大雾期中REVIEW

by wln ,2021.11

一、热学

基本气体参数

$$\text{普适气体常量：}R \approx 8.31(J/(mol \cdot k))$$

$$\text{玻尔兹曼常数：}k = \frac{R}{N_A} \approx 1.38 \times 10^{-23}$$

$$\text{基本方程：}\begin{cases} pV = nRT & (n\text{为}mol\text{数}) \\ p = NkT & (N\text{为分子数密度}) \end{cases}$$

$$\text{平均自由程}\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 N} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}(\bar{z}\text{为平均碰撞频率}, N\text{为分子数密度}, d\text{为分子有效直径}, \bar{v}\text{见下})$$

$$\text{分子平均平动动能：}\quad \bar{\epsilon}_t = \frac{3}{2}kT \to p = \frac{2}{3}N\bar{\epsilon}_t$$

$$\text{分子平均总动能：}\quad \bar{\epsilon}_k = \frac{i}{2}kT$$

$$\text{气体内能：}E = N\bar{\epsilon}_k = \frac{i}{2}NkT(N\text{为总分子数}) = \frac{i}{2}nRT$$

气体分子分布

$$高斯积分:\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2}\mathrm{dx}=\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

$$麦克斯韦速率分布:f(v)=4\pi(\frac{m}{2\pi kT})^{\frac{3}{2}}v^2e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

玻尔兹曼分布：某一状态区间的粒子数与该状态区间的一个粒子的能量E有关，且与$e^{-\frac{E}{kT}}$成正比，

如位置分布$f(x)=Ae^{-\frac{E_p(x)}{kT}}$(且满足归一化条件)

$\star eg:n$和n_0分别表示上下高度差为h的两处的粒子数密度，则$:n=n_0e^{-\frac{mgh}{kT}}=n_0e^{-\frac{Mgh}{RT}}$

（以下：m是单个分子质量（kg） M是相对分子质量$(kg/mol$, 如$N_2:28\times10^{-3}kg/mol)$）

$$\begin{cases}最概然速率:v_p=\sqrt{\frac{2kT}{m}}=\sqrt{\frac{2RT}{M}}\\ 气体分子方均根速率:\sqrt{\bar{v^2}}=\sqrt{\frac{3kT}{m}}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}\\ 分子运动平均速率:\bar{v}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}\end{cases}$$

$$泻流速率(单位时间从容器壁单位面积小孔溢出的分子数和容器内分子数密度之比):=\frac{1}{4}\bar{v}$$

$$某一速度区间\Delta u分子数占总数比例:令u=\frac{v}{v_p}\quad 则:\frac{\Delta N}{N}=\frac{4}{\sqrt{\pi}}e^{-u^2}\cdot u^2\cdot\Delta u$$

$$速率处于v_1和v_2之间的分子平均速率:\bar{v}'=\frac{\int_{v_1}^{v_2}vf(v)\mathrm{dv}}{\int_{v_1}^{v_2}f(v)\mathrm{dv}}$$

气体的能量

$$(以下：V单位是L)$$

$$自由度（平动+转动+振动）：\begin{cases}单原子分子:i=3+0+0=3\\刚性双原子分子:i=3+2+0=5\\刚性多原子分子:i=3+3+0=6\end{cases}$$

$$\begin{cases}定容摩尔热容:C_v=\frac{i}{2}R\\定压摩尔热容:C_p=C_v+R=\frac{i+2}{2}R\\比热容比:\gamma=\frac{C_p}{C_v}=\frac{i+2}{i}\end{cases}$$

$$(以下:做功A，内能E,热量Q均由实际情况确定正负)$$

$$内能变化:\Delta E=\frac{i}{2}nR\Delta T$$

$$做功:\Delta A=\int p\mathrm{dV}$$

$$吸放热:\Delta Q=nC\Delta T(C为特定情况下的热容)=C_{比热容}m\Delta t=\Delta A+\Delta E$$

$$(\star算内能变化常用)一切初末态是平衡态的过程的能量变化:\Delta E=nC_v\Delta T\quad(E为内能\quad n为mol数)$$

$$\star eg:64gO_2的温度由0^\circ C升到50^\circ C,则不管是体积不变还是压强不变，过程中O_2内能增量都为:$$

$$\Delta E=nC_v\Delta T=\frac{64}{32}\times\frac{5}{2}\times 8.31\times 50=2.08\times 10^3J$$

$$(体积不变下\Delta E=\Delta Q\quad 压强不变下\Delta Q=nC_p\Delta T\quad 对外做功A=\Delta Q-\Delta E)$$

$$气体的基本能量关系：\mathrm{dQ}=\mathrm{dA}+\mathrm{dE}=p\mathrm{dV}+nC_v\mathrm{dT}$$

$$理想气体绝热过程(准静态\quad\Delta Q=0,\Delta E=\Delta A)：$$

$$\begin{cases}pV^\gamma=const\\TV^{\gamma-1}=const\\p^{\gamma-1}T^{-\gamma}=const\end{cases}$$

$$等温过程:内能变化\Delta E=0,\Delta Q=\Delta A=\int p\mathrm{dV}=\int_{V_1}^{V_2}\frac{nRT_0}{V}\mathrm{dV}$$

$$热机:从高温热源吸热Q_1（等温膨胀并对外做功，然后绝热膨胀并做功且温度由T_1(high)\to T_2(low)），$$

$$对外做净功A，然后向低温热源排废热Q_2(等温压缩)，再绝热压缩回初态,也即Q_1=A+Q_2$$

$$\eta=\frac{A}{Q_1}=1-\frac{Q_2}{Q_1}=1-\frac{T_2(low)}{T_1(high)}(卡诺循环)$$

$$致冷机:外界做功A(本钱)，从低温热库吸热Q_2(希求效果),并向高温热库放热Q_1,也即Q_1=A+Q_2$$

$$\eta=\frac{Q_2}{A}=\frac{Q_2}{Q_1-Q_2}=\frac{T_2(low)}{T_1(high)-T_2(low)}(卡诺循环)$$

$$声速:u=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

熵

$$(1)玻尔兹曼熵公式:S=k\ln\Omega$$

$$应用：气体绝热自由膨胀，由V_1到V_2,求熵变化：$$

$$\because 一个粒子的微观状态数\Omega_0\propto V$$

$$\therefore N\text{个粒子微观状态数}\Omega \propto V^N$$

$$\therefore \Delta S = k\ln V_2^N - k\ln V_1^N = Nk\ln\frac{V_2}{V_1} = nR\ln\frac{V_2}{V_1}(N\text{为分子总数，}n\text{为}mol\text{数})$$

