{{}^{100}\log x}$

Tentukanlah $\sqrt[5]{x_1 x_2}$.

Tentukan nilai x yang memenuhi $(\sqrt{3+2\sqrt{2}})^x - (\sqrt{3-2\sqrt{2}})^x = \frac{3}{2}$.

B. 3. Pertidaksamaan Eksponen

Sebelumnya, kalian telah mengetahui sifat-sifat fungsi eksponen, yaitu sebagai berikut.

- Untuk $a > 1$, fungsi $f(x) = a^x$ merupakan fungsi naik. Artinya, untuk setiap $x_1, x_2 \in R$ berlaku $x_1 < x_2$ jika dan hanya jika $f(x_1) < f(x_2)$.
- Untuk $0 < a < 1$, fungsi $f(x) = a^x$ merupakan fungsi turun. Artinya, untuk setiap $x_1, x_2 \in R$ berlaku $x_1 < x_2$ jika dan hanya jika $f(x_1) > f(x_2)$.

Catatan

Himpunan penyelesaian dapat disingkat dengan **HP**.

Sifat-sifat ini berguna untuk menyelesaikan pertidaksamaan eksponen.

Contoh

Tentukan himpunan penyelesaian $2^{x+2} > 16^{x-2}$.

Jawab:

$$2^{x+2} > 16^{x-2}$$

$$2^{x+2} > 2^{4(x-2)}$$

$$x+2 > 4(x-2) \dots\dots\dots a > 1, \text{ maka fungsi naik}$$

$$x+2 > 4x-8$$

$$3x < 10$$

$$x < \frac{10}{3}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $HP = \left\{ x \mid x < \frac{10}{3}, x \in R \right\}$.

Asah Kompetensi 3

Tentukanlah himpunan penyelesaian pertidaksamaan-pertidaksamaan berikut!

1. $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \sqrt{2^{2x+1}} \leq \frac{2^5}{4}$

4. $3^{2x-4} < 3^{2x-3}$

2. $3^{x+5} > 3^{x^2+6x+11}$

5. $(x^2 - 2x + 3)^{2x-1} \geq (x^2 - 2x + 3)^{x+3}$

3. $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x+1} < \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1}$

6. $6^{2x+1} + 8 \cdot 6^x + 2 > 0$



ASAH KEMAMPUAN

Waktu : 60 menit

1. Tentukanlah himpunan penyelesaian persamaan-persamaan berikut.

Bobot soal: 20

a. $\sqrt{\left(\frac{1}{64}\right)^{3x-1}} = 32$

c. $2^{2x} + 2^{x+2} - 32 = 0$

b. $(3x+1)^{2x-8} = (5x-3)^{3x^2-8}$

d. $3^{2x} - 5 \cdot 3^{4x+1} + 6 = 0$

2. Tentukanlah himpunan penyelesaian pertidaksamaan-pertidaksamaan berikut!

Bobot soal: 20

a. $\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^{2-2x}} \geq 8$

c. $3x + \frac{3}{3^x} - 4 > 0$

b. $(x+2)^{2x+6} < (x^2+4x+4)^{3x+5}$

d. $2^{2x} - 2^{x+2} + 3 = 0$

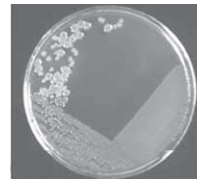
3. Sebuah koloni lebah meningkat 25% setiap tiga bulan. Pak Tahomadu ingin memelihara lebah-lebah ini. Ia menargetkan lebah-lebah tersebut mencapai 18.000 dalam 18 bulan mendatang. Berapa banyak lebah yang harus dipeliharanya sekarang?



Sumber: www.soccer.net

Bobot soal: 20

4. Jika populasi suatu koloni bakteri berlipat dua setiap 30 menit, berapa lama waktu yang diperlukan oleh koloni itu agar populasinya menjadi berlipat tiga?



Sumber: Microsoft Encarta Reference Library, 2005

Bobot soal: 20

5. Segelas kopi kira-kira mengandung 100 mg kafein. Jika kalian meminum segelas kopi, kafein akan diserap ke dalam darah dan akhirnya dimetabolisme oleh tubuh. Setiap 5 jam, banyak kafein di dalam darah berkurang 50%.



