Tarea 1
Propedéutico Electrodinámica
12 de marzo de 2020

Nombre: ____

Entregar el martes 2020-03-17.

1. Una carga Q se coloca en el centro de un triángulo equilatero equidistante de sus tres esquinas en cada una de las cuales hay una carga $-e$. La fuerza sobre las cargas negativas es 0.
   (a) ¿Cuánto vale Q?
   (b) El sistema ¿está en equilibrio estable?
2. Calcula la energía necesaria para ensamblar un sistema de N partículas con cargas q_n y posiciones $\boldsymbol{r}_n$ $(n = 1 \dots N)$. Escríbela en términos de las posiciones de cada partícula y en términos de los potenciales $\phi_n(\boldsymbol{r}_n)$ producidos por las partículas $n' \neq n$.
3. Calcula la energía potencial por ion de un cristal polar 1D formado por cargas $\pm q$ alternadas equiespaciadas una distancia a una de otra.
   Pista: Usa la expansión en potencias de log(1+x).
4. Usa la ley de Gauss y argumentos de simetría para calcular el campo eléctrico $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ producido por una carga puntual Q colocada en el origen.
5. Considera una línea de carga infinitamente larga en la cual se deposita una carga uniformemente con densidad lineal (carga por unidad de longitud) λ. Usa la ley de Gauss y argumentos de simetría para calcular el campo eléctrico en todo punto.
6. Considera un cilindro de radio a infinitamente largo en cuya superficie se distribuye uniformemente una carga con densidad superficial (carga por unidad de área) σ. Calcula el campo eléctrico producido en todo el espacio (afuera y adentro del cilindro). Compara tu resultado con el de la pregunta previa.
7. (a) Calcula la energía electrostática total de una esfera de radio a en cuyo volumen se distribuye uniformememte una carga Q.
   (b) Si un electrón fuera una esfera uniformemente cargada y su energía en reposo fuese su energía electrostática, ¿cuál sería su radio r_c?
   (c) Lo mismo pero para una carga Q distribuida únicamente en la superficie de la esfera.
8. Considera una esfera hueca de radio interior a y radio exterior $b > a$, en cuya pared (entre a y b) se distribuye uniformemente una carga Q. Calcula el potencial eléctrico $\phi(\boldsymbol{r})$ en todo el espacio (en las tres regiones, $r < a$, $a < r < b$, $b < r$.
9. Considera un prisma rectangular de lados a, b y c alineados con los ejes cartesianos x, y y z y centrado en el origen. Demuestra que en el límite $a, b, c \to 0$,
   $$\frac{1}{abc} \int_{\text{prisma}} d\boldsymbol{s} \cdot \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = \nabla \cdot \boldsymbol{F}(\boldsymbol{0})$$
   donde $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})$ es un campo vectorial arbitrario con componentes F_x, F_y y F_z, la integral es sobre las paredes del prisma y $\nabla \cdot \boldsymbol{F} = \partial_x F_x + \partial_y F_y + \partial_z F_z$ es la divergencia de $\boldsymbol{F}$ (y economicé en la notación).
10. Demuestra la versión diferencial de la Ley de Gauss, $\nabla \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = 4\pi\rho(\boldsymbol{r})$.