1. 已知线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, \\ (a+2)x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 3, \\ -2x_1 + ax_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

无解，则参数 $a$ 应满足______.

2. 对于 $n$ 元方程组，则下列说法正确的是

(A) 若 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 只有零解，则 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 有唯一解.

(B) $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 有非零解的充要条件是 $|\boldsymbol{A}|=0$.

(C) $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 有唯一解的充要条件是 $r(\boldsymbol{A})=n$.

(D) 若 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 有两个不同的解，则 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 有无穷多解.

3. 设 $\boldsymbol{A}$ 是 $m\times n$ 矩阵，$\boldsymbol{B}$ 是 $n\times m$ 矩阵，则线性方程组 $(\boldsymbol{AB})\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$

(A) 当 $n>m$ 时仅有零解.

(B) 当 $n>m$ 时必有非零解.

(C) 当 $m>n$ 时仅有零解.

(D) 当 $m>n$ 时必有非零解.

4. 设 $\boldsymbol{\xi}_1,\boldsymbol{\xi}_2,\boldsymbol{\xi}_3$ 是 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 的基础解系，则该方程组的基础解系还可表示成

(A) $\boldsymbol{\xi}_1,\boldsymbol{\xi}_2,\boldsymbol{\xi}_3$ 的一个等价向量组.

(B) $\boldsymbol{\xi}_1,\boldsymbol{\xi}_2,\boldsymbol{\xi}_3$ 的一个等秩向量组.

(C) $\boldsymbol{\xi}_1+\boldsymbol{\xi}_2,\boldsymbol{\xi}_2+\boldsymbol{\xi}_3,\boldsymbol{\xi}_3+\boldsymbol{\xi}_1$.

(D) $\boldsymbol{\xi}_1-\boldsymbol{\xi}_2,\boldsymbol{\xi}_2-\boldsymbol{\xi}_3,\boldsymbol{\xi}_3+\boldsymbol{\xi}_1$.

5. 设非齐次线性方程组 $\boldsymbol{A}_{3\times4}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ 有通解

$k_1\boldsymbol{\xi}_1+k_2\boldsymbol{\xi}_2+\boldsymbol{\eta}=k_1[1,2,0,-2]^{\mathrm{T}}+k_2[4,-1,-1,-1]^{\mathrm{T}}+[1,0,-1,1]^{\mathrm{T}}$,

则下列向量中是 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 的解的是

(A) $\boldsymbol{\alpha}_1=[1,2,0,-2]^{\mathrm{T}}$.

(B) $\boldsymbol{\alpha}_2=[6,1,-2,-2]^{\mathrm{T}}$.

(C)$\boldsymbol{\alpha}_3=[3,1,-2,4]^{\mathrm{T}}$.　　(D)$\boldsymbol{\alpha}_4=[5,1,-1,-3]^{\mathrm{T}}$.

6. 设线性方程组

$$\begin{cases}(1+\lambda)x_1+x_2+x_3=1,\\ x_1+(1+\lambda)x_2+x_3=\lambda,\\ x_1+x_2+(1+\lambda)x_3=\lambda^2,\end{cases}$$

问 $\lambda$ 为何值时，方程组无解，$\lambda$ 为何值时，方程组有解，有解时，求方程组的解.

7. 已知 3 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的第 1 行是 $(a,b,c)$，$a,b,c$ 不全为零，矩阵 $\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}1&-2&3\\2&-4&6\\3&-6&k\end{bmatrix}$ ($k$ 为常数)，且 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{O}$，求线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 的通解.

8. 求线性方程组

$$\begin{cases}x_1-5x_2+2x_3+3x_4=11,\\ -3x_1+x_2-4x_3-2x_4=-6,\\ -x_1-9x_2+3x_4=15.\end{cases}$$

满足条件 $x_1=x_2$ 的全部解.

9. 已知 $\boldsymbol{A}$ 是 $m\times n$ 矩阵，$\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 有唯一解，证明 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}$ 是可逆阵，并求 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 的唯一解.

10. 设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 均是 $3\times 4$ 矩阵，$\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 有基础解系 $\boldsymbol{\xi}_1,\boldsymbol{\xi}_2,\boldsymbol{\xi}_3$，$\boldsymbol{Bx}=\boldsymbol{0}$ 有基础解系 $\boldsymbol{\eta}_1,\boldsymbol{\eta}_2$.

(1) 证明 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 和 $\boldsymbol{Bx}=\boldsymbol{0}$ 有非零公共解.

(2) 若 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 的基础解系为 $\boldsymbol{\xi}_1=[1,-1,2,4]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\xi}_2=[0,3,1,2]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\xi}_3=[1,-2,2,0]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{Bx}=\boldsymbol{0}$ 的基础解系为 $\boldsymbol{\eta}_1=[3,0,7,14]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\eta}_2=[2,1,5,10]^{\mathrm{T}}$，求 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 和 $\boldsymbol{Bx}=\boldsymbol{0}$ 的非零公共解.