以下都针对函数 ，函数在 的某一领域内有定义

# 可导的定义



存在，那么这个极限就是在点处对 的偏导，记为 或

可以认为，偏导就是一元函数的导数，设函数 在 处的导数，即



# 可微的定义



如果全增量可以被表示为



其中 ，则函数的微分就是

证明

成立，则函数在点可微。

**可微关系**

【可导且导函数连续 可微】【可微可导且导函数连续 】【可导 可导且原函数连续】

**（充分条件）**偏导数 和在点 处连续（条件可以弱化为其一连续，另一存在即可）

**（原条件）**函数在点处可微

**（必要条件）**

# 方向导数定义

定义一单位向量 ，它的方向和 的方向一致，如果存在极限



则称此极限为在点处沿方向的方向导数存在，记作

# 举例

## 不可导，但存在方向导数

方向导数其实就是广义上的偏导，只不过偏导是对于放下与 和 相同的 求取的方向导数，而广义上的方向导数可以是和的线性组合。这出现了一个问题就是， 在 处不可导，但是其任一方向导数存在，因为方向导数不受左右极限相同约束。

方向导数和偏导数都是一个标量。

## 可导但方向导数不存在

## 可导但不连续

，偏导存在但不连续

## 可导但不可微

对于二元函数 ，可得 ，

同理

即 ，∴该二元函数可导

 不存在（与接近轨迹有关）

## 导函数不连续却可微



x导函数



 后一项不存在，所以在处不可导。

但是可微，证明略