Sumber: Microsoft Encarta Reference Library, 2005

Bobot soal: 20

- a. Tulislah sebuah persamaan yang menyatakan banyak kafein di dalam darah sebagai suatu fungsi eksponen dari waktu t sejak kalian minum kopi!
- b. Setelah berapa jam kafein di dalam darah tinggal 1 mg?

C. Persamaan dan Pertidaksamaan Logaritma

C. 1. Sifat-Sifat Fungsi Logaritma

Di Kelas X telah dipelajari sifat-sifat logaritma. Secara umum bentuk logaritma dituliskan

$$a^b = c \Leftrightarrow {}^a\log c = b$$

dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$

Sifat-sifat logaritma:

- ${}^a\log 1 = 0$
- ${}^a\log a = 1$
- ${}^a\log \frac{1}{a} = -1$
- ${}^a\log a^b = b$
- ${}^a\log b + {}^a\log c = {}^a\log bc$
- ${}^a\log b - {}^a\log c = {}^a\log \frac{b}{c}$
- $a^{{}^a\log b} = b$
- ${}^a\log b = \frac{{}^c\log b}{{}^c\log a}$
- ${}^a\log b = \frac{1}{{}^b\log a}$
- ${}^{a^c}\log b^d = {}^a\log b^{\frac{d}{c}} = \frac{d}{c} \cdot {}^a\log b$

Contoh

Hitunglah!

- a. ${}^4\log 1$
- b. $\frac{1}{3}\log \frac{1}{3}$
- c. $\frac{1}{2}\log 8$
- d. ${}^5\log \frac{1}{5}$
- e. ${}^{16}\log 4$
- f. ${}^8\log 32$
- g. $\frac{1}{{}^3\log 6} + \frac{1}{{}^2\log 6}$
- h. ${}^3\log 18 - {}^3\log 2$

Jawab:

- a. ${}^4\log 1 = 0$
- b. $\frac{1}{3}\log \frac{1}{3} = 1$
- c. $\frac{1}{2}\log 8 = \frac{1}{2}\log \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = -3$
- d. ${}^5\log \frac{1}{5} = -1$
- e. ${}^{16}\log 4 = \frac{{}^2\log 4}{{}^2\log 16} = \frac{{}^2\log (2)^2}{{}^2\log (2)^4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$$\text{f. } {}^8\log 32 = {}^{2^3}\log 2^5$$

$$= \frac{5}{3} \cdot {}^2\log 2 = \frac{5}{3}$$

$$\text{g. } \frac{1}{{}^3\log 6} + \frac{1}{{}^2\log 6} = {}^6\log 3 + {}^6\log 2$$

$$= {}^6\log 3 \cdot 2$$

$$= {}^6\log 6 = 1$$

$$\text{h. } {}^3\log 18 - {}^3\log 2 = {}^3\log \frac{18}{2}$$

$$= {}^3\log 9$$

$$= {}^3\log (3)^2 = 2$$

C. 2. Persamaan Logaritma

Persamaan logaritma adalah persamaan yang variabelnya sebagai numerus atau sebagai bilangan pokok dari suatu logaritma. Perhatikan contoh berikut ini.

- $\log x + \log (2x + 1) = 1$ merupakan persamaan logaritma yang numerusnya memuat variabel x
- ${}^5\log 4m + {}^5\log m^2 = 0$ merupakan persamaan logaritma yang numerusnya memuat variabel m
- ${}^x\log 5 + {}^x\log 2 = 2$ merupakan persamaan logaritma yang bilangannya memuat variabel x
- ${}^{2t}\log (t - 2) - {}^{2t}\log 2t = -2$ merupakan persamaan logaritma yang numerus dan bilangannya memuat variabel t

Ada beberapa bentuk persamaan logaritma ini, di antaranya:

$$\text{a. } {}^a\log f(x) = {}^a\log m$$

Jika ${}^a\log f(x) = {}^a\log m$, $f(x) > 0$, maka $f(x) = m$.

Contoh

Tentukanlah penyelesaian ${}^2\log (x - 2) = 4$.

Jawab:

$${}^2\log (x - 2) = 4$$

$${}^2\log (x - 2) = {}^2\log 2^4$$

$$x - 2 = 2^4$$

$$x = 18$$

Jadi, penyelesaian ${}^2\log (x - 2) = 4$ adalah $x = 18$.

b. ${}^a\log f(x) = {}^b\log f(x)$

Jika ${}^a\log f(x) = {}^b\log f(x)$, $a \neq b$, maka $f(x) = 1$.

