Algorytmy i Struktury Danych Egzamin 1: Zadanie A (7.VII.2022)

Format rozwiązań

Rozwiązanie zadania musi się składać z krótkiego opisu algorytmu (wraz z uzasadnieniem poprawności) oraz jego implementacji. Zarówno opis algorytmu jak i implementacja powinny się znajdować w tym samym pliku Pythona (rozszerzenie .py). Opis powinien być na początku pliku w formie komentarza (w pierwszej linii w komentarzu powinno być imię i nazwisko studenta). Opis nie musi być długi—wystarczy kilka zdań, jasno opisujących ideę algorytmu. Implementacja musi być zgodna z szablonem kodu źródłowego dostarczonym wraz z zadaniem. Niedopuszczalne jest w szczególności:

- 1. zmienianie nazwy funkcji implementującej algorytm, listy jej argumentów, lub nazwy pliku z rozwiązaniem,
- 2. wypisywanie na ekranie jakichkolwiek napisów innych niż wypisywane przez dostarczony kod (ew. napisy dodane na potrzeby diagnozowania błędów należy usunąć przed wysłaniem zadania).

Dopuszczalne jest natomiast:

- 1. korzystanie z zaawansowanych struktur danych (np. słowników czy zbiorów),
- 2. korzystanie z następujących elementarnych struktur danych: krotka, lista, kolejka collections.deque, kolejka priorytetowa (queue.PriorityQueue lub heapq),
- 3. korzystanie ze struktur danych dostarczonych razem z zadaniem (jeśli takie są),
- 4. korzystanie z wbudowanych funkcji sortujących (można założyć, że mają złożoność $O(n \log n)$).

Wszystkie inne algorytmy lub struktury danych wymagają implementacji przez studenta. Dopuszczalne jest oczywiście implementowanie dodatkowych funkcji pomocniczych w pliku z szablonem rozwiązania.

Zadania niezgodne z powyższymi ograniczeniami otrzymają ocenę 0 punktów. Rozwiązania w innych formatach (np. .PDF, .DOC, .PNG, .JPG) z definicji nie będą sprawdzane i otrzymają ocenę 0 punktów, nawet jeśli będą poprawne.

Testowanie rozwiązań

Zeby przetestować rozwiązanie zadania należy wykonać polecenie: python egz1a.py

Szablon rozwiązania: egz1a.py

Złożoność akceptowalna (1.5pkt): $O(n^4)$, gdzie n to rozmiar wąwozu.

Złożoność wzorcowa (+2.5pkt): $O(n \log n)$, gdzie n to rozmiar wawozu.

System chłodzenia serwerów na pewnej uczelni wymaga stałych dostaw śniegu. Grupa zmotywowanych profesorów odnalazła w wysokich górach wąwóz, z którego można przywieźć śnieg. Wąwóz jest podzielony na n obszarów i ma wjazdy z zachodu i wschodu. Na każdym obszarze wąwozu znajduje się pewna ilość śniegu, opisana w tablicy S. W szczególności S[0] to liczba metrów sześciennych śniegu bezpośrednio przy zachodnim wjeździe, S[1] to liczba metrów sześciennych śniegu na kolejnym obszarze, a S[n-1] to liczba metrów sześciennych śniegu przy wjeździe wschodnim (wiadomo, że zawartość tablicy S to liczby naturalne). Profesorowie dysponują maszyną, która danego dnia może zebrać śnieg ze wskazanego obszaru, wjeżdżając odpowiednio z zachodu lub wschodu. Niestety, są trzy komplikacje

- 1. Po drodze do danego obszaru maszyna topi cały śnieg na tych obszarach, po których przejeżdża (o ile nie został wcześniej zebrany). Na przykład jadąc z zachodu do obszaru 2 zeruje wartości S[0] oraz S[1] (bo po nich przejeżdża) oraz S[2] (bo ten śnieg zbiera).
- 2. Każdego dnia maszyna może zebrać śnieg tylko z jednego, dowolnie wybranego obszaru, wjeżdzając albo z zachodu albo ze wschodu.
- 3. Ze względu na wysoką temperaturę, po każdym dniu na każdym obszarze topi się dokładnie jeden metr sześcienny śniegu.

Zadanie polega na zaimplementowaniu funkcji:

```
def snow(S)
```

która zwraca ile metrów sześciennych maksmalnie można zebrać z wąwozu (zebrany śnieg jest zabezpieczany i już się nie topi).

Rozważmy następujące dane:

$$S = [1,7,3,4,1]$$

wywołanie snow(S) powinno zwrócić liczbę 11. Możliwy plan zbierania śniegu to: zebranie $7m^3$ pierwszego dnia z obszaru 1 wjeżdżając z zachodu, zebranie $3m^3$ drugiego dnia z obszaru 3 wjeżdżając ze wschodu ($1m^3$ się stopił po pierwszym dniu), oraz zebranie $1m^3$ trzeciego dnia z obszaru 2 wjeżdżając z dowolnego kierunku (po dwóch dniach ilość śniegu na tym obszarze zmniejszy się z $3m^3$ do $1m^3$).

Podpowiedź. Jak zmieniłby się wynik, gdyby wąwóz miał wyłącznie wjazd od zachodu? Co by się stało, gdybyśmy wiedzieli, że śnieg mamy zbierać dokładnie d dni?