1 裂项技巧

$\dfrac{dx^2+ex+f}{(x-a)(x-b)(x-c)}$ 里，$\dfrac{k}{x-a}$ 中 $k=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{dx^2+ex+f}{(x-b)(x-c)}$

本质是等价无穷大

2 特殊级数求导结果

$$B_0\ \frac{1}{1-x}\qquad B_1\left(\frac{x}{1-x}\right)'\qquad B_2\left(\frac{x^2}{1-x}\right)''\qquad \cdots\qquad \boxed{B_k\left(\frac{x^{\boxed{m}}}{1-x}\right)^{(k)}}$$

$$B_0\ \frac{0!}{(1-x)^1}\qquad B_1\ \frac{1!}{(1-x)^2}\qquad B_2\ \frac{2!}{(1-x)^3}\qquad \cdots\qquad \boxed{B_k\ \frac{k!}{(1-x)^{k+1}}}$$

其中 $0\le m\le k$

如：$\dfrac{\mathrm{d}^4}{\mathrm{d}\,x^4}\left(\dfrac{x^4}{1-x}\right)=\dfrac{24}{(1-x)^5}$，$\dfrac{\mathrm{d}^4}{\mathrm{d}\,x^4}\left(\dfrac{x^3}{1-x}\right)=\dfrac{24}{(1-x)^5}$

$$B_0\ \frac{1}{1+x}\qquad B_1\left(\frac{x}{1+x}\right)'\qquad B_2\left(\frac{x^2}{1+x}\right)''\qquad \cdots\qquad \boxed{B_k\left(\frac{x^m}{1+x}\right)^{(k)}}$$

$$B_0\ \frac{0!}{(1+x)^1}\qquad B_1\ \frac{1!}{(1+x)^2}\qquad B_2\ \frac{2!}{(1+x)^3}\qquad \cdots\qquad \boxed{B_k\ \frac{(-1)^{m+k}k!}{(1+x)^{k+1}}}$$

其中 $0\le m\le k$

如：$\dfrac{\mathrm{d}^5}{\mathrm{d}\,x^5}\left(\dfrac{x^2}{1+x}\right)=\dfrac{-120}{(1+x)^6}$，$\dfrac{\mathrm{d}^3}{\mathrm{d}\,x^3}\left(\dfrac{x^3}{1+x}\right)=\dfrac{6}{(1+x)^4}$

3 泰勒展开求 n 阶导系数

$x=0$ 处：

$$f^{(n)}(0)\to f(x)=\sum_{k=0}a_kx^k\qquad\qquad f^{(n)}(0)=n!a_n$$

$x=x_0$ 处：

$$f^{(n)}(x_0)\to f(x)=\sum_{k=0}b_k(x-x_0)^k\qquad\qquad f^{(n)}(x_0)=n!b_n$$

4 数学归纳法

4.1 方法一

验证 $n=1$ 时命题正确；假设 $n=k$ 时命题成立；验证 $n=k+1$ 时命题正确

4.2 方法二

验证 $n=1$ 时命题正确，假设 $n<k$ 时命题正确，证明 $n=k$ 时命题正确

5 表格法计算多项式原函数展开

对于 $\int_{x_1}^{x_2}P_n(x)g(x)dx$， $g(x)$ 为 $\cos\dfrac{n\pi}{l}x$ 或 $\sin\dfrac{n\pi}{l}x$

$(-1)^k$	1	-1	1	反	$(-1)^k$	$(-1)^{k+1}$
$d^kP_n(x)/dx$	$P_n(x)$	$P_n'(x)$	$P_n''(x)$	导	$P_n^{(n)}(x)$	0
$\underbrace{\int\dots\int}_{k-1} g(x)d^{k-1}x$	$g(x)$	$\int g(x)dx$	$\iint g(x)d^2x$	积	$g^{-k}(x)$	$g^{-(k+1)}(x)$

交叉相乘