Contoh

Tentukanlah penyelesaian $\log (x^2 - 3) = {}^4\log (x^2 - 3)$.

Jawab:

$$\log (x^2 - 3) = {}^4\log (x^2 - 3)$$

$$x^2 - 3 = 1$$

$$x^2 = 4$$

$$x = -2 \text{ atau } x = 2$$

Jadi, penyelesaian $\log (x^2 - 3) = {}^4\log (x^2 - 3)$ adalah $x = -2$ atau $x = 2$.

c. ${}^a\log f(x) = {}^a\log g(x)$

Jika ${}^a\log f(x) = {}^a\log g(x)$, $a > 0$, $a \neq 1$, $f(x) > 0$, dan $g(x) > 0$, maka $f(x) = g(x)$.

Contoh

Tentukanlah penyelesaian ${}^7\log (x^2 - 2x + 3) = {}^7\log (4x - 2)$.

Jawab:

$${}^7\log (x^2 - 2x + 3) = {}^7\log (4x - 2)$$

$$x^2 - 2x + 3 = 4x - 2$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$(x - 1)(x - 5) = 0$$

$$x = 1 \text{ atau } x = 5$$

Sekarang, selidiki apakah $f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$?

- $f(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 + 3 = 1 - 2 + 3 = 2 > 0$
 $g(1) = 4 \cdot 1 - 2 = 4 - 2 = 2 > 0$
- $f(5) = 5^2 - 2 \cdot 5 + 3 = 25 - 10 + 3 = 18 > 0$
 $g(5) = 4 \cdot 5 - 2 = 20 - 2 = 18 > 0$

Karena untuk $x = 1$ dan $x = 5$, $f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$, maka $x = 1$ dan $x = 5$ merupakan penyelesaian.

Jadi, penyelesaian ${}^7\log (x^2 - 2x + 3) = {}^7\log (4x - 2)$ adalah $x = 1$ dan $x = 5$.

d. ${}^{f(x)}\log g(x) = {}^{f(x)}\log h(x)$

Jika ${}^{f(x)}\log g(x) = {}^{f(x)}\log h(x)$, $f(x) > 0$, $g(x) > 0$, $h(x) > 0$, dan $f(x) \neq 1$, maka $g(x) = h(x)$.

Contoh

Tentukanlah himpunan penyelesaian dari
 ${}^{x-1}\log (x+2) = {}^{x-1}\log (x^2 + 3x + 2)$

Jawab:

$${}^{x-1}\log (x+2) = {}^{x-1}\log (x^2 + 3x + 2)$$

$$x+2 = x^2 + 3x + 2$$

$$x^2 + 2x = 0$$

$$x(x+2) = 0$$

$$x = 0 \text{ atau } x = -2$$

Sekarang, selidiki apakah $f(x) > 0$, $f(x) \neq 1$, $g(x) > 0$, dan $h(x) > 0$

$$f(0) = 0 - 1 = -1 < 0$$

$$f(-2) = -2 - 1 = -3 < 0$$

Oleh karena untuk $x = 0$ dan $x = -2$, $f(x) < 0$, maka $x = 0$ atau $x = -2$ bukan penyelesaian.

Jadi, himpunan penyelesaian dari

$${}^{x-1}\log (x+2) = {}^{x-1}\log (x^2 + 3x + 2) \text{ adalah } \emptyset.$$

e. $A^p \log^2 f(x) + B^p \log f(x) + C = 0$

Terlebih dahulu, misalkan $y = {}^p \log f(x)$. Dari pemisalan ini, diperoleh $Ay^2 + By + C = 0$. Nilai y yang kalian peroleh, substitusi kembali pada pemisalan $y = {}^p \log f(x)$, sehingga kalian memperoleh nilai x .

Contoh

Tentukan penyelesaian ${}^4 \log^2 x - {}^4 \log x^3 + 2 = 0$.

