

1. 已知随机变量  $X$  的概率密度函数为  $f(x) = Ae^{-x^2+2x-1}$ ,  $-\infty < x < +\infty$ , 其中  $A$  为常数, 则  $E(X^2) =$  \_\_\_\_\_.
2. 设随机变量  $X \sim E(1)$ , 则  $E(X - 3e^{-2X}) =$  \_\_\_\_\_.
3. 对随机变量  $X$  和  $Y$ , 若  $E(XY) = E(X)E(Y)$ , 则  
 (A)  $D(XY) = D(X)D(Y)$ . (B)  $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$ .  
 (C)  $X$  和  $Y$  相互独立. (D)  $X$  和  $Y$  不相互独立.
4. 设随机变量  $X$  和  $Y$  都服从正态分布且不相关, 则  $X$  和  $Y$   
 (A) 一定独立. (B) 联合分布必正态.  
 (C) 未必独立. (D) 联合分布必不是正态.
5. 某种电子元件的寿命  $X \sim E(\lambda)$ , 现有  $n$  个该种元件相互独立地工作着, 已知其中至少有一个工作寿命超过平均寿命的概率为  $3e^{-1} - 3e^{-2} + e^{-3}$ , 则  $n$  为  
 (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.
6. 在  $n$  次独立重复试验中,  $X$  和  $Y$  分别表示成功和失败的次数, 则  $X+Y$  和  $X-Y$  的相关系数必为  
 (A)  $-1$ . (B)  $0$ . (C)  $\frac{1}{2}$ . (D)  $1$ .
7. 将  $n$  只球 ( $1 \sim n$  号) 随机地放进  $n$  只盒子 ( $1 \sim n$  号) 中去, 一只盒子装一只球, 将一只球装入与球同号码的盒子中称为一个配对, 记  $X$  为配对的个数, 求  $E(X)$ .
8. 游客乘电梯从底层到电视塔观光, 电梯于每个整点的第 5 分钟、25 分钟和 55 分钟从底层起行, 假设一游客在早上八点的第  $X$  分钟到达底层候梯处, 且  $X$  服从  $[0, 60]$  上的均匀分布, 求该游客等候时间的数学期望.
9. 某线路有两个中间站, 设两个中间站无故障的时间分别为  $X_1$  和  $X_2$ , 均服从指数分布. 已知它们平均无故障工作时间为 1 和 0.5 (千小时). 求线路无故障工作时间的期望.
10. 设随机变量  $X$  和  $Y$  独立同分布. 已知  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 求  $Z = \max(X, Y)$  的数学期望  $E(Z)$ .
11. 某流水生产线上每个产品不合格的概率为  $p$  ( $0 < p < 1$ ), 各产品合格与否相互独立, 当出现一个不合格产品时即停机检修, 设开机后第一次停机时已生产了的产品个数为  $X$ , 求  $X$  的数学期望  $E(X)$  和方差  $D(X)$ .
12. 设  $(X, Y)$  在矩形  $G = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$  上服从均匀分布, 记  

$$U = \begin{cases} 0, & \text{当 } X \leq Y, \\ 1, & \text{当 } X > Y \end{cases} \text{ 和 } V = \begin{cases} 0, & \text{当 } X \leq 2Y, \\ 1, & \text{当 } X > 2Y. \end{cases}$$
 (1) 求  $U$  和  $V$  的联合分布; (2) 求  $U$  和  $V$  的相关系数  $\rho$ .
13. 设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立, 服从同一分布, 且  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 求随机变量  $U = aX + bY$  和  $V = aX - bY$  ( $a, b$  是常数) 的相关系数.
14. 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立,  $X$  服从参数为 1 的指数分布,  $Y$  的概率分布为  $P\{Y = -1\} = p, P\{Y = 1\} = 1 - p, (0 < p < 1)$ , 令  $Z = XY$ .  
 (I) 求  $Z$  的概率密度;  
 (II)  $p$  为何值时,  $X$  与  $Z$  不相关;  
 (III)  $X$  与  $Z$  是否相互独立?