1 基本运算及定义

注意：若 P(A)=0，无法得出 A=∅；若 P(A)=1，无法得出 A=Ω

对偶律：$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{AB}$　　$\overline{A\cap B}=\overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}$

$\overline{\bigcup_{i=1}^{n}A_i}=\bigcap_{i=1}^{n}\overline{A_i}$　　$\overline{\bigcap_{i=1}^{n}A_i}=\bigcup_{i=1}^{n}\overline{A_i}$

注意：遇到交集运算和并集运算互换的时候，必用对偶律

分配律　$A\cap(B\cup C)=A(B\cup C)=\boxed{AB\cup AC}$

$A\cup(B\cap C)=A\cup BC=\boxed{(A\cup B)(A\cup C)}$

并型　$(A\cup B)(C\cup D)=AC\cup AD\cup BC\cup BD$

交型　$AB\cup CD=(A\cup C)(A\cup D)(B\cup C)(B\cup D)$

斥型：$A-B=A\overline{B}$，集合的"+"没定义，概率有

$A\overline{B}\cup B=A\cup B$

条件概率：在 A 事件发生的条件下发生 B 事件的条件概率

$$\boxed{P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}}\Rightarrow P(\overline{B}|A)=1-P(B|A)$$

独立概率：若事件 A、B 相互独立，则

$$\Diamond\boxed{P(AB)=P(A)P(B)}\Rightarrow\begin{cases}①P(B|A)=P(B)\\②P(B|A)=P(B|\overline{A})\end{cases}$$

②——即 A 发生或不发生都不影响 B

2 重要公式

对于任何事件都有：

加法　$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$

减法　$P(A-B)=P(A)-P(AB)$

在 $\bigcup_{i=1}^{n}B_i=\Omega$；$B_iB_j=\varnothing(i\neq j)$ 条件下：

全概率　$P(A)=\sum_i\frac{P(AB_i)}{P(B_i)}P(B_i)=\boxed{\sum_i P(A|B_i)P(B_i)}$

贝叶斯　$P(B_i|A)=\frac{P(B_iA)}{P(A)}=\frac{P(B_i|A)P(A)}{\sum_i P(A|B_i)P(B_i)}$

3 三大概率型

(1) 古典型概率

实验结果为有限个样点本，且每个样点本的发生具有相等可能性，设事件 A 由 n_A 个样点本组成，则事件 A 的概率为

$$P(A)=\frac{n_A}{n}$$

(2) 几何型概率

实验样本的样本空间是某一块区域，以 $L(\Omega)$ 表示其几何度量，$L(\Omega)$ 为有限，且实验结果出现在 Ω 中的可能性只与该区域几何度量成正比，事件 A 的样本点所表示的区域为 Ω_A，这事件 A 的概率为

$$P(A)=\frac{L(\Omega_A)}{L(\Omega)}$$

(3) *n* 重伯努利实验

实验结果只有两个结果 A 和 $\overline{A}$，独立重复 n 次

$$P(A)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$$

4 古典概型解题

一般来讲，$P(A)=\frac{n_A}{n}$ 的计算中，n 和 n_A 都是在同一样本空间中的样本点数，如果一个概率同时可以用有序和无序来计算，常常无序要简单些；同时可用两种样本空间计算时，常常用较小的样本空间要简单些。

之后这里会有例题补充。

5 几何型概率

要会寻找几何关系（函数关系），多依靠画图解决。之后这里会有例题补充。

注意：从 m 件产品中取出 n 件=不放回地一件一件取出共 n 件

6 例题

(1) N 件产品中含有 M 件次品，从中任意一次取出 n 件

——可以看做一次一件不放回取。

令 $X_i=\begin{cases}1, & 第i次取得次品\\0, & 第i次取得正品\end{cases}$，则无论放回或不放回均为 $\frac{M}{N}$