Jawab:

$${}^4 \log^2 x - {}^4 \log x^3 + 2 = 0.$$

$${}^4 \log^2 x - 3 {}^4 \log x + 2 = 0.$$

Misalkan $y = {}^4 \log x$, maka

$$y^2 - 3y + 2 = 0$$

$$(y-1)(y-2) = 0$$

$$y = 1 \text{ atau } y = 2$$

Untuk mendapatkan nilai x , substitusilah nilai y yang kalian peroleh ke pemisalan $y = {}^4 \log x$

$$y = 1 \Rightarrow {}^4 \log x = 1, \text{ sehingga } x = 4.$$

$$y = 2 \Rightarrow {}^4 \log x = 2, \text{ sehingga } x = 16.$$

Jadi, penyelesaian ${}^4 \log^2 x - {}^4 \log x^3 + 2 = 0$ adalah $x = 4$ atau $x = 16$.

Asah Kompetensi 5

1. Tentukan penyelesaian persamaan-persamaan logaritma berikut.

a. ${}^3\log (x^2 - 5x + 7) = 0$

d. $2 \log^2 x - 9 \log x = -4$

b. ${}^3\log (x^2 - 3x + 2) = {}^3\log (2x - 4)$

e. $\frac{{}^3\log (2x - 3)}{{}^3\log x} + \frac{{}^x\log (x + 6)}{{}^{x+2}\log x} = 1$

c. ${}^x\log (3x + 4) = {}^x\log (x^2 - 2x + 10)$

2. Hitunglah!

a. ${}^2\log 10 {}^5\log 10 - ({}^2\log 5 + {}^5\log 2)$

b. $\log 30 - \frac{1}{48 \log 10} + \frac{1}{16 \log 10}$

Olimpiade Matematika SMU, 2000

c. $\frac{({}^5\log x)^2 - ({}^5\log y)^2}{{}^5\log x - {}^5\log y}$

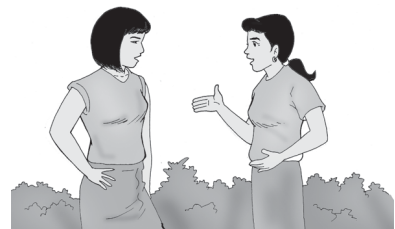
d. $\frac{\log x \sqrt{y} + \log y \sqrt{x} - \log xy}{\log xy}$

e. ${}^2\log \sin x + {}^2\log \cos x - {}^2\log \sin 2x$, untuk $\sin x > 0$ dan $\cos x > 0$



GaMeMath

Nini Sentera dan Uci bermain tebak-tebakan. Nini Sentera merahasiakan dua bilangan. Bilangan pertama terdiri atas 14 angka sedangkan bilangan kedua terdiri atas 18 angka. Ia meminta Uci memperkirakan banyak angka di depan koma jika bilangan pertama dibagi bilangan kedua.



C. 3. Pertidaksamaan Logaritma

Pada pembahasan sebelumnya, kalian telah mengetahui sifat-sifat fungsi logaritma, yaitu sebagai berikut.

- Untuk $a > 1$, fungsi $f(x) = {}^a\log x$ merupakan fungsi naik. Artinya, untuk setiap $x_1, x_2 \in R$ berlaku $x_1 < x_2$ jika dan hanya jika $f(x_1) < f(x_2)$.
- Untuk $0 < a < 1$, fungsi $f(x) = {}^a\log x$ merupakan fungsi turun. Artinya, untuk setiap $x_1, x_2 \in R$ berlaku $x_1 < x_2$ jika dan hanya jika $f(x_1) > f(x_2)$.

Sifat-sifat ini berguna untuk menyelesaikan pertidaksamaan logaritma.

Contoh

Tentukan himpunan penyelesaian ${}^3\log (x + 5) > 0$.

Jawab:

$${}^3\log (x + 5) > 0$$

$${}^3\log (x + 5) > {}^3\log 1$$

$$x + 5 > 1 \quad \text{..... karena } a > 1, \text{ maka fungsi naik}$$

$$x > -4$$

Perhatikan pula bahwa numerusnya harus lebih dari nol. Berarti, $x + 5 > 0$. Didapat $x > -5$.

Jadi, himpunan penyelesaian ${}^3\log (x + 5) > 0$ adalah

$$\text{HP} = \{x | x > -5 \text{ atau } x > -4, x \in \mathbb{R}\}$$

Asah Kompetensi 6

Tentukan himpunan penyelesaian pertidaksamaan-pertidaksamaan logaritma berikut.

