3-1. Norms

기하학적 벡터를 생각할 때(원전에서 시작하면서 방향이 있는 선) 벡터의 길이는 원점으로부터 그 직선의 끝까지의 거리입니다.

정의 3.1 (Norm)

Vector Space V에서 **norm은 다음 함수와 같습니다.**

$$\|\cdot\| : V \to \mathbb{R}, \tag{3.1}$$
$$\boldsymbol{x} \mapsto \|\boldsymbol{x}\|, \tag{3.2}$$

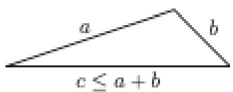
위 함수는 각 x 벡터의 길이 $||x|| \in \mathbb{R}$ 로 매핑합니다.

그리고 모든 $\lambda \in \mathbb{R}$ 과 $x, y \in \mathbb{R}$ 인 경우, 아래의 성질을 만족합니다.

- *Absolutely homogeneous:* $\|\lambda \boldsymbol{x}\| = |\lambda|\|\boldsymbol{x}\|$
- *Triangle inequality:* $\|\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}\| \leqslant \|\boldsymbol{x}\| + \|\boldsymbol{y}\|$
- *Positive definite:* $\|\boldsymbol{x}\| \geqslant 0$ and $\|\boldsymbol{x}\| = 0 \iff \boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$

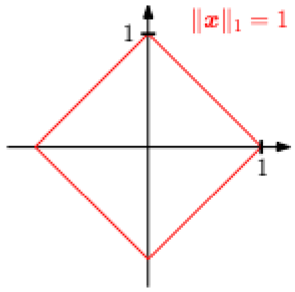
- 삼각 부등식

Figure 3.2 Triangle inequality.



Menhattan Norm (l_1-Norm)

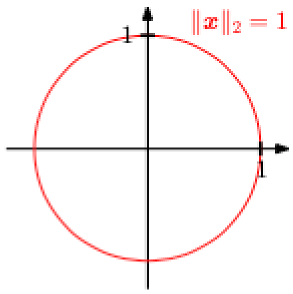
- $x \in \mathbb{R}^2$ 에 대해서 다음과 같이 정의됩니다.



$$\|\boldsymbol{x}\|_1 := \sum_{i=1}^{n} |x_i|$$

Euclidean Norm (l_2 Norm)

- $x \in \mathbb{R}^2$ 에 대해서 다음과 같이 정의됩니다.



$$\|\boldsymbol{x}\|_2 := \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2} = \sqrt{\boldsymbol{x}^\top \boldsymbol{x}}$$

해당 교재에서는 Euclidean Norm을 기본으로 사용합니다.

출처

- Mathmatics for Machine Learning (https://github.com/mml-book/mml-book.github.io)
- https://junstar92.github.io/mml-study-note/2022/07/07/ch3-1.html