

BAB 4

Trigonometri

Petunjuk Pembelajaran bagi Guru

A. Kompetensi Inti

Sikap	<ol style="list-style-type: none">1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.2. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerja sama, toleran, damai), santun, responsif dan proaktif serta menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
Pengetahuan	<ol style="list-style-type: none">3. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, dan prosedural berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta

	menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
Keterampilan	4. Mengolah, menalar, dan menyajikan dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, serta mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

B. Kompetensi Dasar dan Indikator

Kompetensi Dasar untuk bab trigonometri ini mengacu pada KD yang telah ditetapkan. Guru tentu harus mampu merumuskan indikator pencapaian kompetensi dari kompetensi dasar. Berikut ini disajikan indikator pencapaian kompetensi untuk materi trigonometri.

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.7 Menjelaskan rasio trigonometri (sinus, cosinus, tangen, cosecan, secan, dan cotangen) pada segitiga siku-siku.	3.7.1 Mendeskripsikan hubungan radian ke derajat 3.7.2 Mendeskripsikan hubungan derajat ke radian. 3.7.3 Menemukan konsep sinus pada suatu segitiga siku-siku 3.7.4 Menemukan konsep cosinus pada suatu segitiga siku-siku 3.7.5 Menemukan konsep tangen pada suatu segitiga siku-siku 3.7.6 Menemukan konsep cosecan pada suatu segitiga siku-siku. 3.7.7 Menemukan konsep secan pada suatu segitiga siku-siku 3.7.8 Menemukan konsep cotangen pada suatu segitiga siku-siku.

<p>3.8 Menggeneralisasi rasio trigonometri untuk sudut-sudut di berbagai kuadran dan sudut-sudut berelasi.</p>	<p>3.8.1 Menemukan konsep perbandingan sudut di kuadran II, III, dan IV, terutama untuk sudut-sudut istimewa</p> <p>3.8.2 Menemukan konsep relasi antarsudut.</p> <p>3.8.3 Menemukan konsep identitas trigonometri</p> <p>3.8.4 Menggunakan identitas trigonometri untuk membuktikan identitas trigonometri lainnya.</p>
<p>3.9 Menjelaskan aturan sinus dan cosinus.</p>	<p>3.9.1 Menemukan konsep aturan sinus</p> <p>3.9.2 Menemukan konsep aturan cosinus.</p>
<p>3.10 Menjelaskan fungsi trigonometri dengan menggunakan lingkaran satuan.</p>	<p>3.10.1 Menjelaskan konsep fungsi sinus.</p> <p>3.10.2 Menjelaskan konsep fungsi cosinus.</p> <p>3.10.3 Menjelaskan konsep fungsi tangen.</p>

<p>4.7 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan rasio trigonometri (sinus, cosinus, tangen, cosecan, secan, dan cotangen) pada segitiga siku-siku.</p>	<p>4.7.1 Menggunakan konsep konversi sudut (radian ke derajat) dalam menyelesaikan masalah</p> <p>4.7.2 Menggunakan konsep konversi sudut (derajat ke radian) dalam menyelesaikan masalah.</p> <p>4.7.3 Menggunakan konsep sinus dalam menyelesaikan masalah kontekstual</p> <p>4.7.4 Menggunakan konsep cosinus dalam menyelesaikan masalah kontekstual</p> <p>4.7.5 Menggunakan konsep tangen dalam menyelesaikan masalah kontekstual</p> <p>4.7.6 Menggunakan konsep cosecan dalam menyelesaikan masalah kontekstual</p> <p>4.7.7 Menggunakan konsep secan dalam menyelesaikan masalah kontekstual</p> <p>4.7.8 Menggunakan konsep cotangen dalam menyelesaikan masalah kontekstual.</p>
---	---

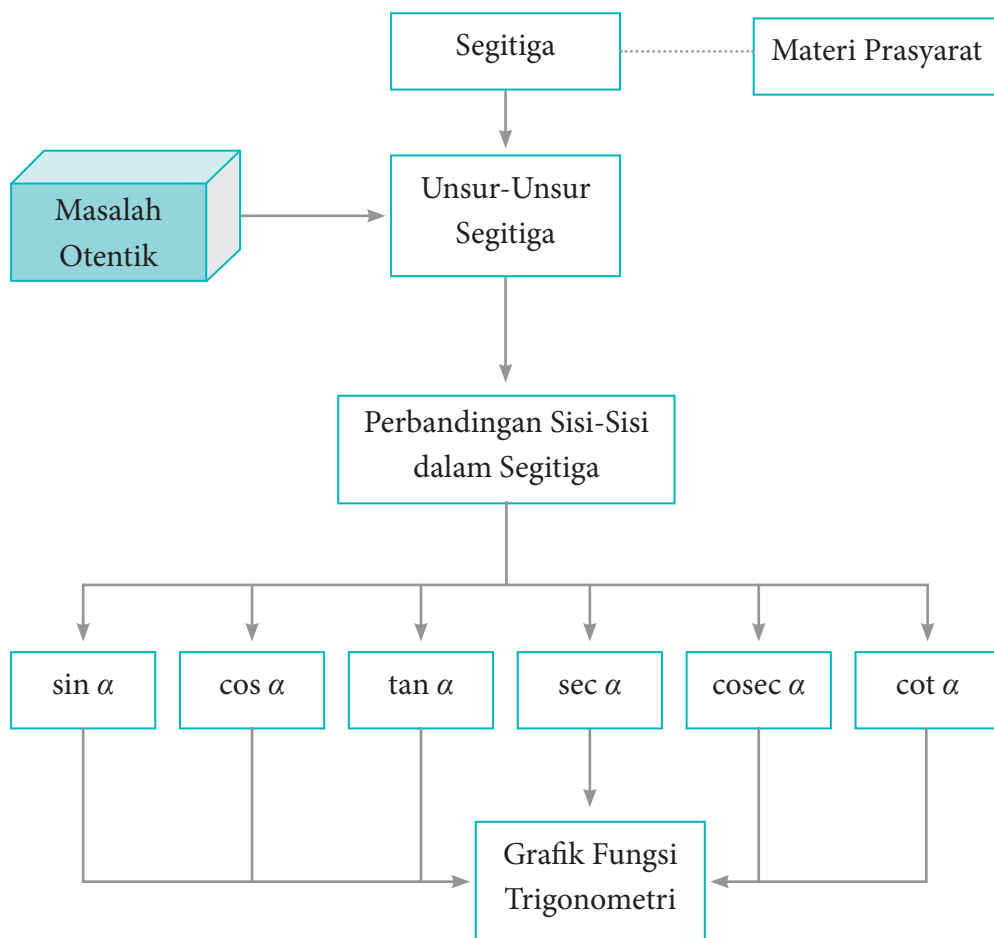
<p>4.8 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan rasio trigonometri sudut-sudut di berbagai kuadran dan sudut-sudut berelasi.</p>	<p>4.8.1 Menggunakan konsep perbandingan sudut di kuadran II, III, dan IV, terutama untuk sudut-sudut istimewa dalam menyelesaikan masalah</p> <p>4.8.2 Menggunakan konsep relasi antarsudut dalam menyelesaikan masalah</p> <p>4.8.3 Menggunakan konsep identitas trigonometri dalam menyelesaikan masalah</p> <p>4.8.4 Menggunakan identitas trigonometri untuk membuktikan identitas trigonometri lainnya.</p>
<p>4.9 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus.</p>	<p>4.9.1 Menggunakan konsep aturan sinus dalam menyelesaikan masalah</p> <p>4.9.2 Menggunakan konsep aturan cosinus dalam menyelesaikan masalah.</p>
<p>4.10 Menganalisa perubahan grafik fungsi trigonometri akibat perubahan pada konstanta pada fungsi $y = a \sin b(x + c) + d$.</p>	<p>4.10.1 Menggambarkan grafik fungsi sinus</p> <p>4.10.2 Menggambarkan grafik fungsi cosinus</p> <p>4.10.3 Menggambarkan grafik fungsi tangen.</p>

C. Tujuan Pembelajaran

Melalui pengamatan, tanya jawab, penugasan individu dan kelompok, diskusi kelompok, dan penemuan (*discovery*) siswa dapat:

1. menunjukkan sikap jujur, tertib, dan mengikuti aturan pada saat proses belajar berlangsung;
2. menunjukkan sikap cermat dan teliti dalam menyelesaikan masalah-masalah trigonometri;
3. mengonversi ukuran sudut dari radian ke derajat atau sebaliknya;
4. menjelaskan konsep perbandingan sudut (*sinus*, *cosinus*, *tangen*, *cosecan*, *secan*, dan *cotangen*) pada suatu segitiga siku-siku;
5. menjelaskan konsep perbandingan sudut (*sinus*, *cosinus*, *tangen*, *cosecan*, *secan*, dan *cotangen*) pada kuadran II, III, dan IV;
6. menjelaskan konsep relasi antarsudut;
7. menjelaskan konsep identitas trigonometri serta mampu menggunakan identitas trigonometri tersebut untuk membuktikan identitas trigonometri lainnya;
8. menjelaskan aturan *sinus* dan aturan *cosinus*;
9. menjelaskan dan menggambarkan grafik fungsi trigonometri, terutama fungsi *sinus*, *cosinus*, dan *tangen*.

D. Diagram Alir



E. Materi Pembelajaran

Suatu proses pembelajaran akan berjalan dengan efektif jika guru sudah mengenali karakteristik siswa. Adapun proses pembelajaran yang dirancang pada buku guru ini hanya pertimbangan bagi guru untuk merancang kegiatan belajar mengajar yang sesungguhnya. Oleh karena itu, diharapkan guru lebih giat dan kreatif lagi dalam mempersiapkan semua perangkat belajar mengajar.

Membelajarkan 4.1 dan 4.2

Ukuran Sudut dan Perbandingan Trigonometri pada Segitiga Siku-Siku

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Siswa diharapkan sudah membawa perlengkapan alat-alat tulis, seperti pulpen, pensil, penghapus, penggaris, kertas berpetak, dan lain-lain.
2. Bentuklah kelompok kecil yang terdiri atas 2 – 3 orang siswa yang memungkinkan belajar secara efektif dan efisien.
3. Sediakan lembar kerja yang diperlukan siswa.
4. Sediakan kertas HVS secukupnya.

No.	Petunjuk Kegiatan Pembelajaran
1.	Kegiatan Pendahuluan Pada kegiatan pendahuluan guru: <ol style="list-style-type: none">a. menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran;b. memberi motivasi belajar siswa secara kontekstual sesuai manfaat dan aplikasi konversi sudut dan perbandingan sudut dalam kehidupan sehari-hari, dengan memberikan contoh dan perbandingan lokal, nasional, dan internasional;

No.	Petunjuk Kegiatan Pembelajaran
	<ul style="list-style-type: none"> c. mengajukan pertanyaan-pertanyaan yang mengaitkan pengetahuan sebelumnya dengan materi yang akan dipelajari, misalnya, bagaimana konsep dua segitiga dikatakan sebangun; d. menjelaskan tujuan pembelajaran atau kompetensi dasar yang akan dicapai; e. menyampaikan cakupan materi dan penjelasan uraian kegiatan sesuai silabus.
2.	<p>Kegiatan Inti</p> <p>Ayo Kita Mengamati</p> <ul style="list-style-type: none"> a. Ajak siswa mengenal satuan ukuran sudut yaitu radian atau “rad dan derajat.” b. Arahkan untuk mencermati Sifat 4.1 dan 4.2. c. Koordinasikan siswa untuk menemukan istilah-istilah penting lainnya yang sering digunakan dalam kajian ukuran sudut. Misalnya, sudut positif, sudut standar (baku), dan sudut koterminal. Selain itu, siswa disarankan menghimpun informasi tentang pembagian sudut pada kuadran I, II, III, dan IV sedemikian sehingga siswa juga terampil menggambarkan ukuran sudut tersebut. d. Ajak siswa mengerti istilah sudut-sudut istimewa yang disajikan pada Tabel 4.1. e. Koordinasikan siswa untuk memahami Masalah 4.1 dan Masalah 4.2. <p>Ayo Kita Menanya</p> <ul style="list-style-type: none"> a. Ajak siswa untuk mengajukan pertanyaan, terutama pertanyaan-pertanyaan kritis terkait dengan Masalah 4.1 dan 4.2. Jika tidak satupun siswa mengajukan pertanyaan, guru harus mempersiapkan dan menanyakan pertanyaan terkait masalah tersebut.