$$(2)\text{克劳修斯熵公式}:\mathrm{dS} = \frac{\mathrm{dQ}}{T} \quad \Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$$

$$\text{绝热可逆过程是等熵过程}(\mathrm{dQ}=0)$$

$$T\mathrm{dS} = \mathrm{dE} + p\mathrm{dV}$$

这里经常利用：

$$\text{物态变化时}T\text{恒定只求}:\Delta Q = \lambda m(\text{熔化热之类的}) \quad \Delta S = \frac{\lambda m}{T_0}$$

$$\text{温度变化过程用}dT\text{表示}dQ:\Delta S = \int_{T_1}^{T_2}\frac{C_{\text{比热容}}m\mathrm{dT}}{T} = \int_{T_1}^{T_2}\frac{nC_v\mathrm{dT}}{T}(\text{等体变化下})$$

$$\text{等温过程气体扩散用}pdV\text{表示}dQ:\Delta S = \int\frac{\mathrm{dQ}}{T} = nR\int\frac{\mathrm{dQ}}{pV} = nR\int_{V_1}^{V_2}\frac{p\mathrm{dV}}{pV}$$

$$\text{知道气体各项参数用：}T = \frac{pV}{nR}\text{和}\mathrm{dQ} = \mathrm{dE} + p\mathrm{dV}\text{和}\mathrm{dE} = nC_v\mathrm{dT}$$

$$(\text{并且由于}S\text{为状态量，与路径无关，因此可以选取绝热路径}\mathrm{dQ}=0\text{，或者等温路径}T\text{不变})$$

$$\star eg:1mol\text{气体由初态}(T_1,V_1)\to(T_2,V_2)\text{，设}C_v\text{为常量，求熵变}:$$

$$\Delta S = \int\frac{dE + pdV}{T} = \int\frac{1\cdot C_v dT}{T} + 1\cdot R\int\frac{pdV}{pV} = C_v\ln\frac{T_2}{T_1} + R\ln\frac{V_2}{V_1}$$

$$\text{某一过程产生熵}(\text{系统熵变}):\text{一部分区域减熵和另一部分增熵总和}$$

$$\star eg_1:\text{屋子散热速率为}2\times10^8 J/h,\text{室内温度}293K,\text{室外温度}253K,\text{则这一过程产熵速率}:$$

$$1h\text{内产生熵}:\Delta S = \frac{-2\times10^8 J}{293K}(\text{屋内减熵}) + \frac{2\times10^8 J}{253K}(\text{屋外增熵}) = 1.08\times10^5 J/(K\cdot h)$$

$$\star eg_2:1kg,0^\circ C\text{的水放在}100^\circ C\text{恒温热库上，最后达到平衡求这一过程系统熵变}:$$

$$\Delta S_{\text{水}} = \int_{T_1}^{T_2}\frac{C_{\text{水}}m\mathrm{dT}}{T} = C_{\text{水}}m\ln\frac{373}{273}$$

$$\Delta S_{\text{库}} = \frac{\Delta Q_{\text{库}}}{T_{\text{库}}(\text{固定}100^\circ C)} = \frac{-\Delta Q_{\text{水}}}{T_{\text{库}}} = \frac{-C_{\text{水}}m\Delta T}{T_{\text{库}}} = -C_{\text{水}}m\frac{100}{373}$$

$$\Delta S_{\text{总}} = \Delta S_{\text{水}} + \Delta S_{\text{库}}$$

$$\text{平衡状态：}d(\Delta S) = 0$$

$$\star eg:\text{将一块金属}(m,C_p,T_i)\text{没入液体}(M',C_p',T_i')\text{由能量守恒和使熵的变化值为最大求出系统平衡条件}:$$

$$\text{设}:\text{金属末温}T,\text{液体末温}T'$$

$$\text{由能量守恒}:C_p m(T_i - T) = C_p' m'(T' - T_i')$$

$$\text{求微分}(\text{去除定值}T_i,T_i')\text{得}:-C_p m dT = C_p' m' dT'$$

$$\text{二者总熵变}:\Delta S = C_p m\ln\frac{T}{T_i} + C_p' m'\ln\frac{T'}{T_i'}$$

$$\text{熵变最大则要求}:d(\Delta S) = \frac{C_p m}{T}dT + \frac{C_p' m'}{T'}dT' = 0$$

$$\text{带入1式微分方程} \rightarrow T = T'$$

二、波动

波动

$$\text{一维简谐波方程：}\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} \quad \text{其中}r\text{为扰动(位移)}$$

$$\text{平面波特解：}r(x,t) = A\cos\left(k(x-ut)+\phi_0\right) = A\cos\left(kx-\omega_0 t+\phi_0\right)$$

其中：

$$\text{角频率}\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\text{空间角频率（波矢）}k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\text{波速}u = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T}$$

$$\text{频率（单位时间波形重复次数）}\nu = \frac{1}{T} = \frac{u}{\lambda} = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$\text{空间频率（波数、单位距离内所包含空间周期数）}f = \frac{1}{\lambda}$$

$$n\text{次谐频振动：}\nu_n = \frac{nu}{2L} \quad \text{其中}u\text{为波速，如基频振动频率}\nu_1 = \frac{u}{2L}$$

$$Doppler\text{效应}:\nu_{receiver} = \frac{u+v_{receiver}}{u-v_{sourse}}\cdot\nu \quad \text{其中}u\text{为波速}$$

注意反射问题：反射面与波源相对运动，先以反射面的视角求得反射面看到的频率（相当于接收者运动），然后还以反射面的视角将这个频率反射（相当于波源运动），再求外部看到的反射的频率。

$\star eg$: 检查站发出雷达波为$\nu_1 = 5\times 10^{10}Hz$, 被迎面开来的汽车反射，与入射波形成$\Delta\nu = 1.1\times 10^4 Hz$的拍频求车速?