1. ${}^3\log x > 2$

6. $\frac{1}{2} \log (3x + 1) < \frac{1}{2} \log (x + 7)$

2. ${}^3\log (x - 2) \geq 4$

7. $\frac{1}{3} \log (x + 3) \geq 2$

3. ${}^2\log (x^2 - 2x) > 3$

8. $\frac{1}{2} \log (x^2 - 3) < 0$

4. ${}^9\log (x^2 - x + 3) \leq 1$

9. $\frac{1}{2} \log (3x^2 - 4x + 1) > 0$

5. $\log (x^2 + 2x + 1) \leq \log (3x + 4)$

10. $2^3 \log^2 x - 5 {}^3\log x + 2 \leq 0$



ASA H KEMAMPUAN

Waktu : 60 menit

1. Tentukan himpunan penyelesaian persamaan-persamaan logaritma berikut!

Bobot soal: 70

a. $\log x - \log 3 = \log (x - 3)$

b. $\log \log (x + 2) = 2 + \log 3$

c. ${}^{0.5}\log (x + 2) + {}^4\log (x + 2) = 0$

d. $\log x = \log (\log x + 4) - 4$

e. $25^5 \log \sqrt{x+1} = 4$

f. ${}^2\log ({}^3\log (2x - 1)) = 2$

g. $\sqrt{{}^2\log \sqrt{x+6}} = 2$

2. Diketahui $\log(x - y) = \log 3 \cdot {}^9\log 4$ dan $2^{x-1} = 4^{y+x}$. Tentukanlah nilai x dan y .

Bobot soal: 10

3. Diketahui $xy = 80$ dan $\log x - 2 \log y = 1$. Tentukanlah nilai $x - 4y$

Bobot soal: 10

Olimpiade Matematika SMU, 2000

4. Banyak desibel suatu suara yang berintensitas I didefinisikan sebagai

Bobot soal: 10

$B = 10 \log \frac{I}{I_0}$. Jika dua suara yang berintensitas I_1 dan I_2 mempunyai

desibel B_1 dan B_2 , tunjukkan bahwa $B_1 - B_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2}$.

Olimpiade Matematika SMU, 2000

Siapa Berani

x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan $3 \log(9x + 18) = 2 + x$. Tentukanlah nilai $x_1 + x_2$.

Olimpiade Matematika SMU, 2000

Rangkuman

1. Fungsi eksponen dan fungsi logaritma adalah dua fungsi yang saling invers.

$$f(x) = a^x \Rightarrow g(x) = {}^a\log x$$

dengan $f(x)$: fungsi eksponen

$g(x)$: fungsi logaritma

2. Bentuk-bentuk persamaan eksponen.

- Jika $a^{f(x)} = a^m$, $a > 0$ dan $a \neq 1$, maka $f(x) = m$
- Jika $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, $a > 0$ dan $a \neq 1$, maka $f(x) = g(x)$
- Jika $a^{f(x)} = b^{f(x)}$, $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $b \neq 1$, dan $a \neq b$, maka $f(x) = 0$
- Jika $f(x)^{g(x)} = f(x)^{h(x)}$, maka $g(x) = h(x)$

3. Sifat-sifat fungsi eksponen

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $\left(\frac{a^m}{b^n}\right)^p = \frac{a^{m \cdot p}}{b^{n \cdot p}}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $\sqrt[n]{\sqrt[n]{a^p}} = \sqrt[n \cdot n]{a^p} = a^{\frac{p}{mn}}$
- $\left(a^m\right)^n = a^{mn}$
- $a^0 = 1$
- $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

4. Bentuk-bentuk persamaan logaritma

- Jika ${}^a\log f(x) = {}^a\log m$, $f(x) > 0$, maka $f(x) = m$
- Jika ${}^a\log f(x) = {}^b\log f(x)$, $a \neq b$, maka $f(x) = 1$
- Jika ${}^a\log f(x) = {}^a\log g(x)$, $g(x) > 0$, dan $f(x) > 0$, maka $f(x) = g(x)$
- Jika ${}^{f(x)}\log g(x) = {}^{f(x)}\log h(x)$, $f(x) > 0$, $g(x) > 0$, $h(x) > 0$, dan $f(x) \neq 1$

