2-0 Intro

선형대수학이란?

대수학(algebra)은 직관적인 개념을 공식화할 때 일반적인 접근 방법은 객체(symbols)의 집합과 이러한 객체들을 조작하는 규칙들을 구성하는 것으로 알려져 있습니다.

선형대수학(linear algebra)은 벡터와 벡터를 조작하기 위한 특정 규칙에 대해 연구합니다.

벡터의 표현

대부분 사람들이 알고 있는 벡터는 '**기하학적(geometric) 벡터**'이며 일반적으로 $\vec{x}, \vec{y}$ 와 같은 문자 위 작은 화살표 표시됩니다.

하지만 해당 책에서는 와 같이 $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$ **bold체로 이를 표현합니다**.

다양한 벡터들

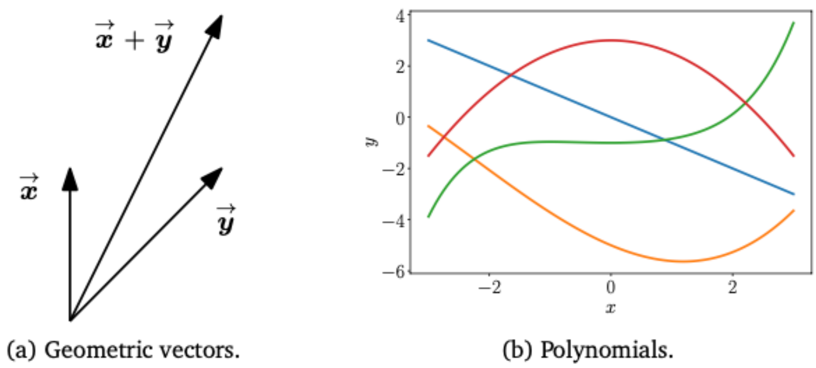

그림 2.0.1 다양한 벡터들

Geometric vectors

기하학적 벡터는 그림 2.0.1 (a)와 같습니다. 방향이 있으며, 적어도 2차원으로 구성되어 있습니다.

두 벡터 $\vec{x}, \vec{y}$ 는 더 할 수 있으며, $\vec{x} + \vec{y} = \vec{z}$ 와 같이 새로운 기하하적 벡터를 생성합니다.

또한 $\lambda\vec{x}, \lambda \in \mathbb{R}$ 과 같이 스칼라로 곱한(scaling) 결과 역시 기하하적 벡터입니다.

Polynominals

그림 2.0.1 (b)와 같은 **다항식**도 벡터입니다.

두 다항식을 더할 수 있고, 이는 새로운 다항식을 생성합니다.

또한 스칼라 값 λ을 곱한 결과 역시 새로운 다항식입니다.

Audio signals

오디오 신호도 벡터입니다. 오디오 신호는 일련의 숫자로 표현할 수 있으며, 오디오 신호끼리 서로 더할 수 있습니다. 더한 결과는 새로운 오디오 신호를 생성합니다. 또한 scaling 하면 새로운 오디오 신호를 얻을 수 있습니다.

Elements of $\mathbb{R}^n$

$$a = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

n 차원의 튜플(tuple)도 벡터입니다. 이 책에서 포커스를 맞추는 개념입니다.

두 벡터 $a, b \in \mathbb{R}^n$ component-wise(각 성분별로) 더하면 새로운 벡터 $c = a + b, c \in \mathbb{R}^n$ 을 얻습니다.

또한 $a \in \mathbb{R}^n$에 스칼라 $\lambda \in \mathbb{R}$을 곱한 결과 역시 스케일된 $\lambda a \in \mathbb{R}^n$이 됩니다.

정리

다양한 벡터들의 설명을 보면 공통점이 하나 있습니다.

서로 더하거나 스칼라로 곱할 수 있다는 것입니다.

이는 벡터의 기본 연산으로서 벡터 공간이라는 개념의 핵심을 이루는 중요한 성질입니다. 따라서 어떠한 집합이 벡터 공간임을 증명할 때는 이 두 가지 연산이 항상 성립하는지 확인하는 과정이 필요합니다.

다시 말해, **벡터 공간**이라는 구조가 성립하려면 **덧셈과 스칼라 곱셈 연산**이 **집합 안에서 닫혀 있어야 하며**, 관련된 공리들을 모두 만족해야 합니다.

이러한 성질은 다양한 분야에서 벡터 공간 개념이 널리 활용될 수 있게 하는 근본적인 이유가 됩니다.

- [닫힘이란 연산을 수행한 결과가 항상 원래 집합 안에 포함되는 것을 의미합니다. 즉, 집합 내 두 원소를 연산했을 때 결과도 반드시 그 집합 내에 있어합니다.]

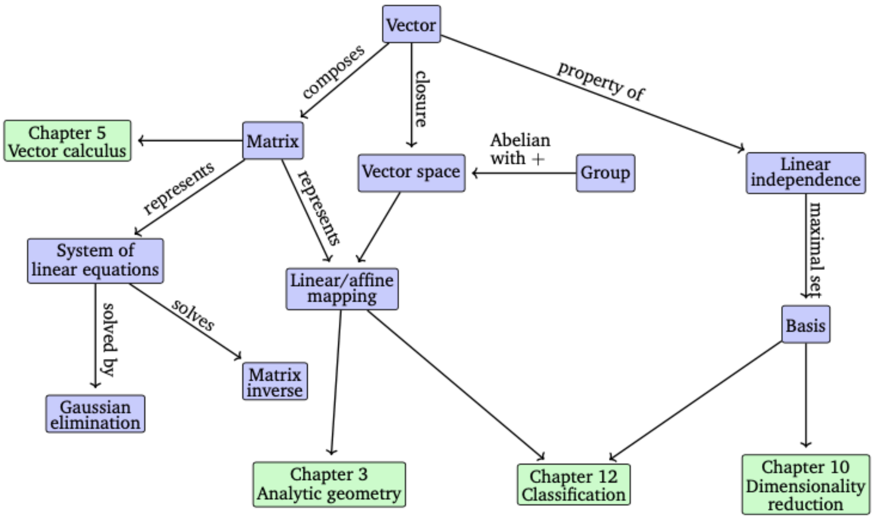

그림 2.0.2 MML 로드맵

출처

- Mathmatics for Machine Learning (https://github.com/mml-book/mml-book.github.io)
- MML Study Note