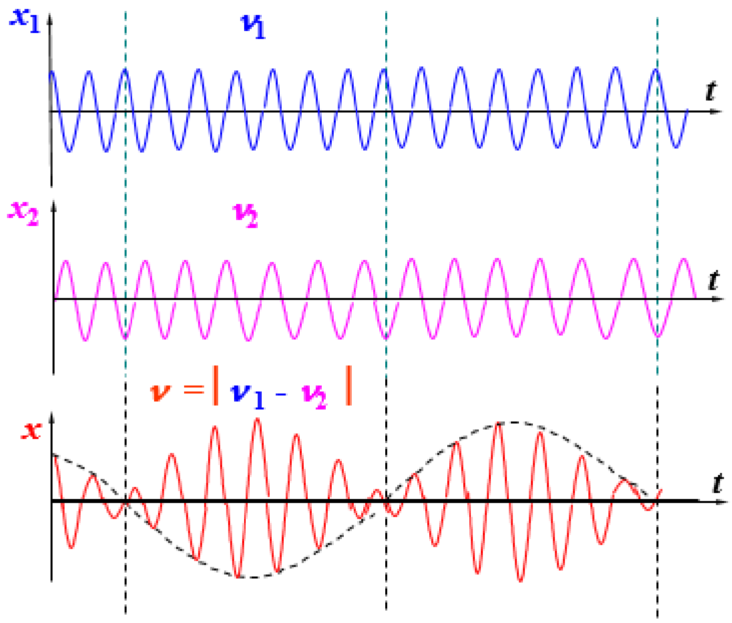
$$\text{汽车接收到的频率(相当于接受者运动)}:\nu_{\text{车}0} = \sqrt{\frac{c+V}{c-V}}\nu_1$$

$$\text{汽车视角下汽车反射的频率}:\nu_{\text{车}1} = \nu_{\text{车}0} = \sqrt{\frac{c+V}{c-V}}\nu_1$$

$$\text{检查站收到的反射波频率(相当于波源移动)}:\nu_2 = \sqrt{\frac{c+V}{c-V}}\nu_{\text{车}1} = \sqrt{\frac{c+V}{c-V}}\cdot\sqrt{\frac{c+V}{c-V}}\nu_1 = \frac{c+V}{c-V}\nu_1$$

$$\therefore \Delta\nu = \nu_2-\nu_1 = \nu_1(\frac{c+V}{c-V}-1) = \frac{2\nu_1 V}{c-V} \approx \frac{2\nu_1 V}{c} \quad \text{再反解车速}V\text{即可}$$

复波、拍频、波包:



两列频率相差很小的简谐波合成复波y:

$$y = A\sin(\omega t - kx) + A\sin[(\omega+\Delta\omega)t - (k+\Delta k)x]$$

$$= 2A\cos(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x)\sin[(\omega+\frac{\Delta\omega}{2})t - (k+\frac{\Delta k}{2})x]$$

其中：前一项(低频)决定包络线(波包)形状

$$\therefore 波包长度\Delta x = \frac{1}{2}\lambda_{包} = \frac{1}{2}\frac{2\pi}{\frac{\Delta k}{2}}$$

$$又 \because k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \Delta k = 2\pi\Delta(\frac{1}{\lambda})$$

$$\therefore \Delta x = \frac{1}{\Delta(\frac{1}{\lambda})} = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad or \quad \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

拍频：$\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$ (与波的方向无关，就是两个波频率绝对值之差)

$$群速度：u_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = u - \lambda\frac{\mathrm{du}}{\mathrm{d}\lambda}$$

对于无色散介质(波速与频率无关)：ω与k成正比

$$则u_g = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{dk}} = u(相速度)$$

电磁波：

由$Maxwell$方程组：

$$\begin{cases}\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}\\ \vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0\\ \vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\\ \vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0(\vec{j}_0+\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t})\end{cases}$$

导出波动方程：

$$\begin{cases}\nabla^2 H=\mu\varepsilon\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}\\ \nabla^2 E=\mu\varepsilon\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}\end{cases}$$

并有：

$$\text{电磁波速}u=\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

$$\text{空间任一点处：}\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}|E|=\sqrt{\mu\mu_0}|H|$$

$$\text{电磁波能流密度}\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$$

$$\text{光强(平均能流密度)形式上写成：}I(p)=E_0^2$$

$$\text{电磁波}Doppler\text{效应：}\nu=\sqrt{\frac{1-\frac{u}{c}}{1+\frac{u}{c}}}\nu_0\quad(\text{其中}u\text{为观察者与光源相对远离速度})$$

三、光学

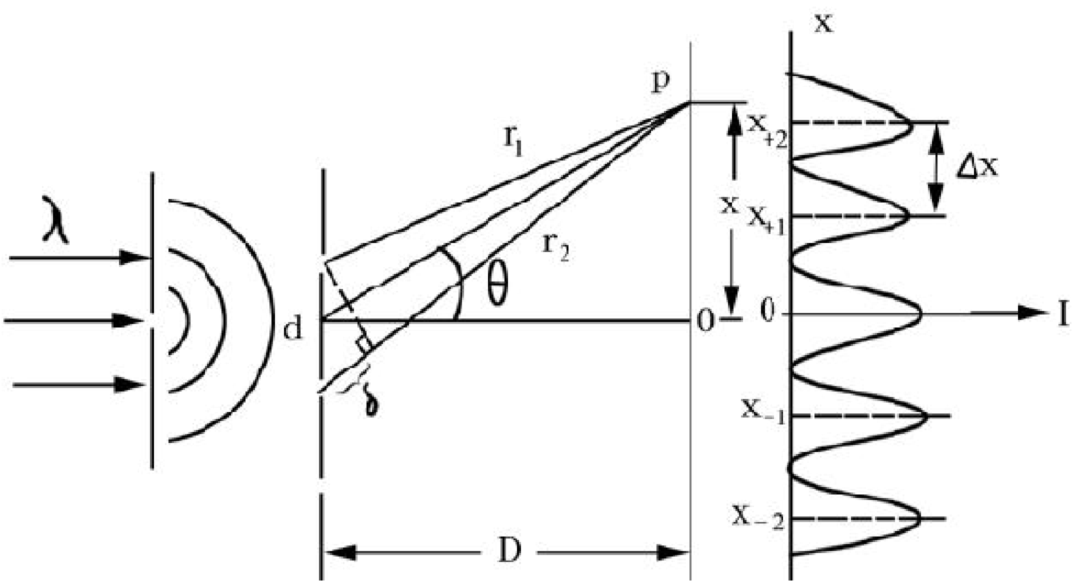
费马原理：光线在空间两点间传播，其路径的光程必取稳定值，即极小值、极大值或常值。
应用：不管经历何种光具组，连接物点与像点的所有光线等光程。光路可逆原理。