5. Sifat-sifat fungsi logaritma

- ${}^a\log 1 = 0$
- ${}^a\log a = 1$
- ${}^a\log \frac{1}{a} = -1$
- ${}^a\log a^b = b$
- ${}^a\log b + {}^a\log c = {}^a\log bc$
- ${}^a\log b - {}^a\log c = {}^a\log \frac{b}{c}$
- $a^{{}^a\log b} = b$
- ${}^a\log b = \frac{{}^c\log b}{{}^c\log a}$
- ${}^a\log b = \frac{1}{{}^b\log a}$
- ${}^a\log b^d = {}^a\log b^{\frac{d}{c}} = \frac{d}{c} \cdot {}^a\log b$

Ulangan Bab 7

I. Pilihlah jawaban yang paling tepat!

1. Jika $a = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$ dan $b = \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$, maka

$$a + b = \dots$$

- A. $4\sqrt{3}$ D. -4
B. 4 E. -6
C. 1

2. Nilai x yang memenuhi $2^{n+3} = {}^{n+4}\sqrt{64}$ adalah

- A. 6 dan 1 D. -1 dan -6
B. 1 E. -2 dan -8
C. -6

3. Jika ${}^3\log 5 = p$ dan ${}^3\log 11 = q$, maka ${}^{15}\log 275 = \dots$

- A. $\frac{2p+q}{p+1}$ D. $(2p+q)(p+1)$
B. $\frac{p+2q}{p+1}$ E. $\frac{p+q}{2q}$
C. $\frac{2q+1}{p}$

4. Nilai dari $\frac{\log(a^2 - x^2)}{\log a} - {}^a\log\left[1 - \frac{x^2}{a^2}\right]$

adalah

- A. -2 D. 3
B. -1 E. 2
C. 1

5. Nilai x yang memenuhi $({}^4\log x)^2 - 2 \log \sqrt{x} - \frac{3}{4} = 0$ adalah

- A. 16 atau 4 D. 8 atau $\frac{1}{2}$
B. 16 atau $\frac{1}{4}$ E. 8 atau 4
C. 8 atau 2

6. Jika x_1 dan x_2 memenuhi

$$2({}^4\log x)^2 - 6\left({}^4\log \frac{x}{2}\right) + 1 = 0,$$

maka $x_1 + x_2 = \dots$

- A. 20 D. 4
B. 12 E. 2
C. 6

7. Nilai x yang memenuhi

$$4^{2x^2+3x-5} < \frac{1}{64} \text{ adalah } \dots$$

- A. $\frac{1}{2} < x < 2$ D. $2 < x < \frac{1}{2}$
B. $-\frac{1}{2} < x < 2$ E. $-4 < x < -2$
C. $-2 < x < -\frac{1}{2}$

8. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan

$${}^2\log\left(x + \frac{12}{x}\right) \geq 3 \text{ adalah } \dots$$

- A. $\{x | x \leq 2 \text{ atau } x \geq 6, x \in R\}$
B. $\{x | 0 < x \leq 2 \text{ atau } x \geq 6, x \in R\}$
C. $\{x | x < 0 \text{ atau } 2 \leq x \leq 6, x \in R\}$
D. $\{x | x < 0 \text{ atau } x \geq 1\}$
E. $\{x | x < 0 \text{ atau } x \geq 2\}$

9. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan

$$\frac{|x|-2}{x} \leq 3 \text{ adalah } \dots$$

- A. $\{x | x \geq 1, x \in R\}$
B. $\{x | x \leq \frac{1}{2} \text{ atau } x \geq 1, x \in R\}$
C. $\{x | 0 < x \leq 1, x \in R\}$
D. $\{x | x > 0 \text{ atau } -\frac{1}{2} < x < 0, x \in R\}$
E. $\{x | x < 1 \text{ atau } x \geq 2\}$

10. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan $\log 4 + \log (x+3) \leq \log x^2$ adalah

- A. $\{x|x \geq 6, x \in R\}$
- B. $\{x|-3 < x \leq -2 \text{ atau } x \geq 6\}$
- C. $\{x|-3 < x \leq -2 \text{ atau } 0 \leq x \leq 6\}$
- D. $\{x|x \leq -2 \text{ atau } x \geq 6\}$
- E. $\{x|x \leq -4 \text{ atau } x \geq 4\}$