No.	Petunjuk Kegiatan Pembelajaran
	<p>Ayo Kita Mengumpulkan Informasi</p> <ol style="list-style-type: none"> Meminta siswa mengumpulkan semua informasi yang ditemukan pada Masalah 4.1 dan 4.2. Jika tidak ada siswa yang mengingat konsep perbandingan, guru diharuskan mengingatkan kembali konsep tersebut untuk menalar semua informasi yang disajikan pada Gambar 4.7 dan 4.12. <p>Ayo Kita Mengasosiasi</p> <ol style="list-style-type: none"> Meminta siswa mendeskripsikan semua informasi yang ditemukan dan menyajikannya menjadi Gambar 4.7 dan Gambar 4.12. Arahkan siswa menerapkan konsep yang ada pada penyelesaian Masalah 4.1 dan 4.2, dalam menyelesaikan Contoh 4.3, 4.4, 4.5, dan 4.6. Bersama dengan siswa menjelaskan dan memperkenalkan istilah <i>sinus</i>, <i>cosinus</i>, <i>tangen</i>, <i>cosecan</i>, <i>secan</i>, dan <i>cotangen</i> sebagai perbandingan sisi-sisi pada suatu segitiga siku-siku.
3.	<p>Kegiatan Penutup</p> <p>Ayo Kita Mengkomunikasikan</p> <ol style="list-style-type: none"> Bersama dengan siswa menyimpulkan konsep perbandingan sudut pada suatu segitiga siku-siku. Guru menyampaikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikut. Guru memberikan penugasan kepada siswa dengan mengerjakan Soal Uji Kompetensi 4.1 nomor 6, 7, dan 10 serta soal Uji Kompetensi 4.2 nomor 3 dan 6.

Penilaian

1. Prosedur Penilaian Sikap

No.	Aspek yang Dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1.	Berpikir Logis	Pengamatan	Kegiatan inti
2.	Kritis	Pengamatan	Kegiatan inti
3.	Ingin Tahu	Pengamatan	Kegiatan inti

2. Instrumen Penilaian Sikap

Berpikir logis

- Kurang baik jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran.
- Baik jika sudah ada usaha untuk mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran.
- Sangat baik jika ide-ide logis dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Kritis

- Kurang baik jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
- Baik jika sudah ada usaha untuk mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran walaupun belum konsisten.
- Sangat baik jika mengajukan ide-ide logis, kritis, atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Ingin tahu

- Kurang baik jika sama sekali tidak menunjukkan sikap ingin tahu melalui bertanya kepada guru atau teman selama proses pembelajaran.
- Baik jika sikap ingin tahu melalui bertanya kepada guru atau teman selama proses pembelajaran.
- Sangat baik jika sikap ingin tahu melalui bertanya kepada guru atau teman selama proses pembelajaran secara terus- menerus dan konsisten.

Berikan tanda centang (✓) pada kolom berikut sesuai hasil pengamatan.

No.	Nama	Berpikir Logis			Kritis			Ingin Tahu		
		SB	B	KB	SB	B	KB	SB	B	KB
1.										
2.										
3.										
...										
...										
...										
29.										
30.										

SB = Sangat Baik, B = Baik, KB = Kurang Baik

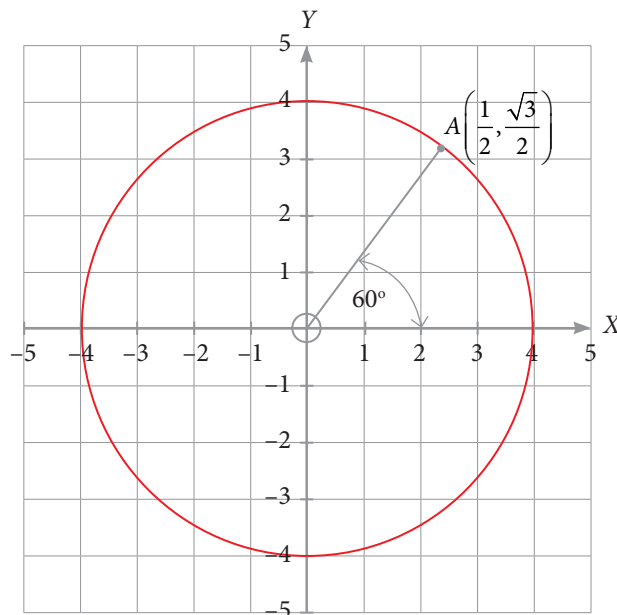
3. Instrumen Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

Petunjuk

- Kerjakan soal berikut secara individu, siswa tidak diperbolehkan menyontek dan bekerja sama.
- Kemudian jawablah pertanyaan/perintah di bawah ini.

Soal

- Diketahui besar sudut α kurang dari 90° dan besar sudut θ lebih dari atau sama dengan 90° dan kurang dari 180° . Analisis kebenaran setiap pernyataan berikut ini.
 - $2\alpha \geq 90^\circ$
 - $\theta - \alpha \geq 30^\circ$
 - $2\alpha + \frac{1}{2}\theta \geq 90^\circ$
 - Tidak ada nilai α dan θ yang memenuhi persamaan $2\theta - 2\alpha = \theta + \alpha$
- Perhatikan gambar di bawah ini.



Selidiki dan tentukan koordinat titik jika dirotasi sejauh

- 90°
 - 180°
 - 270°
 - 260°
- Luas segitiga siku-siku RST , dengan sisi tegak RS adalah 20 cm^2 . Tentukanlah nilai *sinus*, *cosinus*, dan *tangen* untuk sudut lancip T .
 - Diketahui $\sin x + \cos x = 3$ dan $\tan x = 1$, tentukanlah nilai $\sin x$ dan $\cos x$.

4. Pedoman Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

No. Soal	Aspek Penilaian	Rubrik Penilaian	Skor	Skor Maksimal
1.	Ketelitian dalam menghitung	Benar	25	25
		Salah	5	
		Tidak ada jawaban	0	
2.	Keterampilan menggambarkan	Benar	25	25
		Salah	10	
		Tidak ada jawaban	0	
3.	Ketelitian menghitung	Benar	25	25
		Salah	10	
		Tidak ada jawaban	0	

No. Soal	Aspek Penilaian	Rubrik Penilaian	Skor	Skor Maksimal
4.	Ketelitian menghitung dan keterampilan menggunakan konsep	Benar	25	25
		Salah	10	
		Tidak ada jawaban	0	
Skor maksimal			100	100
Skor minimal			0	0

Membelajarkan 4.3

Nilai Perbandingan Trigonometri untuk 0° , 30° , 45° , 60° , dan 90°

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Bentuklah kelompok kecil yang terdiri atas 4 – 5 orang siswa yang memungkinkan belajar secara efektif.
2. Identifikasi siswa yang biasanya agak sulit membuat pertanyaan.
3. Identifikasi pula bentuk bantuan yang perlu diberikan agar siswa akhirnya produktif membuat pertanyaan.
4. Sediakan tabel yang diperlukan bagi siswa untuk mengisikan hasil kerjanya.
5. Sediakan kertas HVS secukupnya.
6. Mungkin perlu diberikan contoh kritik, komentar, saran, atau pertanyaan terhadap suatu karya agar siswa dapat meniru dan mengembangkan lebih jauh sesuai dengan materinya.

No.	Petunjuk Kegiatan Pembelajaran
1.	<p>Kegiatan Pendahuluan</p> <p>Pada kegiatan pendahuluan guru</p> <ol style="list-style-type: none"> menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran; memberi motivasi belajar siswa secara kontekstual sesuai manfaat dan aplikasi trigonometri khususnya perbandingan sudut untuk dan dalam kehidupan sehari-hari, dengan memberikan contoh dan perbandingan lokal, nasional, dan internasional; mengajukan pertanyaan-pertanyaan yang mengaitkan pengetahuan sebelumnya dengan materi yang akan dipelajari, misalnya, bagaimana menuliskan perbandingan sudut pada suatu segitiga siku-siku; menjelaskan tujuan pembelajaran atau kompetensi dasar yang akan dicapai; menyampaikan cakupan materi dan penjelasan uraian kegiatan sesuai silabus.
2.	<p>Kegiatan Inti</p> <p>Ayo Kita Mengamati</p> <p>Arahkan siswa untuk mencermati Masalah 4.3, 4.4, dan 4.5 (melalui kelompok belajar).</p> <p>Ayo Kita Menanya</p> <p>Siswa diberi rangsangan dengan mengajukan pertanyaan-pertanyaan terkait Masalah 4.3, 4.4 dan 4.5. Jika tidak ada siswa yang mengajukan pertanyaan, guru harus mengajukan pertanyaan kepada siswa untuk memastikan pemahaman siswa.</p>

No.	Petunjuk Kegiatan Pembelajaran
	<p>Ayo Kita Mengumpulkan Informasi</p> <p>Arahkan siswa dapat menempatkan seluruh informasi yang ditemukan pada masalah-masalah tersebut sesuai dengan gambar yang tepat.</p> <p>Ayo Kita Mengasosiasi</p> <ol style="list-style-type: none"> Ajak siswa menghitung 6 macam nilai perbandingan trigonometri dengan tepat dari gambar yang diperoleh. Pada saat menentukan nilai perbandingan trigonometri untuk ukuran sudut, guru memberikan penjelasan dalam penempatan sudut pada suatu segitiga siku-siku. Seperti yang disajikan pada Gambar 4.17 dan 4.18. Guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk mengajukan ide-ide kritis yang mungkin muncul setelah mendalami penyelesaian masalah-masalah tersebut. Arahkan siswa untuk menyelesaikan Contoh 4.7 dan 4.8 tanpa melihat alternatif penyelesaian yang disajikan pada Buku Siswa.
3.	<p>Kegiatan Penutup</p> <p>Ayo Kita Menyimpulkan</p> <ol style="list-style-type: none"> Bersama siswa, guru menyimpulkan nilai perbandingan sudut istimewa pada kuadran I seperti yang disajikan pada Tabel 4.2. Menginformasikan materi selanjutnya, yaitu bagaimana menentukan relasi sudut antarkuadran. Memberikan penugasan kepada siswa, yaitu mengerjakan soal Uji Kompetensi 4.3 nomor 1 hingga nomor 4.

Penilaian

1. Prosedur Penilaian Sikap

No.	Aspek yang Dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1.	Berpikir logis	Pengamatan	Kegiatan inti
2.	Kritis	Pengamatan	Kegiatan inti
3.	Analitis	Pengamatan	Kegiatan inti

2. Instrumen Penilaian Sikap

Berpikir logis

- Kurang baik jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran.
- Baik jika sudah ada usaha untuk mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran.
- Sangat baik jika ide-ide logis dalam proses pembelajaran dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Kritis

- Kurang baik jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
- Baik jika sudah ada usaha untuk mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
- Sangat baik jika mengajukan ide-ide logis, kritis, atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Analitis

- Kurang baik jika sama sekali tidak mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran.
- Baik jika sudah ada usaha untuk mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran.
- Sangat baik jika mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran secara terus-menerus dan ajeg/konsisten.

Berikan tanda centang (✓) pada kolom berikut sesuai hasil pengamatan.

No.	Nama	Berpikir Logis			Kritis			Analitis		
		SB	B	KB	SB	B	KB	SB	B	KB
1.										
2.										
3.										
...										
...										
...										
29.										
30.										

SB = Sangat Baik, B = Baik, KB = Kurang Baik

3. Instrumen Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

Petunjuk

- Kerjakan soal berikut secara individu, siswa tidak boleh menyontek dan bekerja sama.
- Pilihlah jawaban soal kemudian jawablah pertanyaan/perintah di bawah ini.

Soal:

- Jika $\sin x = a$ dan $\cos y = b$ dengan $0 < x < \frac{\pi}{2}$, dan $\frac{\pi}{2} < y < \pi$, maka hitung $\tan x + \tan y$. (UMPTN 98)
- Manakah pernyataan yang bernilai benar, untuk setiap pernyataan di bawah ini.
 - $\sin(A + B) = \sin A + \sin B$
 - Nilai $\sin \theta$ akan bergerak naik pada saat nilai θ juga menaik
 - Nilai $\cos \theta$ akan bergerak naik pada saat nilai θ menurun
 - $\sin \theta = \cos \theta$, untuk setiap nilai $\theta = 0^\circ$
 - Nilai $\cot \theta$ tidak terdefinisi, pada saat $\theta = 0^\circ$
- Jika $\frac{(\tan \beta)^2}{1 + \sec \beta}$, dimana $0^\circ < \beta < 90^\circ$ hitunglah nilai β .
- Pada suatu segitiga ABC , diketahui $a + b = 10$, $\angle A = 30^\circ$, dan $\angle B = 45^\circ$. Hitunglah b .
(Petunjuk: Misalkan panjang sisi di depan $\angle A = a$, di depan $\angle B = b$, dan $\angle C = c$).