透镜不产生附加光程差（从物点到像点，所有光线光程相等）

$$\text{光程：}\tilde{x}=\sum_i n_i x_i$$

$$\text{相差：}\Delta\phi=2\pi\cdot\frac{\delta_{\text{光程}}}{\lambda}=\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\text{光程差}$$

杨氏双缝干涉：



$$相位差\Delta\phi = 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

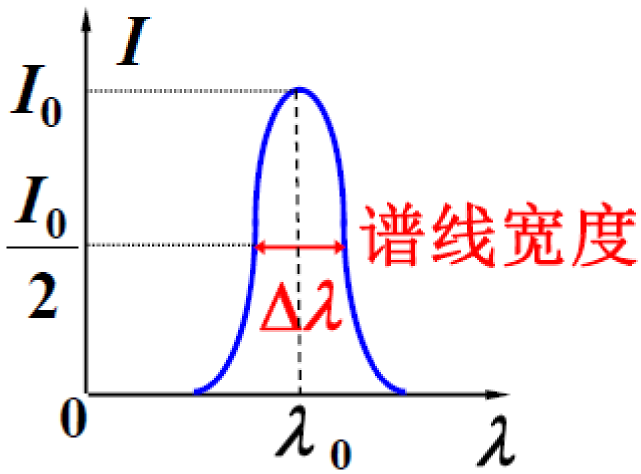
$$光强I = 2I_0(1 + \cos\Delta\phi)$$

$$衬比度：v = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{(A_1 + A_2)^2 - (A_1 - A_2)^2}{(A_1 + A_2)^2 + (A_1 - A_2)^2} \quad (A_i为两束光振幅)$$

$$条纹间距\Delta x = \frac{D}{d}\lambda \quad (中央为亮纹)$$

$$\begin{cases} 亮纹：\Delta\phi = \pm 2k\pi \quad x_{\pm k} = \pm k\frac{D}{d}\lambda, \quad k = 0, 1, 2\cdots \\ 暗纹：\Delta\phi = \pm(2k+1)\pi \quad x_{\pm k} = \pm(k + \frac{1}{2})\frac{D}{d}\lambda, \quad k = 0, 1, 2\cdots \end{cases}$$

时间相干性(准单色光)：



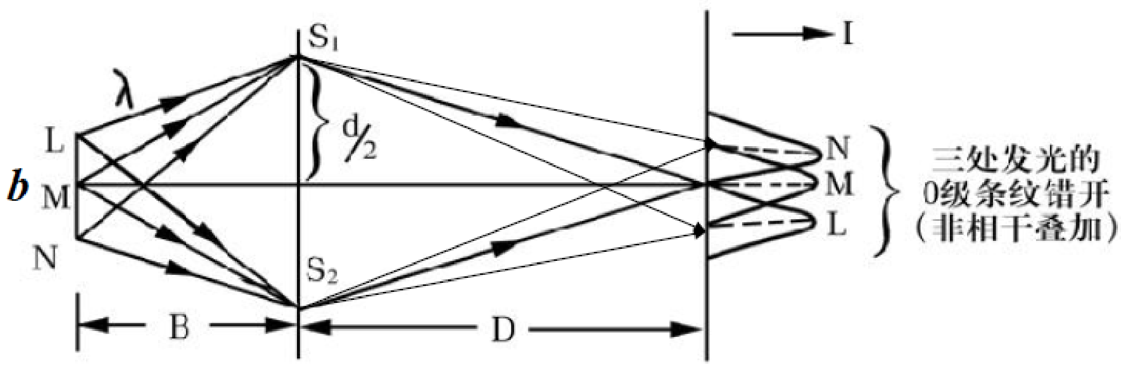
$$强度等于最大强度一半的波长范围\Delta\lambda叫做谱线宽度$$

$$干涉能产生的最大级次k_M = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

$$两列光能发生干涉的最大光程差（相干长度L、波列长度）\delta_{max} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

$$相干时间\tau = \frac{相干长度}{波速} = \frac{L}{c} \quad (分光后两束光到达同一点的时差\Delta t \le \tau才能干涉)$$

空间相干性(有尺寸的光源)：



当N对应的0级亮纹和L对应的$+1$级亮纹重合时，条纹就亮成一片（条纹消失）。

$$\text{光源极限宽度}: b = \frac{B}{d}\lambda \quad (\text{超过则看不到条纹})$$

相干间隔(双缝间隔)(在有一定面积的光源的照明区域内，认定两点作为次波源，则二者间隔小于d_0时才能相干)：

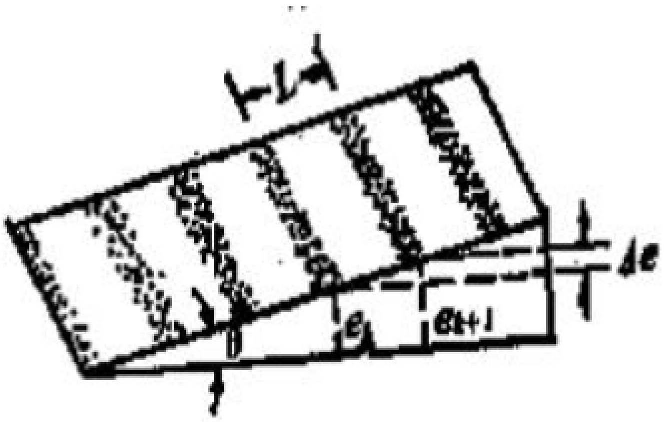
$$d_0 = \frac{B}{b}\lambda$$

$$\text{相干孔径}(\text{相干间隔对光源中心所张角度}): \theta_0 = \frac{d_0}{B} = \frac{\lambda}{b}$$

$$\text{观察星体的角直径}(\text{视角}): \varphi = \frac{b}{B} = \frac{\lambda}{d_0}$$

应用：可通过调节双缝宽度d，使得条纹恰好消失，来测量光源直径

薄膜干涉(等厚条纹)：



劈尖等厚干涉条纹

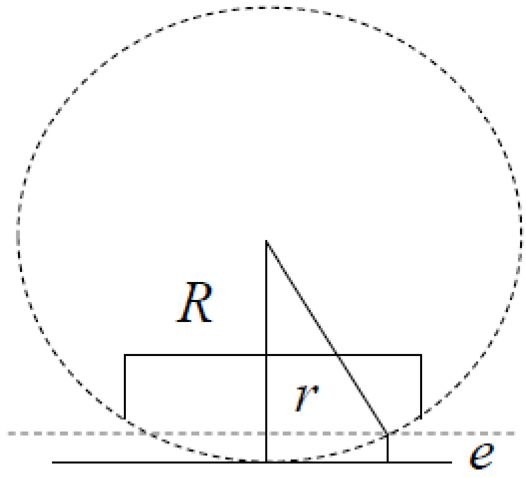
$$\delta_{\text{光程}} = 2ne + \frac{\lambda}{2}$$

