Zadanie 5
Dany jest kod

heat_time.m

do wykonywania symulacji za pomocą sekwencji izogeometrycznych projekcji
Rozwiązuje on równanie opisujące dyfuzję (lub tranpsort ciepła)

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

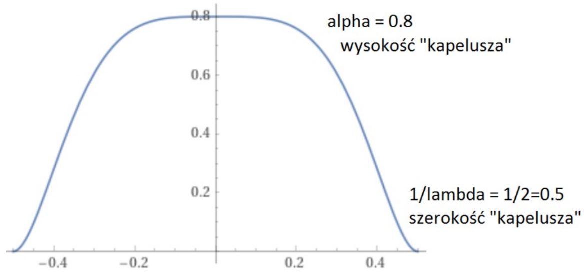
Funkcja $u(x,y)$ opisuje temperature w punkcie (x,y)

Kodem sterują parametry

```
% Input data
knot = simple_knot(5, 2);    % 5 elementów na których rozpinamy B-spline 2go stopnia
dt = 0.0001;   % rozmiar kroku czasowego
theta = 0;       % rodzaj schematu (0 - explicit Euler, 1 - implicit Euler, 1/2 - Crank-Nicolson)
K = 100;          % liczba kroków czasowych
```

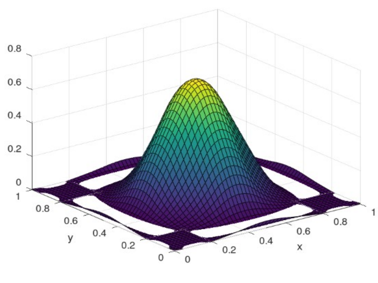
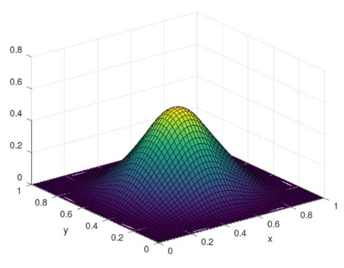
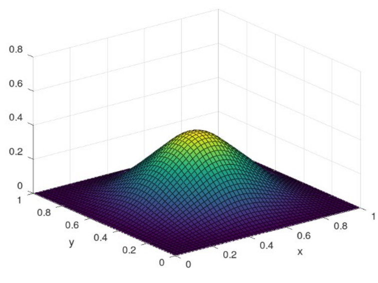
Przybliżamy $\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{u_{n+1}-u_n}{dt}$ i stosujemy schemat explicit Eulera.

Kod wykonuje sekwencje projekcji
$u_{n+1}=u_n+dt\frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_n}{\partial y^2}$ gdzie
u_n, u_{n+1} to temperatura w poprzednim i następnym kroku czasowym,
$u_n=\sum_{i,j} u_{ij} B_i(x) B_j(y)$ to projekcje rozwiązania z poprzedniego kroku czasowego na B-spline



Stan początkowy opisuje funkcja $u_0(r)=\alpha f(\lambda r)=\alpha((\lambda r)^4-1)^2$ przycinana do „kapelusza”

Kod po uruchomieniu np. dla K=100, knot = simple(5,2), dt=0.0001, theta=0, lambda=4, alpha=0.8 generuje sekwencje obrazków (co 30 krok czasowy)

Proszę jako stan początkowy wsadzić swoją ulubioną bitmapę oraz uruchomić symulacje dyfuzji
Proszę całą bitmapę mieści8ć na środku obszaru, przy brzegu 0
Proszę wygenerować kilka bitmap oraz posklejać całość w film (co 1 krok czasowy)
Proszę uruchomić 100 kroków lub więcej

Proszę w raporcie w pliku pdf zamieścić

1. Zmiany w kodzie
2. Użytą bitmapę
3. Użyte parametry symulacji
4. Kilka bitmap rysunków z przebiegu symulacji
5. Proszę również załączyć film

Zadanie dodatkowe (za dodatkowe punkty i chwałę)

Proszę zmodyfikować równanie na co najmniej jeden z następujących sposobów

1. Proszę dodać współczynnik dyfuzji do równania

$$\frac{\partial u}{\partial t}=c(x,y)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$$

gdzie $c(x,y)$ to współczynnik dyfuzji określający szybkość dyfuzji w punkcie (x,y)
Na przykład $c(x,y)=1.0$ to szybka dyfuzja, $c(x,y)=0.01$ to praktycznie brak dyfuzji

2. Proszę dodać wiatr który będzie „przewiewał” naszą dyfundującą substancje

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_n}{\partial y^2}-b_x\frac{\partial u_n}{\partial x}-b_y\frac{\partial u_n}{\partial y}$$

gdzie (b_x,b_y) to prędkość wiatru w kierunkach wzdłuż osi x oraz y
Na przykład

$(b_x,b_y)=(1,0)$ to wiatr z lewej na prawą o sile 1, a zmodyfikowane równanie to
$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-\frac{\partial u}{\partial x}$$

$(b_x,b_y)=(1,1)$ to wiatr po przekątnej z lewego dolnego rogu do prawego górnego rogu o sile $\sqrt{b_x^2+b_y^2}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ a zmodyfikowane równanie to

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_n}{\partial y^2}-\frac{\partial u_n}{\partial x}-\frac{\partial u_n}{\partial y}$$

3. Proszę dodać „źródło” czyli niezerowy człon $f(x,y)$ na prawej stronie
$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+f$$
Na przykład $f(x,y)=\alpha f(\lambda r)=\alpha((\lambda r)^4-1)^2$ gdzie $r=\sqrt{(x-0.5)^{0.5}+(y-0.5)^2}$ dla $\alpha=0.1,\lambda=8$ to zródło na środku obszaru (w punkcie $(0.5,0.5)$ generujące „kapelusz” o wysokości 0.1 i szerokośc 0.125