4. Pedoman Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

No. Soal	Aspek Penilaian	Rubrik Penilaian	Skor	Skor Maksimal
1.	Ketelitian dalam menghitung dan keterampilan dalam memahami gambar	Benar	25	25
		Salah	5	
		Tidak ada jawaban	0	
2.	Ketelitian dalam menghitung	Benar	25	25
		Salah	5	
		Tidak ada jawaban	0	
3.	Ketelitian menghitung	Benar	25	25
		Salah	5	
		Tidak ada jawaban	0	
4.	Ketelitian menghitung dan keterampilan menggunakan konsep	Benar	25	25
		Salah	5	
		Tidak ada jawaban	0	
Skor maksimal			100	100
Skor minimal			0	0

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Bentuklah kelompok kecil yang terdiri atas 4 – 5 orang siswa yang memungkinkan belajar secara efektif.
2. Identifikasi siswa yang biasanya agak sulit membuat pertanyaan.
3. Identifikasi pula bentuk bantuan yang perlu diberikan agar siswa akhirnya produktif membuat pertanyaan.
4. Sediakan kertas kerja berisi gambar lingkaran pada koordinat Kartesius.
5. Sediakan jangka atau busur sebagai penentu besar ukuran sudut.
6. Kritik, komentar, saran, atau pertanyaan terhadap suatu karya agar siswa dapat meniru dan mengembangkan lebih jauh sesuai dengan materinya.

No.	Petunjuk Kegiatan Pembelajaran
1.	<p>Kegiatan Pendahuluan</p> <p>Pada kegiatan pendahuluan guru:</p> <ol style="list-style-type: none">a. menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran;b. memberi motivasi belajar siswa secara kontekstual sesuai manfaat dan aplikasi relasi sudut dalam kehidupan sehari-hari, dengan memberikan contoh dan perbandingan lokal, nasional, dan internasional;c. mengajukan pertanyaan-pertanyaan yang mengaitkan pengetahuan sebelumnya dengan materi yang akan dipelajari, misalnya bagaimana menempatkan sudut pada bentuk kuadran;d. menjelaskan tujuan pembelajaran atau kompetensi dasar yang akan dicapai;e. menyampaikan cakupan materi dan penjelasan uraian kegiatan sesuai silabus.

No.	Petunjuk Kegiatan Pembelajaran
2.	<p data-bbox="380 284 557 318">Kegiatan Inti</p> <p data-bbox="380 344 656 379">Ayo Kita Mengamati</p> <p data-bbox="380 405 1240 485">Koordinasikan siswa dalam kelompok belajar yang efektif dan heterogen untuk mencermati Masalah 4.6, 4.7, 4.8, dan 4.9.</p> <p data-bbox="380 512 627 546">Ayo Kita Menanya</p> <p data-bbox="380 572 1240 747">Memotivasi siswa untuk mengajukan pertanyaan-pertanyaan terkait Masalah 4.6, 4.7, 4.8 dan 4.9. Jika tidak ada siswa yang mengajukan pertanyaan, guru harus mengajukan pertanyaan kepada siswa untuk memastikan pemahaman siswa.</p> <p data-bbox="380 774 794 808">Ayo Mengumpulkan Informasi</p> <ol data-bbox="380 834 1240 1110" style="list-style-type: none"> Sebagai umpan balik dari pemahaman siswa, siswa dapat menempatkan seluruh informasi yang ditemukan pada masalah-masalah tersebut sesuai dengan gambar yang tepat. Pada kertas kerja yang disediakan, siswa diberi petunjuk untuk menempatkan titik atau segitiga siku-siku setelah diputar pada O sejauh 90°, 180°, 270°, dan 360°. <p data-bbox="380 1137 685 1171">Ayo Kita Mengasosiasi</p> <ol data-bbox="380 1197 1240 1675" style="list-style-type: none"> Dari setiap gambar yang disajikan, siswa dapat menemukan dan menghitung 6 macam nilai perbandingan trigonometri dengan tepat sedemikian sehingga diperoleh nilai perbandingan trigonometri dan relasi sudut antarkuadran. Beri kesempatan untuk siswa menyelesaikan Contoh 4.8, 4.9, dan 4.10 tanpa melihat alternatif penyelesaian yang sudah ada. Selain itu, guru diperbolehkan menambah referensi soal/masalah kepada siswa. Beri kesempatan kepada siswa jika siswa memiliki penjelasan dan pemahaman terkait relasi sudut.

No.	Petunjuk Kegiatan Pembelajaran
3.	<p>Kegiatan Penutup</p> <p>Ayo Kita Mengomunikasikan</p> <ol style="list-style-type: none"> Bersama dengan siswa menyimpulkan relasi sudut antarsudut di kuadran I, II, III, dan IV. Menginformasikan materi selanjutnya, yaitu konsep apa saja yang dapat diturunkan dari konsep perbandingan sudut yang telah ditemukan pada Subbab 4.2. Memberikan penugasan kepada siswa, yaitu mengerjakan soal Uji Kompetensi 4.4 nomor 1 hingga nomor 3.

Penilaian

1. Prosedur Penilaian Sikap

No.	Aspek yang Dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1.	Berpikir logis	Pengamatan	Kegiatan inti
2.	Kritis	Pengamatan	Kegiatan inti
3.	Analitis	Pengamatan	Kegiatan inti

2. Instrumen Penilaian Sikap

Berpikir logis

- Kurang baik jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran.
- Baik jika sudah ada usaha untuk mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran.
- Sangat baik jika mengajukan ide-ide logis dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Kritis

- Kurang baik jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
- Baik jika sudah ada usaha untuk mengajukan ide-ide logis, kritis, atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
- Sangat baik jika mengajukan ide-ide logis, kritis, atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Analitis

- Kurang baik, jika sama sekali tidak mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran.
- Baik, jika menunjukkan sudah ada usaha untuk mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran.
- Sangat baik, jika mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Berikan tanda checklis (✓) pada kolom berikut sesuai hasil pengamatan.

No.	Nama	Berpikir Logis			Kritis			Analitis		
		SB	B	KB	SB	B	KB	SB	B	KB
1.										
2.										

No.	Nama	Berpikir Logis			Kritis			Analitis		
		SB	B	KB	SB	B	KB	SB	B	KB
3.										
...										
...										
...										
29.										
30.										

SB = Sangat Baik, B = Baik, KB = Kurang Baik

3. Instrumen Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

Petunjuk

- Kerjakan soal berikut secara individu, siswa tidak diperbolehkan menyontek dan bekerja sama.
- Kemudian jawablah pertanyaan/perintah di bawah ini.

Soal

- Periksalah kebenaran setiap pernyataan berikut. Berikan alasan untuk setiap jawabanmu.
 - $\sec x$ dan $\sin x$ selalu memiliki nilai tanda yang sama di keempat kuadran.

- b. Di kuadran I, nilai perbandingan sinus selalu lebih dari nilai perbandingan kosinus.
- c. Untuk $30^\circ < x < 90^\circ$ dan $120^\circ < y < 150^\circ$, maka nilai $2 \sin x < \cos 2y$.
2. Diberikan $\tan \theta = -\frac{8}{15}$ dengan $\sin \theta > 0$, tentukanlah
- $\cos \theta$
 - $\csc \theta$
 - $\sin \theta \times \cos \theta + \cos \theta + \sin \theta$
 - $\frac{\csc \theta}{\cot \theta}$

4. Pedoman Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

No. Soal	Aspek Penilaian	Rubrik Penilaian	Skor	Skor Maksimal
1.	Ketelitian dalam menghitung	Benar	50	50
		Salah	10	
		Tidak ada jawaban	0	
2.	Ketelitian dalam menghitung dan keterampilan menggunakan konsep yang ada	Benar	50	50
		Salah	10	
		Tidak ada jawaban	0	
	Skor maksimal		100	100
	Skor minimal		0	0

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Bentuklah kelompok yang terdiri atas 4 – 5 orang siswa yang memungkinkan belajar secara efektif.
2. Identifikasi siswa yang biasanya agak sulit membuat pertanyaan.
3. Identifikasi pula bentuk bantuan yang perlu diberikan agar siswa akhirnya produktif membuat pertanyaan.
4. Kritik, komentar, saran, atau pertanyaan terhadap suatu karya agar siswa dapat meniru dan mengembangkan lebih jauh sesuai dengan materinya.

No.	Petunjuk Kegiatan Pembelajaran
1.	<p>Kegiatan Pendahuluan</p> <p>Pada kegiatan pendahuluan guru:</p> <ol style="list-style-type: none">a. menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran;b. memberi motivasi belajar siswa secara kontekstual sesuai manfaat dan aplikasi identitas trigonometri dalam kehidupan sehari-hari, dengan memberikan contoh dan perbandingan lokal, nasional, dan internasional;c. mengajukan pertanyaan-pertanyaan yang mengaitkan pengetahuan sebelumnya dengan materi yang akan dipelajari, misalnya, apa perbedaan $(\sin 30^\circ)^2$ dengan $\sin^2 30^\circ$;d. menjelaskan tujuan pembelajaran atau kompetensi dasar yang akan dicapai;e. menyampaikan cakupan materi dan penjelasan uraian kegiatan sesuai silabus.

No.	Petunjuk Kegiatan Pembelajaran
	f. Sesuai dengan banyak masalah yang akan dicermati, siswa dikordinasikan dalam kelompok belajar yang efektif dan heterogen.
2.	<p>Kegiatan Inti</p> <p>Ayo Kita Mengamati</p> <p>a. Arahkan untuk mencermati Masalah 4.10 dan 4.11.</p> <p>b. Pada Masalah 4.10, guru memberi penjelasan bahwa akan diselidiki apa saja yang akan diperoleh dengan modifikasi perbandingan sudut trigonometri.</p> <p>c. Pada Masalah 4.11 guru memberi penjelasan bahwa dengan garis tinggi segitiga, dapat diperoleh hubungan perbandingan sudut.</p> <p>Ayo Kita Menanya</p> <p>a. Memotivasi siswa untuk mengajukan pertanyaan kritis atau ide-ide kreatif.</p> <p>b. Jika tidak satupun siswa tidak mengajukan pertanyaan, ajukan pertanyaan kepada siswa untuk mengarahkan siswa mencermati masalah-masalah lebih dalam.</p> <p>Ayo Kita Mengumpulkan Informasi</p> <p>Organisir siswa untuk berdiskusi dalam kelompok belajar, dalam mengumpulkan data atau informasi yang ditemukan pada Masalah 4.10 dan 4.11.</p> <p>Ayo Kita Mengasosiasi</p> <p>a. Arahkan siswa untuk melakukan modifikasi aljabar dari perbandingan trigonometri yang diperoleh pada suatu segitiga siku-siku dalam menemukan identitas trigonometri dan penurunannya.</p>

No.	Petunjuk Kegiatan Pembelajaran
	<ul style="list-style-type: none"> b. Guru menginformasikan letak ketiga garis tinggi pada suatu segitiga (sembarang). c. Untuk Masalah 4.11, guru mengarahkan bahwa untuk setiap garis tinggi untuk siswa menemukan hubungan perbandingan dua atau tiga segitiga yang sebangun. d. Guru mengajak siswa untuk menerapkan Teorema Pythagoras aturan <i>cosinus</i>. e. Guru memastikan siswa memahami konsep identitas trigonometri, aturan sinus, dan aturan <i>cosinus</i> dengan mengajukan pertanyaan-pertanyaan. Misalnya, pada saat kondisi bagaimana (apakah yang harus diketahui pada suatu segitiga) supaya dapat menggunakan aturan <i>sinus</i> atau <i>cosinus</i>. f. Arahkan siswa untuk mengerjakan Contoh 4.11, 4.12, 4.13, dan 4.14 tanpa melihat alternatif penyelesaian yang disediakan. Guru juga dapat mengajukan masalah-masalah atau soal-soal yang lebih menarik untuk dikerjakan siswa.
3.	<p>Kegiatan Penutup</p> <p>Ayo kita mengomunikasikan</p> <ul style="list-style-type: none"> a. Guru bersama dengan siswa menarik kesimpulan tentang identitas trigonometri, aturan <i>sinus</i>, dan aturan <i>cosinus</i>. b. Guru menginformasikan kepada siswa tentang keberlanjutan identitas trigonometri, aturan <i>sinus</i>, dan aturan <i>cosinus</i> untuk materi-materi lainnya. c. Memberikan penugasan kepada siswa, yaitu mengerjakan soal Uji Kompetensi 4.4 nomor 6 -7 dan Uji Kompetensi 4.5 nomor 1 dan 3.