$(n$为折射率，e为厚度，考虑上表面反射光线半波损失，$e=0$处为暗纹$)$

$$\begin{cases} \text{反射光加强}: 2ne + \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad k = 0,1,2\cdots \\ \text{透射光加强}(\text{反射光减弱}): 2ne = k\lambda, \quad k = 0,1,2\cdots \end{cases}$$

$$\text{条纹间距}: L = \frac{\Delta e}{\sin\theta} = \frac{\lambda}{2n\sin\theta}$$

牛顿环：



$$\delta_{光程}=2e+\frac{\lambda}{2}\quad(\text{相当于空气劈尖})$$

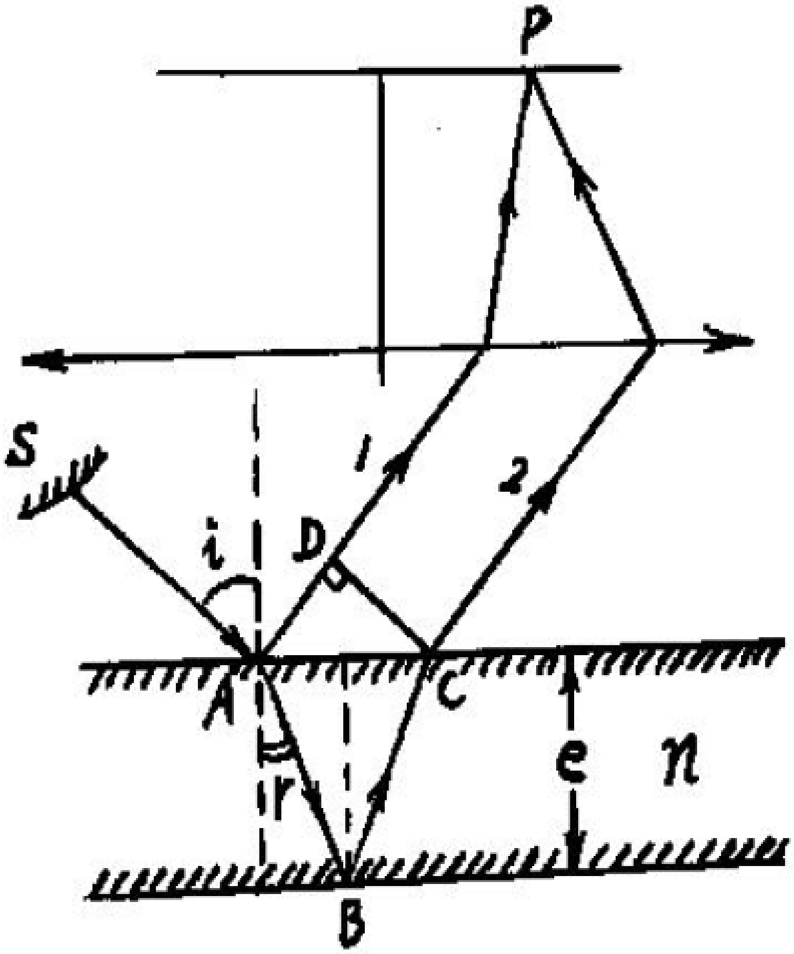
$$r^2=R^2-(R-e)^2\approx 2eR\rightarrow e=\frac{r^2}{2R}$$

$$(r\text{为亮/暗环半径，}R\text{为凸透镜半径})$$

$$\text{代入得第}k\text{级暗环半径}:r_k=\sqrt{kR\lambda}$$

$$\text{进而得到常用公式}:r_{k+m}^2-r_k^2=mR\lambda$$

等倾干涉



入射倾角 i 相同的光线对应同一条干涉条纹—— 等倾条纹

（i越小，对应条纹级次越高，中心i=0对应最高级次）

膜厚度↑ 则有条纹从中间“吐”出来，反之“吞”

$$\delta(i)=2e\sqrt{n^2-\sin^2 i}+\frac{\lambda}{2}$$

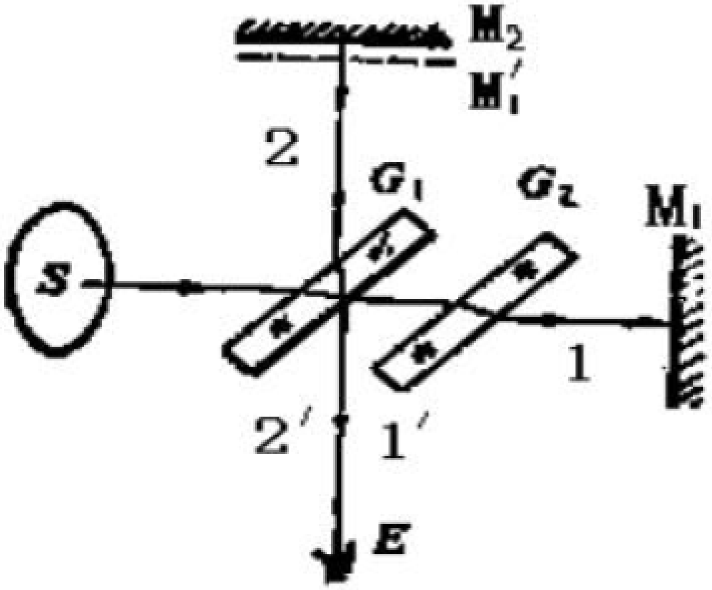
$$\begin{cases}\text{亮纹}:\delta(i)=k\lambda, \quad k=0,1,2\cdots\\ \text{暗纹}:\delta(i)=(2k'+1)\frac{\lambda}{2}, \quad k'=0,1,2\cdots\end{cases}$$

$$\star eg:\text{白光照射到}n=1.33\text{的薄膜上,若从}45^\circ\text{方向观察薄膜成绿色}(500nm)\text{则薄膜最小厚度?}$$

$$\because 2e\sqrt{n^2-\sin^2 i}+\frac{\lambda}{2}=k\lambda$$

$$\therefore k=1\text{时}, \quad e_{min}=\frac{\lambda}{4\sqrt{n^2-\sin^2 i}}=\frac{500\times10^{-9}}{4\sqrt{1.33^2-\sin^2 45^\circ}}=1.11\times10^{-7}m$$

