1 二重极限

大部分二重极限都是趋向于奇点处。
这时一般用代换方法变为趋向于 0

(1) 存在判断

标准	不存在类:	存在类:
无穷小次	分子次数≤分母	分子次数＞分母
连续性		连续必存在

注意：x和y相互独立，可以对其进行换元来判断次数

(2) 不存在证明

证明：方法一——不同路径逼近法：

$y=kx$；$y=-x$；$y=x^2$ ……

证明：方法二——极坐标代换法

(3) 存在证明

证明：方法一——夹逼方法

用绝对值不等式证明

证明：方法二——极坐标代换法

$x=r\cos\theta$，$y=r\sin\theta$

适用于 $f(x,y)$ 中出现了 x，y，x^2，y^2 且自变量对称。

然后变换条件 $\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\ y\to y_0}} f(x,y)$ 变换为 $\lim\limits_{r\to 0} f(r\cos\theta, r\sin\theta)$

2 隐函数存在定理

对于 $F(x,y,z)=0$ 确定的 $z=z(x,y)$，
在某点 (x_0,y_0,z_0) 的领域内具有连续偏导

且 $F_z'(x_0,y_0,z_0)\neq 0$

则在该领域内有 $z=z(x,y)$ 唯一确定。

$f(x,y)$ 在……	结论
(x_0,y_0) 处偏导存在	该点处不一定连续 该点处不一定可微
(x_0,y_0) 存在连续偏导数	该点处必可微
(x_0,y_0) 处可微	【可微定义】分子是 ρ 的高阶无穷小
(x_0,y_0) 处任意方向导数存在	该点处不一定可微

补充

1-8 线性常微分方程

对于此类线性常微分方程 $y'+P(x)y=Q(x)$

#注意：永远记住自己用的公式是左右都有分布的形式，否则会搞错符号！！！！！

可以写出当 $Q=0$ 时的齐次解 $y_0=C_1 e^{-\int P(x)dx}$

然后写出 $Q=Q(x)$ 时的通解 $C_1=C_1(x)=u(x)$

$\Rightarrow y=u(x)e^{-\int P(x)dx}$ （常数变易法） $u(x)=C_1$

带入到原式，可以得到

$y'=u'(x)e^{-\int P(x)dx}-P(x)u(x)e^{-\int P(x)dx}$

$y'=u'(x)e^{-\int P(x)dx}-P(x)y$

$y'+P(x)y=Q(x)\Rightarrow y'+P(x)y=u'(x)e^{-\int P(x)dx}$

$u'(x)=Q(x)e^{\int P(x)dx} \Rightarrow u(x)=\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx+C$

因此，通解为

$$\begin{aligned} y &= u(x)e^{-\int P(x)dx} \\ &= \left(\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx+C\right)\cdot e^{-\int P(x)dx}\end{aligned}$$