Penilaian

1. Prosedur Penilaian Sikap

No.	Aspek yang Dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1.	Kreatif	Pengamatan	Kegiatan inti
2.	Kritis	Pengamatan	Kegiatan inti
3.	Analitis	Pengamatan	Kegiatan inti

2. Instrumen Penilaian Sikap

Kreatif

- Kurang baik jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide kreatif dalam proses pembelajaran.
- Baik jika sudah ada usaha mengajukan ide-ide kreatif dalam proses pembelajaran.
- Sangat baik jika mengajukan ide-ide kreatif dalam proses pembelajaran jika secara terus-menerus dan konsisten.

Kritis

- Kurang baik jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide logis, kritis, atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
- Baik jika sudah ada usaha untuk mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
- Sangat baik jika mengajukan ide-ide logis, kritis, atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Analitis

- Kurang baik jika sama sekali tidak mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran.
- Baik jika sudah ada usaha untuk mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran.
- Sangat baik jika mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Berikan tanda centang (✓) pada kolom berikut sesuai hasil pengamatan.

No.	Nama	Kreatif			Kritis			Analitis		
		SB	B	KB	SB	B	KB	SB	B	KB
1.										
2.										
3.										
...										
...										
...										
29.										
30.										

SB = Sangat Baik, B = Baik, KB = Kurang Baik

3. Instrumen Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

Petunjuk:

- a. Kerjakan soal berikut secara individu, siswa tidak diperbolehkan menyontek dan bekerja sama.
- b. Kemudian jawablah pertanyaan/perintah di bawah ini.

Soal:

1. Diberikan fungsi $f(x) = \sin(x + 90^\circ)$, untuk setiap $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$. Untuk semua sudut-sudut istimewa, tentukanlah nilai fungsi.
2. Sederhanakanlah bentuk persamaan berikut ini.
 - a. $\cos x \cdot \csc x \cdot \tan x$
 - b. $\cos x \cdot \cot x + \sin x$
 - c. $\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{\sin x}{1 - \cos x}$
 - d. $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$
3. Diketahui segitiga ABC , dengan $AB = 20$ cm, $AC = 30$ cm, dan $\angle B = 140^\circ$. Hitung panjang BC dan $\angle A$.
4. Di bawah ini diketahui panjang sisi-sisi segitiga PQR . Hitung nilai sinus dan tangen untuk setiap sudutnya.
 - a. $p = 10$, $q = 14$, dan $r = 20$
 - b. $p = 11$, $q = 15$, dan $r = 21$
 - c. $p = 8$, $q = 12$, dan $r = 17$
 - d. $p = 8$, $q = 12$, dan $r = 17$

4. Pedoman Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

No. Soal	Aspek Penilaian	Rubrik Penilaian	Skor	Skor Maksimal
1.	Ketelitian dalam menghitung	Benar	25	25
		Salah	5	
		Tidak ada jawaban	0	
2.	Ketelitian dalam menghitung dan keterampilan menggunakan konsep yang ada	Benar	25	25
		Salah	5	
		Tidak ada jawaban	0	
3.	Ketelitian dalam menghitung dan keterampilan menggunakan konsep yang ada	Benar	25	25
		Salah	5	
		Tidak ada jawaban	0	
4.	Ketelitian dalam menghitung dan keterampilan menggunakan konsep yang ada	Benar	25	25
		Salah	5	
		Tidak ada jawaban	0	
Skor maksimal			100	100
Skor minimal			0	0

Membelajarkan 4.7

Grafik Fungsi Trigonometri ($y = \sin x$, $y = \cos x$, dan $y = \tan x$)

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Bentuklah kelompok yang terdiri atas 4 – 5 orang siswa yang memungkinkan belajar secara efektif.
2. Identifikasi siswa yang biasanya agak sulit membuat pertanyaan.
3. Identifikasi pula bentuk bantuan apa yang perlu diberikan agar siswa akhirnya produktif membuat pertanyaan.
4. Kritik, komentar, saran, atau pertanyaan terhadap suatu karya agar siswa dapat meniru dan mengembangkan lebih jauh sesuai dengan materinya.
5. Sediakan kertas berpetak untuk keperluan menggambarkan grafik fungsi trigonometri.

No.	Petunjuk Kegiatan Pembelajaran
1.	<p>Kegiatan Pendahuluan</p> <p>Pada kegiatan pendahuluan guru:</p> <ol style="list-style-type: none">a. menyiapkan siswa secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran;b. memberi motivasi belajar siswa secara kontekstual sesuai manfaat dan aplikasi grafik fungsi trigonometri dalam kehidupan sehari-hari, dengan memberikan contoh dan perbandingan lokal, nasional, dan internasional;c. mengajukan pertanyaan-pertanyaan yang mengaitkan pengetahuan sebelumnya dengan materi yang akan dipelajari, misalnya jika dinyatakan fungsi $f(x) = \sin x$, x dalam derajat, tentukanlah D_f;d. menjelaskan tujuan pembelajaran atau kompetensi dasar yang akan dicapai;

No.	Petunjuk Kegiatan Pembelajaran
	<p>e. menyampaikan cakupan materi dan penjelasan uraian kegiatan sesuai silabus;</p> <p>f. sesuai dengan banyak masalah yang akan dicermati, siswa dikoordinasikan dalam kelompok belajar yang efektif dan heterogen.</p>
2.	<p>Kegiatan Inti</p> <p>Ayo Kita Mengamati</p> <p>a. Arahkan untuk mencermati Masalah 4.12 dan 4.13.</p> <p>b. Guru mengarahkan siswa untuk menerapkan konsep fungsi dalam menunjukkan bahwa fungsi $f(x) = \sin x$, x dalam derajat, dalam menentukan pasangan titik-titik yang dilalui fungsi $f(x) = \sin x$.</p> <p>Ayo Kita Menanya</p> <p>Arahkan siswa mengajukan pertanyaan-pertanyaan untuk setiap Masalah 4.12 dan 4.13.</p> <p>Ayo Kita Mengumpulkan Informasi</p> <p>a. Guru mengkoordinir siswa untuk menemukan pasangan titik-titik yang dilalui fungsi $f(x) = \cos x$ dan $f(x) = \tan x$.</p> <p>b. Dengan kertas berpetak atau sejenisnya, siswa diarahkan untuk menempatkan pasangan titik-titik yang dilalui setiap fungsi trigonometri (<i>sinus</i>, <i>cosinus</i>, dan <i>tangen</i>).</p> <p>Ayo Kita Mengasosiasi</p> <p>a. Guru meminta siswa untuk menemukan berbagai penjelasan informasi yang disajikan pada Gambar 4.47 hingga 4.50.</p> <p>b. Guru menjelaskan istilah-istilah yang dikenakan pada konsep gelombang, termasuk pada grafik trigonometri. Misalnya, amplitudo dan periode gelombang.</p>

No.	Petunjuk Kegiatan Pembelajaran
	<p>c. Guru mengkoordinir siswa untuk bekerja kelompok menyelesaikan masalah yang ada pada pertanyaan kritis. Guru meminta setiap kelompok menentukan kesimpulan.</p> <p>d. Jika memungkinkan, guru memperkenalkan <i>software</i> untuk menggambarkan grafik fungsi trigonometri.</p> <p>e. Arahkan siswa untuk menyimpulkan ciri-ciri masing-masing grafik fungsi sinus, fungsi <i>cosinus</i>, dan <i>tangen</i>.</p>
3.	<p>Kegiatan Penutup</p> <p>Ayo Kita Mengomunikasikan</p> <p>a. Guru bersama siswa menarik kesimpulan tentang grafik fungsi trigonometri.</p> <p>b. Guru menginformasikan kepada siswa tentang keberlanjutan identitas trigonometri, aturan sinus, dan aturan kosinus untuk materi-materi lainnya.</p> <p>c. Memberikan penugasan kepada siswa, yaitu mengerjakan soal Uji Kompetensi 4.4 nomor 6 -7 dan Uji Kompetensi 4.5 nomor 1 dan 3.</p>

Penilaian

1. Prosedur Penilaian Sikap

No.	Aspek yang Dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1.	Kreatif	Pengamatan	Kegiatan inti
2.	Kritis	Pengamatan	Kegiatan inti
3.	Analitis	Pengamatan	Kegiatan inti

2. Instrumen Penilaian Sikap

Kreatif

- a. Kurang baik jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide kreatif dalam proses pembelajaran.
- b. Baik jika sudah ada usaha mengajukan ide-ide kreatif dalam proses pembelajaran.
- c. Sangat baik jika mengajukan ide-ide kreatif dalam proses pembelajaran jika secara terus-menerus dan konsisten.

Kritis

- a. Kurang baik jika sama sekali tidak berusaha mengajukan ide-ide logis, kritis, atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
- b. Baik jika sudah ada usaha untuk mengajukan ide-ide logis kritis atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran.
- c. Sangat baik jika mengajukan ide-ide logis, kritis, atau pertanyaan menantang dalam proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Analitis

- a. Kurang baik jika sama sekali tidak mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran.
- b. Baik jika sudah ada usaha untuk mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran.
- c. Sangat baik jika mengajukan pertanyaan-pertanyaan menantang atau memberikan ide-ide dalam menyelesaikan masalah selama proses pembelajaran secara terus-menerus dan konsisten.

Berikan tanda centang (✓) pada kolom berikut sesuai hasil pengamatan.

No.	Nama	Kreatif			Kritis			Analitis		
		SB	B	KB	SB	B	KB	SB	B	KB
1.										
2.										
3.										
...										
...										
...										
29.										
30.										

SB = Sangat Baik, B = Baik, KB = Kurang Baik

3. Instrumen Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

Petunjuk

- Kerjakan soal berikut secara individu, siswa tidak diperbolehkan menyontek dan bekerja sama.
- Kemudian jawablah pertanyaan/perintah berikut ini.

Soal

1. Diberikan fungsi $f(x) = \sin(x + 90^\circ)$, untuk setiap $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$. Untuk semua sudut-sudut istimewa, tentukanlah nilai fungsi.
2. Sederhanakanlah bentuk persamaan berikut ini.
 - a. $\cos x \cdot \csc x \cdot \tan x$
 - b. $\cos x \cdot \cot x + \sin x$
 - c. $\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{\sin x}{1 - \cos x}$
 - d. $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$
3. Diketahui segitiga ABC , dengan $AB = 20$ cm, $AC = 30$ cm, dan $\angle B = 140^\circ$. Hitung panjang BC dan $\angle A$.
4. Di bawah ini, diketahui panjang sisi-sisi segitiga PQR . Hitung nilai sinus dan tangen untuk setiap sudutnya.
 - a. $p = 10$, $q = 14$, dan $r = 20$
 - b. $p = 11$, $q = 15$, dan $r = 21$
 - c. $p = 8$, $q = 12$, dan $r = 17$
 - d. $p = 8$, $q = 12$, dan $r = 17$

4. Pedoman Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

No. Soal	Aspek Penilaian	Rubrik Penilaian	Skor	Skor Maksimal
1.	Ketelitian dalam menghitung	Benar	25	25
		Salah	5	
		Tidak ada jawaban	0	

No. Soal	Aspek Penilaian	Rubrik Penilaian	Skor	Skor Maksimal
2.	Keterampilan menggunakan konsep yang ada	Benar	25	25
		Salah	5	
		Tidak ada jawaban	0	
3.	Ketelitian dalam menghitung dan keterampilan menggunakan konsep yang ada	Benar	25	25
		Salah	5	
		Tidak ada jawaban	0	
4.	Ketelitian dalam menghitung dan keterampilan menggunakan konsep yang ada	Benar	25	25
		Salah	5	
		Tidak ada jawaban	0	
Skor maksimal			100	100
Skor minimal			0	0

F. Pengayaan

Pengayaan merupakan kegiatan yang diberikan kepada siswa yang memiliki akselerasi pencapaian KD yang cepat (nilai maksimal) agar potensinya berkembang optimal dengan memanfaatkan sisa waktu yang dimilikinya. Guru sebaiknya merancang kegiatan pembelajaran lanjut yang terkait dengan trigonometri.

G. Remedial

Pembelajaran remedial pada hakikatnya adalah pemberian bantuan bagi siswa yang mengalami kesulitan atau kelambatan belajar. Pembelajaran remedial adalah tindakan perbaikan pembelajaran yang diberikan kepada siswa yang belum mencapai kompetensi minimalnya dalam satu kompetensi dasar tertentu.

Perlu dipahami oleh guru bahwa remedial bukan mengulang tes (ulangan harian) dengan materi yang sama, tetapi guru memberikan perbaikan pembelajaran pada KD yang belum dikuasai oleh siswa melalui upaya tertentu. Setelah perbaikan pembelajaran dilakukan, guru melakukan tes untuk mengetahui apakah siswa telah memenuhi kompetensi minimal dari KD yang diremedialkan.