迈克尔逊干涉仪



$$\text{到达}E\text{的两束光都经过了三次玻璃，因此二者光程差与在玻璃中的光程无关。}$$

$$\text{在}E\text{处看来，}M_1\text{在}M_2\text{附近形成虚像}M_1',\text{因而干涉产生图样如同}M_2\text{和}M_1'\text{之间的空气膜产生的一样}$$

$$M_1\perp M_2\text{时，观察到等倾条纹,否则观察到等厚条纹}$$

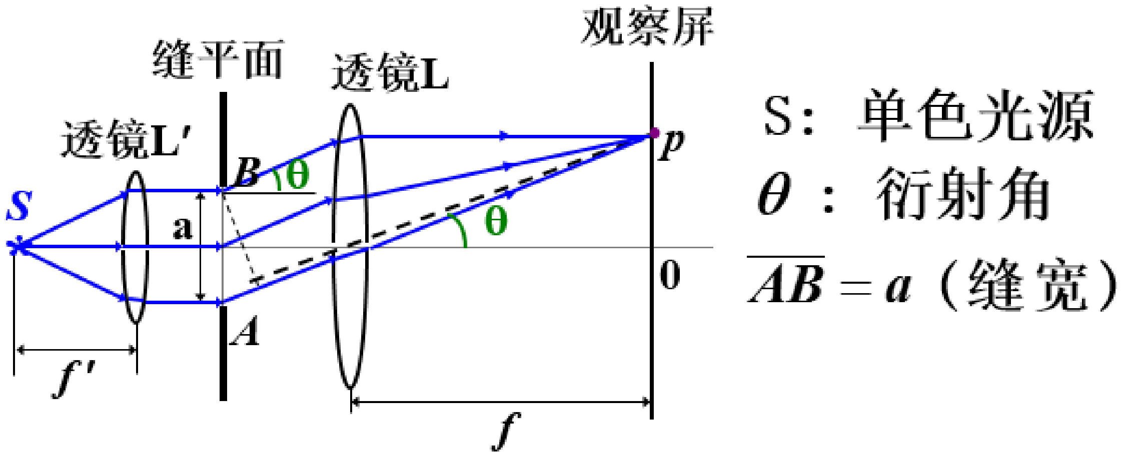
$$\star eg_1:\text{设}M_2\text{移动}\Delta L,\text{等倾条纹在中心处缩进}N\text{个条纹（亮纹或暗纹）,则有}2\Delta L=N\lambda$$

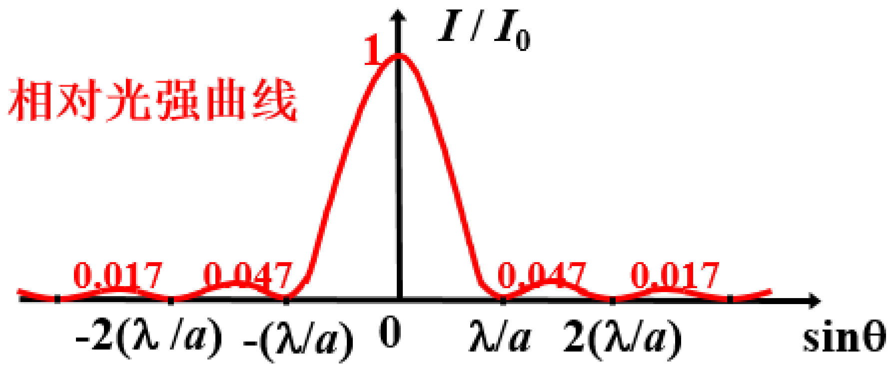
$$\star eg_2:\text{折射率为}n\text{，厚度为}h\text{的玻璃片放在迈克耳孙干涉仪的一臂上，问两光路光程差的改变是多少？}$$

$$\text{解：由于光来回通过玻璃片两次，所以光程差的改变为}2(n—1)h$$

单缝夫琅禾费衍射：

- 菲涅尔衍射（近场衍射）：光源或观察屏距离衍射孔（缝）距离有限
- 夫琅禾费衍射（远场衍射）：光源和观察屏都距离衍射孔（缝）无限远，实验中通常利用两个透镜辅助实现





$$\begin{cases} a\sin\theta=0 \quad \text{中央明纹} \\ a\sin\theta=\pm k\lambda, \quad k=1,2,3\cdots \quad \text{暗纹（可以分成偶数个半波带）} \\ a\sin\theta=\pm(2k'+1)\frac{\lambda}{2}, \quad k'=1,2,3\cdots \quad \text{明纹(估算值, 如第一明纹为}a\sin\theta=\frac{3}{2}\lambda) \end{cases}$$

$$p\text{点光强}: I_p=I_0(\frac{\sin\alpha}{\alpha})^2 \quad \text{其中}I_0\text{为中央明纹光强}, \alpha=\frac{\pi a\cdot\sin\theta}{\lambda}$$

$$\text{主极大位置}: \theta=0 \quad \alpha=0$$

$$\text{极小(暗纹)位置}: \sin\alpha=0 \rightarrow \alpha=\pm k\pi=\frac{\pi a\cdot\sin\theta}{\lambda} \rightarrow a\sin\theta=\pm k\lambda(\text{精确})$$

$$\text{次极大位置}: \frac{\mathrm{dI}}{\mathrm{d}\alpha}=0 \rightarrow \tan\alpha=\alpha(\text{精确})$$

$$\text{条纹宽度(两个一级暗纹之间的距离即为中央明纹宽度)}:$$

$$\text{第一暗纹}: a\sin\theta\approx a\theta=\lambda\rightarrow\theta=\frac{\lambda}{a}$$

