# 重要定义

#### 线性无关定义

对于向量，存在不全为零的数

使，则**线性无关**

#### 线性无关性质（每个都要会用来证明）

①维向量组线性无关

②齐次方程的只有零解

③秩

# 施密特正交化（正交规范化）



# 坐标变换公式

基底过渡关系：

称为由基到基的**过度矩阵**

向量在基上的坐标为

向量在基上的坐标为

  

**#弄清楚x和y是哪个基底上的坐标**

绝对坐标是



# 证明线性无关

已知线性无关，证明线性无关

## 定义法

#### 设即

然后化简，与已知条件线性无关联立

若线性无关，则只有零解

#### 写出组合系数行列式

若行列式的值不为零，则只有零解

## 用秩

#### 写出

求出，并写出

#### 

从而线性无关（有关）

# 线性表达=解方程组

已知和，将用表达

#### 列出，作初等行变换

#### 将左侧化为三角矩阵，可根据右侧写出解

# 极大线性无关组

求极大线性无关组的时候只能对**列向量们**做**初等行变换**

化为**阶梯形矩阵**就可以了

# 解非齐次方程组

#### 方程组写为列向量矩阵形式

#### 判断解的形式

无解  

**无法**由列向量组线性表出

无穷多解 

可由列向量组线性表出，表出法**不唯一**

唯一解 

可由列向量组线性表出，表出法**唯一**

*注意*：如果题目中的矩阵存在未知量，则要小心各个情况的可能性。

*注意：*齐次线性方程组的基础解系有个，是矩阵的列数

#### 求基础解系和特解

*注意：*可以用子式判断最小阶数

将增广炬阵进行初等**行**变换，化为**阶梯形矩阵**

求出特解——特解只有一个或没有（无解）

求出基础解系（基础解系有个）

**基础解系的寻找技巧**

个基础解系的末位个为 阶单位矩阵，如



#### 求出唯一解

#### 写出结果表达式

通解为

*注意*：虽有无穷个解向量，但只有个**线性无关**解向量

*注意*：求具体解的时候一定要用行变换，但是方阵求是否有解的时候可以用求秩的方法来计算。

# 克拉默法则（特殊方阵）

对于非齐次线性方程，若**满秩**，则方程解**唯一**

，其中为的第列替换为右端常数项所构成的行列式。

*##会用，知道就行了，一般别用，计算要累死。*

# 同解问题

同解和行向量等价

本质就是两个矩阵方程可以**相互**线性表示

同解和行向量等价

#### 后一个方程是前一个方程的子集

后一个方程的解是前一个方程的解，

但前一个方程的解不是后一个方程的解

 可由 **行向量**表示

 可由 **行向量**表示

#### 两个方程同解

且

即组合后降阶一半。

若前式能降阶一半而后式不能降阶一半，则前一个方程的解范围更小，被含于后一个方程的解集中。

注意：仅仅证明是不够的，如：

的解是空间中的一条直线或面

的解也是空间中的一条直线或面

但这两条直线不一定是同一直线

**必须要两者都能相互表示，才是同一个解**。

# 秩的不等式判断

#### 准则

①

②

③

#### 其他常用性质

①若,可逆，则

②

③，则