H. Kegiatan Proyek

Sehubungan dengan kegiatan proyek pada buku siswa, maka hal-hal yang perlu dilakukan oleh guru adalah sebagai berikut.

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Bentuklah siswa dalam beberapa kelompok untuk membagi tugas dalam menjalankan tugasnya.
2. Guru membimbing siswa dalam menyusun langkah-langkah pelaksanaan proyek.
3. Selain itu, guru harus merancang bagaimana penilaian proyek hasil kerja siswa.

Soal Proyek

Himpunlah informasi penerapan grafik fungsi trigonometri dalam bidang fisika dan teknik elektro serta permasalahan di sekitarmu. Buatlah analisis sifat-sifat grafik *sinus*, *cosinus*, dan *tangen* dalam permasalahan tersebut.

Buatlah laporanmu dan sajikan di depan kelas.

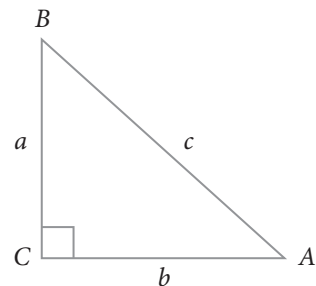
I. Rangkuman

Guru mengarahkan siswa untuk menyusun rangkuman pada pembelajaran trigonometri. Guru memberikan bantuan untuk mengarahkan siswa merangkum hal-hal penting dengan benar melalui mengajukan pertanyaan-pertanyaan. Misalnya sebagai berikut.

1. Pada suatu segitiga siku-siku, coba tuliskan hubungan setiap panjang sisi-sisinya.
2. Bagaimana merumuskan perbandingan trigonometri (*sinus*, *cosinus*, *tangen*, *cosecan*, *secan*, dan *cotangen*) pada suatu segitiga siku-siku?
3. Pada kuadran berapa nilai perbandingan sinus selalu positif? Negatif? Bagaimana dengan nilai perbandingan lainnya?
4. Bagaimana membedakan aturan sinus dan aturan *cosinus*?
5. Untuk $f(x) = \sin x$, untuk setiap $x \in D_f$ hitunglah nilai maksimum dan nilai minimum fungsi *sinus*. Bagaimana dengan fungsi *cosinus* dan *tangen*?

Guru mengarahkan siswa, untuk menyimpulkan seperti yang disajikan pada bagian rangkuman ini. Jika siswa menemukan banyak hal yang lebih dari penutup tersebut lebih baik yang mengarah seperti berikut.

1. Pada segitiga siku-siku ABC berlaku jumlah kuadrat sisi siku-siku sama dengan kuadrat sisi hypotenusanya atau secara simbolik ditulis $a^2 + b^2 = c^2$ dengan c merupakan panjang sisi miring dan a serta b panjang sisi-sisi yang lain dari segitiga siku-siku tersebut.



2. Pada gambar segitiga siku-siku ABC dengan sudut siku-siku berada di C , maka berlaku perbandingan trigonometri berikut.
 - a. $\sin \angle A = \frac{a}{c}$
 - b. $\cos \angle A = \frac{b}{c}$
 - c. $\tan \angle A = \frac{a}{b}$

3. Nilai perbandingan trigonometri pada tiap kuadran berlaku sebagai berikut.
 - a. Pada kuadran I, semua nilai perbandingan trigonometri bernilai positif, termasuk kebalikan setiap perbandingan sudut tersebut.
 - b. Pada kuadran II, hanya $\sin \alpha$ dan $\operatorname{cosec} \alpha$ yang bernilai positif, selainnya bertanda negatif.
 - c. Pada kuadran III, hanya $\tan \alpha$ dan $\cotan \alpha$ yang bernilai positif, selainnya bertanda negatif.
 - d. Pada kuadran IV, hanya $\cos \alpha$ dan $\sec \alpha$ yang bernilai positif, selainnya bertanda negatif.
4. Nilai perbandingan trigonometri untuk setiap ukuran sudut berulang secara periodik.
5. Untuk suatu segitiga sembarang, perbandingan trigonometri ditentukan dengan aturan *sinus* dan *cosinus*. Aturan *sinus* digunakan apabila lebih dominan diketahui panjang sisi segitiga. Aturan *cosinus* digunakan apabila lebih dominan diketahui besar sudut segitiga.
6. Domain untuk fungsi *sinus* adalah untuk semua ukuran sudut, baik negatif maupun positif. Namun pada bab ini, dikaji hanya untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. Hal yang sama juga berlaku untuk fungsi *cosinus*. Tetapi, untuk fungsi *tangen*, domainnya untuk semua ukuran sudut kecuali $n \times \frac{\pi}{2}$, dimana n adalah bilangan asli.
7. Daerah hasil untuk semua fungsi trigonometri adalah semua bilangan real.
8. Untuk fungsi $y = \sin x$, nilai maksimum dan minimumnya berturut-turut 1 dan -1, demikian halnya untuk fungsi $y = \cos x$. Tetapi fungsi $y = \tan x$, tidak memiliki nilai maksimum dan nilai minimum.

Dengan konsep yang telah dipahami bersama, konsep trigonometri selanjutnya akan dikaji pada topik limit trigonometri, turunan trigonometri, dan integral trigonometri. Dalam kajian bidang lain, seperti dalam bidang teknik dan kedokteran, trigonometri juga digunakan.

Kunci Jawaban

Uji Kompetensi 1.1

1.
 - a. $|-8n| = 8n$
 - b. $|2\sqrt{3} - 3| = 2\sqrt{3} - 3$
 - c. $\left|\frac{3}{7} - \frac{2}{5}\right| = \frac{3}{7} - \frac{2}{5}$
 - d. $|12 \times (-3) : (2 - 5)| = 12$
 - e. $|2^5 - 3^3| = 2^5 - 3^3$
 - f. $\left|12^{\frac{1}{2}} - 24^{\frac{3}{2}}\right| = 24^{\frac{3}{2}} - 12^{\frac{1}{2}}$
 - g. $|(3n)^{2n-1}| = (3n)^{2n-1}$, n bilangan asli
 - h. $\left|2n - \frac{1}{n+1}\right| = 2n - \frac{1}{n+1}$, n bilangan asli
2. –
3.
 - a. $x = 0$ atau $x = \frac{8}{3}$
 - b. tidak ada nilai x
 - c. $x = 1$ atau $x = \frac{13}{3}$
 - d. $x = \frac{21}{20}$
 - e. tidak ada nilai x
 - f. $x = \frac{20}{9}$ atau $x = \frac{20}{11}$
 - g. tidak ada nilai x
 - h. $x = -\frac{4}{5}$ atau $x = -\frac{28}{15}$
4. –
5.
 - a. $y = \frac{1}{2}$
 - b. **Alternatif Penyelesaian:**
Daerah asal bentuk $|x - 1| + |2x| + |3x + 1|$ dipisah menjadi 4 interval sebagai berikut: $x < -\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{3} \leq x < 0$, $0 \leq x < 1$, atau $x \geq 1$, sehingga:

i. Untuk $x < -\frac{1}{3}$

$$|x - 1| + |2x| + |3x + 1| = 6$$

$$\Leftrightarrow (-x + 1) + (-2x) + (-3x - 1) = 6$$

$$\Leftrightarrow -6x = 6$$

$$x = -1$$

ii. Untuk $-\frac{1}{3} \leq x < 0$

$$|x - 1| + |2x| + |3x + 1| = 6$$

$$(-x + 1) + (-2x) + (3x + 1) = 6$$

$2 = 6$, merupakan pernyataan yang salah dengan demikian

$-\frac{1}{3} \leq x < 0$ tidak memenuhi persamaan.

iii. Untuk $0 \leq x < 1$

$$|x - 1| + |2x| + |3x + 1| = 6$$

$$(-x + 1) + (2x) + (3x + 1) = 6$$

$$4x + 2 = 6$$

$$x = 1, \text{ tidak terdapat pada } 0 \leq x < 1$$

iv. Untuk $x \geq 1$,

$$|x - 1| + |2x| + |3x + 1| = 6$$

$$(x - 1) + (2x) + (3x + 1) = 6$$

$$6x = 6$$

$$x = 1 \text{ dan memenuhi interval } x \geq 1$$

Jadi x yang memenuhi untuk persamaan $|x - 1| + |2x| + |3x + 1| = 6$ adalah $x = -1$ atau $x = 1$.

c. Tidak ada nilai x yang memenuhi

d. $p = -10$ atau $p = \frac{6}{5}$

- e. Tidak ada nilai y
- f. $x = -1,44$ atau $x = -0,4$
6. –

Uji Kompetensi 1.2

1. a. Benar
b. Benar
c. Tidak Benar

2. –

3. $76 \leq \text{Nilai} \leq 96$

4. –

5. **Alternatif Penyelesaian:**

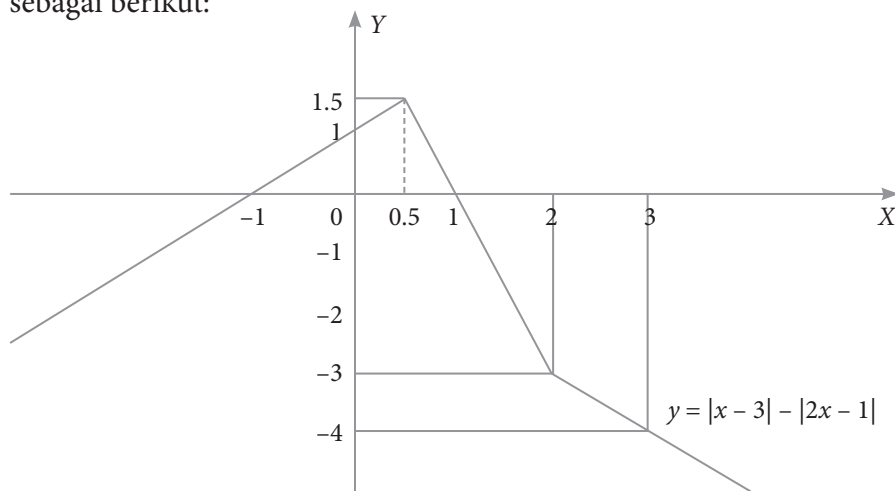
Dengan menggunakan Definisi 1.1 maka:

$$y = |x - 2| - |2x - 1| = \begin{cases} x + 1 & \text{jika } x < \frac{1}{2} \\ -3x + 3 & \text{jika } \frac{1}{2} \leq x < 2 \\ -x - 1 & \text{jika } x \geq 2 \end{cases}$$

Dibutuhkan dua titik untuk menggambar satu garis lurus, sehingga:

$x < \frac{1}{2}$		$\frac{1}{2} \leq x < 2$		$x \geq 2$	
Nilai x	Nilai y	Nilai x	Nilai y	Nilai x	Nilai y
0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	2	-3
-1	0	1	0	3	-4

Sketsa garis berdasarkan titik awal pada bidang koordinat kartesius, sebagai berikut:

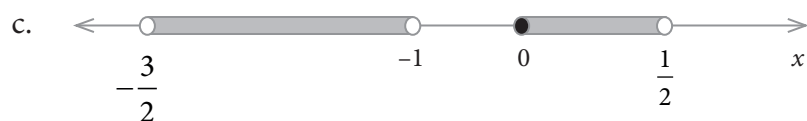
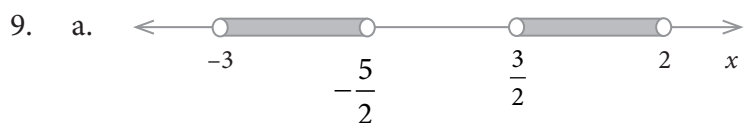


6. -

7. a. $\left| LH - \frac{29}{2} \right| < \frac{3}{2}$

b. $\left| LH - \frac{29}{2} \right| \geq \frac{3}{2}$

8. -



10. -

Uji Kompetensi 2.1

1. a. Ya

b. Ya

2. –
3. 8 cm, 7 cm, dan 4 cm
4. –
5. 62,5 cm
6. –
7. (a) $t = -2$; (b) $-\frac{3}{2}$; (c) $t = 2$
8. –

9. **Alternatif Penyelesaian:**

$$\begin{array}{r|l} 7a - 6b - 2c = 9 & \times 6 \\ 6a + 7b - 9c = -2 & \times 7 \end{array} \quad \begin{array}{l} 42a - 36b - 12c = 54 \\ 42a + 49b - 63c = -14 \\ \hline -85b + 51c = 68 \end{array}$$

$$\text{Atau } b = \frac{51c - 68}{85}$$

$$\text{Akibatnya, } 6a = -2 + 9c - 7\left(\frac{51c - 68}{85}\right) = \frac{408c + 306}{85} \text{ atau } a = \frac{68c + 51}{85}$$

$$\begin{aligned} \text{Jadi, } a^2 + b^2 + c^2 &= \left(\frac{68c + 51}{85}\right)^2 + \left(\frac{51c - 68}{85}\right)^2 - c^2 \\ &= \frac{4.624c^2 + 3.468c + 2.601 + 2.601c^2 - 3.468c + 4.624 - 7.225c^2}{7.225} \\ &= 1 \end{aligned}$$