$$\therefore \text{中央明纹角宽度}\theta_0=2\frac{\lambda}{a}$$

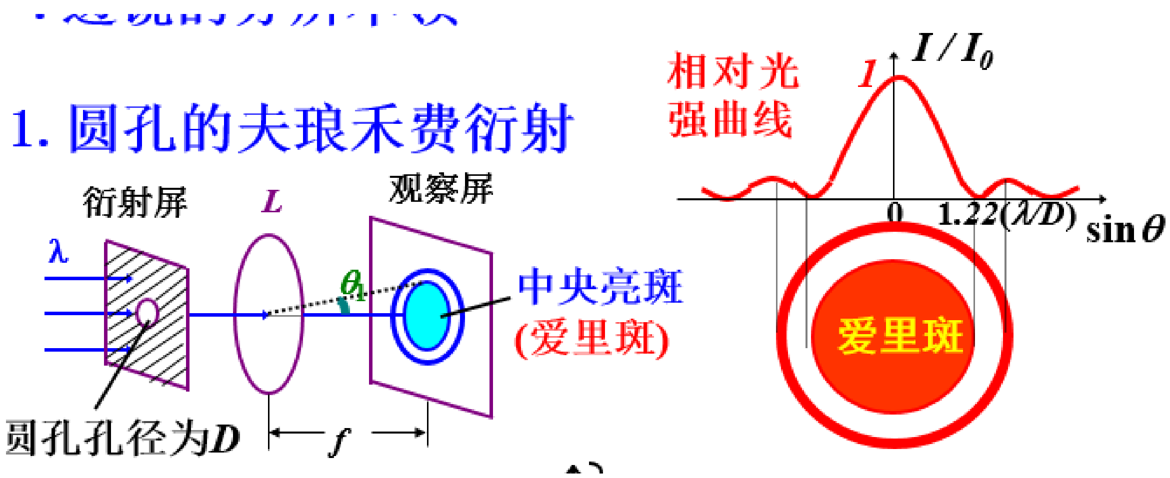
$$\text{中央明纹线宽度}\Delta x_0=2f\tan\theta\approx 2f\theta=2f\frac{\lambda}{a}$$

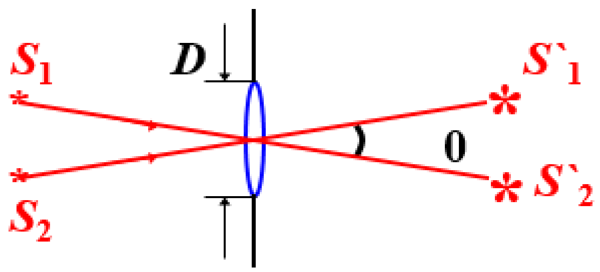
$$\text{其他明纹(次极大)线宽度}\approx\frac{f\lambda}{a}=\frac{1}{2}\Delta x_0$$

光学仪器分辨本领：

- 瑞利判据：相邻两个等光强的非相干亮纹，如果一个亮纹的中心恰好落在另一个亮纹的边缘暗纹，则认为可分辨。
  设入射波长为λ和$\lambda+\delta\lambda$时二者谱线刚好可以分开

- 光栅分辨本领:$R=\frac{\lambda}{\delta\lambda}=Nk-1\approx Nk \quad (N>>1,k\neq 0)$(缝数N越大，所用主极大级次越高，分辨力越强)
- 透镜的分辨本领：





$$\sin\theta_1=1.22\frac{\lambda}{D}$$

$$\text{（}D\uparrow,\lambda\downarrow,\text{艾里斑变小）}$$

$$\text{恰能分辨时，两物点在在透镜处的张角称为最小分辨角}$$

$$\text{最小分辨角(角分辨率)}:\delta\theta\approx 1.22\frac{\lambda}{D}$$

$$\text{分辨本领(分辨率)}:R\equiv\frac{1}{\delta\theta}=\frac{D}{1.22\lambda}$$

$$\text{角宽度}:2\theta_1$$

$$\text{像直径}:d=2\theta_1 f$$

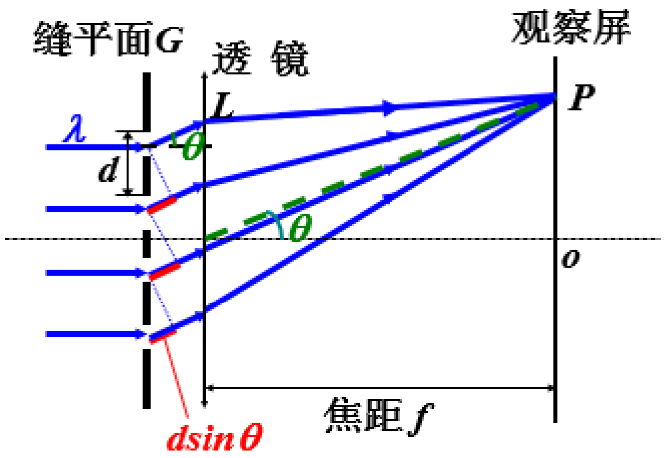
$$\star eg:\text{在迎面驶来的汽车上，两盏前灯相距}d=120cm\text{。试问汽车离人多远}(l)\text{的地方，眼睛恰能分辨这两盏前灯？}$$

$$\text{设夜间人眼瞳孔直径为}D=5.0mm\text{，入射光波长为}550nm\text{，而且仅考虑人眼瞳孔的衍射效应。}$$

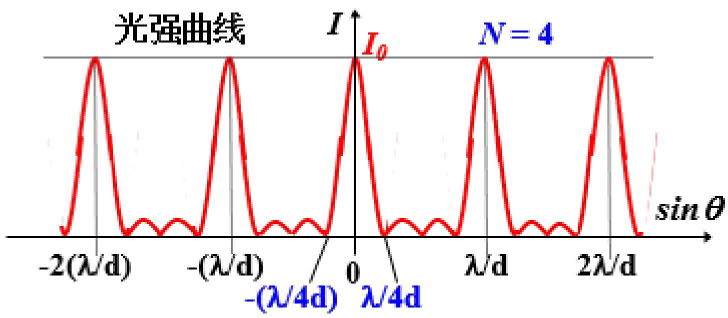
$$\because \delta\theta=\frac{d}{l}=1.22\frac{\lambda}{D}$$

$$\therefore l=\frac{Dd}{1.22\lambda}=\frac{1.2\times 0.5\times 10^{-3}}{1.22\times 550\times 10^{-3}}=8.9\times 10^{3}m$$