11. Jika

$$3^{5x-1} - 27^{x+3} = 0$$

Nilai x yang memenuhi adalah

- A. 2
- B. 3
- C. 5
- D. 6
- E. 7

12. Bentuk $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}} b^{-3}}{a^{-1} b^{\frac{3}{2}}} \right)^{\frac{2}{3}}$ dapat disederhanakan menjadi

- A. $\frac{b}{a}$
- B. $\frac{a}{b}$
- C. $b\sqrt{a}$
- D. ab
- E. $\sqrt[3]{b}$

13. Nilai-nilai yang memenuhi persamaan $1000^{(x^2-3x-4)} = 1^{(x^2-2x-3)}$ adalah

- A. $x_1 = 1, x_2 = \frac{9}{2}$
- B. $x_1 = -1, x_2 = \frac{9}{2}$
- C. $x_1 = -1, x_2 = \frac{7}{2}$
- D. $x_1 = 1, x_2 = -\frac{7}{2}$
- E. $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 9$

14. Bila

$$\frac{4}{5}^{(2^{3x-2})} + \frac{8^x}{20} = 1,$$

maka nilai x adalah

- A. $\frac{3}{2}$
- B. $\frac{2}{3}$
- C. $-\frac{2}{3}$
- D. $-\frac{3}{2}$
- E. 1

15. ${}^5\log \sqrt{27} \cdot {}^9\log 125 + {}^{16}\log 32 =$

- A. $\frac{61}{36}$
- B. $\frac{9}{4}$
- C. $\frac{61}{20}$
- D. $\frac{41}{12}$
- E. $\frac{7}{2}$

16. Penyelesaian dari $2^{\log x} = 1$ adalah

- A. 0
- B. 1
- C. $\frac{1}{10}$
- D. 2
- E. 10

17. Jika $({}^a\log (3x-1))({}^5\log a) = 3$, maka nilai x adalah

- A. 36
- B. 39
- C. 42
- D. 45
- E. 48

18. Jika

$${}^a\log 81 - 2 \cdot {}^a\log 27 + {}^a\log 27 + {}^a\log 243 = 6,$$

maka nilai a sama dengan

- A. $\sqrt{3}$
- B. 3
- C. $\sqrt[3]{3}$
- D. 9
- E. 12

19. Jika

$$(x+1)\log (x^3 + 3x^2 + 2x + 4) = 3,$$

maka nilai x adalah

- A. 0
- B. 1
- C. 3
- D. 5
- E. 9

20. Jika nilai ${}^5\log 3 = a$ dan b , maka nilai dari

$${}^4\log 15 \text{ adalah }$$

A. $\frac{a+1}{ab}$

B. $\frac{ab}{a+1}$

C. $\frac{a+b}{a+1}$

D. $\frac{a+1}{a+b}$

E. $\frac{ab}{a-1}$

II. Jawablah pertanyaan berikut dengan jelas dan tepat!

1. Hitunglah nilai x yang memenuhi tiap persamaan berikut ini!

a. $\left(\frac{1}{4}\right)^{x-1} = \sqrt[3]{2^{3x+1}}$

b. $\left(\frac{3}{3^{x-2}}\right)^2 = \sqrt[3]{\frac{1}{9}}$

c. $(\sqrt{3})^{5x} > 9^{3x+7}$

d. $(\sqrt{5})^{x^3} < 25^{x^2 - \frac{3}{4}x}$

e. $x^{2 \log x} = \frac{x^4}{8}$

f. ${}^2 \log (x-2) + {}^2 \log (x-3) = {}^2 \log 3 + {}^3 \log 2$

g. ${}^6 \log (x-2) \leq 1$

h. $\log (x^2 + 4x + 4) \leq \log (5x + 10)$

2. Suatu zat radioaktif yang meluruh dapat dinyatakan dengan persamaan

$$x(t) = x(0) \cdot e^{-\lambda t}$$

dengan

$x(t)$: Massa yang ditinggal setelah t detik

$x(0)$: Massa awal

λ : Konstanta peluruhan

Tunjukkanlah:

a. Laju peluruhan $\left(\frac{dx}{dt}\right)$ yang memenuhi

persamaan $\frac{dx}{dt} = -\lambda \cdot x(t)$.

b. $\frac{t_1}{2} = \frac{0,693}{\lambda}$, jika $\frac{t_1}{2}$ adalah waktu paruh