10. –

Uji Kompetensi 2.2

1. **Alternatif Penyelesaian:**

Misalkan: Kecepatan kerja Joni = V_J
 Kecepatan kerja Deni = V_D
 Kecepatan kerja Ari = V_A

Tiga tukang cat, Joni, Deni dan Ari, bekerja secara bersama-sama, dapat mengecat eksterior (bagian luar) sebuah rumah dalam waktu 10 jam kerja.

$$\frac{1}{V_J + V_D + V_A} = 10 \Leftrightarrow V_J + V_D + V_A = \frac{1}{10} \quad (1)$$

Pengalaman Deni dan Ari pernah bersama-sama mengecat rumah yang serupa dalam 15 jam kerja.

$$\frac{1}{V_D + V_A} = 15 \Leftrightarrow V_D + V_A = \frac{1}{15} \quad (2)$$

Suatu hari, ketiga tukang ini bekerja mengecat rumah serupa ini selama 4 jam kerja, setelah itu Ari pergi karena ada suatu keperluan mendadak. Joni dan Deni memerlukan tambahan waktu 8 jam kerja lagi untuk menyelesaikan pengecatan rumah.

$$4(V_J + V_D + V_A) + 8(V_J + V_D) = 1 \Leftrightarrow 12V_J + 12V_D + 4V_A = 1 \quad (3)$$

Dengan menyelesaikan Persamaan (1) dan (2)

$$V_J + V_D + V_A = \frac{1}{10} \text{ dengan } V_D + V_A = \frac{1}{15} \text{ diperoleh } V_J = \frac{1}{30}$$

Dengan menyelesaikan Persamaan (1) dan (3)

$$12V_J + 12V_D + 4V_A = 1 \text{ dengan } V_J + V_D + V_A = \frac{1}{10} \text{ diperoleh } V_A = \frac{1}{40}$$

$$\text{Dengan menyubstitusi } V_J = \frac{1}{30} \text{ dan } V_A = \frac{1}{40} \text{ ke persamaan (2) diperoleh } V_D = \frac{1}{24}.$$

Jika mereka bekerja sendirian dengan pekerjaan yang serupa maka waktu yang dibutuhkan Joni, Deni dan Ari berturut-turut adalah 30 jam, 24 jam dan 40 jam.

2. –
3. Mesin A = 1.900 lensa, Mesin B = 1.500 lensa; dan Mesin C = 2.300 lensa.
4. –
5. $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3, d_1, d_2, d_3$ bilangan real dengan a_1, b_1, c_1 tidak sekaligus ketiganya nol; a_2, b_2, c_2 tidak sekaligus ketiganya nol; a_3, b_3, c_3 tidak sekaligus ketiganya nol.

- a. Memiliki penyelesaian tunggal

$$a_1 \cdot b_2 \cdot c_3 + b_1 \cdot c_2 \cdot a_3 + c_1 \cdot a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2 \cdot c_1 - b_3 \cdot c_2 \cdot a_1 - c_3 \cdot a_2 \cdot b_1 \neq 0$$

- b. Memiliki banyak penyelesaian

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_1}{a_3} = \frac{a_2}{a_3} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{b_1}{b_3} = \frac{b_2}{b_3} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{c_1}{c_3} = \frac{c_2}{c_3}$$

- c. Tidak memiliki penyelesaian jika

$$a_1 \cdot b_2 \cdot c_3 + b_1 \cdot c_2 \cdot a_3 + c_1 \cdot a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2 \cdot c_1 - b_3 \cdot c_2 \cdot a_1 - c_3 \cdot a_2 \cdot b_1 = 0$$

6. –

7. Waktu yang diperlukan Trisna = 8 jam, ayahnya = 12 jam, dan kakeknya = 24 jam.

8. –

9. Tabungan = Rp240.000.000,00, Deposito = Rp110.000.000,00, dan Obligasi = Rp70.000.000,00.

10. –

Uji Kompetensi 3.1

1. a. 84.112 ton

b. $x = 20$ ton dan $g(110) = 12.112$ ton

2. –

3. Alternatif Penyelesaian:

Substitusi $x = -2$ ke persamaan $f\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x} f(-x) = 2x$ diperoleh persamaan

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{-2} f(2) = 2(-2)$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} = -4 \dots\dots\dots(1)$$

Substitusi $x = \frac{1}{2}$ ke persamaan $f\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x}f(-x) = 2x$ diperoleh persamaan

$$f(2) + 2f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 \dots\dots\dots(2)$$

Dengan menyelesaikan persamaan (1) dan (2), maka diperoleh $f(2) = \frac{9}{2}$.

4. –

5. $f(49) = 7$

6. –

7. $f(2014) = 2^{2015}$

8. –

9. **Alternatif Penyelesaian:**

a. $f(x) = 2x$, maka $D_f = \{x|x \in R\}$; $R_f = \{y|y \in R\}$

$g(x) = \sin x$ maka $D_g = \{x|x \in R\}$; $R_g = \{y|-1 \leq y \leq 1\}$.

Maka $D_{gof} = D_g \cap D_f = R$ dan

$R_{gof} = R_g \cap R_f = \{y|-1 \leq y \leq 1\} \cap \{y|y \in R\}$

$R_{gof} = R_g \cap R_f = \{y|-1 \leq y \leq 1\}$

b. $f(x) = -x$, maka $D_f = \{x|x \in R\}$; $R_f = \{y|y \in R\}$

$g(x) = \ln x$, maka $D_g = \{x|x > 0\}$; $R_g = \{y|y \neq 0, y \in R\}$

Sehingga $D_{gof} = D_g \cap D_f = \{x|x > 0\}$ dan,

$R_{gof} = R_g \cap R_f = \{y|y \neq 0, y \in R\} \cap \{y|y \in R\}$

$R_{gof} = R_g \cap R_f = \{y|y \neq 0, y \in R\}$

c. $f(x) = \frac{1}{x}$, maka $D_f = \{x|x \neq 0\}$; $R_f = \{y|y \neq 0, y \in R\}$

$g(x) = \sin x$, maka $D_g = \{x|x \in R\}$; $R_g = \{y|-2 \leq y \leq 2\}$

Diperoleh $D_{gof} = D_g \cap D_f = \{x|x \neq 0\}$ dan

$R_{gof} = R_g \cap R_f = \{y|-2 \leq y \leq 2 \cap \{x|x \neq 0\}\}$

$R_{gof} = R_g \cap R_f = \{y|-2 \leq y \leq 2\}$

10. –

Uji Kompetensi 3.2

1. a. Rp10.500,00

b. 4.995

2. –

3. **Alternatif Penyelesaian:**

Diketahui f dan g suatu fungsi dengan rumus fungsi $f(x) = 3x + 4$ dan

$$g(x) = \frac{x-4}{3}.$$

Akan dibuktikan bahwa $f^{-1}(x) = g(x)$ dan $g^{-1}(x) = f(x)$

➤ Bukti: $f^{-1}(x) = g(x)$

$$\text{Misalkan } f(x) = y = 3x + 4$$

$$\Leftrightarrow 3x = y - 4$$

$$\Leftrightarrow 3x = y - 4$$

$$\text{Karena } f^{-1}(y) = x, \text{ maka } f^{-1}(y) = \frac{y-4}{3} \text{ atau } f^{-1}(x) = \frac{x-4}{3} = g(x).$$

➤ Bukti: $g^{-1}(x) = f(x)$

$$\text{Misal } g(x) = y = \frac{x-4}{3}$$

$$\Leftrightarrow 3y = x - 4$$

$$\Leftrightarrow x = 3y + 4$$

$$\text{Karena } g^{-1}(x) = y, \text{ maka } g^{-1}(y) = 3y + 4 \text{ atau } g^{-1}(x) = 3x + 4 = f(x)$$

4. –

5. a. $C = \frac{5}{9}(F - 32)$

b. $31,11^{\circ}\text{C}$

6. –

7. $(g \circ f)^{-1}(x) = \frac{1}{4-x}$

8. –

9. **Alternatif Penyelesaian:**

Diketahui: $f(x) = 2x + 3$ dan $(f \circ g)(x + 1) = -2x^2 - 4x - 1$.

Ditanya: $g^{-1}(x)$ dan $g^{-1}(2)$.

Misal $y = x + 1$, maka $x = y - 1$.

Akibatnya, $(f \circ g)(y) = -2(y - 1)^2 - 4(y - 1) - 1$

$$(f \circ g)(y) = -2y^2 + 1 \text{ atau } (f \circ g)(x) = -2x^2 + 1$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = -2x^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow 2g(x) + 3 = -2x^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow 2g(x) = -2x^2 - 2$$

$$\Leftrightarrow g(x) = -x^2 - 1$$

Selanjutnya, misal $y = g(x) = -x^2 - 1$

$$\Leftrightarrow y + 1 = -x^2$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{-y-1}, y \leq -1$$

Jadi, $g^{-1}(x) = \sqrt{-x-1}$, untuk $x \leq -1$

$$g^{-1}(-2) = \sqrt{2-1} = \sqrt{1} = 1 \text{ atau } -1$$

10. -

$$11. (f \circ g)^{-1}(x) = 2 + \sqrt{\frac{1}{x^2 - 1}}$$

12. -

Uji Kompetensi 4.1

1. a) Benar; b) Salah; c) Salah, $4\frac{2}{5}\pi rad$ benar sama dengan 792° , tetapi $4\frac{2}{5}\pi rad \neq 2,4$ putaran; d) Salah; e) Benar

2. **Alternatif Penyelesaian:**

Diketahui: $\alpha < 90^\circ$, $90^\circ \leq \theta < 180^\circ$, maka:

- a) Terdapat besaran α yang kurang dari 90° , misalnya untuk $\alpha = 15^\circ$, sedemikian sehingga $2 \cdot \alpha = 2 \cdot 15^\circ = 30^\circ < 90^\circ$

Jadi pernyataan bernilai salah.

- b) Terdapat besaran α yang kurang dari 90° , misalnya $\alpha = 75^\circ$ dan besaran θ yang lebih dari atau sama dengan 90° dan kurang dari 180° , misalnya $\theta = 95^\circ$, sedemikian sehingga $\theta - \alpha = 95^\circ - 75^\circ = 20^\circ < 30^\circ$.

Jadi, pernyataan bernilai salah.

- c) Terdapat besaran α yang kurang dari 90° , misalnya $\alpha = 10^\circ$ dan besaran θ yang lebih dari atau sama dengan 90° dan kurang dari 180° , misalnya $\theta = 100^\circ$, sedemikian sehingga $2\alpha + \frac{1}{2}\theta = 2 \cdot 10^\circ + \frac{1}{2} \cdot 100^\circ = 20^\circ + 50^\circ = 70^\circ < 90^\circ$

Jadi, pernyataan bernilai salah.

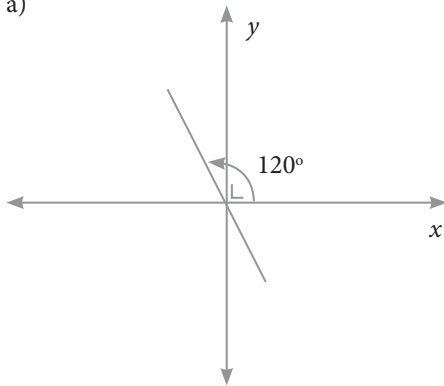
- d) Persamaan $2\theta - 2\alpha = \theta + \alpha \Leftrightarrow \theta = 3\alpha$. Jadi, dapat dipilih $\alpha = 30^\circ$ dan $\theta = 15^\circ$ sedemikian sehingga 150° atau $\theta = 3\alpha$

Jadi, pernyataan tersebut bernilai benar.