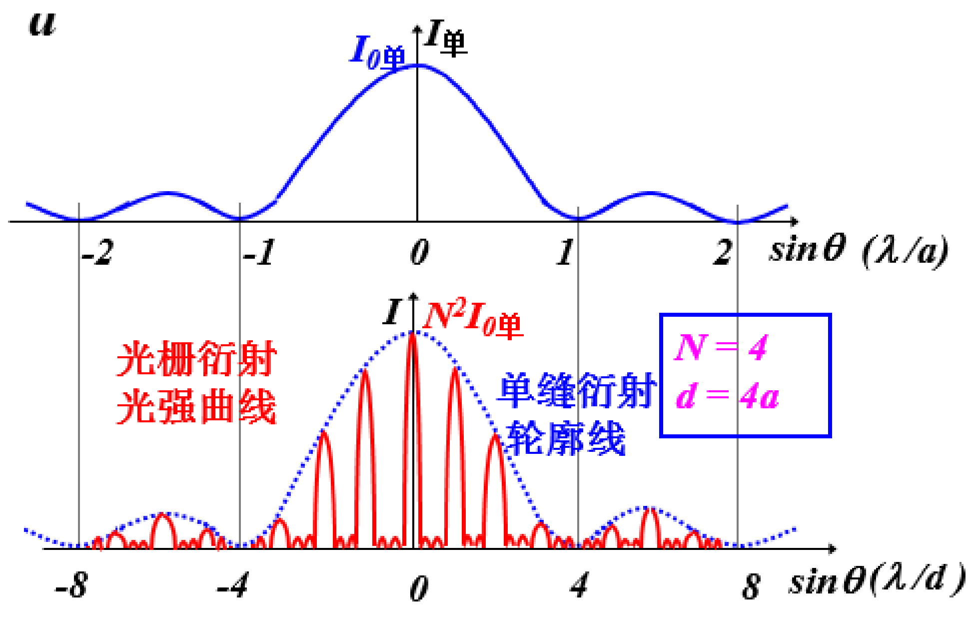
光栅衍射（多缝干涉）(+缺级现象)：



p1.多缝(光栅)干涉↑



p2.不考虑衍射的多缝干涉图 ↑



p3.考虑单缝衍射的多缝干涉图↑

光栅总数：N

光栅常数：$d=a+b$ （即每一条透光宽度(缝宽)与不透光宽度之和）

光栅方程（主极大条件）：

$$d\sin\theta=\pm k\lambda,\quad k=0,1,2,3...$$

$$\text{主极大间距：由}\Delta(d\sin\theta)=\Delta(\lambda)\rightarrow\Delta\theta=\frac{\lambda}{d\cos\theta}\quad\text{也即}d\Delta\theta\propto\lambda$$

$$\text{暗纹条件：}d\sin\theta=\frac{\pm k\lambda}{N}\quad(k\text{不为}N\text{的整数倍})$$

$$\text{暗纹间距}=\frac{\text{主极大间距}}{N}\rightarrow\Delta\theta=\frac{\lambda}{Nd\cos\theta}$$

相邻主极大间有$N-1$个暗纹，有$N-2$个次极大

缺级现象：

$$\because\text{主极大满足：}d\sin\theta=\pm k\lambda$$

$$\text{衍射极小满足：}a\sin\theta=\pm k'\lambda$$

$$\therefore\frac{d}{a}\text{为整数时，会有缺级}$$

若某一θ同时满足这两个方程，则k级主极大缺级，并有：

$$k=\pm\frac{d}{a}k',\quad k'=1,2,3\cdots$$

$$\text{例如}\frac{d}{a}=4\text{时，则缺}k=\pm4,\pm8,\cdots\text{诸级主极大}$$

光强（受到衍射作用的调制）：

$$p\text{点光强}I_p\propto N^2E_p^2\quad(\text{多缝干涉光强是来自一条缝光强的}N^2\text{倍})$$

$$\text{光强：}I_p=I_{0\text{单}}(\frac{\sin\alpha}{\alpha})^2(\frac{\sin N\beta}{\sin\beta})^2$$

$$\text{其中：}I_{0\text{单}}\text{为单缝中央主极大光强，}\alpha=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda},\beta=\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda},a\text{为缝宽，}d\text{为光栅常数}$$

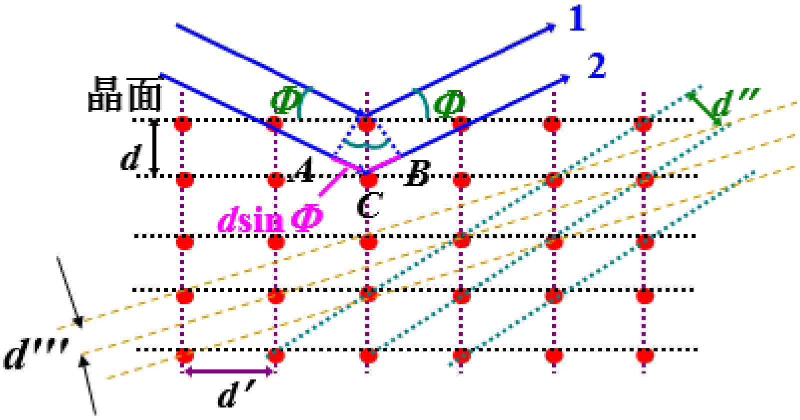
eg:一光栅，宽2.0cm，共有6000条缝，用钠黄光垂直入射，问那些角位置出现主极大？

由光栅方程可得出现主极大的角位置为：

$$\begin{aligned}\theta&=\arcsin\left(\pm\frac{k\lambda}{d}\right)=\arcsin\left(\pm\frac{k\lambda l}{N}\right)\\&=\arcsin\left(\frac{\pm k\times589.3\times10^{-9}\times2.0\times10^{-2}}{6000}\right)\\&=\arcsin(\pm0.1768k)\end{aligned}$$

由于$\sin\theta\leqslant1$, 所以取 $k=0,1,2,3,4,5$ 。相应的角位置值为 $0^\circ,\pm10^\circ11',\pm20^\circ42',\pm32^\circ2'$, $\pm45^\circ,\pm62^\circ7'$

X射线衍射：



相邻两个晶面反射的两条光线干涉加强的条件(布拉格公式):

$$2d\sin\phi = k\lambda, \quad k = 1, 2, 3\dots$$

END