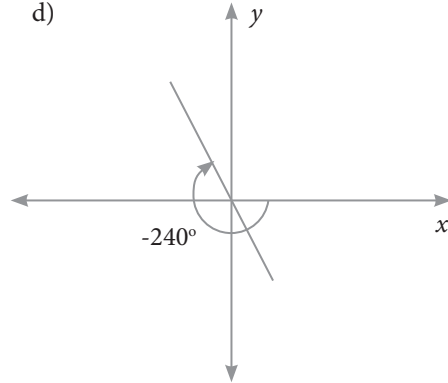
3. a. Batas Kuadran; $\frac{1}{2}\pi$; b. Kuadran II; $\frac{3}{4}\pi$; c. Kuadran III; $\frac{5}{4}\pi$;
d. Kuadran; $\frac{4}{9}\pi$; e. Batas Kuadran II; $-\frac{3}{2}\pi = \frac{1}{2}\pi$; f. Batas Kuadran I; 10π
4. –
5. a. 30° d. $\cong 162^\circ$
b. 90° e. $\cong 237^\circ$
c. 168° f. 45°
6. –
7. a. 4 kali
b. 24 kali
c. 4 kali
d. –
8. –

9.

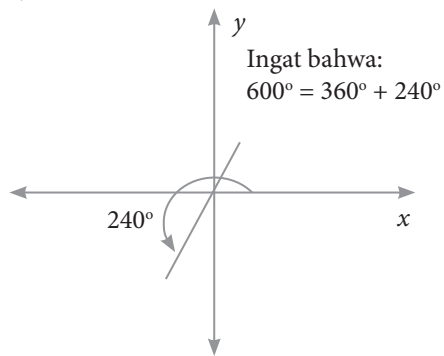
a)



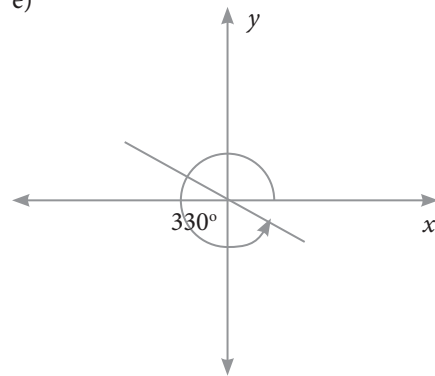
d)



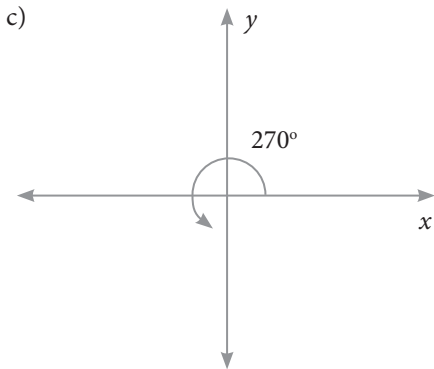
b)



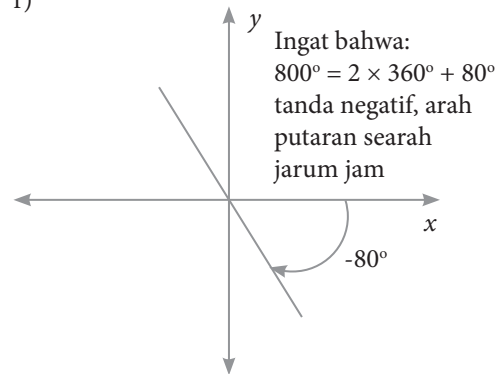
e)



c)



f)



10. -

Uji Kompetensi 4.2

1. a. $\sin P = \frac{2}{\sqrt{5}}; \cos P = \frac{1}{\sqrt{5}}; \tan P = 2; \sin R = \frac{1}{\sqrt{5}}; \cos R = \frac{2}{\sqrt{5}};$
 $\tan R = \frac{1}{2}$
 - b. $\sin P = \frac{7}{11}; \cos P = \frac{6\sqrt{2}}{11}; \tan P = \frac{7}{6\sqrt{2}}; \sin R = \frac{6\sqrt{2}}{11}; \cos R = \frac{7}{11};$
 $\tan R = \frac{6\sqrt{2}}{7}$
 - c. $\sin P = \frac{2}{\sqrt{5}}; \cos P = \frac{1}{\sqrt{5}}; \tan P = 2; \sin R = \frac{1}{\sqrt{5}}; \cos R = \frac{2}{\sqrt{5}};$
 $\tan R = \frac{1}{2}$
2. –
3. a. $\cos A = \frac{\sqrt{7}}{4}; \tan A = \frac{3}{\sqrt{7}}; \csc A = \frac{4}{3}; \sec A = \frac{4}{\sqrt{7}}; \text{ dan } \cot A = \frac{\sqrt{7}}{3}.$
 - b. $\sin A = \frac{15}{17}; \cos A = \frac{8}{17}; \tan A = \frac{15}{8}; \csc A = \frac{17}{15}; \sec A = \frac{17}{8}$
 - c. $\sin \theta = \frac{5}{13}; \cos \theta = \frac{12}{13}; \tan \theta = \frac{5}{12}; \csc \theta = \frac{13}{5}; \cot \theta = \frac{12}{5}$
 - d. $\sin \alpha = \frac{1}{2}; \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}; \csc \alpha = 2; \sec \alpha = \frac{2}{\sqrt{3}}; \cot \alpha = \sqrt{3}$
 - e. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}; \tan \alpha = 1; \csc \alpha = \sqrt{2}; \sec \alpha = \sqrt{2}; \cot \alpha = 1$
 - f. $\sin \beta = \frac{1}{2}; \tan \beta = \frac{1}{\sqrt{3}}; \csc \beta = 2; \sec \beta = \frac{2}{\sqrt{3}}; \cot \beta = \sqrt{3}$
4. –
5. $\sin T = \frac{1}{\sqrt{401}}; \cos T = \frac{40}{\sqrt{401}}; \tan T = \frac{1}{40}$
6. –

7. a. Karena $\sin A = \frac{a}{c}$, maka $(\sin A)^2 = \frac{a^2}{c^2}$; $\cos A = \frac{b}{c}$, maka

$$(\cos A)^2 = \frac{b^2}{c^2}. \quad \text{Akibatnya } (\sin A)^2 + (\cos A)^2 = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{c^2} \\ = \frac{c^2}{c^2} = 1$$

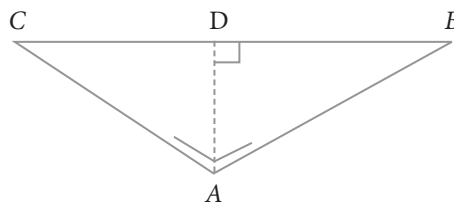
b. $\tan B = \frac{b}{a} = \frac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}} = \frac{\sin B}{\cos B}$

c. Karena $(\sin A)^2 + (\cos A)^2 = 1$, kemudian ruas kiri dan ruas kanan dikali $\frac{1}{(\sin A)^2}$, sedemikian sehingga diperoleh

$$1 + \frac{(\cos A)^2}{(\sin A)^2} = \frac{1}{(\sin A)^2} \quad \text{atau} \quad 1 + (\cot A)^2 = (\csc A)^2 \quad \text{atau} \\ (\csc A)^2 - (\cot A)^2 = 1$$

8. Alternatif Penyelesaian:

Pertama, garis AD diabaikan. Sehingga kita mempunyai segitiga siku-siku ABC dengan siku-siku di A .



Karena $\cos \angle ABC = \frac{\sqrt{2}}{2}$ atau $\frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Sehingga $AB = \sqrt{2}$ dan $BC = 2$.

Selanjutnya, karena AD adalah garis tinggi, maka $BD = CD = \frac{1}{2} BC$.

Dengan demikian pada segitiga ABD , melalui Teorema Pythagoras berlaku:

$$AD^2 = AB^2 - BD^2$$

$$AD^2 = \sqrt{2}^2 - 1^2$$

$$AD = 1$$

9. $\sin x = \frac{1}{2} \sqrt{2}$; $\cos x = \frac{1}{2} \sqrt{2}$

10. **Alternatif Penyelesaian:**

Diketahui segitiga PQR , dengan $\angle Q = 90^\circ$,
 $PR + QR = 25$ cm, dan $PQ = 5$ cm.

Misal $QR = x$, maka $PR = 25 - x$.

Dengan Teorema Pythagoras, kita peroleh bahwa:

$$(25 - x)^2 = 5^2 + x^2$$

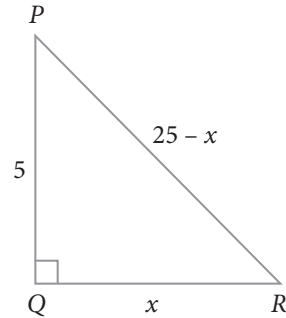
$$\Leftrightarrow 625 - 50x + x^2 = 25 + x^2$$

$$x = 12$$

Dengan demikian, $QR = 12$ dan $PR = 13$.

Jadi,

$$\sin P = \frac{QR}{PR} = \frac{12}{13}, \cos P = \frac{PQ}{PR} = \frac{5}{13}, \text{ dan } \tan P = \frac{QR}{PQ} = \frac{12}{5}$$



11. $RS = \frac{\tan \alpha \cdot \tan \beta}{\tan \alpha - \tan \beta}$

Uji Kompetensi 4.3

1. a. $6(3 + \sqrt{3})$ satuan keliling
 b. 1
2. -
3. a. A
 b. D
 c. A
 d. C
4. -
5. a. Salah
 b. Benar
 c. Benaar
 d. Salah
 e. Benar

6. -

$$7. \frac{ab - \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}}{b\sqrt{(1-a^2)}}$$

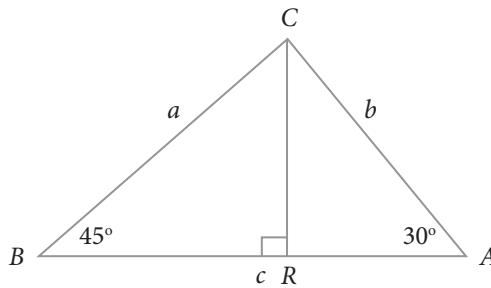
8. **Alternatif Penyelesaian:**

Pada segitiga BCR ,

$$\sin 45^\circ = \frac{CR}{BC}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{CR}{a}$$

$$\Leftrightarrow CR = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a$$



Pada segitiga ACR ,

$$\sin 30^\circ = \frac{CR}{AC} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{CR}{b} \Leftrightarrow CR = \frac{1}{2} \cdot b$$

$$\text{Akibatnya: } \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a = \frac{1}{2} \cdot b \Leftrightarrow b = \sqrt{2} \cdot a$$

Karena $a + b = 10$ dan $b = \sqrt{2} \cdot a$, maka

$$(1 + \sqrt{2}) \cdot a = 10 \Leftrightarrow a = \frac{10}{1 + \sqrt{2}} = 10(\sqrt{2} - 1) \text{ cm, dan } b = 10(2 - \sqrt{2}) \text{ cm}$$

9. a. $5a$

b. $3\sqrt{2} a$

10. **Alternatif Penyelesaian:**

Perhatikan segitiga siku-siku OCD , siku-siku di D , berlaku bahwa

a. $OD^2 + CD^2 = OC^2 \Leftrightarrow 1 + CD^2 = OC^2$

b. $\sin \angle COD = \sin \theta = \frac{CD}{OC} \Leftrightarrow (\sin \theta)^2 = \frac{CD^2}{OC^2}$

$$\Leftrightarrow OC^2 \cdot (\sin \theta)^2 = CD^2$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \cos \angle COD = \cos \theta &= \frac{OD}{OC} \leftrightarrow (\cos \theta)^2 = \frac{OD^2}{OC^2} \\ &\leftrightarrow OC^2 \cdot (\cos \theta)^2 = OD^2 \end{aligned}$$

d. Dari a, b, dan c diperoleh bahwa:

$$(\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2 = \frac{CD^2}{OC^2} + \frac{OD^2}{OC^2} = \frac{OC^2}{OC^2} = 1$$

$$(\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2 = 1 \leftrightarrow (\sin \theta)^2 = 1 - (\cos \theta)^2$$

$$\leftrightarrow (\cos \theta)^2 = 1 - (\sin \theta)^2$$

$$(\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2 = 1 \text{ (setiap ruas dikalikan } \frac{1}{(\sin \theta)^2}, (\sin \theta)^2 \neq 0)$$

$$\text{diperoleh: } \frac{(\sin \theta)^2}{(\sin \theta)^2} + \frac{(\cos \theta)^2}{(\sin \theta)^2} = \frac{1}{(\sin \theta)^2} \leftrightarrow 1 + (\cot \theta)^2 = (\csc \theta)^2$$

$$\text{Jika } (\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2 = 1 \text{ (setiap ruas dikalikan } \frac{1}{(\cos \theta)^2}, (\cos \theta)^2 \neq 0,$$

$$\text{diperoleh: } \frac{(\sin \theta)^2}{(\cos \theta)^2} + \frac{(\cos \theta)^2}{(\cos \theta)^2} = \frac{1}{(\cos \theta)^2} \leftrightarrow (\tan \theta)^2 + 1 = (\sec \theta)^2$$

Dari a, b, c, dan d diperoleh:

$$1 + OC^2 \cdot (\sin \theta)^2 = OC^2 \leftrightarrow 1 = (1 - (\sin \theta)^2) OC^2$$

$$\leftrightarrow 1 = (\cos \theta)^2 \cdot OC^2$$

$$\leftrightarrow \frac{1}{(\cos \theta)^2} = OC^2 \leftrightarrow \frac{1}{\cos \theta} = OC$$

$$\leftrightarrow OC = \sec \theta \text{ (Bagian a terbukti)}$$

Karena $OC = \sec \theta$ dan $1 + CD^2 = OC^2$, maka

$$1 + CD^2 = (\sec \theta)^2 \leftrightarrow CD^2 = (\sec \theta)^2 - 1$$

Dari bagian d) diperoleh: $(\tan \theta)^2 = (\sec \theta)^2 - 1$

Jadi, $CD^2 = (\tan \theta)^2 \leftrightarrow CD = \tan \theta$ (Bagian b terbukti)

Pada segitiga DEO , siku-siku di D , berlaku bahwa

- $OD^2 + DE^2 = OE^2 \leftrightarrow 1^2 + DE^2 = OE^2$
- $\angle DOE + \angle ODE + \angle DEO = 180^\circ$
 $\leftrightarrow (90^\circ - \theta) + 90^\circ + \angle DEO = 180^\circ \leftrightarrow \angle DEO = \theta$
- $\sin \angle DEO = \sin \theta = \frac{OD}{OE} \leftrightarrow (\sin \theta)^2 = \frac{OD^2}{OE^2}$
 $\cos \angle DEO = \cos \theta = \frac{DE}{OE} \leftrightarrow (\cos \theta)^2 = \frac{DE^2}{OE^2}$

Analogi dengan yang ada pada segitiga siku-siku COD , berlaku

$$(\tan \theta)^2 + 1 = (\sec \theta)^2 \leftrightarrow (\tan \theta)^2 = (\sec \theta)^2 - 1$$

$$1 + (\cot \theta)^2 = (\csc \theta)^2 \leftrightarrow (\cot \theta)^2 = (\csc \theta)^2 - 1$$

Dengan demikian, dari a, b, dan c diperoleh

$$\cos \theta = \frac{DE}{OE} \leftrightarrow DE = OE \cdot \cos \theta \leftrightarrow (DE)^2 = (OE)^2 \cdot (\cos \theta)^2$$

$$\text{Karena } 1 + DE^2 = OE^2 \leftrightarrow 1 + (OE)^2 \cdot (\cos \theta)^2 = (OE)^2$$

$$\leftrightarrow 1 = (1 - (\cos \theta)^2) \cdot (OE)^2$$

$$\leftrightarrow 1 = (\sin \theta)^2 \cdot (OE)^2$$

$$\leftrightarrow (OE)^2 = \frac{1}{(\sin \theta)^2} = (\csc \theta)^2$$

$$\leftrightarrow OE = (\csc \theta) \text{ (Bagian c terbukti)}$$

Dengan menggunakan,

$$1 + DE^2 = OE^2 \leftrightarrow 1 + (DE)^2 = (\csc \theta)^2$$

$$\leftrightarrow (DE)^2 = (\csc \theta)^2 - 1 = (\cot \theta)^2$$

$$\leftrightarrow DE = \cot \theta \text{ (Bagian d terbukti)}$$

Uji Kompetensi 4.4

1. a. I d. I
b. IV e. IV
c. II
2. -
3. a. $\sin \alpha = \frac{-4}{5}$; $\tan \alpha = \frac{-4}{3}$; $\csc \alpha = -\frac{5}{4}$; $\sec \alpha = \frac{5}{3}$; $\cot \alpha = -\frac{3}{4}$
b. $\sin \alpha = \frac{-1}{\sqrt{2}}$; $\cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{2}}$; $\csc \alpha = -\sqrt{2}$; $\sec \alpha = -\sqrt{2}$; $\cot \alpha = 1$
c. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\tan \alpha = -\frac{3}{\sqrt{3}}$; $\csc \alpha = 2$; $\sec \alpha = -\frac{2}{3}$; $\cot \alpha = -\sqrt{3}$
d. $\sin \beta = \frac{-\sqrt{3}}{2}$; $\cos \beta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$; $\tan \beta = \sqrt{3}$; $\csc \beta = -\frac{2}{\sqrt{3}}$; $\cot \alpha = -\sqrt{3}$
e. $\sin \beta = \frac{-\sqrt{3}}{2}$; $\cos \beta = \frac{1}{2}$; $\tan \beta = -\sqrt{3}$; $\sec \beta = 2$; $\cot \beta = -\frac{1}{3}$
f. $\sin \beta = \frac{1}{2}$; $\cos \beta = \frac{-\sqrt{3}}{2}$; $\csc \beta = -\sqrt{3}$; $\sec \beta = -\frac{2}{3}$; $\cot \beta = -\sqrt{3}$
4. -
5. a. $\cos \theta = \frac{-15}{17}$ c. $\frac{-240}{289}$
b. $\csc \theta = \frac{17}{8}$ d. $\frac{-17}{15}$

6. Alternatif Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{a. } (\tan x + \sec x) \cdot (\tan x - \sec x) &= \tan^2 x - \sec^2 x \text{ (Karena } \tan^2 x = \sec^2 x - 1) \\ &= \sec^2 x - 1 - \sec^2 x = -1 \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } (\tan x + \sec x) \cdot (\tan x - \sec x) = \tan^2 x - \sec^2 x = -1$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \frac{1}{1+\cos x} + \frac{1}{1-\cos x} &= \frac{1+\cos x+1-\cos x}{(1+\cos x)(1-\cos x)} = \frac{2}{1-\cos^2 x} = \frac{2}{\sin^2 x} \\ &= 2 \cdot \csc^2 x \end{aligned}$$

$$\text{c. } \tan x - \frac{\sec^2 x}{\tan x} = \frac{\tan^2 x - \sec^2 x}{\tan x} = \frac{\tan^2 x - (\tan^2 x + 1)}{\tan x} = \frac{-1}{\tan x} = -\cot x$$

$$\begin{aligned} \text{d. } \frac{\cos x}{1+\sin x} + \frac{1+\sin x}{\cos x} &= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x + 1 + 2\sin x}{(1+\sin x) \cdot \cos x} = \frac{1+1+2\sin x}{(1+\sin x) \cdot \cos x} \\ &= \frac{2(1+\sin x)}{(1+\sin x) \cdot \cos x} = \frac{2}{\cos x} = 2 \cdot \sec x \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } \frac{\cos x}{1+\sin x} + \frac{1+\sin x}{\cos x} = 2 \cdot \sec x$$

$$7. \quad \text{a. } \frac{1}{2}\sqrt{2} \qquad \text{d. } -(2+\sqrt{3})$$

$$\text{b. } \frac{\sqrt{2}}{4}(1+\sqrt{3}) \qquad \text{e. } 2$$

$$\text{c. } \frac{\sqrt{2}}{4}(1-\sqrt{3})$$

8. –

$$9. \quad \text{a. } 1 \qquad \text{d. } 2$$

$$\text{b. } \csc x \qquad \text{e. } \sin \theta$$

$$\text{c. } 2$$

10. Alternatif Penyelesaian:

Kita harus menemukan hubungan antar segitiga siku-siku.

Pada segitiga siku-siku ABD , berlaku:

$$\sin 30^\circ = \frac{BD}{AD} \leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{BD}{AD}$$

Jadi, $BD = 1$ dan $AD = 2$

Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, diperoleh $AB = \sqrt{3}$

Selain itu, $\angle ADB = 60^\circ$. Padahal, pada segitiga ADE , $\angle ADE = 15^\circ$. Akibatnya $\angle BDE = 45^\circ$

Pada segitiga BDF , dengan $BD = 1$, dan

$$\sin \angle BDE = \sin 45^\circ = \frac{BF}{BD} \leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{BF}{1}, \text{ diperoleh } BF = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Selain itu, dengan menggunakan Teorema Pythagoras, diperoleh $DF = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Pada segitiga siku-siku ABC berlaku:

$$\begin{aligned} \sin 45^\circ &= \frac{BC}{AB} \leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{BC}{\sqrt{3}} \\ &\leftrightarrow BC = \frac{\sqrt{6}}{2} \end{aligned}$$

Karena $AB = \sqrt{3}$ dan $BC = \frac{\sqrt{6}}{2}$, maka $AC = \frac{\sqrt{6}}{2}$

Selanjutnya, karena $AE + CE = AC$, dengan $CE = BF = \frac{\sqrt{2}}{2}$, maka

$$AE = \frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$$

Jadi, dengan demikian:

$$BD = 1, AD = 2, AB = \sqrt{3}, BF = CE = DF = \frac{\sqrt{2}}{2}, BC = AC = \frac{\sqrt{6}}{2},$$

$$AE = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}. \text{ (Bagian i terselesaikan)}$$

Fokus pada segitiga ADE , dengan siku-siku di E , $\angle DAE = 75^\circ$. Telah ditemukan bahwa $AE = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$, $DE = DF + EF = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$, dan $AD = 2$.

$$\text{Jadi, } \sin \angle DAE = \sin 75^\circ = \frac{DE}{AD} = \frac{\left(\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}\right) / 2}{2} = \frac{(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{4}$$

$$\cos \angle DAE = \cos 75^\circ = \frac{AE}{AD} = \frac{\left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}\right) / 2}{2} = \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{4}$$

$$\tan \angle DAE = \tan 75^\circ = \frac{DE}{AE} = \frac{\frac{(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{2}}{\frac{(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{2}} = \frac{(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{(\sqrt{6} - \sqrt{2})} = 2 + \sqrt{3}$$

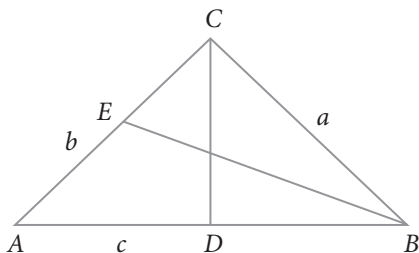
Uji Kompetensi 4.5

1. a. Panjang sisi $a = 10\sqrt{2}$ dan $c = 10(\sqrt{3} + 1)$
 b. panjang sisi $a = 11,87$, dan $b = 13,33$
 c. $\angle B = 48,76$, $\angle B = 21,24$, dan panjang sisi $c = 4,79$
 d. $\angle A = 23,45$, $\angle B = 36,55$, panjang sisi $c = \sqrt{76}$

2. -

3. Alternatif Penyelesaian:

Perhatikan segitiga ABC di bawah ini.



Garis CD dan BE adalah garis tinggi segitiga ABC

Luas suatu segitiga, $L = \frac{\text{alas} \times \text{tinggi}}{2}$

$$\sin A = \frac{CD}{AC} \leftrightarrow CD = AC \times \sin A$$

Jadi, luas segitiga ABC , dapat dituliskan:

$$L = \frac{\text{alas} \times \text{tinggi}}{2} = \frac{c \times AC \times \sin A}{2} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A$$

$$\text{Jika kita menemukan } \sin B = \frac{CD}{BC} \leftrightarrow CD = BC \times \sin B$$

Luas segitiga ABC dapat dirumuskan:

$$L = \frac{\text{alas} \times \text{tinggi}}{2} = \frac{c \times BC \times \sin B}{2} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin B$$

Jika garis tinggi segitiga ditarik dari titik B , maka

$$\sin C = \frac{BE}{BC} \leftrightarrow BE = BC \times \sin C$$

Dengan demikian, luas segitiga dapat simpulkan:

$$L = \frac{\text{alas} \times \text{tinggi}}{2} = \frac{b \times a \times \sin C}{2} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin C$$

4. –
5. $BC = 11,785$ cm dan $\angle B = 14,56^\circ$
6. –
7. 614,59 meter
8. –
9.
 - a. $D_f =$ untuk setiap x bilangan real dan $R_f = \{x \mid -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}\}$
 - b. $D_f =$ untuk setiap x bilangan real dan $R_f = \{x \mid -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}\}$
 - c. $D_f =$ untuk setiap x bilangan real sedemikian hingga $\sin x \neq 0$ dan $R_f = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$
 - d. $D_f =$ untuk setiap x bilangan real sedemikian hingga $\cos x \neq 0$ dan $R_f = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$
 - e. $D_f =$ untuk setiap x bilangan real sedemikian hingga $\tan x \neq 0$ dan $R_f = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$
 - f. $D_f =$ untuk setiap x bilangan real sedemikian hingga $\cos x \neq 0$ dan $R_f = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$
10. –